

Предварительный вариант для подготовки к мидтерм2, весенний семестр 1 курс

I. Найти производную сложной функции:

1) $f(x) = (1 - x^2)^3$ 2) $f(x) = (4x^3 - 2x)^5$ 3) $f(x) = \sin(x^3)$

4) $f(x) = \sin^2(5x)$ 5) $f(x) = \arctg(4x)$ 6) $f(x) = \log_2(7x - 3)$

7) $f(x) = \frac{\operatorname{tg}(8x - 1)}{\ln^2(3x)}$ 8) $f(x) = 2e^{7x} \cdot \operatorname{tg}(3x)$ 9) $f(x) = \frac{\operatorname{ctg}(3 - 8x)}{\arcsin(3x)}$

9) $f(x) = \arcsin(3x) \cdot \sqrt{2x + 6}$ 10) $f(x) = \frac{(3x + 4)^8}{\log_4(4x - 1)}$

11) $f(x) = (10 - 4x)^5$ 12) $f(x) = \ln 9x + \cos 3x - \arctg x$

II. Найти промежутки монотонности функции:

1) $f(x) = 1 - 4x - x^2$ 2) $f(x) = (x - 2)^2$

3) $f(x) = (x + 4)^3$ 4) $f(x) = x^2(x - 3)$

5) $f(x) = \frac{x}{(x - 2)}$ 6) $f(x) = \frac{1}{(x - 1)^2}$

7) $f(x) = \frac{x}{x^2 - 6x - 16}$ 8) $f(x) = \frac{(x - 2)(8 - x)}{x^2}$

9) $f(x) = x^3 - 6x^2 + 12x + 4$ 10) $f(x) = \frac{1}{x + 3}$

III.

Найти точки экстремума функции:

1) $f(x) = 1 - 2x - x^2$ 2) $f(x) = 6 - 5x - x^2$

3) $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 2}{x - 1}$ 4) $f(x) = 1 + 2x - x^2$

5) $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x + 2$ 6) $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 5$

Найти экстремумы функции:

7) $f(x) = x(x - 1)^2(x - 2)^3$

8) $f(x) = \frac{98}{x} + 2x + 15$ ответ $\max x=-7, y=-3$ $\min x=7 y=43$ (функция терпит разрыв в точке $x=0$ поэтому значения макс и мин кажется что противоречат друг другу)

9) $y = \sqrt{4 - 4x - x^2}$ ответ $x=-2, y=4$.

10) $y = \sqrt{5 - 4x - x^2}$ ответ $x=-2, y=3$

11) $f(x) = xe^x$ 12) $f(x) = \frac{e^x}{x}$

13) $f(x) = (1 + x^2)e^x$ 14) $f(x) = e^{-x^2}$

15) $f(x) = 11^{6x-x^2}$ $x=3$ $\max, y=11^9$

16). $f(x) = 7^{x^2+2x+3}$ $x=-1$ $\max, y=7^2=49$.

III. Найти наименьшее и наибольшее значение функции на отрезке.

1) $f(x) = -x^2 + 10x$ на отрезке: $[0; 7]$ 2) $f(x) = (x - 21)e^{x-20}$ на отрезке: $[19; 21]$

3) $f(x) = \sqrt[3]{x}$ на отрезке: $[-1; 1]$ 4) $f(x) = -2x^3 - 3x^2$ на отрезке: $[-3; 3]$

5) $f(x) = 3x^4 + x^3 + 7$ на отрезке: $[-3; 2]$

6) $f(x) = 3x^2 - 4x^3 + 1$ на отрезке: $[-2; 1]$ 7) $f(x) = 5x^3 - 15x$ на отрезке: $[-2; 2]$

8) $f(x) = x^4 - 4x^2$ на отрезке: $[-4; 4]$ 9) $f(x) = e^x - xe$ на отрезке: $[-2; 2]$

