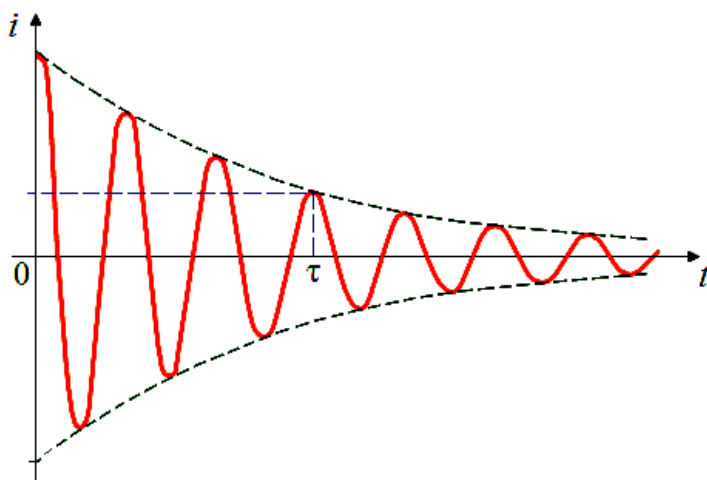


В. К. Михайлов

ЗАДАЧИ ПО ФИЗИКЕ

ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ

Учебное пособие



УДК 537.8(075)

Рецензенты:

кафедра лазерной физики ВолГУ,
зав. кафедрой – канд. физ.-мат. наук, доцент В. Н. Храмов;
д-р техн. наук, профессор кафедры информационной безопасности
Института приоритетных технологий ВолГУ А. М. Афанасьев

Печатается по решению редакционно-издательского совета
Волгоградского государственного технического университета.

Михайлов, В. К.

ЗАДАЧИ ПО ФИЗИКЕ: ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ:

учеб. пособие. В. К. Михайлов; ВолГТУ. – Волгоград, 2023. – 118 с.
ISBN 5-9948-1085-9

Содержит около 600 задач разной степени трудности, систематизированных по разделам программы курса «Электродинамика», читаемого студентам технических специальностей Волгоградского государственного технического университета.

Предназначено для подготовки к поступлению в физико-технические вузы, а также для студентов 2-го курса физико-технических специальностей вузов.

Задач 588. Ил. 307. Библиогр.: 7 назв.

ОГЛАВЛЕНИЕ

	Стр.	
	Условия	Ответы
Введение. Общие советы для решения задач	4	—
1. ЭЛЕКТРОСТАТИКА	7	00
1.1. Электрический заряд. Закон Кулона. Электрическое поле	7	00
1.2. Потенциал. Энергия системы зарядов	14	000
1.3. Заряды над проводящей плоскостью. Электрический диполь	22	000
1.4. Емкость. Конденсаторы. Энергия электрического поля	24	000
2. ПОСТОЯННЫЙ ТОК	31	000
2.1. Законы Ома и Джоуля-Ленца. Соединения резисторов	31	000
2.2. Схемы с диодами	41	000
2.3. Электромоторы	42	000
2.4. Уравнения Кирхгофа	43	000
2.5. Нелинейные элементы в цепях постоянного тока	47	000
2.6. Зарядоперенос в разных системах	51	000
3. ПОСТОЯННОЕ МАГНИТНОЕ ПОЛЕ	53	000
4. ДВИЖЕНИЕ ЗАРЯЖЕННОЙ ЧАСТИЦЫ В ПОЛЯХ	60	000
4.1. Движение частицы в электрическом поле	60	000
4.2. Движение частицы в магнитном поле	62	000
5. ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ ИНДУКЦИЯ	67	000
5.1. Электромагнитная индукция	67	000
5.2. Самоиндукция и взаимная индукция	72	000
6. ПЕРЕМЕННЫЙ ТОК	76	000
6.1. Свободные процессы в контуре	76	000
6.2. Переходные процессы в цепях	79	000
6.3. Установившиеся синусоидальные процессы	83	000
6.4. Трансформаторы	88	000
7. ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ. ЭНЕРГИЯ ПОЛЯ ..	91	000
ОТВЕТЫ		95
Физические константы		117
Литература		118

ВВЕДЕНИЕ. ОБЩИЕ СОВЕТЫ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

*Можно решить любую задачу,
если смотреть на неё достаточно долго.
А. Б. Ходулёв*

Сборник содержит свыше 550 задач разной степени трудности, систематизированных по разделам программы курса «Электромагнетизм», читаемого автором студентам специальности «Физика» Волгоградского государственного технического университета. Характер большинства задач рассчитан на то, что студенты владеют не только школьным материалом физики и математики, но и основами математического анализа, векторного анализа и дифференциальных уравнений.

Задачи в сборнике условно разделены на два уровня: простые (номера без звёздочек) и сравнительно сложные или очень сложные (со звёздочкой). Задачи первого уровня – это, как правило, типовые, «утешительные», решаемые в два-три действия очевидным применением основных законов или уравнений электромагнетизма. Задачи второго уровня можно назвать «интересными». Чтобы отыскать их рациональное решение, требуется не только свободное владение соответствующими разделами электромагнетизма и математики, но и хорошая сообразительность, физическая интуиция, опыт. Их решение – это некоторое искусство, где невозможно ответить на вопрос «а как до этого догадаться?». Например, не вдруг сообразишь, как применить свойство аддитивности потенциала при решении задачи о потенциале изолированного нейтрального металлического шара, если вблизи него находится точечный заряд. Даже закон сохранения энергии в электромеханической или в чисто электрической системе записать правильно зачастую нелегко.

Все законы и соотношения электромагнетизма в данном сборнике записаны только в системе СИ. В этой системе следует решать и все предложенные задачи.

При решении физических задач следует придерживаться следующих общих рекомендаций и советов.

1. Решение практически каждой задачи должно начинаться с рисунка или схемы, поясняющей её сущность. На рисунке (схеме) должны быть указаны основные величины, входящие в задачу. Если они не входят в условие, но нужны при решении, их надо ввести самим. Если задача связана, например, с определением токов или напряжений в электрической цепи, то совершенно необходимо ввести на схеме стрелки токов и напряжений, а также направления обхода контуров. Эти стрелки определяют знаки в уравнениях Кирхгофа. Если задача связана с электрическим или магнитным полями, то обязательно должны быть указаны направления этих полей. Правильный и аккуратно выполненный рисунок со стрелками и символами хорошо дополняет, а иногда и заменяет словесные комментарии к задаче (а комментарии в задаче совершенно необходимы!). Но самое главное – правильный рисунок или схема существенно облегчает и подсказывает само решение, помогает *подступить* к задаче.

2. Сделав рисунок и уяснив суть задачи, нужно кратко записать её условие: в столбик записывается, что дано и что требуется определить.

3. Необходимо твёрдо запомнить: просто «по формулам» задачи не решаются. Конечно, основные законы, определения физических величин, некоторые базовые формулы и уравнения знать надо, но для решения задачи этого недостаточно, как недостаточно знания ходов фигур для игры в шахматы. Для решения более или менее сложных задач рецептов нет. Необходимо овладеть *искусством* применения законов и определений, видением и пониманием физических процессов, связанных с данной задачей. Это достигается только личным упорством, тренировкой в решении ряда *типовых задач*, в которых использование того или иного закона очевидно.

4. Каждую задачу надо решать, как правило, в общем виде, т. е. в буквенных обозначениях. Решение в общем виде не только позволяет «увидеть» поведение искомой величины, её зависимость от других параметров, но и судить о правильности решения.

5. Получив решение в общем виде, следует, прежде всего, проверить его размерность. Неверная размерность – первый признак того, что в преобразованиях где-то вкралась ошибка. Далее, если возможно, надо исследовать поведение решения в предельных частных случаях, которые обычно очевидны. Так например, если найден ток через какой-либо резистор, то при его сопротивлении $R \rightarrow \infty$ ток через него должен стремиться к нулю. Такого рода проверки хотя и не гарантируют правильности решения, но вселяют уверенность в этом.

Особо внимательно следует относиться ко всякого рода разностям в знаменателях: при некотором соотношении между величинами знаменатель может обратиться в ноль. Нужно обязательно проанализировать, не приводит ли это к физической нелепости.

6. Убедившись в общей непротиворечивости аналитического (буквенного) решения и правильных размерностях, можно подставлять численные данные. Чтобы здесь не ошибиться, все данные надо подставлять в единой системе СИ, тогда и результат автоматически будет в системе СИ. Точность вычислений должна соответствовать точности исходных данных: обычно это 2-3 значащие цифры. Доведение задачи «до числа» – это важный завершающий этап её решения. Не следует относиться к этой процедуре пренебрежительно.

7. Получив численный ответ, следует убедиться в его правдоподобности. Так например, если напряжение на каком-либо элементе цепи постоянного тока получилось больше напряжения генератора, то либо при решении, либо при вычислениях где-то сделана ошибка.

8. Выбранной в условии символики следует придерживаться на протяжении всей задачи. Так например, если в исходных данных ток обозначен буквой i , то далее нельзя тот же ток обозначать прописной I . Если напряжений в цепи много, то надо индексами указывать, какое именно напряжение имеется в виду: u_1 , u_2 или, например, u_{ab} .

