

**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**  
**САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ**  
**ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ**  
**«ЛЭТИ» ИМ. В.И. УЛЬЯНОВА (ЛЕНИНА)**  
**Кафедра МОЭВМ**

**ОТЧЕТ**  
**по лабораторной работе №4**  
**по дисциплине «Построение и анализ алгоритмов»**  
**Тема: Алгоритм Кнута-Морриса-Пратта**

Студент гр. 0382

\_\_\_\_\_

Корсунов А.А.

Преподаватель

\_\_\_\_\_

Шевская Н.В.

Санкт-Петербург

2022

### **Цель работы.**

Применить на практике знания о построение алгоритма Крута-Морриса-Пратта. Реализовать алгоритм Крута-Морриса-Пратта для поиска всех подстрок по заданному шаблону. Реализовать алгоритм проверки, является ли одна строка циклическим сдвигом другой.

### **Задание.**

1) Реализуйте алгоритм КМП и с его помощью для заданных шаблона  $P$  ( $|P| \leq 15000$ ) и текста  $T$  ( $|T| \leq 5000000$ ) найдите все вхождения  $P$  в  $T$ .

Вход:

Первая строка -  $P$

Вторая строка -  $T$

Выход: индексы начал вхождений  $P$  в  $T$ , разделенных запятой, если  $P$  не входит в  $T$ , то вывести  $-1$

2) Заданы две строки  $A$  ( $|A| \leq 5000000$ ) и  $B$  ( $|B| \leq 5000000$ ).

Определить, является ли  $A$  циклическим сдвигом  $B$  (это значит, что  $A$  и  $B$  имеют одинаковую длину и  $A$  состоит из суффикса  $B$ , склеенного с префиксом  $B$ ). Например,  $defabc$  является циклическим сдвигом  $abcdef$ .

Вход:

Первая строка -  $A$

Вторая строка -  $B$

Выход:

Если  $A$  является циклическим сдвигом  $B$ , индекс начала строки  $B$  в  $A$ , иначе вывести  $-1$ . Если возможно несколько сдвигов вывести первый индекс.

### **Ход работы.**

1. Был произведен анализ задания.
2. Был реализован алгоритм Кнута-Морриса-Пратта:

#### **1) Алгоритм для первого задания:**

Данные, поддающиеся на вход заносятся в две структуры данных типа `string`, которые передаются в функцию `kmp`, которая сперва формируется строку, конкатенируя первую и вторую строку (между ними также ставится символ «\$»). После чего создает вектор, в который записывает значение функции `prefix_function`. Функция `prefix_function` получается на вход одну строку и возвращает значение префикс-функции — массив, элементами которого являются максимальные префикс-суффиксы для строки 0 до  $k-1$ , где  $k$  изменяется от 0 до  $\langle \text{длина первой строки} \rangle + \langle \text{длина второй строки} \rangle$ . Работает эта функция следующим образом: создается вектор типа `<int>` размером, равным размеру переданной строки и заполняется нулями. Этот вектор по итогу будет равен префикс-функции. Первый элемент префикс функции всегда равен нулю, из этого соображения заводится цикл `for` от 0 до размера переданной строки. В этом цикле объявляется переменная `temp`, которая будет хранить в себе максимальную длину префикс-суффикса для строки от 0 до  $k-1$  на предыдущем шаге каждой итерации, причем, если следующий элемент после префикс-суффикса не равен «новому» элементу (элементу, который добавляется на каждой итерации в КМП), то находится префикс-суффикс от префикса-суффикса (идет «откат» назад с помощью ранее заведенного вектора (т. к. фактически элементы этого вектора отражают длину максимального префикс-суффикса для подстроки от 1 до  $i-1$  (из переданной строки, где  $i$  — шаг алгоритма))). В начале в эту переменную кладется максимальный префикс-суффикс предыдущей строки, если он не равен нулю и элемент, который стоит после последнего элемента максимального префикс-суффикса предыдущей строки не равен новому элементу, то происходит откат, о котором писалось

