

Obliczenia naukowe

Felix Zieliński 272336

Lista 2

TODO OPIS, czy zadanie 2?

Zadanie 1. Niewielkie zmiany danych oraz ich wpływ na wyniki obliczeń.

W ramach przypomnienia zadania: na poprzedniej liście należało obliczyć iloczyny skalarne dwóch wektorów na cztery różne sposoby.

Zaimplementowałem każdy z podanych w poleceniu sposobów, tak więc funkcja **a** liczy "w przód", od pierwszych indeksów, funkcja **b** "w tył", analogicznie, a **c** oraz **d** liczą, odpowiednio, od największego do najmniejszego oraz od najmniejszego do największego względem ich wartości absolutnej.

Różnica w tym zadaniu, a zadaniu 5. z poprzedniej listy polegała na dokonaniu drobnej zmiany w niektórych wartościach wektora. Poniżej prezentuję wyniki otrzymane po, jak i przed tej zmianie:

Sposób	Float32 stare	Float32 nowe	Float64 stare	Float64 nowe
a	-0.4999443	-0.4999443	1.0251881368296672e-10	-0.004296342739891585
b	-0.4543457	-0.4543457	-1.5643308870494366e-10	-0.004296342998713953
c	-0.5	-0.5	0.0	-0.004296342842280865
d	-0.5	-0.5	0.0	-0.004296342842280865

Tabela 1: Porównanie nowych i starych danych

gdzie wartość prawidłowa wynosi:

$-1.00657107000000e-11$

Jak widać, wyniki dla typu **Float32** nie zmieniły się. Jest to spowodowane niewystarczającą do zauważenia różnicą precyzją zapisu liczby zmiennopozycyjnej w tym typie.

Natomiast w typie **Float64** różnica jest znaczna mimo tak niewielkiej zmiany danych. Mimo że wyniki nadal odbiegają od prawidłowego, są one mu znacznie bliższe.

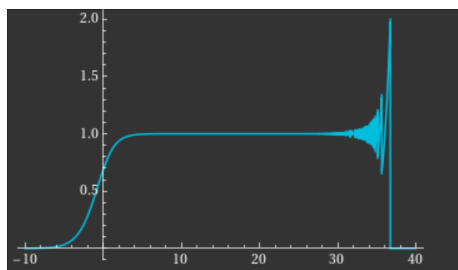
Można więc stwierdzić, że zadanie to było **źle uwarunkowane** - o wysokim

wskaźniku uwarunkowania. Wskaźnik ten określa, w jakim stopniu błąd reprezentacji numerycznej danych wejściowych dla danego problemu będzie wpływać na błąd wyniku. Małe zmiany danych w tym zadaniu spowodowały znaczną zmianę wyników.

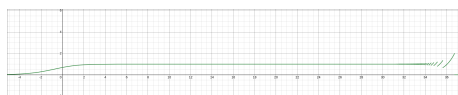
Zadanie 2. W tym zadaniu należało narysować wykres funkcji

$$f(x) = e^x \ln(1 + e^{-x})$$

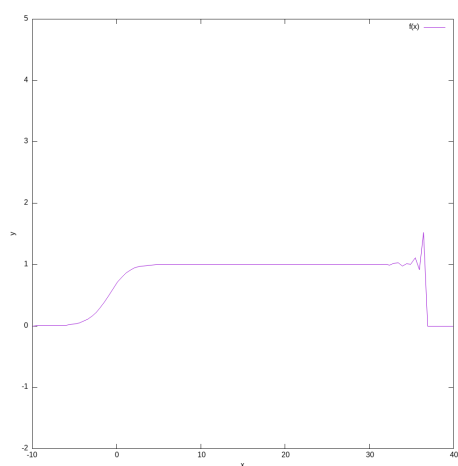
w dwóch różnych programach do wizualizacji danych. Zdecydowałem się na użycie WolframAlpha, Desmosa oraz Gnuplota



Rysunek 1: WolframAlpha: `plot e^x * ln(1 + e^-x) from x = -10 to x = 40`



Rysunek 2: Desmos



Rysunek 3: Gnuplot

Granica tej funkcji dla x zmierzającego do nieskończoności wynosi

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} e^x \ln(1 + e^{-x}) = 1$$

Jak można zauważyć, dla wartości $x \geq 32$ wykresy zaczynają wskazywać błędne wartości, każdy na trochę inny sposób. Oscylują one wokół 1, coraz bardziej odbiegając od jej wartości, a następnie spadają do 0.

Dzieje się tak, gdyż dla $x > 30$ wartości e^x są już tak duże, że mnożenie jej z niewielką wartością $\ln(1 + e^{-x})$ skutkuje znacznymi błędami przybliżenia, które dla ok $x = 38$ powodują zwracanie wartości 0. Jest to spowodowane przybliżeniem $1 + e^{-x} \approx 1$, i tym samym całej wartości logarytmu do 0. Tak więc algorytm obliczający wartości $f(x)$ nie jest stabilny numerycznie.
