Algorytmy Optymalizacji Dyskretnej

Felix Zieliński 272336

Lista 2

Zadanie 1. W tym zadaniu należało zminimalizowad koszty zakupu paliwa poprzez wyznaczenie planu zakupu i dostaw paliwa na lotniska.

Uogólnione parametry z zadania:

- L_j - j-te lotnisko
- F_i - i-ta firma
- z_j - zapotrzebowanie j-tego lotniska
- p_i - podaż paliwa z i-tej firmy
- k_{ij} - koszt zakupu galonu paliwa od i-tej firmy przez j-te lotnisko

Zmienne decezyjne:

x_{ij} - ilość paliwa dostarczona przez i-tą firmę na j-te lotnisko.

Ograniczenia:

- $x_{ij} \geq 0$ - ilość paliwa musi być nieujemna
- $\sum_i x_{ij} = z_j$ - suma dostaw do danego lotniska musi zaspokoić jego zapotrzebowanie
- $\sum_j x_{ij} \leq p_i$ - firma nie może dostarczyć więcej paliwa, niż sama produkuje

Funkcja celu:

Koszt wszystkich dostaw: $min \sum_{i,j} x_{ij} * k_{ij}$

Rozwiazanie:

TBD

Zadanie 2. W tym zadaniu należało zmaksymalizować zysk zakładu poprzez wyznaczenie optymalnego tygodniowego planu placy.

Uogólnione parametry z zadania:

- L_i - i-ty wyrób
- M_j - j-ta maszyna
- cp_{ij} - czas (w minutach na kilogram) obróbki i-tego wyroby na j-tej maszynie
- C_j - czas dostępności j-tej maszyny w godzinach
- sp_i - cena sprzedaży i-tego wyrobu
- kp_j - koszt za godzinę pracy j-tej maszyny
- km_i - koszt materiałowy za kilogram i-tego wyrobu
- z_i - maksymalny tygodniowy popyt na i-ty wyrób

Zmienne decezyjne:

x_i - liczba kilogramów wyprodukowanego i-tego wyrobu.

Ograniczenia:

- $x_{ij} \geq 0$ - ilość wyprodukowanego wyrobu musi być nieujemna
- $\sum_i x_i * cp_{ij} \leq C_j/60$ - maszyny mają ograniczony czas pracy
- $x_i \leq z_i$ - nie ma sensu produkować więcej wyrobu, niż jest na niego popyt

Funkcja celu:

Zysk, jako różnica między przychodem a kosztami zmiennymi:
$max(x_i * (\sum_i(sp_i - km_i) - \sum_j(kp_j/60) * \sum_i(cp_{ij}/60)))$

Rozwiazanie:

TBD

Zadanie 3. W tym zadaniu należało zminimalizować łączny koszt produkcji w firmie poprzez wyznaczenie optymalnego planu produkcji oraz magazynowania.

Uogólnione parametry z zadania:

- m_j - maksymalna produkcja towaru w j-tym okresie (w jednostkach)
- k_j - j-ty okres (w którym wytwarzane jest maksymalnie 100 jednostek towaru)

- c_j - koszt produkcji jednej jednostki towaru w j-tym okresie
- a_j - maksymalna wielkość (w jednostkach) opcjonalnej produkcji ponadwymiarowej w j-tym okresie
- o_j - koszt jednostkowy w j-tej opcjonalnej produkcji ponadwymiarowej
- d_j - zapotrzebowanie na towar w j-tym okresie
- s - maksymalna ilość jednostek możliwa do przechowania z jednego okresu na kolejny
- sm_j - stan magazynu na początku okresu
- km - koszt magazynowania za jednostkę
- mp - początkowa ilość jednostek w magazynie

Zmienne decezyjne:

- x_j - ilość jednostek wyprodukowanych w j-tym okresie
- y_j - ilość jednostek wyprodukowanych w j-tym okresie w produkcji opcjonalnej
- z_j - ilość jednostek do przechowania na koniec j-tego okresu

Ograniczenia:

- $x_j \geq 0$ - ilość jednostek wyprodukowanych w j-tym okresie musi być nieujemna
- $y_j \geq 0$ - ilość jednostek wyprodukowanych w j-tym okresie w produkcji opcjonalnej musi być nieujemna
- $z_j \geq 0$ - ilość jednostek do przechowania na koniec j-tego okresu musi być nieujemna
- $x_j \leq m_j$ - nie można wyprodukować jednostek ponad maksymalną produkcję towaru w j-tym okresie
- $y_j \leq a_j$ - nie można wyprodukować jednostek dodatkowych ponad maksymalną opcjonalną produkcję towaru w j-tym okresie
- $z_j \leq s$ - nie można przechowywać jednostek ponad maksymalną ilość jednostek możliwą do przechowania z jednego okresu na kolejny
- koszt produkcji jednostek opcjonalnych przewyższa koszt produkcji podstawowej, a więc nie ma potrzeby ograniczania wykorzystania wszystkich jednostek przed rozpoczęciem produkcji opcjonalnej
- $s_1 = mp$ - na początku pierwszego okresu stan magazynu jest równy stanowi początkowemu
- $s_K + 1 = 0$ - na koniec nie powinno zostać jednostek w magazynie

