

Разбор тестового для диплома

понедельник, 17 октября 2022 г. 21:08

Ввод

Первая строка содержит два числа: число n ($0 < n \leq 10^4$), число элементов частично упорядоченного множества, и число k ($0 \leq k \leq 10^4$). Следующие k строк содержат по две числа a и b ($0 \leq a, b < n$), которые соответствуют номерам элементов частично упорядоченного множества. Множество таких пар образует некоторое отношение на этом множестве.

Вывод

Необходимо построить рефлексивно-транзитивное замыкание этого отношения и проверить, удовлетворяет ли оно свойству антисимметричности, то есть является ли оно частичным порядком. Если отношение не является частичным порядком, то нужно вывести номера элементов, которые нарушают отношение антисимметричности. Если отношение является частичным порядком, то для него нужно проверить следующие свойства.

1. Проверить существование наибольшего элемента. Вывести номер элемента, если такой есть, иначе вывести *greatest not exist*.
2. Проверить существование наименьшего элемента. Вывести номер элемента, если такой есть, иначе вывести *least not exist*.
3. Вывести множество максимальных элементов.
4. Вывести множество минимальных элементов.
5. Проверить, является ли отношение частичного порядка линейным порядком. Вывести 1, если является, иначе 0.
6. Вывести построчно пары элементов, которые находятся в отношении транзитивного сокращения отношения строгого частичного порядка.

Пример ввода 1	Пример вывода 1
6 8 0 1 0 2 0 4 3 5 1 3 2 3 3 4 1 5	greatest not exist 0 4 5 0 0 0 1 0 2 2 3 1 3 3 4 3 5

Пример ввода 2	Пример вывода 2
5 4 0 1 2 3 3 4 4 2	2 3 4

Пример ввода 3	Пример вывода 3
6 6 0 2 1 3 2 4 3 5 2 1 5 4	4 0 4 0 1 0 2 2 1 1 3 3 5 5 4

Задача: построить замыкание данного отношения относительно рефлексивности и транзитивности и проверить, выполняется ли относительно такого замыкания антисимметричность

def: Бинарное отношение $R \subseteq A^2$ на мн-ве A называется **отношением частичного порядка** на мн-ве A , если оно:

- 1) Рефлексивно, т.е. $\forall x \in A$ верно $R(x, x)$
 - 2) Антисимметрично, т.е. $\forall x, y \in A$ из $R(x, y)$ и $R(y, x)$ следует $x = y$ (совпадение элементов)
 - 3) Транзитивно, т.е. $\forall x, y, z \in A$ из $R(x, y)$ и $R(y, z)$ следует $R(x, z)$
- обозначается обычно как $\leq : a \leq b, a, b \in A$

def: a — **максимальный**, если $\forall a \in A : (a \leq M)$

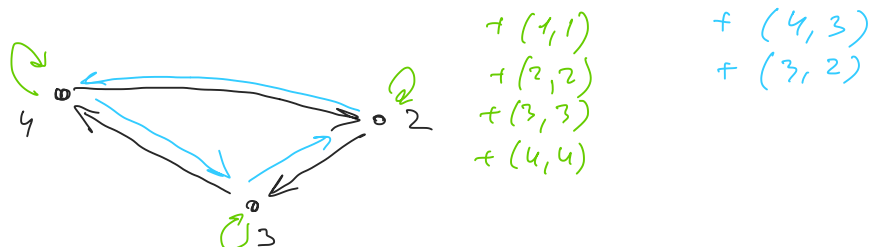
def: a — **минимальный**, если $\forall a \in A : (a \geq M)$

def: a — **наибольший**, если он максимальный единственный

def: a — **наименьший**, если он минимальный единственный

получение: построить рефлексивно-транзитивное замыкание:



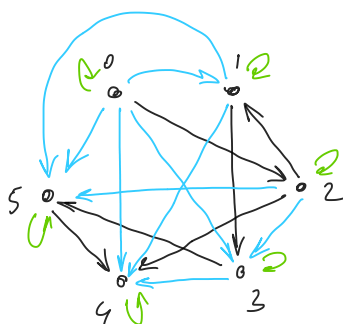


проверим антисимметричность:

$(2, 4) \in A, (4, 2) \in A \Rightarrow$ не антисимметрично!

порешим:

$$A = \{(0,2), (1,3), (2,4), (3,5), (2,1), (5,4)\}$$



замкн. отн. рефлексивности:

$$+ \{(0,0), (1,1), (2,2), (3,3), (4,4), (5,5)\}$$

-//- транзитивность:

$$+ \{(0,1), (0,3), (0,4), (0,5)\}$$

$$+ \{(1,4), (1,5)\}$$

$$+ \{(2,3), (2,5)\}$$

$$+ \{(3,4)\}$$

проверим на антисимметричность:
противр. ребер нет, ✓

свойства:

- 1) Наибольший элемент: 4; единственный макс.
- 2) Наименьший элемент: 0; 0, мин.
- 3) мн-во макс: {4}
- 4) мн-во мин: {0}
- 5) Является ли линейным порядком: Да, все сравнимо
- 6) Пары в отношении транзитивного сокращения:
 $\{(0,2), (1,3), (2,4), (3,5), (2,1), (5,4)\}$ (те же, что и в начале)