Вновь вводимые в задаче промежуточные символы должны быть обязательно описаны словами, например: «Пусть $d\mathbf{B}$ – поле малого элемента кольца с током i ». Неописанными символами оперировать нельзя. Некоторую символику допустимо и удобно вводить не словесно, а на аккуратно выполненных рисунках.

9. На обдумывание задачи не рационально тратить слишком много времени. Если за 20-30 минут упорных размышлений и поисков подступы к данной задаче не найдены, то, скорее всего, они не будут найдены и далее, так как наступает утомление. Только после этого можно посмотреть ответ или решение. Но лучше оставить задачу до следующего дня и попробовать подступиться к ней ещё раз. Не надо быстро сдаваться, каждая нерешённая задача должна задевать самолюбие, только так можно продвинуться вперёд. Если же заглядывать в ответы и решения сразу, едва прочитав условие, то вы не научитесь решать задачи никогда. Но решив задачу самостоятельно, свериться с ответом совершенно естественно и полезно.

1. ЭЛЕКТРОСТАТИКА

1.1. Электрический заряд. Закон Кулона.

Электрическое поле

Закон Кулона: $\mathbf{F}_{21} = k \frac{q_1 q_2}{r_{12}^3} \mathbf{r}_{12} = -\mathbf{F}_{12}$, $F = k \frac{q_1 q_2}{r^2}$.

Определение электрического поля \mathbf{E} : $\mathbf{E} = \mathbf{F}/q$.

Принцип суперпозиции: $\mathbf{E} = \sum_{k=1}^N \mathbf{E}_k = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 + \dots + \mathbf{E}_N$.

Теорема Гаусса: $\oiint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \frac{q_S}{\epsilon_0}$, $\operatorname{div} \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$.

Электрические поля стандартных объектов:

а) поле точечного заряда: $\mathbf{E} = \frac{q_0}{4\pi\epsilon_0 r^3} \mathbf{r}$, $E = \frac{q_0}{4\pi\epsilon_0 r^2}$.

б) поле равномерно заряженной плоскости: $E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$.

в) поле равномерно заряженной нити: $E = \frac{\gamma}{2\pi\epsilon_0 r}$.

г) поле равномерно заряженной сферы: $E_{\text{in}} = 0$, $E_{\text{ex}} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$.

д) поле равномерно заряженного шара: $E_{\text{in}} = \frac{qr}{4\pi\epsilon_0 R^3}$, $E_{\text{ex}} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$.

е) поле на оси заряженного кольца: $E_x(x) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{x}{(R^2 + x^2)^{3/2}}$.

1.1. Каков суммарный заряд всех атомных ядер в песчинке углерода (угля, алмаза, графита) массой 1 мг? С какой силой отталкивались бы две такие песчинки на расстоянии 100 м, если бы у них были удалены все электроны?

1.2. Во сколько раз сила кулоновского отталкивания между двумя электронами больше силы их гравитационного притяжения друг к другу?

1.3. В некоторой области пространства поле \mathbf{E} отсутствовало, но когда туда поместили заряженный шарик, то на него стала действовать электрическая сила. Почему?

1.4. Положительный и отрицательный точечные заряды притягиваются друг к другу с силой \mathbf{F} . Как изменится эта сила, если между ними поместить шар из металла или диэлектрика?

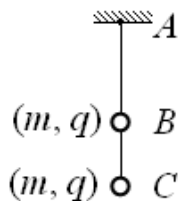


Рис. 1.1

1.5*. Могут ли два одноимённо заряженных металлических шара притягиваться?

1.6. Два одинаковых шарика массой m по 0,2 г несут одинаковые заряды q по 10 нКл. Шарики подвешены на нити, как показано на рис. 1.1. Расстояние между ними $BC = 3$ см. Найти натяжения нити на участках AB и BC . Рассмотреть варианты: а) заряды одноимённые; б) заряды разноимённые.

1.7. Два одинаковых маленьких шарика массами m имеют одинаковые заряды. Шарики подвешены на нитях одинаковой длины l , закрепленных в одной точке. В результате кулоновского отталкивания каждый шарик отклонился на угол α от вертикали. Определить заряд q каждого шарика.

1.8. Два одинаковых одноимённых точечных заряда q расположены на некотором расстоянии друг от друга. Какой заряд Q надо поместить между ними, чтобы вся система находилась в равновесии?

1.9. Три одинаковых одноименных заряда q расположены в вершинах равностороннего треугольника. Какой заряд Q надо поместить в центр треугольника, чтобы система находилась в равновесии?

1.10. Четыре одинаковых одноименных заряда q расположены в вершинах квадрата. Какой заряд Q надо поместить в центр квадрата, чтобы система находилась в равновесии?

1.11*. Множество точечных зарядов (например, электронов) образует однородное тонкослойное сферическое облако, общий заряд которого равен q . Какой точечный заряд Q надо поместить в центр этого облака, чтобы удерживать его от развала, т. е. чтобы система находилась в равновесии?

1.12. В вершинах равностороннего треугольника со стороной a находятся заряды $+q$, $+q$ и $-q$. Найти напряженность поля E в центре треугольника.

1.13. Заряд $q_1 = +4q$ помещён в точке $x_1 = 0$ оси x , а заряд $q_2 = -q$ — в точке $x_2 = 6$. Каков должен быть третий заряд q_3 и в какой точке x_3 его надо поместить, чтобы система находилась в равновесии?

1.14. Заряд $q_1 = +4q$ помещён в точке $x_1 = 0$ оси x , а заряд $q_2 = +q$ — в точке $x_2 = 6$. Каков должен быть третий заряд q_3 и в какой точке x_3 его надо поместить, чтобы система находилась в равновесии?

1.15. В центр тонкого проволочного кольца радиусом R с зарядом q поместили точечный заряд Q того же знака. Если $Q \gg q$, то сила натяжения кольца будет вызвана в основном зарядом Q . Вычислить эту силу.

1.16*. Из прямого угла B треугольника ABC на гипотенузу AC опущена высота BD (рис. 1.2). В точке B находится точечный заряд q , создающий в точке A поле напряжённостью E_1 , а в точке C – поле E_2 . Определить напряжённость поля E_3 в точке D .

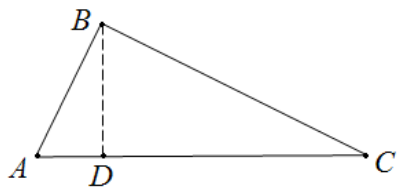


Рис. 1.2.

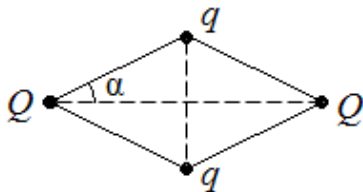


Рис. 1.3

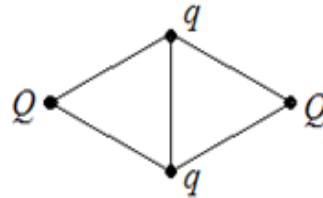


Рис. 1.4

1.17*. Четыре положительных заряда q , Q , q и Q связаны четырьмя одинаковыми нитями, как показано на рис. 1.3. Найти угол α , соответствующий равновесной геометрии системы, если $Q = 2q$.

1.18*. Четыре положительных заряда q , q и Q , Q связаны пятью одинаковыми нитями длиной l каждая, как показано на рис. 1.4. Найти силу натяжения F диагональной нити.

1.19*. На гладкую замкнутую в кольцо нить длиной l надеты три бусинки с положительными зарядами q_1 , q_2 и q_3 . Найти силу T натяжения нити при равновесном положении бусинок на ней.

1.20. Пусть на оси x в точках $x_1 = -a$, $x_2 = +a$ находятся два одинаковых точечных заряда $(+q, +q)$, а ось y перпендикулярна оси x и проходит через точку $x = 0$ (рис. 1.5). Найти поле $E(y)$ пары этих зарядов на оси y . При каком y это поле имеет максимальное значение?

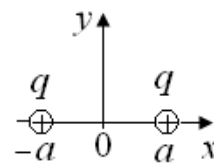


Рис. 1.5

1.21*. На оси x в точках $x_1 = -a$, $x_2 = +a$ закреплены два одинаковых точечных заряда $(+q, +q)$. Пусть ось y перпендикулярна оси x и проходит через точку $x = 0$ (рис. 1.6). Параллельно оси x на расстоянии y от неё натянута струна, вдоль которой может свободно скользить маленький шарик с зарядом $+q_0$. Шарик на струне помещён симметрично относительно зарядов q (рис. 1.5). Если расстояние y невелико, то равновесие шарика на струне устойчиво. Но при y , больших некоторого y_0 , оно становится неустойчивым и шарик уйдёт по струне в бесконечность. Найти точку y_0 потери устойчивости.