выше. Откат происходит до тех пор, пока новый элемент не станет равен элементу после последнего элемента текущего префикс-суффикса или пока не станет равен нулю. В конце как происходит сравнение этого элемента с новым элементом, и в случае, если они равны,  $temp$  увеличивается на единицу, отражая тем самым, что для текущей подстроки максимальный префикс-суффикс увеличивается на единицу от  $temp$ .  $Temp$  записывается в  $i$ -ую ячейку вектора. На выходе будет префикс-функция. После чего, в  $kmp$  находятся индексы вхождений первого элемента строки 1 в строку 2 и записываются в вектор типа  $\langle int \rangle$  (идет прохождение по строке  $P+\$+T$  и ищутся в ней элементы, равные длине  $P$  ( $P$  – первая строка,  $T$  – вторая строка));

2) Алгоритм для второго задания:

Алгоритм в точности повторяет первый за исключением следующих изменений:

а) В начале строки сравниваются по длине, если они не равны, выводится -1;

б) В функцию передается не строка  $P+\langle \$ \rangle+T$ , а строка  $T+\langle \$ \rangle+P+P$  (в задании  $P = A$ ,  $T = B$ ) – прогнав КМП для такой строки можно будет найти циклический сдвиг  $P$  в  $T$  (если он есть);

в) На выходе у  $kmp$  не вектора, а одно число — позиция первого элемента  $T$  в  $P$

3) Структура данных, которая представляет строки — `string`, структура данных, которая представляет префикс-функцию — вектор типа  $\langle int \rangle$ ;

4) Сложность алгоритмов по времени —  $O(|P|+|T|)$ , т. к. нужно построить префикс-функцию и найти в ней потом элементы равные длине искомой строки

Сложность алгоритма по памяти —  $O(|P|+|T|)$ , т. к. нужно хранить обе строки;

5) Функции и структуры данных:

\*vector<int> prefix\_function(const std::string& str) – основная часть алгоритма КМП, принимает строку, возвращается префикс-функцию;

\*vector<int> kmp(std::string& str\_P, std::string& str\_T) – часть алгоритма КМП, которая формирует строку для prefix\_function и возвращает массив вхождений (для первого задания) и первое вхождение (для второго задания);

6) Тестирование (1 программа):

а) Входные данные:

ab

abab

Выходные данные:

0, 2

б) Входные данные:

ab

abbaabbab

Выходные данные:

0, 4, 7

в) Входные данные:

efef

efefeftef

Выходные данные:

0, 2

```

efef
efefeftef
-----
string = efef$efefeftef
1 step: 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0
2 step: 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0
3 step: 0, 0, 1, 2, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0
4 step: 0, 0, 1, 2, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0
5 step: 0, 0, 1, 2, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0
6 step: 0, 0, 1, 2, 0, 1, 2, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0
7 step: 0, 0, 1, 2, 0, 1, 2, 3, 0, 0, 0, 0, 0, 0
8 step: 0, 0, 1, 2, 0, 1, 2, 3, 4, 0, 0, 0, 0, 0
9 step: 0, 0, 1, 2, 0, 1, 2, 3, 4, 3, 0, 0, 0, 0
10 step: 0, 0, 1, 2, 0, 1, 2, 3, 4, 3, 4, 0, 0, 0
11 step: 0, 0, 1, 2, 0, 1, 2, 3, 4, 3, 4, 0, 0, 0
12 step: 0, 0, 1, 2, 0, 1, 2, 3, 4, 3, 4, 0, 1, 0
13 step: 0, 0, 1, 2, 0, 1, 2, 3, 4, 3, 4, 0, 1, 2
-----
0,2

```

Рисунок 1 - Пример работы первой программы

7) Тестирование (2 программа):

а) Входные данные:

defabc

abcdef

Выходные данные:

3

б) Входные данные:

abac

acab

Выходные данные:

2

в) Входные данные:

yqwert

qwerty

Выходные данные:

1

```

defabc
abcdef
-----
string = abcdef$defabcdefabc
1 step: 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0
2 step: 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0
3 step: 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0
4 step: 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0
5 step: 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0
6 step: 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0
7 step: 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0
8 step: 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0
9 step: 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0
10 step: 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0
11 step: 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 2, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0
12 step: 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 2, 3, 0, 0, 0, 0, 0, 0
13 step: 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 2, 3, 4, 0, 0, 0, 0, 0
14 step: 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 0, 0, 0, 0
15 step: 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 0, 0, 0
16 step: 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 1, 0, 0
17 step: 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 1, 2, 0
18 step: 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 1, 2, 3
-----
3

```

Рисунок 2 - Пример работы второй программы

8) Были разработаны Юнит-тесты для обеих программ:

Для Юнит-тестов использовался встроенный модуль Microsoft CppUnitTest

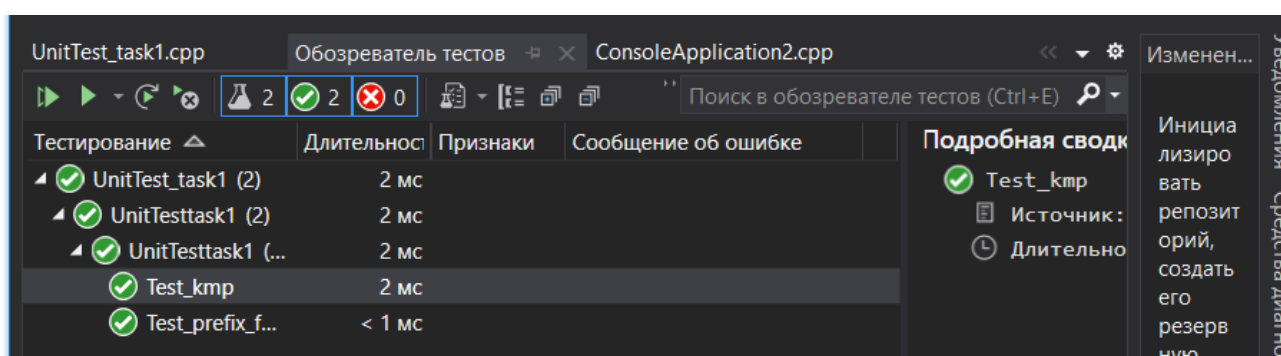


Рисунок 3 — Результат тестирования для первой программы

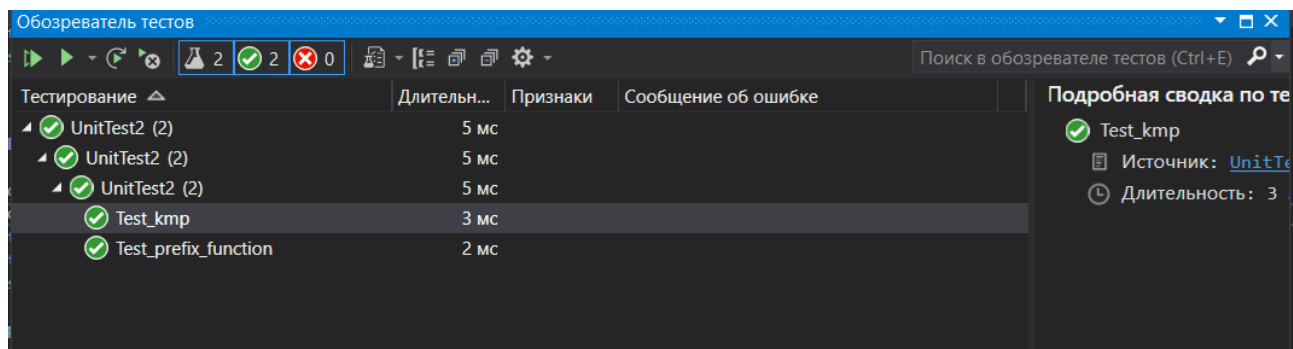


Рисунок 4 — Результат тестирования для второй программы

Ответы к тестам программы 1:

Таблица 1 (Test\_prefix\_function)

№ теста	Данные на вход (строка)	Ожидаемые данные на выход	Результат теста
1	“ab\$abab”	{0, 0, 0, 1, 2, 1, 2}	Пройден успешно
2	“”	{}	Пройден успешно
3	“ab\$abbaabbab”	{0, 0, 0, 1, 2, 0, 1, 1, 2, 0, 1, 2}	Пройден успешно
4	“efef\$efefeftef”	{0, 0, 1, 2, 0, 1, 2, 3, 4, 3, 4, 0, 1, 2}	Пройден успешно

Таблица 2 (Test\_kmp)

№ теста	Данные на вход (2 строки)	Ожидаемые данные на выход	Результат теста
1	“ab” и “abab”	{0, 2}	Пройден успешно
2	“” и “”	{}	Пройден успешно
3	“ab” и “abbaabbab”	{0, 4, 7}	Пройден успешно
4	“efef” и “efefeftef”	{0, 2}	Пройден успешно
5	“aaaaaaaaaaaaa” и “efefeftef”	{}	Пройден успешно



Ответы к тестам программы 2:

Таблица 3 (Test\_prefix\_function)

№ теста	Данные на вход (строка)	Ожидаемые данные на выход	Результат теста
1	“abcdef\$defabcdefabc”	{0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 1, 2, 3}	Пройден успешно
2	“acab\$abacabac”	{0, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 2, 3, 4, 1, 2}	Пройден успешно
3	“”	{}	Пройден успешно
4	“qwerty\$yqwertyqwerty”	{0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 1, 2, 3, 4, 5}	Пройден успешно

Таблица 4 (Test\_kmp)

№ теста	Данные на вход (2 строки)	Ожидаемые данные на выход	Результат теста
1	“defabc” и “abcdef”	3	Пройден успешно
2	“abac” и “acab”	2	Пройден успешно
3	“” и “”	-13	Пройден успешно
4	“yqwerty” и “qwerty”	1	Пройден успешно
5	“qwe” и “w”	-13	Пройден успешно

Комментарий к тесту: «-13» в ожидаемом значении - флаг, который возвращается функцией в main, main в таком случае выводит «-1».

### Выводы.

Были применены на практике знания о построение алгоритма Крута-Морриса-Пратта. Реализован алгоритм Крута-Морриса-Пратта для поиска всех подстрок по заданному шаблону. Реализован алгоритм проверки, является ли одна строка циклическим сдвигом другой.

## ПРИЛОЖЕНИЕ А

### ИСХОДНЫЙ КОД ПРОГРАММЫ

Файл kmp\_1.cpp:

```
#include <iostream>
#include <vector>

std::vector<int> prefix_function(const std::string& str)
{
    std::vector<int> pi(str.size()); //массив префикс-функции (изначально
    заполняется нулями)
    std::cout << "-----\n";
    std::cout << "string = " << str << "\n";

    for (int i = 1; i < str.size(); i++) //первый элемент всегда будет равен 0 в pi
    {
        int temp = pi[i - 1]; //кладется предыдущее значение массива pi, которое
        равно максимально длине префикс-суффикса для i - 1 строки

        while ((temp > 0) && (str[i] != str[temp])) //"откат до последнего элемента
        текущего префикс-суффикса, причем, элемент, который стоит после
        последнего элемента префикса должен быть равен
        {
            temp = pi[temp - 1]; //новому элементу, который добавляется на i-ом (в
            СИ нумерация с нулевого элемента, поэтому temp уже будет указывать на
            элемент после последнего элемента префикса
        }

        if (str[i] == str[temp]) //temp-1 - индекс последнего элемента текущего
        префикс-суффикса, temp - следующего (т.к. в СИ нумерация с нулевого
        элемента)
        {
            temp++; //если этот предыдущий элемент равен новому элементу
            (который добавляется на i-ом шаге), то префикс функция для i-ой подстроки
            равна temp+1
        }
        pi[i] = temp;
        std::cout << i << " step: " << pi[0];
        for (int i = 1; i < pi.size(); i++)
        {
            std::cout << ", " << pi[i];
        }
    }
}
```

```

    std::cout << "\n";
}
std::cout << "-----\n";
return pi;
}

std::vector<int> kmp(std::string& str_P, std::string& str_T)
{
    std::vector<int> temp = prefix_function(str_P + '$' + str_T);
    std::vector<int> result;

    for (int i = 0; i < temp.size(); i++)
    {
        if (temp[i] == str_P.size())
        {
            if (str_P.size() == 0)
            {
                break;
            }
            result.push_back(i - 2 * str_P.size()); // i(индекс последнего элемента P в
P+'$'+T) - str_P.size()-1(P+'$') - str_P.size()+1(индекс первого элемента P в
P+'$'+T)
        }
    }

    return result;
}

int main()
{
    std::string P, T;
    std::cin >> P >> T;

    std::vector<int> out = kmp(P, T);

    if (out.empty())
    {
        std::cout << -1;
        return 0;
    }

    std::cout << out[0];

    if (out.size() > 1)