10) $f(x) = x^3 - 3x$ на отрезке: $[-1; 2]$

11) $f(x) = x^2 - 3x + \ln x + 3$ на отрезке: $[3; 4]$

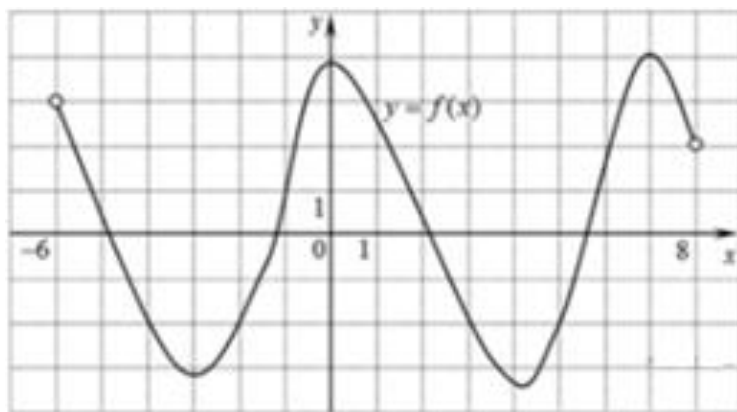
12) $f(x) = x^2 - 3x + \ln x + 3$

13) $f(x) = x + \frac{9}{x}$ на отрезке: $[-4; -1]$ ответ у наиб $y(-3)=-6$, у наим $y(-1)=-10$

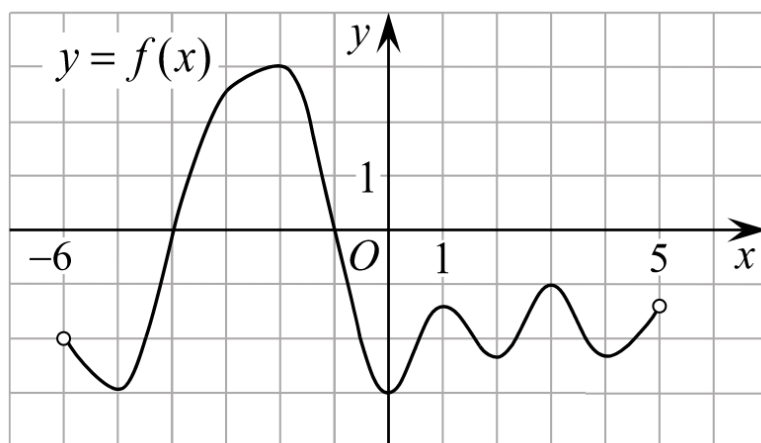
14) $f(x) = -\frac{x}{x^2 + 1}$ на отрезке: $[0; 1]$ ответ у наиб $y(0)=0$, у наим $y(-1)=-1/2$

IV. Графики.

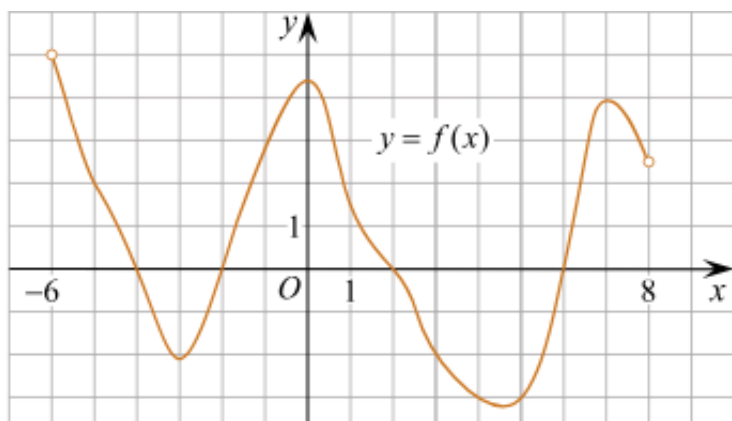
1) На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-6; 8)$. Определите количество целых точек, в которых производная функции $y = f(x)$ положительна на интервале $(4; 1)$.