Funkcja celu:

Koszt produkcji oraz magazynowania: $min \sum_{j=1}^{K} (x_j * c_j + y_j * o_j + z_j * km)$

Rozwiazanie:

TBD

Zadanie 4. W tym zadaniu należało zminimalizować koszt podróży z miasta i° do miasta j° poprzez znalezienie połączenia, które nie przekracza z góry zadanego czasu.

Uogólnione parametry z zadania:

- T - zadany czas T, którego całkowity czas przejazdu nie może przekroczyć
- $G = (N, A)$ - skierowany graf połączeń między miastami
- N - zbiór miast
- A - zbiór połączeń
- c_{ij} - koszt przejazdu z miasta i do j
- t_{ij} - czas przejazdu z miasta i do j
- i° - miasto początkowe
- j° - miasto końcowe

Zmienne decezyjne:

x_{ij} - zmienna boolowska oznaczająca, czy dane połączenie między miastem i oraz j jest używane.

Ograniczenia:

- $x_{ij} \in \{0, 1\}$
- $\sum_j x_{i^{\circ}j} = 1$ - należy zacząć ścieżkę w mieście początkowym
- $\sum_j x_{ij^{\circ}} = 1$ - należy zakończyć ścieżkę w mieście końcowym
- $\sum_j x_{ij} \leq p_i$ - firma nie może dostarczyć więcej paliwa, niż sama produkuje

Funkcja celu:

Koszt przejazdu: $min \sum_{i,j} c_{ij} * x_{ij}$

Rozwiazanie:

TBD

Zadanie 5. W tym zadaniu należało zminimalizować całkowitą liczbę radiowozów poprzez wyznaczenie przydziału radiowozów spełniających zadane wymagania.

Uogólnione parametry z zadania:

- p_i - i-ta dzielnica
- z_j - j-ta zmiana
- min_{ij} - minimalna liczba radiowozów dla i-tej dzielnicy i j-tej zmiany
- max_{ij} - maksymalna liczba radiowozów dla i-tej dzielnicy i j-tej zmiany
- $zmin_j$ - minimalna liczba radiowozów dla j-tej zmiany
- $dmin_i$ - minimalna liczba radiowozów dla i-tej dzielnicy

Zmienne decezyjne:

x_{ij} - liczba radiowozów przydzielona dzielnicy i podczas zmiany j

Ograniczenia:

- $x_{ij} \geq 0$ - liczba radiowozów musi być nieujemna
- $x_{ij} \leq max_{ij}$ - liczba radiowozów musi być mniejsza od maksymalnej
- $x_{ij} \geq min_{ij}$ - liczba radiowozów musi być większa od minimalnej
- $\sum_i x_{ij} \geq zmin_j$ - liczba radiowozów musi spełniać minimalną liczbę dla j-tej zmiany
- $\sum_j x_{ij} \geq dmin_i$ - liczba radiowozów musi spełniać minimalną liczbę dla i-tej dzielnicy

Funkcja celu:

Liczba radiowozów: $min \sum_i \sum_j x_{ij}$

Rozwiazanie:

TBD

Zadanie 6. W tym zadaniu należało zminimalizować liczbę kamer poprzez odpowiednie ich rozmieszczenie.

Uogólnione parametry z zadania:

- m - szerokość terenu (w kwadratach)

- n - wysokość terenu (w kwadratach)
- k - zasięg kamery (w kwadratach)
- r_{ij} - zmienna boolowska, rozmieszczenie kamer

Zmienne decezyjne:

x_{ij} - zmienna boolowska oznaczająca, czy w kwadracie ij umieszczona jest kamera.

Ograniczenia:

- $x_{ij} \in \{0, 1\}$
- $x_{ij} + r_{ij} \leq 1$ - nie można postawić kamery tam, gdzie jest kontener
- $\sum_{l=max(i-k,1)}^{min(i+k,m)} x_{lj} + \sum_{s=max(j-k,1)}^{min(i+k,m)} x_{is} \geq 1$ - suma dostaw do danego lotniska musi zaspokoić jego zapotrzebowanie

Funkcja celu:

Liczba kamer: $min \sum_i \sum_j x_{ij}$

Rozwiazanie:

TBD