```

```

    {
        for (int i = 1; i < out.size(); i++)
        {
            std::cout << ',' << out[i];
        }
    }

    return 0;
}

```

файл UnitTest\_task1.cpp:

```

#include "pch.h"
#include "CppUnitTest.h"
#include <vector>
#include "../ConsoleApplication2/ConsoleApplication2.cpp"

using namespace Microsoft::VisualStudio::CppUnitTestFramework;

namespace UnitTesttask1
{
    TEST_CLASS(UnitTesttask1)
    {
    public:

        TEST_METHOD(Test_prefix_function)
        {
            std::string input = "ab$abab";
            std::vector<int> expected = { 0, 0, 0, 1, 2, 1, 2 };
            std::vector<int> actual = prefix_function(input);
            Assert::IsTrue(expected == actual);

            input = "";
            expected = {};
            actual = prefix_function(input);
            Assert::IsTrue(expected == actual);

            input = "ab$abbaabbab";
            expected = { 0, 0, 0, 1, 2, 0, 1, 1, 2, 0, 1, 2 };
            actual = prefix_function(input);
            Assert::IsTrue(expected == actual);

            input = "efef$efefefef";
            expected = { 0, 0, 1, 2, 0, 1, 2, 3, 4, 3, 4, 0, 1, 2 };
            actual = prefix_function(input);

```

```

        Assert::IsTrue(expected == actual);
    }

    TEST_METHOD(Test_kmp)
    {
        std::string input_P = "ab";
        std::string input_T = "abab";
        std::vector<int> expected = { 0, 2 };
        std::vector<int> actual = kmp(input_P, input_T);
        Assert::IsTrue(expected == actual);

        input_P = "";
        input_T = "";
        expected = {};
        actual = kmp(input_P, input_T);
        Assert::IsTrue(expected == actual);

        input_P = "ab";
        input_T = "abbaabbab";
        expected = { 0, 4, 7 };
        actual = kmp(input_P, input_T);
        Assert::IsTrue(expected == actual);

        input_P = "efef";
        input_T = "efefeftef";
        expected = { 0, 2 };
        actual = kmp(input_P, input_T);
        Assert::IsTrue(expected == actual);
    }
};

}

файл kmp_2.cpp:
#include <iostream>
#include <vector>

std::vector<int> prefix_function(const std::string& str)
{
    std::vector<int> pi(str.size()); //массив префикс-функции (изначально
    заполняется нулями)
    std::cout << "-----\n";
    std::cout << "string = " << str << "\n";

    for (int i = 1; i < str.size(); i++) //первый элемент всегда будет равен 0 в pi