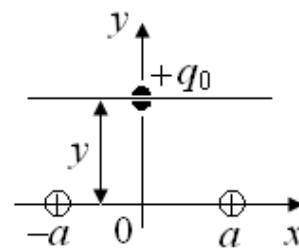


Рис. 1.6

1.22. Кольцо радиусом R из тонкой проволоки имеет заряд q . Определить поле E на оси кольца и изобразить график функции $E(x)$. Вычислить максимальное значение E_{\max} на оси и соответствующую координату x_m .

1.23. Тонкий круглый диск радиусом R имеет заряд q , равномерно распределённый по его поверхности. Определить: 1) распределение поля $E(x)$ на оси диска (на оси x с нулём в центре диска) и построить соответствующий график; 2) поле E вблизи поверхности диска, т. е. при $x \rightarrow 0$.

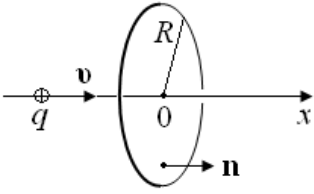


Рис. 1.7

1.24*. Точечный заряд q находится на оси кольца радиусом R на расстоянии x от его центра. Найти: 1) поток поля E этого заряда через кольцо; 2) скорость изменения потока $d\Phi/dt$ при движении заряда q вдоль оси кольца со скоростью v (рис. 1.7); 3) исследовать функции $\Phi(x)$ и $d\Phi/dt$.

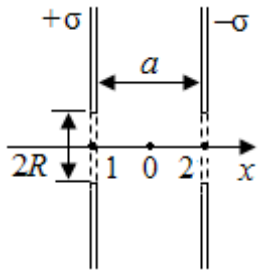


Рис. 1.8.

1.25*. Две параллельные бесконечные плоскости равномерно заряжены с поверхностными плотностями заряда $+\sigma$ и $-\sigma$. Расстояние между плоскостями равно a . В плоскостях сделаны две соосные круглые дырки радиусами R (рис. 1.8). Найти величину и направление поля E в точках 0, 1 и 2 на оси системы.

1.26. Отрезок нити, заряженный с погонной плотностью γ , изогнут в виде полукольца радиусом R . Найти поле E в центре этого полукольца.

1.27*. С какой силой отталкиваются полусфера радиусом R с равномерно распределённым по ней зарядом Q и точечный заряд q , помещённый в центр окружности её основания?

1.28*. Найти напряжённость поля E в центре полусферы радиусом R , по поверхности которой равномерно распределён заряд q .

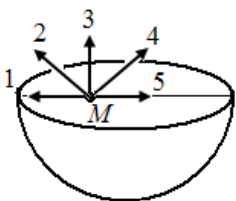


Рис. 1.9

1.29*. Полусфера равномерно заряжена по поверхности положительным зарядом. Применяя принцип суперпозиции, определить правильное направление вектора электрического поля E в точке M экваториальной плоскости, показанной на рис. 1.9.

1.30. Используя принцип суперпозиции, т. е. непосредственно интегрированием найти поле E , создаваемое тонкой прямой бесконечно длинной нитью, равномерно заряженной с погонной плотностью γ .

1.31. Прямая полубесконечная нить расположена на оси x от $-\infty$ до $x = 0$. Нить равномерно заряжена с погонной плотностью γ . Найти поле E , создаваемое такой нитью на оси x при $x > 0$.

1.32. Прямая полубесконечная нить, равномерно заряженная с погонной плотностью γ (Кл/м), протянута вдоль оси z ($z \geq 0$). Найти величину и направление поля \mathbf{E} , создаваемого этой нитью в плоскости $z = 0$.

1.33. Отрезок прямой нити длиной $2a$ имеет заряд q , равномерно распределённый по его длине. Определить поле E на оси x , проходящей через середину отрезка и перпендикулярной ему.

1.34. Отрезок прямой нити длиной $2a$ имеет заряд q , равномерно распределённый по его длине. Определить поле E на линии продолжения отрезка (вне его). Начало координат взять в центре отрезка.

1.35. Две длинные прямые параллельные нити равномерно заряжены каждая с погонной плотностью $+\gamma$. Расстояние между нитями равно $2a$. Определить поле E в плоскости симметрии между ними, т. е. $E(x)$, где x – ось, лежащая в этой плоскости и перпендикулярная нитям. Построить график $E(x)$. Найти расстояние x_m , где это поле максимально.

1.36. Две длинные прямые параллельные нити равномерно заряжены с погонными плотностями $+\gamma$ и $-\gamma$. Расстояние между нитями $2a$. Определить поле E в плоскости симметрии между ними, т. е. $E(x)$, где x – ось, лежащая в этой плоскости и перпендикулярная нитям. Построить график $E(x)$. Вычислить расстояние x_m , где это поле максимально.

1.37*. Имеется полубесконечная прямая нить, равномерно заряженная с погонной плотностью γ (Кл/м). Соосно с ней, с центром на её основании находится тонкое кольцо радиусом R , несущее заряд q . Найти силу взаимодействия кольца и нити.

1.38. Полубесконечный круглый цилиндр радиусом R заряжен равномерно по поверхности с погонной плотностью заряда γ (Кл/м). В центре его основания помещён точечный заряд q . Какая сила действует на этот заряд?

1.3. Сплошной длинный цилиндр радиусом R равномерно заряжен с объёмной плотностью ρ . Вычислить его погонную плотность заряда γ . Определить поле E внутри и вне этого цилиндра и изобразить график $E(r)$.

1.40. Заряд q равномерно распределён по объёму шара радиусом R . Найти поле \mathbf{E} внутри и вне шара и построить график $E(r)$.

1.41*. Шар заряжен равномерно по объёму с объёмной плотностью ρ . В шаре имеется сферическая полость, центр которой смещён относительно центра шара на расстояние \mathbf{a} (\mathbf{a} – вектор смещения). Найти поле \mathbf{E} внутри полости. Влиянием вещества шара пренебречь.

1.42*. Согласно одной из моделей, ядро атома водорода окружено сферически симметричной электронной оболочкой с плотностью отрицательного заряда $\rho(r) = Ce^{-2r/a}$, где $a = 5 \cdot 10^{-11}$ м – эффективный радиус атома водорода, C – константа, определяемая из условия, чтобы общий заряд оболочки был равен « $-e$ ». Определить в единицах « e » заряд оболочки внутри сферы радиусом a . Найти величину поля E на поверхности этой сферы с учётом наличия в ней точечного ядра водорода.

1.43. Две параллельные плоскости, находящиеся на расстоянии d друг от друга, равномерно заряжены с поверхностными плотностями $+3\sigma$ и $-\sigma$. Определить величину и направление поля E между ними и вне их. Изобразить картину линий поля E этой системы.

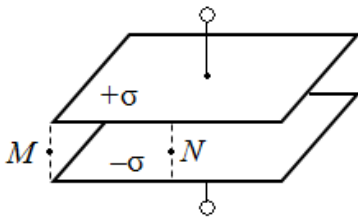


Рис. 1.10.

1.44*. Две прямоугольные пластины образуют плоский конденсатор. Пластины несут равномерно распределённые по ним заряды с поверхностными плотностями $+\sigma$ и $-\sigma$ (рис. 1.10). Найти величину поля E в точках M и N , расположенных в середине между пластинами напротив их углов и середины краёв.

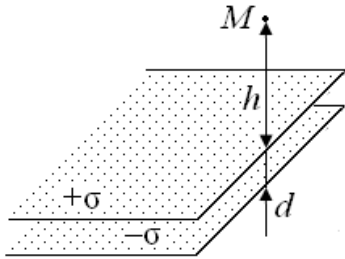


Рис. 1.11

1.45*. Две параллельные полуплоскости равномерно заряжены с плотностью зарядов $+\sigma$ и $-\sigma$. Найти величину и направление поля E в точке M , которая находится на расстоянии h над краями полуплоскостей (рис. 1.11). Полагать, что $h \gg d$ – расстояния между полуплоскостями.

1.46*. Две параллельные плоскости равномерно заряжены с поверхностными плотностями $+\sigma_0$ и $+2\sigma_0$. Между ними параллельно им вдвинули незаряженную металлическую пластину. Найти поверхностную плотность зарядов $\pm\sigma$, индуцированных на сторонах этой пластины.

1.47*. Две близко расположенные параллельные металлические пластины зарядили с плотностями $+\sigma_{01}$ и $+\sigma_{02}$. Найти поверхностные плотности заряда на внешних (σ_1, σ_4) и на внутренних (σ_2, σ_3) сторонах пластин.

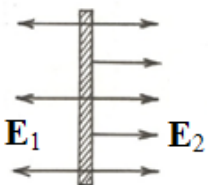


Рис. 1.12

1.48*. Слева от бесконечной плоскости однородное электрическое поле равно E_1 , а справа E_2 (рис. 1.12). Найти величину и «направление» давления p , которое испытывает плоскость со стороны электрического поля.

1.49*. Известно, что у поверхности длинной широкой ленты, несущей поверхностный заряд σ (Кл/м), электрическое поле $E = \sigma/(2\varepsilon_0)$. Чему равно поле E_1 в плоскости ленты на расстоянии x от её края? Ширина ленты равна a . При каком x поле $E_1 = E$?