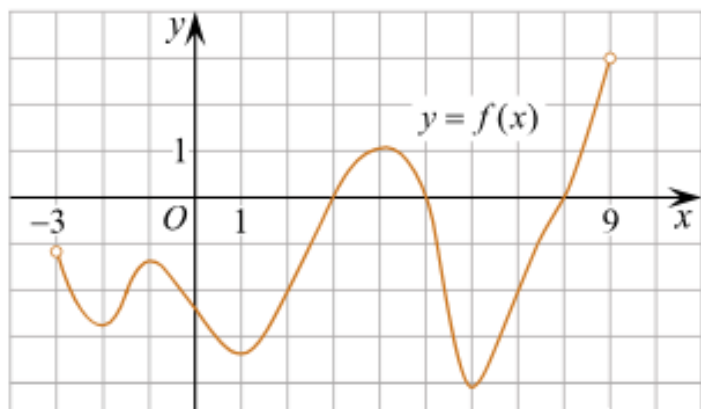
2) На рисунке изображен график функции $y = f(x)$. Определите промежутки возрастания и убывания функции $y = f(x)$.



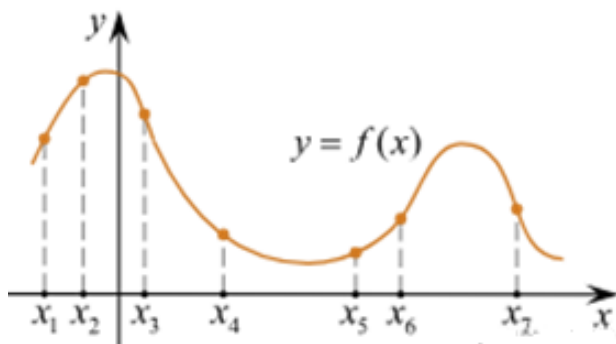
3) На рисунке изображен график функции $y = f(x)$. Определите точки на отрезке $[-6; 1]$, в которых производная к графику функции $y = f(x)$ равна нулю.



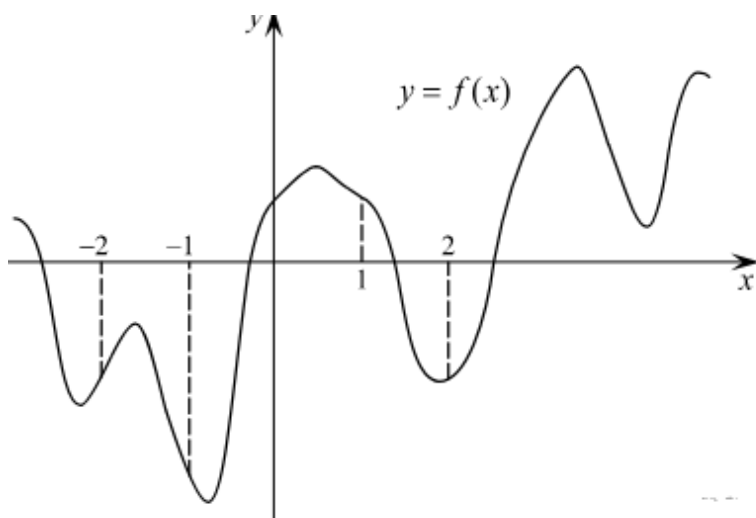
4) На рисунке изображен график функции $y = f(x)$. Определите точки на интервале $(-3; 9)$, в которых производная к графику функции $y = f(x)$ равна нулю.



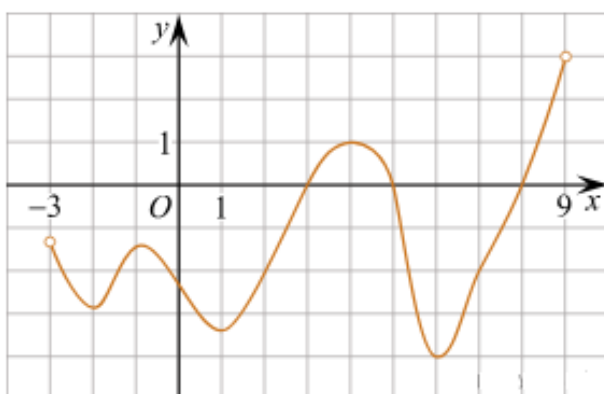
5) На рисунке изображён график функции $y = f(x)$ и отмечены семь точек на оси абсцисс: $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7$. В скольких из этих точек производная функции $y = f(x)$ отрицательна?



