Obliczenia naukowe

Felix Zieliński 272336

Lista 2

TESTY STETTY SRESTY wykresy nwm jakies wnioski, czym sie roznia te metody czy cos, nazwy returnowanych w kodzie

---

Zadanie 1. Funkcja rozwiązująca równanie $f(x) = 0$ metodą bisekcji.

Metoda bisekcji to inaczej metoda równego podziału lub metoda połowienia. Korzysta ona z faktu, że funkcja ciągła w przedziale $[a, b]$, która zmienia w nim swój znak (a więc $f(a) * f(b) < 0$), musi mieć miejsce zerowe w (a, b).

Jeżeli $f(a) * f(b) < 0$, to wiem, że gdzieś na przedziale jest miejsce zerowe. Obliczam więc takie c, że $c = 1/2 * (a + b)$ (połowa przedziału) i sprawdzam z tego samego warunku, czy jest tam miejsce zerowe. Jeżeli tak, to podstawiam $b = c$, a w przeciwmym razie $a = c$.

Powtarzam to, dopóki nie znajdę zera (bo $f(a) * f(c) = 0$ lub $f(b) * f(c) = 0$).

W ten sposób jednak, otrzymam tylko jedno miejsce zerowe, nawet jeśli jest ich więcej na tym odcinku.

Innym warunkiem zakończenia jest warunek $|f(c)| < \epsilon$ lub $|b - a| < \delta$. Te stałe są podane przy wywołaniu funkcji i decydują o dokładności wyniku, bowiem dla typu zmennoprzecinkowego $Float64$ mogą oczywiście nastąpić błędy przybliżeń. ϵ jest wartością błędu przybliżenia, a δ - pożądaną bliskością otrzymanej wartości iloczynu do zera.

Zadanie 2. Funkcja rozwiązująca równanie $f(x) = 0$ metodą Newtona.

To inaczej metoda stycznych. Działa ona dla funkcji, która w przedziale $[a, b]$ musi znajdować się dokładnie jeden jej pierwiastek, $f(a) * f(x) < 0$ oraz jej pierwsza i druga pochodna mają stały znak w przedziale $[a, b]$.

Liczę punkty przecięcia stycznych do funkcji z osią OX, zaczynając od prostej stycznej w $f(x_0)$. Współrzędnia x, w której styczna przecina oś OX, jest przybliżeniem pierwiastka funkcji. Szukam dalej przybliżeń, aż w końcu któreś spełni dane założenia.

Zadanie 3. Funkcja rozwiązująca równanie $f(x) = 0$ metodą siecznych.

To inaczej metoda cięciw lub Eulera. Działa ona dla funkcji, która jest dwukrotnie rózniczkowalna na przedziale $[a, b]$ oraz pierwiastek szukany musi być nieparzystej krotności.

W tej metodzie używa się ilorazu różnicowego zamiast pochodnej $f'(x_n) \approx \frac{f(x_n)-f(x_{n-1})}{x_n-x_{n-1}}$. Sama metoda siecznych opisana jest wzorem $x_{n+1} = x_n - f(x_n)\frac{x_n-x_{n-1}}{f(x_n)-f(x_{n-1})}$ dla dodatnich n.

Wyznaczam miejsca przecięć siecznych funkcji z osią OX, rozpoczynając od siecznej mającej swój początek w punkcie $(x_0, f(x_0))$ oraz koniec w $(x_1, f(x_1))$. Sieczna ta przecina oś OX w x_2, którego używam do wyznaczenia kolejnej siecznej i jej przecięcia z osią.

Szukanie przybliżenia pierwiastka kończy się, gdy przybliżenie zera będzie odpowiednio małe (zgodne z podanym do funkcji), bądź gdy różnica między kolejnymi przybliżeniami będzie wystarczająco mała (zgodna z podanym do funkcji).

Zadanie 4 W tym zadaniu należało wyznaczyć pierwiastki funkcji $\sin x - \left(\frac{1}{2}x\right)^2$ przy użyciu metod zaprogramowanych w poprzednich zadaniach.

Wyniki dla poszczególnych metod przedstawia poniższa tabela:

Metoda	**x0**	**f(x0)**	**Iteracje**	**Czy błąd**
Medota bisekcji	1.9337539672851562	-2.7027680138402843e-7	16	false
Metoda Newtona	1.933753779789742	-2.2423316314856834e-8	4	0
Metoda siecznych	1.933753644474301	1.564525129449379e-7	4	false

Metoda bisekcji potrzebowała najwiecej iteracji, bo aż 16, podczas gdy pozostałe metody potrzebowały ich tylko 4. Metoda Newtora oraz siecznych mają mniejszą złożoność. Każda z metod obliczyła wartość pierwiastka z podobną dokładnością.