1.50*. Бусинка массой m , имеющая заряд q , может без трения двигаться по нити, натянутой горизонтально между двумя одинаковыми точечными зарядами Q того же знака. Длина нити $2l$. Определить частоту ω малых продольных колебаний бусинки около положения равновесия.

1.51. Жёсткая гантель длиной l состоит из двух одинаковых шариков массами m и с зарядами $+q$ и $-q$. Найти частоту ω малых крутильных колебаний такой гантели в однородном электрическом поле E .

1.52*. Согласно идее Томсона, атом – это шарообразное равномерно заряженное облако с зарядом $q = +e = +1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл. Внутри этого облака колеблется «точечный» электрон с зарядом $-e$ и массой $m = 0,9 \cdot 10^{-30}$ кг. Полагая, что положительное облако значительно тяжелее электрона и не деформируется при его колебаниях, а радиус облака $R = 0,1$ нм (это примерный размер реального атома), найти длину волны λ (нм), излучаемой атомом Томсона при колебаниях электрона около центра облака.

1.53*. Бусинка массой m имеет заряд $-q$ и может свободно скользить по проволоке в виде вертикального кольца радиусом R . Под действием силы тяжести бусинка занимает на кольце нижнее положение. В диаметральной верхней точке кольца закреплён точечный заряд $+Q$. При каком Q положение бусинки в нижней точке кольца станет неустойчивым? С какой силой и в какую сторону бусинка будет давить на кольцо в этом случае?

1.2. Потенциал. Энергия системы зарядов

Определение потенциала в точке M : $\varphi_M = \varphi(x, y, z) = \int_M^\infty \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l}$.

Разность потенциалов между точками 1 и 2: $\Delta\varphi_{12} = \varphi(1) - \varphi(2)$.

Потенциал поля точечного заряда: $\varphi(r) = q/(4\pi\varepsilon_0 r)$.

Свойство аддитивности потенциала: $\varphi = \sum_{k=1}^N \pm\varphi_k$.

Потенциальная энергия заряда q в точке с потенциалом φ : $W = q\varphi$.

Энергия взаимодействия системы точечных зарядов: $W = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N q_k \varphi_k$.

Внесистемная единица энергии – электрон-вольт: $1 \text{ эВ} = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Дж.

1.54. Может ли между двумя противоположно заряженными проводниками отсутствовать разность потенциалов?

1.55. Два нейтральных металлических тела соединили проводом и по нему прошёл импульс тока. В каком случае это может быть?

1.56. Два металлических шара радиусами R_1 и R_2 находятся далеко друг от друга и имеют потенциалы ϕ_1 и ϕ_2 . Шары соединили тонкой проволокой. Вычислить их потенциалы после соединения.

1.57. Два металлических шара радиусами R_1 и R_2 находятся далеко друг от друга и имеют заряды q_1 и q_2 . Шары соединили тонкой проволокой. Вычислить заряды q'_1 и q'_2 и потенциалы ϕ'_1 и ϕ'_2 шаров после их соединения.

1.58. Два металлических шара радиусами R_1 и R_2 ($R_1 \neq R_2$) несут равные одноимённые заряды. Доказать, что если шары сдвинуть до касания, а затем вновь развести их на исходное расстояние, то сила их отталкивания уменьшится, и тем больше, чем больше разность $(R_1 - R_2)$.

1.59. Доказать, что если два одинаковых металлических шарика, заряженные одноимённо неравными зарядами q_1 и q_2 , сдвинуть до касания, а затем вновь развести на исходное расстояние, то сила их отталкивания увеличится, и тем больше, чем больше разность $(q_1 - q_2)$.

1.60. N одинаковых шаровых капелек, имеющих потенциалы ϕ каждая, слились в одну. Найти потенциал ϕ_0 этой большой капли.

1.61. Шарик ртути радиусом $R = 1$ см зарядили до потенциала $\phi = 1$ МВ. Шарик разделили на 8 равных октантов, которые превратились в 8 равных шариков и вследствие кулоновского отталкивания стали разлетаться. Полагая плотность ртути $\rho = 13500$ кг/м³, найти скорости этих шариков, когда они разлетятся очень далеко.

1.62. Заряд $q_1 = +4q$ находится в точке $x_1 = 0$ оси x , а заряд $q_2 = -q$ в точке $x_2 = a$. 1) Найти точку x_3 , где поле $\mathbf{E} = 0$, и вычислить потенциал ϕ в этой точке. 2) Найти точку x_4 на оси x , где потенциал $\phi = 0$, и поле \mathbf{E} в этой точке.

1.63. Точечные заряды q_1 и q_2 расположены на расстоянии $a = 6$ см друг от друга. Найти поле \mathbf{E} и потенциал ϕ в точке, находящейся на расстоянии $d = 5$ см от каждого заряда. Рассмотреть варианты: а) $q_1 = q_2 = +1$ нКл; б) $q_1 = +1$ нКл, $q_2 = -1$ нКл.

1.64*. Два металлических шара радиусами $R_1 = 1$ см и $R_2 = 2$ см, находящихся на расстоянии $d = 1$ м, присоединили к генератору с выходным напряжением $U = 3$ кВ. Найти кулоновскую силу притяжения шаров.

1.65. Отрезок нити, заряженный с погонной плотностью γ , изогнут в виде полукольца радиусом R . Найти потенциал φ в центре полукольца.

1.66. Найти потенциал φ в центре полусферы радиусом R , по поверхности которой равномерно распределён заряд q .

1.67*. Полусфера радиусом R имеет заряд q , равномерно распределённый по её поверхности. Определить потенциал φ поля сферы в точке её экваториальной плоскости на расстоянии $R/2$ от центра (см. также задачу **1.29**).

1.68. В центре проводящей толстостенной сферической оболочки с радиусами R_1 и R_2 помещен точечный заряд q . Найти поля E_1 , E_2 и потенциалы φ_1 , φ_2 у внутренней и внешней поверхностей оболочки.

1.69*. Имеются две концентрические сферы радиусами R_1 и R_2 ($R_2 > R_1$). Внешняя сфера несет заряд q_2 , а внутренняя не заряжена. Какой заряд q_1 индуцируется на внутренней сфере, если её заземлить?

1.70*. Два металлических шара радиусами R_1 и R_2 находятся далеко друг от друга и соединены тонкой проволокой. Шар № 1 окружён концентрической проводящей оболочкой радиусом R , соединённой с землёй (рис. 1.13). Шарам сообщили заряд q_0 . Найти отношение зарядов шаров q_2/q_1 .

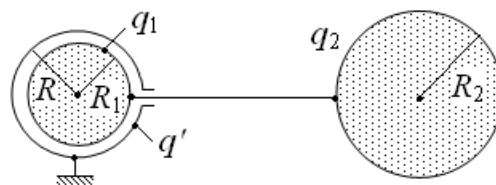


Рис. 1.13

1.71. Три заряженных металлических шарика радиусами 1, 2 и 3 см соединили проволокой. Как распределится их общий заряд q между ними?

1.72. Заряд q равномерно распределен по тонкому кольцу радиусом R . Найти распределение потенциала $\varphi(x)$ на оси кольца и изобразить график.

1.73. Коническая поверхность с основанием радиусом R равномерно заряжена с поверхностной плотностью σ . Найти потенциал φ_0 в вершине конуса.

1.74. Два одинаковых тонких кольца радиусами R несут заряды $+q$ и $-q$. Кольца расположены соосно на расстоянии a друг от друга. Найти разность потенциалов $\Delta\varphi$ между центрами колец.

1.75. Точечный заряд $+q$ находится на расстоянии d от центра незаряженного металлического шара радиусом R ($d > R$). Найти потенциал шара φ .

1.76. Точечный заряд $+q$ находится на расстоянии d от центра заземлённого металлического шара радиусом R ($d > R$). Какой заряд q' индуцируется на шар с земли? Шар и заряд q находятся высоко над землёй.

1.77. Тонкое проволочное кольцо радиусом r имеет заряд q . Кольцо соосно охватывает заземлённую металлическую сферу радиусом R ($R < r$) в её экваториальной плоскости. Найти заряд q' , индуцированный на сфере.

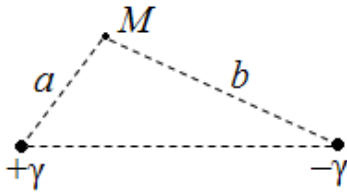


Рис. 1.14. Следы нитей на перпендикулярной им плоскости

1.78*. Две параллельные бесконечно длинные нити равномерно заряжены с погонными плотностями $+\gamma$ и $-\gamma$. Точка M лежит на расстояниях a и b от этих нитей (рис. 1.14). Найти потенциал поля пары таких нитей φ_M в точке M относительно бесконечно удалённой от нитей точки.

1.79*. Сфера радиусом R несёт заряд q , равномерно распределённый по её поверхности с поверхностной плотностью $\sigma = q/(4\pi R^2)$. Определить, какое давление p испытывает сфера из-за взаимного отталкивания всех её заряженных участков. С какой силой будут отталкиваться две половинки сферы, если её разрезать по диаметральной плоскости? Подсчитать численное значение давления и силы отталкивания половинок, если сфера имеет радиус $R = 10$ см и заряжена до потенциала $\varphi = 300$ кВ.

