

비선형 시스템의 선형모델예측제어를 위한 데이터 기반 시스템 잔차 모델링

Data-driven Modeling of Model Residuals for Linear Model Predictive Control of Nonlinear Systems

○유 명 석¹, 최 경 환^{1*}

¹⁾ 광주과학기술원 기계공학부 (TEL: 062-715-2413; E-mail: dding_98@gm.gist.ac.kr, khchoi@gist.ac.kr)

Abstract An accurate system model is essential for predictive control schemes that use the system model to predict the future trajectory of states. To describe the system model precisely including residual terms, nonlinear approximators like the neural network can be used. However, training the whole system model needs big sample dataset which is hard to collect from the real environment. Thus, recent research focuses on high sample-efficient learning methods that utilize a pre-driven analytic model. In this paper, we propose to train only the residual terms in the system model from the dataset obtained by subtracting the analytic terms from the real data. A simulation study demonstrates modeling the residuals terms, the proposed method, ensures faster and more accurate learning than modeling the whole system model.

Keywords Data-driven modeling, model residuals, machine learning, model predictive control

1. 서론

예측 제어 기법은 미래의 상태 궤적을 예측하여 상태나 제어 입력에 제한 조건을 줄 수 있는 특징으로 여러 제어 문제에 사용되는 제어기법이다. 하지만 예측 제어기 속의 시스템 모델이 부정확하거나 알 수 없는 불확실성을 포함하는 경우 제어기는 잘못된 예측으로 낮은 성능을 가진다.

이 한계는 직관적으로 내부 모델을 정확히 묘사하여 해결할 수 있다. 하지만, 모델의 정확도는 상태변수의 증가, 비선형성의 증가로 제어기에 성능에 따라 제한된다. 이는 선형 제어기의 필요성과도 깊게 연관된다.

그 외, [1]과 같이 인공신경망으로 모델을 나타내는 방법도 제시된다. 하지만 대부분의 시스템은 학습을 위한 샘플을 얻기 힘들어 학습에 어려움이 있다. 이를 위해 [2]나 [3]과 같이 앞서 얻어진 해석식을 활용하여 샘플의 효율성과 외삽법의 정확도를 높이는 방법이 제시되고 있다.

본 논문에서는 해석 항을 제외한 나머지 오차항만 학습하는 방법을 제안한다. 오차항만을 학습하기 때문에 상태 변화율을 보다 정확하고 효율적으로 추정할 수 있고, 선형화된 구역 내에서 좋은 성능을 보일 수 있다.

학습 이후 시스템 모델을 역학적 해석을 통하여 얻은 방정식과 함께 선형화 되어 선형 예측 제어기에 사용될 수 있다.

2. 이론

시뮬레이션으로 얻은 상태 변화율과 해석적 식을 통해 얻은 값의 차이를 학습하기 위해 (1)의 같은 관계를 이용한다. 시뮬레이션을 통해 얻은 상태 변화율을 R , 역학적 해석을 통해 값을 F , 두 항의 차이인 불확실성과 오차 항을 G 로 표현하였다.

$$\frac{d}{dt}X = R(\xi) = F(\xi) + G(\xi) \quad \text{where } \xi = [X; U] \quad (1)$$

이때 오차 항 G 를 인공신경망 N 으로 학습한다.

$$R(\xi) - F(\xi) = G(\xi) \approx N(\xi) \quad (2)$$

학습된 모델은 F 와 함께 (3)과 같이 선형화 되어 선형 제어기에 사용된다. Dx 는 선형화 과정에서 발생하는 상수이다.

$$R(\xi) = \left. \frac{\partial F}{\partial \xi} \right|_{\xi_0} \xi + \left. \frac{\partial N}{\partial \xi} \right|_{\xi_0} \xi + Dx \quad \text{where } Dx = F(\xi_0) + N(\xi_0) - \left(\left. \frac{\partial F}{\partial \xi} \right|_{\xi_0} + \left. \frac{\partial N}{\partial \xi} \right|_{\xi_0} \right) \xi_0 \quad (3)$$

이산화 된 선형 모델은 선형성을 이용하여 다음과 같이 미래의 상태를 예측할 수 있다.

$$\begin{aligned} X_{k+1} &= A_d X_k + B_d U_k \\ Y_k &= C_d X_k \end{aligned} \quad (4)$$

3. 상태 궤적 예측 실험

전체 시스템을 학습하는 것 대비 제안된 모델의 학습 효율을 비교하기 위해 아래의 시스템을 가정하여 학습하였다. 시스템의 전체 경향성은 F 로 표현되고, G 는 같은 모양에 작은 크기를 가진다고 가정하여 함수를 정의하였다.

$$F(\xi) = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = 10 * \begin{bmatrix} \cos(u_1) - (x_2 + x_3) \cdot \sin(u_1) + u_2 + u_3 + x_3 \cdot x_2 \\ \sin(u_1) + (x_2 + x_3) \cdot \cos(u_1) + x_2 - x_3 - x_3 \cdot x_1 \\ \sin(u_1) + (x_2 + x_3) \cdot \cos(u_1) - x_2 + x_3 + u_3 - u_2 \end{bmatrix}$$

$$G(\xi) = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = 1/10 \cdot F(\xi) \quad (5)$$

인공신경망은 상태, 제어 쌍($[\xi]^T \in \mathbb{R}^6$)을 제공 받고, 그에 해당하는 상태 변화율($[X]^T \in \mathbb{R}^3$)을 추정하도록 학습된다. 모든 상태, 제어 쌍 크기는 1.5 이하로 제한되어 임의로 선택되었다.