6) На рисунке изображен график функции $y = f(x)$ и отмечены точки $-2, -1, 1, 2$. В какой из этих точек значение производной наибольшее? В ответе укажите эту точку.



7) На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-3; 9)$. Найдите количество решений уравнения $y' = 0$ на отрезке $[0; 8]$.



V. Задачи оптимизации.

- 1) Число 30 представьте в виде суммы трех положительных слагаемых, два из которых пропорциональны числам 2 и 3, а произведение всех слагаемых будет наибольшим.
- 2) Число 256 представьте в виде произведения двух положительных множителей, чтобы сумма их квадратов которых будет наименьшей.
- 3) Число 81 представьте в виде произведения двух положительных множителей, чтобы сумма квадратов была наименьшей.
- 4) Найдите длины сторон прямоугольника с периметром 20 см, имеющего наименьшую диагональ.
- 5) Найти высоту равнобедренного треугольника с боковой стороной 12 см, имеющего наибольшую площадь.

VI. Найти интервалы выпуклости (вогнутости) и точки перегиба графика функции:

- 1) $f(x) = 3x^2 - x^3$ 2) $f(x) = \sqrt{1+x^2}$ 3) $f(x) = e^{-x^2}$
- 4) $f(x) = \ln(1+x^2)$ 5) $f(x) = \frac{x+1}{x^2+1}$ 6) $f(x) = 3x - x^3$
- 7) $f(x) = (x+1)(x+2)^2$ 8) $f(x) = \frac{x^3}{x^2-1}$
- 9) $f(x) = 2x^4 - 6x^2 + 1$ ответ : $\pm \frac{1}{\sqrt{2}}$

VII. Геометрия

- 1) Радиус основания цилиндра равен 4, диагональ осевого сечения равна 10. Найдите образующую цилиндра.
- 2) Образующая цилиндра равна 3. Диагональ осевого сечения наклонена к плоскости основания цилиндра под углом 45° . Найдите радиус основания цилиндра.
- 3) Радиус основания конуса равен 6, образующая равна 10. Найдите высоту конуса.
- 4) Образующая конуса равна 5, высота равна 3. Найдите радиус основания конуса.
- 5) Высота конуса равна 4. Образующая наклонена к плоскости основания под углом 30° . Найдите образующую конуса.
- 6) Сторона правильной шестиугольной пирамиды равна 6. Боковое ребро равно 10. Найдите высоту пирамиды.
- 7) Высота правильной шестиугольной пирамиды равна 4. Боковое ребро равно 5. Найдите сторону основания пирамиды.
- 8) Боковое ребро правильной шестиугольной пирамиды равно 12 и наклонено к плоскости основания под углом 60° . Найдите сторону основания пирамиды.
- 9) Стороны основания правильной четырехугольной пирамиды равны 24, боковые ребра равны 37. Найдите площадь полной поверхности пирамиды.
- 10) В правильной треугольной пирамиде $SABC$ точка M - середина ребра AB , S - вершина. Известно, что $BC = 3$, а площадь боковой поверхности пирамиды равна 45. Найдите длину отрезка SM .
- 11) Объем куба равен 8, найти площадь его поверхности.
- 12) Стороны основания правильной четырехугольной пирамиды равны 10, боковые ребра равны 13. Найдите площадь поверхности этой пирамиды.
- 13) Площадь поверхности куба равна 24 квадратным см, найти объем куба.
- 14) Найти объем цилиндра, если известно, что его радиус равен 6, а высота 10.
- 15) Найти объем конуса, если известно, что его радиус равен 4, а высота конуса равна 8.
- 16) Найдите объем конуса, если его образующая равна 2 и наклонена к плоскости основания под углом 30° .