1.80*. Кубическая оболочка с ребром a несёт заряд q , равномерно распределённый по ней с поверхностной плотностью σ . Используя теорему Гаусса, найти силу F электрического давления на грань куба.

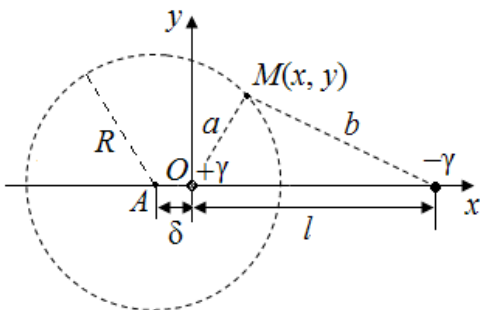


Рис. 1.15. К задаче 1.81

1.81*. Две параллельные бесконечно длинные нити равномерно заряжены с погонными плотностями $+\gamma$ и $-\gamma$. Расстояние между нитями равно l . Точка M лежит на расстояниях a и b от этих нитей (рис. 1.15, на котором показаны следы нитей в перпендикулярной им плоскости). Показать, что эквипотенциальная поверхность, проходящая через точку M , представляет собою круговой цилиндр. Найти радиус R этого цилиндра и смещение δ его оси A относительно нити $+\gamma$ (рис. 1.15).

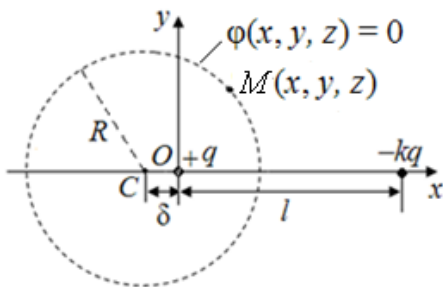


Рис. 1.16. К задаче 1.82

1.82*. Два точечных заряда $+q$ и $-kq$ (k — число, $k \neq 1$) находятся на расстоянии l друг от друга. Показать, что нулевой эквипотенциалью поля пары этих зарядов будет сфера. Найти её радиус R и смещение δ её центра C относительно заряда $+q$ (рис. 1.16).

1.83*. На расстоянии d от центра *заземлённой* металлической сферы радиусом R ($d > R$) находится точечный заряд $+q$. Какой заряд q' будет индуцирован на сфере с земли? Сфера и заряд $+q$ находятся высоко над землёй. С какой силой заряд $+q$ притягивается к такой заземлённой сфере?

1.84*. На расстоянии d от центра *изолированной* металлической сферы радиусом R ($d > R$) находится точечный заряд $+q$. Найти: 1) изображение заряда $+q$ в этой сфере; 2) силу притяжения заряда $+q$ к этой сфере.

1.85*. На расстоянии d от центра *заземлённой* металлической сферы радиусом R ($d > R$) находится точечный заряд $+q$. Найти максимальную и минимальную плотности индуцированных на сфере поверхностных зарядов. Сфера и заряд $+q$ находятся высоко над землёй.

1.86*. Два одинаковых точечных заряда q находятся на расстоянии $2a$ друг от друга. Какой потенциал φ_1 может иметь эквипотенциальная поверхность, охватывающая оба заряда? При каком потенциале φ_2 такая поверхность будет выпуклой?

1.87. Заряд q равномерно распределён по объёму шара радиусом R . Определить: 1) распределение потенциала $\varphi(r)$ внутри и вне шара и построить соответствующий график; 2) потенциал φ_0 в центре шара.

1.88. Плоский слой толщиной h равномерно заряжен с объёмной плотностью ρ . Найти распределение поля $E_x(x)$ и потенциала $\varphi(x)$ внутри слоя. Ось x перпендикулярна слою и имеет начало в его середине (рис. 1.17), $\varphi(0) = 0$.

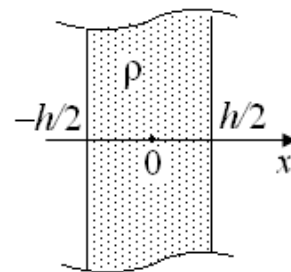


Рис. 1.17

1.89*. Тонкий круглый диск радиусом R имеет заряд q , равномерно распределённый по его поверхности. Найти распределение потенциала $\varphi(x)$ на оси диска.

1.90*. Тонкий круглый диск радиусом R имеет заряд q , равномерно распределённый по его поверхности. Найти: 1) потенциал φ_C в центре диска; 2) потенциал φ_O на краю диска.

1.91*. Пусть имеется металлическая сфера радиусом R , несущая заряд q , равномерно распределённый по её поверхности. Можно показать, что при сжатии такой сферы в эллипсоид вращения *того же радиуса* заряды по ней не перемещаются, а остаются как бы замороженными в ней (при этом поверхность эллипсоида остаётся эквипотенциальной). Исходя из этого, найти распределение поверхностной плотности заряда $\sigma(r)$ на тонком металлическом

диске радиусом R , полученном при полном сжатии такой сферы, т. е. при её проецировании на диаметральный диск.

1.92*. Показать, что если тонкую металлическую сферу радиусом R , несущую заряд q , равномерно распределённый по её поверхности, сжатием по осям x и y превратить в тонкий веретенообразный эллипсоид вращения вокруг оси z (т. е. фактически в стержень длиной $2R$), то заряд q распределится по его длине равномерно.

1.93*. Найти потенциал тонкого металлического диска радиусом R , несущего заряд q , если поверхностная плотность заряда на нём распределена по закону $\sigma(r) = \frac{2\sigma_0 R}{\sqrt{R^2 - r^2}}$, где σ_0 определяется из условия, что заряд диска равен q .

Замечание. Приведённая зависимость $\sigma(r)$ — это «естественное» распределение заряда по тонкому металлическому диску (задача **1.91**).

1.94. Найти максимальный потенциал, до которого можно зарядить металлический шар радиусом $R = 10$ см в воздухе, если электрическая прочность воздуха (поле, при котором наступает пробой) $E_{\text{пр}} = 30$ кВ/см.

1.95. Какое напряжение может выдержать воздушный сферический конденсатор, если радиусы сфер $R_1 = 1$ мм, $R_2 = 100$ мм, а электрическая прочность воздуха (поле, при котором наступает электрический пробой) $E_{\text{пр}} = 30$ кВ/см?

1.96. Какое напряжение может выдержать двухпроводная линия в воздухе, если радиусы проводов $R = 1$ см, а расстояние между ними $d = 4$ м? Электрическая прочность воздуха (поле, при котором наступает электрический пробой) $E_{\text{пр}} = 30$ кВ/см.

1.97. Какое напряжение может выдержать коаксиальный кабель, если радиусы проводников $R_1 = 1$ мм, $R_2 = 2,7$ мм, а электрическая прочность материала диэлектрика (поле, при котором наступает электрический пробой) $E_{\text{пр}} = 200$ кВ/см?

1.98*. Коаксиальный кабель имеет внешний радиус $R_2 = 5,4$ мм. Каким надо выбрать радиус R_1 внутреннего провода, чтобы кабель выдерживал наибольшее напряжение u_{max} ? Чему оно будет равно, если электрическая прочность материала диэлектрика $E_{\text{пр}} = 200$ кВ/см?

Пояснение. Если R_1 взять очень маленьким, чтобы увеличить зазор между проводами, то вблизи него поле E будет очень большим. Если же R_1 брать слишком большим, близким к R_2 , то поле E также будет очень большим из-за малости промежутка между коаксиальными проводами. Следовательно, существует оптимальное значение R_1 .

1.99*. В нижней части сферической полости радиусом R закреплен заряд $+Q$. В верхнюю точку полости помещён шарик массой m , с зарядом $+q$. Величина закреплённого внизу заряда Q такова, что кулоновская сила отталкивания, действующая на верхний шарик со стороны Q , в точности равна весу шарика, т. е. $\frac{qQ}{4\pi\epsilon_0(2R)^2} = mg$.

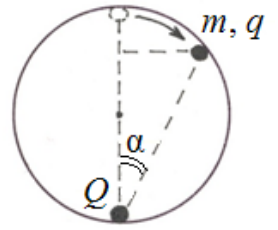


Рис. 1.18

Но если шарик отпустить, его равновесие в верхней точке не будет устойчивым и он сползёт по сфере в сторону на некоторый угол α (рис. 1.18). Найти этот угол. Каким должен быть заряд Q , чтобы равновесие шарика в верхней точке сферы было устойчивым? С какой силой F при этом шарик будет давить на верхнюю точку сферы?

1.100*. Решить задачу 1.53 на основе принципа минимума потенциальной энергии бусинки.

1.101*. Решить задачу 1.17 на основе принципа минимума потенциальной энергии системы.