4. 예측 결과 분석

그림 1은 20 step 동안 주어진 임의의 제어입력에 대한 상태 궤적 예측을 보여준다. 제안된 모델(빨강)은 (1)의 G 만 학습한 결과로 가장 실제 궤적(초록)과 근접하게 추정하는 것을 볼 수 있다. 한편, 해석적인 F 만 활용한 예측(검정)과 F 와 G 를 모두 학습하여 예측한 궤적(파랑)은 예측이 진행됨에 따라 정확도를 잃어 버리는 것을 확인할 수 있다.

그림 2는 학습이 진행되는 동안 10개의 샘플에 대한 20 step 궤적 예측의 오차를 보여준다. 제안된 모델이(빨강), 전체 시스템을 학습하는 경우(파랑)보다 빠르게 오차를 줄이며 수렴하는 것을 볼 수 있다. 이는 해석적 항이 시스템의 지배적인 경향성의 대한 정보를 제공 해주기 때문이다.

표 1은 최종적으로 학습된 모델들의 10개 샘플에 대한 예측 궤적의 오차 평균을 보여준다. 마찬가지로, 제안된 모델이 더 적은 오차를 보이는 것을 볼 수 있다.

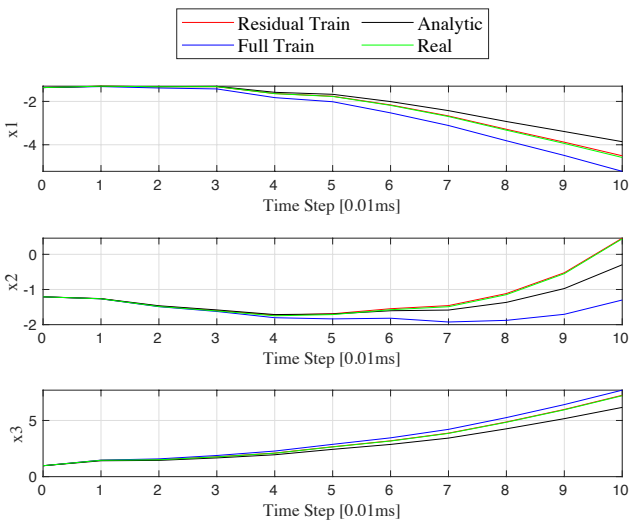


그림 1. 횡방향 10step 예측 결과

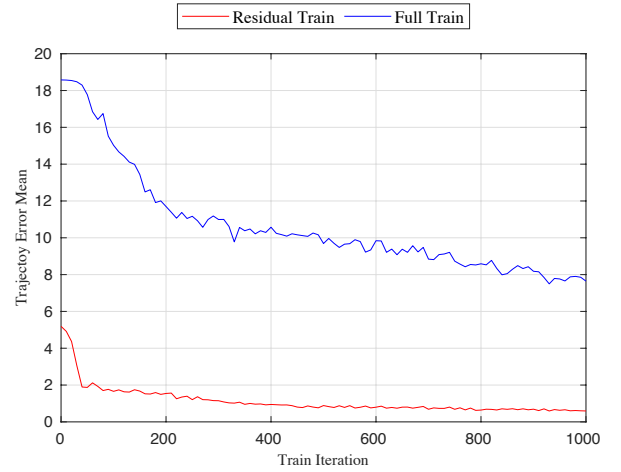


그림 2. 100 step 상태 궤적 예측 결과

표 1. 최종 10개 샘플 상태 궤적 예측 오차의 평균

	Residual Train	Full Train	Analytic
x_1	0.053	0.624	0.429
x_2	0.039	0.723	0.432
x_3	0.047	0.535	0.451

5. 결론

본 논문은 모델의 해석적으로 유도된 항 외의 부분을 학습 후 선형화를 통해 선형 예측제어기에 사용하는 방법을 제시하였다. 그 후 제안된 모델이 보다 빠르고 효율적으로 시스템을 정확히 추정하는 것을 보였다.

하지만, 대부분의 시스템은 유도되지 않는 항에 측정 가능하지만 상태변수에 포함되지 않은 변수가 존재하거나 학습할 수 없는 외란이 존재한다. 이 경우 제안된 모델은 주어진 상태변수로 학습할 수 없는 예측을 하거나 과적합 한다. 이를 방지하기 위하여 인공신경망에 추가적인 상태 변수를 포함 시키거나 외란관측기를 통해 외란의 영향을 줄이는 방법이 있고, 이에 대한 추가 연구를 진행할 예정이다.

참고문헌

- [1] F. Arnold and R. King, "State-space modeling for control based on physics-informed neural networks," *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, vol. 101, p. 104195, 2021.
- [2] M. Raissi, P. Perdikaris, and G. E. Karniadakis, "Physics-informed neural networks: A deep learning framework for solving forward and inverse problems involving nonlinear partial differential equations," *Journal of Computational physics*, vol. 378, pp. 686-707, 2019.
- [3] J. M. Zamarreño and P. Vega, "State space neural network. Properties and application," *Neural networks*, vol. 11, no. 6, pp. 1099-1112, 1998.