```

```

{
    int temp = pi[i - 1]; //кладется предыдущее значение массива pi, которое
    равно максимально длины префикс-суффикса для i - 1 строки

    while ((temp > 0) && (str[i] != str[temp])) //"откат до последнего элемента
    текущего префикс-суффикса, причем, элемент, который стоит после
    последнего элемента префикса должен быть равен
    {
        temp = pi[temp - 1]; //новому элементу, который добавляется на i-ом (в
        СИ нумерация с нулевого элемента, поэтому temp уже будет указывать на
        элемент после последнего элемента префикса
    }

    if (str[i] == str[temp]) //temp-1 - индекс последнего элемента текущего
    префикс-суффикса, temp - следующего (т.к. в СИ нумерация с нулевого
    элемента)
    {
        temp++; //если этот предыдущий элемент равен новому элементу
        (который добавляется на i-ом шаге), то префикс функция для i-ой подстроки
        равна temp+1
    }
    pi[i] = temp;
    std::cout << i << " step: " << pi[0];
    for (int i = 1; i < pi.size(); i++)
    {
        std::cout << ", " << pi[i];
    }
    std::cout << "\n";
}
std::cout << "-----\n";
return pi;
}

```

```

int kmp(std::string& str_P, std::string& str_T)
{
    std::vector<int> temp = prefix_function(str_T + '$' + str_P + str_P);
    int result = -13;

    for (int i = 0; i < temp.size(); i++)
    {
        if (temp[i] == str_P.size())
        {
            if (str_P.size() == 0)

```

```

        {
            break;
        }
        result = i - 2 * str_P.size(); // i(индекс последнего элемента P в P+'$'+T) -
str_P.size()-1(P+'$') - str_P.size()+1(индекс первого элемента P в P+'$'+T)
        break;
    }
}

return result;
}

```

```

int main()
{
    std::string P, T;
    std::cin >> P >> T;

    if (P.size() != T.size())
    {
        std::cout << -1;
        return 0;
    }

    int out = kmp(P, T);

    if (out == -13)
    {
        std::cout << -1;
        return 0;
    }

    std::cout << out;

    return 0;
}

```

файл UnitTest2\_task2.cpp:

```

#include "pch.h"
#include "CppUnitTest.h"
#include <vector>
#include "../kmp2/kmp2.cpp"

```

```

using namespace Microsoft::VisualStudio::CppUnitTestFramework;

```

```

namespace UnitTest2
{
    TEST_CLASS(UnitTest2)
    {
    public:

        TEST_METHOD(Test_prefix_function)
        {
            std::string input = "abcdef$defabcdefabc";
            std::vector<int> expected = { 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 2, 3, 4,
5, 6, 1, 2, 3 };
            std::vector<int> actual = prefix_function(input);
            Assert::IsTrue(expected == actual);

            input = "acab$abacabac";
            expected = { 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 2, 3, 4, 1, 2 };
            actual = prefix_function(input);
            Assert::IsTrue(expected == actual);

            input = "";
            expected = {};
            actual = prefix_function(input);
            Assert::IsTrue(expected == actual);

            input = "qwerty$yqwertyqwert";
            expected = { 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 1, 2, 3, 4, 5 };
            actual = prefix_function(input);
            Assert::IsTrue(expected == actual);
        }

        TEST_METHOD(Test_kmp)
        {
            std::string input_A = "defabc";
            std::string input_B = "abcdef";
            int expected = 3;
            int actual = kmp(input_A, input_B);
            Assert::IsTrue(expected == actual);

            input_A = "abac";
            input_B = "acab";
            expected = 2;
            actual = kmp(input_A, input_B);
            Assert::IsTrue(expected == actual);
        }
    }
}

```



```
input_A = "";  
input_B = "";  
expected = -13;  
actual = kmp(input_A, input_B);  
Assert::IsTrue(expected == actual);
```

```
input_A = "yqwert";  
input_B = "qwerty";  
expected = 1;  
actual = kmp(input_A, input_B);  
Assert::IsTrue(expected == actual);
```

```
}
```

```
};
```

```
}
```