1.102*. Воздушный сферический конденсатор имеет фиксированный внешний радиус $R_2 = 10$ см. Каким надо выбрать радиус R_1 внутренней сферы, чтобы конденсатор выдерживал наибольшее напряжение U_{\max} ? Чему оно будет равно, если электрическая прочность воздуха $E_{\text{пр}} = 30$ кВ/см?

1.103*. Из вершин правильного шестиугольника со стороной a одновременно выстреливают по направлению к центру 6 частиц с одинаковыми массами, зарядами и начальными скоростями. Когда расстояния между частицами уменьшились вдвое, их скорости также уменьшились в 2 раза. До какого минимального расстояния сблизятся частицы?

1.104. Два одинаковых одноимённых точечных заряда q расположены на некотором расстоянии друг от друга. Третий заряд $Q = -q/4$ помещён в середине между ними. Найти энергию взаимодействия этой системы трёх зарядов.

1.105. Найти энергию взаимодействия четырёх точечных зарядов $\pm q$, расположенных в вершинах квадрата со стороной a в каждой из трёх систем, показанных на рис. 1.19.

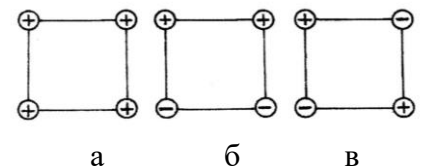


Рис. 1.19

1.106*. Множество точечных зарядов (например, электронов) образует однородное тонкослойное сферическое облако, общий заряд которого равен q . В центр этого облака помещён точечный заряд $Q = -q/2$. Найти полную энергию взаимодействия всей этой системы зарядов.

1.107*. Найти энергию ионизации E_i (эВ) атома водорода, полагая, что лёгкий электрон движется вокруг тяжёлого ядра по круговой орбите радиусом $r = 0,53 \cdot 10^{-10}$ м. Ионизация означает, что электрон уходит на бесконечность ($r \rightarrow \infty$). Поэтому энергия, которую надо сообщить электрону для ионизации, равна его полной энергии E на круговой орбите.

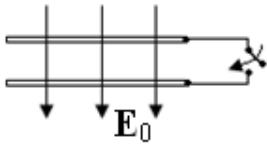


Рис. 1.20

1.108. Две большие параллельные металлические пластины находятся во внешнем однородном электрическом поле E_0 , перпендикулярном пластинам (рис. 1.20). Какой поверхностный заряд σ будет на каждой из пластин, если их замкнуть проводником накоротко?

1.109*. Известно, что вблизи поверхности Земли есть электрическое поле E_0 . Для его измерения можно использовать пару металлических пластин

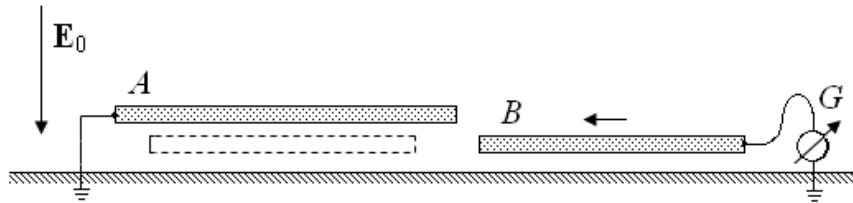


Рис. 1.21

(рис. 1.21). Большая пластина A заземлена и расположена близко к поверхности Земли. Между Землёй и пластиной A вдвигают несколько меньшую пластину B , заземлённую через гальванометр G . При полном вдвигении пластины B под A через гальванометр проходит заряд q . Пренебрегая краевыми эффектами, определить электрическое поле Земли E_0 , если $q = 0,9$ нКл, а площадь пластины B $S = 1$ м².

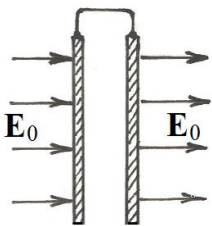


Рис. 1.22

1.110*. Две большие параллельные незаряженные металлические пластины, соединенные проводящей перемычкой, находятся в однородном внешнем электрическом поле E_0 , линии которого перпендикулярны пластинам (рис. 1.22). Найти величину и направление силы F_0 , действующей на единицу площади каждой пластины.

1.111. Две параллельные плоскости, находящиеся на расстоянии d друг от друга, имеют поверхностные плотности заряда $+\sigma$ и $-\sigma$. Между плоскостями параллельно им вдвигается незаряженная металлическая пластина толщиной $h < d$. Найти разность потенциалов между плоскостями.

1.112*. Две большие параллельные незаряженные металлические пластины, находящиеся на расстоянии d друг от друга, соединены проводящей перемычкой. Между ними параллельно им поместили третью тонкую пластину, несущую заряд, равномерно распределённый с поверхностной плотностью σ_0 (рис. 1.23). Найти величину и направление силы \mathbf{F}_0 , действующей на единицу площади средней пластины, как функцию её расстояния x от левой.

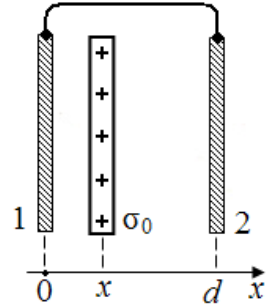


Рис. 1.23

Решить задачу, когда между боковыми пластинами вместо перемычки приложено постоянное напряжение U .

1.113*. Условие то же, что и в задаче **1.112** (рис. 1.23). Среднюю пластину, несущую заряд q_0 , сместили на расстояние Δx . Какой заряд Δq пройдёт при этом по перемычке? Какой ток i пойдёт по перемычке, если среднюю пластину равномерно двигать вправо со скоростью v ?

1.114*. Земля непрерывно облучается космическими лучами высокой энергии, состоящими в основном из протонов, средняя кинетическая энергия которых $W \approx 10^9$ эВ. Интенсивность потока протонов, прилетающих к Земле (и гибнущих в нижних слоях её атмосферы), $I \approx 10^4$ шт/($\text{м}^2 \cdot \text{с}$). Оценить время, необходимое для того, чтобы падающие на Землю протоны повысили её потенциал настолько, что другие протоны с такой энергией уже не смогли достигнуть даже атмосферы Земли из-за электрического отталкивания. Почему же космические протоны продолжают бомбардировку Земли уже миллиарды лет?

1.115*. Медный шарик радиусом $R = 9$ мм, покрытый тонким слоем радиоактивного полония ${}_{84}^{210}\text{Po}$ массой $m = 3$ мг, помещён в вакуум. Вследствие испускания α -частиц (${}^4_2\text{He}$) шарик приобретает заряд. Определить нарастание потенциала шарика со временем $\varphi(t)$ и его максимальное значение φ_{max} , если кинетическая энергия испускаемых α -частиц $W = 6$ МэВ.

Замечание. Закон радиоактивного распада имеет вид: $N(t) = N_0 2^{-(t/T)}$, где N_0 – исходное число ядер радиоактивного вещества в момент $t = 0$, $N(t)$ – число ещё не распавшихся ядер в момент t , T – период полураспада, т. е. время, в течение которого распадается половина ядер, имеющихся в данный момент. Для полония ${}_{84}^{210}\text{Po}$ период полураспада $T = 138$ суток.

1.116*. Две частицы массами m_1 и m_2 , несущие заряды q_1 и q_2 разных знаков движутся по круговым орбитам вокруг их общего центра масс. Найти связь между их общей кинетической энергией W_k и потенциальной энергией $W_{\text{п}}$ их кулоновского взаимодействия.

1.117*. Энергия, выделяемая при распаде ядра ${}^{235}_{92}\text{U}$, обычно называется «ядерной», но на самом деле это в основном «электрическая» энергия. Она высвобождается, как только кулоновские силы отталкивания протонов в ядре превзойдут ядерные силы их притяжения.

Полагая, что ядро ${}^{235}_{92}\text{U}$ распадается на два осколка с атомными номерами 55 и 37, а ядерные силы практически перестают действовать с расстояния $r = 1,5 \cdot 10^{-14}$ м, оценить: 1) энергию (МэВ), выделяемую при распаде одного ядра урана; 2) тротиловый эквивалент (в килотоннах) ядерной бомбы с 10 кг урана, если тепловой эквивалент тротила $q = 4$ МДж/кг.

1.3. Заряды над проводящей плоскостью.

Электрический диполь

Поле у поверхности проводника: $E = E_n = \sigma/\epsilon_0$.

Дипольный момент электрического диполя: $\mathbf{p} = q\mathbf{l}$.

Поле точечного диполя: $E = \sqrt{E_r^2 + E_\theta^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{p}{r^3} \sqrt{1 + 3\cos^2 \theta}$.

Момент сил, действующих на диполь в поле \mathbf{E} : $\mathbf{M} = \mathbf{p} \times \mathbf{E}$.

Сила, действующая на точечный диполь в поле \mathbf{E} : $F_x = p \frac{\partial E}{\partial x}$.

1.118. Точечный заряд q находится на расстоянии h от проводящей безграничной плоскости. Какую работу надо совершить, чтобы медленно удалить этот заряд на очень большое расстояние от плоскости?

