

Obliczenia naukowe

Felix Zieliński 272336

Lista 4

ZMIENIC TROCHE WYGLAD WZOROW W 1.

Zadanie 1. W tym zadaniu należało napisać funkcję obliczającą ilorazy różnicowe (bez użycia macierzy).

Ilorazem różnicowym n -tego rzędu funkcji $f : X \rightarrow Y$ dla x_0, x_1, \dots, x_n jest funkcja: $f(x_0, x_1, \dots, x_n) := \sum_{i=0}^n \frac{f(x_i)}{\prod_{j=0, j \neq i}^n (x_i - x_j)}$.

Jednakże, aby nie używać macierzy w implementacji, użyłem następującej własności tego iloczynu:

$$f[x_0, x_1, x_2, \dots, x_n] = \frac{f[x_1, x_2, \dots, x_n] - f[x_0, x_1, \dots, x_{n-1}]}{x_n - x_0}$$

Jak widać, mając poprzedni iloczyn, mogę obliczyć kolejny.

Zadanie 2. W tym zadaniu należało napisać funkcję obliczającą wartość wielomianu interpolacyjnego stopnia n w postaci Newtona $N_x(x)$ w punkcie $x = t$, za pomocą uogólnionego algorytmu Hornera. Algorytm powinien mieć złożoność liniową.

Pierwszą wartość biorę z końca tablicy, kolejne uzyskuję w myśl wzoru:

$$w_k(x) = f[k] + w_{k+1}(x) * (x - x_k), \text{ gdzie } f[k] \text{ to wartość ilorazu różnicowego.}$$

Zwracam ostatnią obliczoną wartość.

Algorytm iteruje przez całą długość wektora, tak więc złożoność obliczeniowa wynosi $O(n)$.

Zadanie 3. W tym zadaniu należało napisać funkcję obliczającą (w czasie kwadratowym) współczynniki postaci naturalnej wielomianu interpolacyjnego w postaci Newtona, znając już jego ilorazy różnicowe oraz węzły.

Korzystam z faktu, że wartości ilorazów różnicowych oraz wartości węzłów są mi znane.

Zadany wielomian mnożymy "od końca" (ostatnich potęg). Używam wzoru rekurencyjnego $w_k(x) = f[k] - x_k * w_{k+1}(x)$, gdzie $f[k]$ to wartość ilorazu różnicowego. Następnie muszę odpowiednio zaktualizować wartości poprzednich współczynników, co czyni ten algorytm algorytmem o złożoności $O(n^2)$.

Zadanie 4. W tym zadaniu należało napisać funkcję interpolującą zadaną funkcję na przedziale $[a, b]$ za pomocą wielomianu interpolacyjnego stopnia n w postaci Newtona, oraz rysującą ją i rzeczony wielomian.

Początkowo, obliczam odległość między węzłami i wartości interpolacji w nich. Potem obliczam ilorazy różnicowe (przy użyciu funkcji z zadania 1.)