1.119*. Точечный заряд q находится на расстоянии h от проводящей безграничной плоскости. Определить поле E вблизи плоскости и поверхностную плотность σ индуцированных зарядов на ней. Изобразить график $\sigma(r)$, где r – расстояние на плоскости от проекции заряда. Вычислить общий индуцированный на плоскости заряд $q_{\text{инд}}$.

1.120. Два точечных заряда $+q$ и $-q$ расположены на расстоянии l друг от друга и на одинаковом расстоянии $l/2$ от проводящей плоскости с одной стороны от неё. Найти силу, действующую на каждый заряд.

1.121*. Как изменится сила взаимодействия между двумя точечными зарядами q_1 и q_2 , если между ними вдвинуть бесконечную металлическую плоскость?

1.122. Прямая длинная нить, заряженная с погонной плотностью γ , расположена *параллельно* проводящей плоскости на высоте h над ней. Найти силу F_0 , действующую на единицу длины нити (погонную силу).

1.123. Прямая длинная нить, заряженная с погонной плотностью $-\gamma$, натянута параллельно поверхности земли на высоте h над ней. Найти распределение поля $E(x)$ вблизи земли, где x – ось на земле, перпендикулярная проекции нити (рис. 1.24).

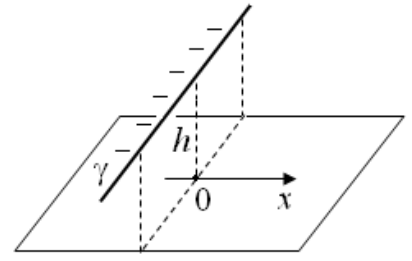


Рис. 1.24

1.124*. Прямой провод радиусом $r = 1$ см натянута параллельно поверхности земли на высоте $h = 10$ м. Потенциал провода относительно земли $U = 500$ кВ (ЛЭП-500). Найти поле E у поверхности земли под проводом.

1.125*. Прямая полубесконечная нить, заряженная с погонной плотностью γ , расположена перпендикулярно проводящей плоскости и не доходит до неё на высоту h . Найти распределение поверхностного заряда на плоскости $\sigma(r)$, где r – расстояние на плоскости до следа нити.

1.126*. Электрон вылетает с поверхности плоского проводника по нормали с некоторой начальной скоростью. Над поверхностью проводника создано однородное ускоряющее поле $E = 100$ В/м. Учитывая влияние на электрон его изображения, найти высоту h над проводником, на которой скорость электрона минимальна.

1.127. Тонкий стержень длиной l лежит на оси x . Стержень в целом электронеutralен, но заряжен неравномерно: его погонная плотность заряда зависит от координаты x по закону $\gamma = kx$, где k – некоторая положительная постоянная, $-l/2 \leq x \leq l/2$. Найти дипольный момент стержня.

1.128. Пара скреплённых маленьких шариков массами m каждый и с зарядами $\pm q$ образуют диполь. Длина диполя равна l . Этот диполь находится в однородном поле E и ориентирован вдоль его линий. Диполь слегка повернули и отпустили. Найти период его малых колебаний.

1.129. Точечный диполь с дипольным моментом \mathbf{p} находится на расстоянии h от проводящей плоскости. Найти силу, действующую на диполь, если вектор \mathbf{p} перпендикулярен плоскости.

1.130. Два точечных электрических диполя с одинаковыми дипольными моментами $\mathbf{p}_1 = \mathbf{p}_2 = \mathbf{p}$ лежат на одной оси x на расстоянии a друг от друга. Определить их силу взаимодействия.

1.131*. На расстоянии r от точечного заряда q расположен тонкий круглый металлический диск толщиной h и радиусом $R = r$. Ось диска проходит через заряд q . Найти силу взаимодействия заряда q и диска.

1.132*. В металлической сфере радиусом r , толщиной h сделано маленькое круглое отверстие радиусом R , причём $h = R = r$. В центре сферы находится точечный заряд q . Оценить силу, действующую на этот заряд.

1.133*. Два одинаковых незаряженных металлических шара радиусами R помещены в однородное поле E_0 , направленное вдоль линии центров шаров. Расстояние между шарами $l \gg R$. Найти силу взаимодействия шаров.

1.134*. Найти индуцированный дипольный момент \mathbf{p} тонкого металлического стержня длиной l , помещённого в параллельное ему однородное электрическое поле \mathbf{E} .

1.135*. Определить радиус и положение круговой орбиты точечного заряда q вокруг оси неподвижного точечного диполя \mathbf{p} , ориентированного вдоль оси z . Какова частота ω движения заряда q по такой орбите?

1.4. Электроёмкость. Конденсаторы.

Энергия электрического поля

Ёмкость уединённого проводника: $C = q/\varphi$.

Ёмкость конденсатора: $C = \frac{q}{\Delta\varphi} = \frac{q}{U}$.

Ёмкость плоского конденсатора: $C = \epsilon\epsilon_0 S/d$.

Электрическое поле в плоском воздушном конденсаторе: $E = \sigma/\epsilon_0$.

Погонная ёмкость воздушной коаксиальной линии: $C_0 = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln(R_2/R_1)} \left[\frac{\Phi}{\text{м}} \right]$.

Энергия заряженного конденсатора: $W = q^2/(2C) = Cu^2/2$.

Объёмная плотность энергии электрического поля: $w = \frac{\epsilon_0 E^2}{2} \left[\frac{\text{Дж}}{\text{м}^3} \right]$.

1.136. Имеется заряженный плоский воздушный конденсатор. Как изменится сила притяжения пластин, если параллельно между ними ввести третью, большую и достаточно толстую металлическую пластину?

Варианты: 1) конденсатор был отключён от генератора;

2) конденсатор оставался подключённым к генератору.

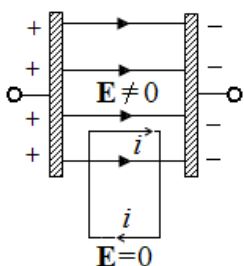


Рис. 1.25

1.137. Между двумя параллельными разноимённо заряженными плоскостями (в плоском воздушном конденсаторе) поле $E \neq 0$, а вне такого конденсатора $E = 0$. Следовательно, если в такой конденсатор частично ввести проводящий контур, как показано на рис. 1.25, то по контуру должен вечно циркулировать ток i . Если же тока не будет, то почему?

1.138. Проводник ёмкостью C_1 имеет потенциал φ_1 , а проводник ёмкостью C_2 – потенциал φ_2 . Проводники удалены друг от друга. Найти потенциалы проводников после того, как их соединили тонким проводом.

1.139. Определить ёмкость пары шаров радиусами $R = 10$ см, находящихся далеко друг от друга.

1.140. Конденсатор C_1 зарядили до напряжения $u_1 = 500$ В. При параллельном подключении к нему незаряженного конденсатора $C_2 = 4$ мкФ напряжение u_2 на конденсаторах стало равным 100 В. Найти ёмкость C_1 .

1.141. К цепочке из двух последовательно соединённых конденсаторов ёмкостью C_1 и C_2 ($C_2 > C_1$) приложено постоянное напряжение U . Найти энергию каждого конденсатора. У какого конденсатора энергия больше?

1.142. Цепочку из двух последовательно соединённых конденсаторов ёмкостью $C_1 = 1$ мкФ и $C_2 = 2$ мкФ подключили к генератору с выходным напряжением $u_0 = 9$ В. Затем генератор убрали, а заряженные таким образом конденсаторы соединили параллельно одноимённо заряженными обкладками. Каким будет напряжение на конденсаторах?

1.143. Цепочка из двух одинаковых плоских последовательно соединённых конденсаторов подключена к генератору с выходным напряжением $u_0 = 6$ В. После отключения от генератора расстояние между пластинами одного из них увеличили в 3 раза. Каким станет напряжение u на цепочке?

1.144*. С какой силой притягиваются пластины плоского конденсатора ёмкостью C , заряженного до напряжения u , если расстояние между ними d ?

1.145*. К плоскому воздушному конденсатору приложено напряжение u . При этом его пластины притягиваются друг к другу с силой F_0 (рис. 1.26, а). С какой силой F они будут притягиваться, если между

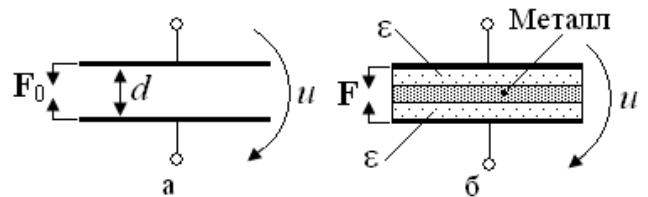


Рис. 1.26

ними ввести два слоя диэлектрика с диэлектрической проницаемостью $\epsilon = 4$ и слой металла, все одинаковой толщины $d/3$, как показано на рис. 1.26, б (здесь d – расстояние между пластинами конденсатора).

1.146. На одну из пластин плоского конденсатора ёмкостью $C = 1$ мкФ нанесён заряд $q_1 = q = +2$ мкКл, а на другую $q_2 = 4q = +8$ мкКл. Найти разность потенциалов $\Delta\varphi$ между пластинами.

1.147. Расстояние между пластинами плоского заряженного конденсатора увеличили в 2 раза. Во сколько раз изменились заряд, напряжение между пластинами, напряженность поля E и энергия конденсатора, если при раздвижении пластин конденсатор был: 1) отключен от генератора постоянного напряжения; 2) оставался подключенным к генератору?

1.148*. Пластины заряженного плоского конденсатора немного раздвигают двумя вариантами: 1) предварительно отключив конденсатор от зарядного генератора; 2) оставляя конденсатор подключенным к этому генератору. В каком случае надо совершить бóльшую работу?

Во втором варианте энергия конденсатора убывает, так как убывает его ёмкость, а напряжение не меняется. Однако, раздвигая разноимённо заряженные пластины, мы совершаем работу над конденсатором, и, следовательно, его энергия должна возрасть. Куда же «девается» наша работа?

1.149. К плоскому воздушному конденсатору приложено постоянное напряжение u . Площадь пластин конденсатора равна S . Какую работу надо совершить, чтобы медленно раздвинуть пластины от x_1 до x_2 ?

1.150. Конденсатор $C_1 = 1$ мкФ выдерживает максимальное напряжение $u_{1m} = 500$ В, а конденсатор $C_2 = 2$ мкФ – напряжение $u_{2m} = 300$ В. Какое максимальное напряжение u_m выдержит их последовательная цепочка? Какой из них будет пробит первым при $u > u_m$?

1.151. Три конденсатора: $C_1 = 1$ мкФ, $C_2 = 2$ мкФ, $C_3 = 3$ мкФ с допустимыми напряжениями $u_{1m} = 600$ В, $u_{2m} = 400$ В, $u_{3m} = 300$ В соединены в последовательную цепочку. Какое максимальное напряжение u_m выдержит эта цепочка? Какие напряжения u_1 , u_2 , u_3 при этом будут лежать на конденсаторах? Какой конденсатор будет пробит первым при $u > u_m$?

1.152. Конденсатор ёмкостью C_1 , заряженный до напряжения u , разрядили на незаряженный конденсатор ёмкостью $C_2 = 3C_1$. Какой заряд q при этом прошёл по проводам? Сколько процентов исходной энергии система при этом потеряла? А куда делась эта энергия?

1.153. Конденсатор ёмкостью C_1 заряжен до напряжения u_1 , а конденсатор ёмкостью C_2 – до напряжения u_2 . Конденсаторы соединяют друг с другом выводами. Какая энергия выделится при этом в двух вариантах? :

- 1) соединяют одноимённо заряженные обкладки конденсаторов;
- 2) соединяют разноимённо заряженные обкладки.

1.154. В цепи, показанной на рис. 1.27, $C_1 = 1$ мкФ, $C_2 = 2$ мкФ. Конденсатор C_1 заряжен, а C_2 нет. После замыкания ключа K на резисторе R выделилось $Q = 30$ мДж тепла. Найти исходное напряжение на конденсаторе C_1 .

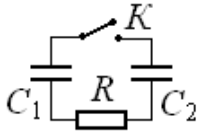


Рис. 1.27

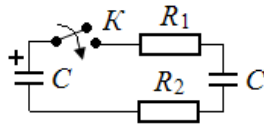


Рис. 1.28

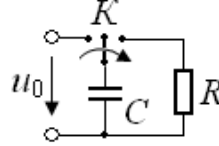


Рис. 1.29

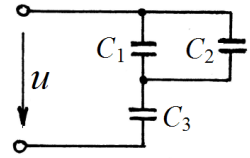


Рис. 1.30

1.155. Конденсатор ёмкостью C , заряженный до напряжения u , разряжается на такой же незаряженный конденсатор через два резистора R_1 и R_2 (рис. 1.28). Сколько тепла выделится на каждом из резисторов?

1.156. В цепи, показанной на рис. 1.29, в момент $t = 0$ переключают ключ K , и конденсатор $C = 20$ мкФ, заряженный до напряжения $u_0 = 200$ В, начинает разряжаться через резистор $R = 100$ Ом. Сколько тепла выделится на резисторе к моменту, когда ток разряда i станет равным 1 А?

1.157. В цепи на рис. 1.30, ёмкости $C_1 = 1$ мкФ, $C_2 = 2$ мкФ, $C_3 = 3$ мкФ. К цепи приложено постоянное напряжение u . Во сколько раз изменится напряжение на конденсаторе C_3 , если конденсатор C_2 будет пробит?

1.158. Пространство между обкладками плоского конденсатора наполовину заполнено диэлектриком с диэлектрической проницаемостью ϵ . Во сколько раз увеличится ёмкость конденсатора при двух вариантах заполнения, показанных на рис. 1.31? В каком случае ёмкость возрастет больше?

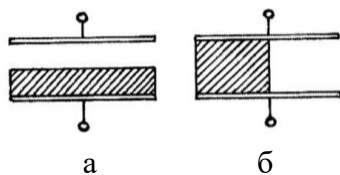


Рис. 1.31

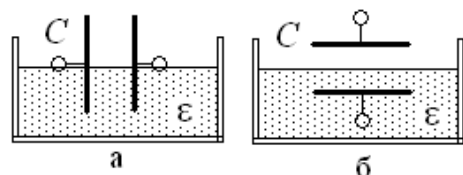


Рис. 1.32

1.159. Плоский конденсатор ёмкостью C имеет заряд q . Конденсатор наполовину погружают в непроводящую жидкость с диэлектрической проницаемостью ϵ . Найти напряжение между пластинами при двух вариантах погружения, показанных на рис. 1.32.

1.160*. Ёмкость плоского воздушного конденсатора равна C_0 . Конденсатор заполняется диэлектриком, у которого диэлектрическая проницаемость линейно растёт от одной пластины, где $\epsilon = \epsilon_1$ до другой, где $\epsilon = \epsilon_2$. Найти ёмкость конденсатора с таким заполнением.

1.161. Два воздушных конденсатора ёмкостями $C_1 = 1$ мкФ и $C_2 = 2$ мкФ соединены параллельно, заряжены до напряжения $u_0 = 40$ В и отключены от генератора. Конденсатор C_1 погружают в керосин, диэлектрическая проницаемость которого $\varepsilon = 2$. Какое напряжение u после этого будет на втором конденсаторе?

1.162. Определить напряжения u_1 , u_2 и u_3 на конденсаторах $C_1 = 1$ мкФ, $C_2 = 2$ мкФ и $C_3 = 3$ мкФ в схеме на рис. 1.33, если напряжение $u = 6$ В.

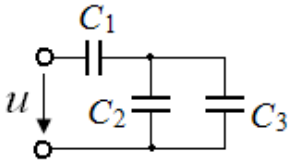


Рис. 1.33

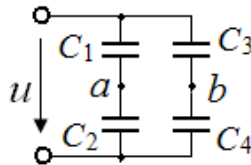


Рис. 1.34

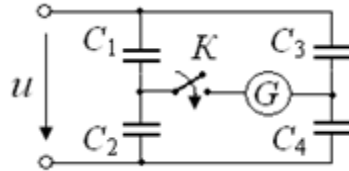


Рис. 1.35

1.163. Найти разность потенциалов $u_{ab} = \varphi_a - \varphi_b$ в цепи, показанной на рис. 1.34, если к ней приложено напряжение $u = 21$ В. Ёмкости конденсаторов: $C_1 = 1$ мкФ, $C_2 = 2$ мкФ, $C_3 = 3$ мкФ, $C_4 = 4$ мкФ.

1.164*. Какой заряд Δq пройдёт через гальванометр G (рис. 1.35) после замыкания ключа K ? Ёмкости $C_1 \dots C_4$ и приложенное к цепи напряжение u заданы. При каком условии $\Delta q = 0$?

1.165. Конденсатор ёмкостью $C = 12$ мкФ рассчитан на напряжение 600 В. Какие ёмкости можно получить из трёх таких конденсаторов и какие напряжения могут выдержать соответствующие цепочки?

1.166. Найти ёмкости C_0 систем конденсаторов, показанных на рис. 1.36, если ёмкость каждого конденсатора равна C .

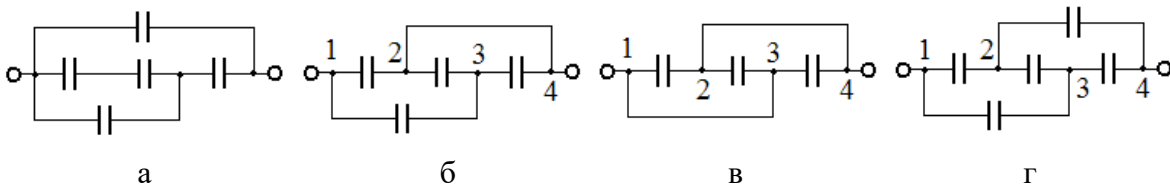


Рис. 1.36

1.167. Найти ёмкость C_{ab} сложных конденсаторов (рис. 1.37), составленных из трёх (а) и четырёх (б) одинаковых пластин с одинаковыми воздушными зазорами, если ёмкость соответствующего простейшего конденсатора с одним зазором равна C .

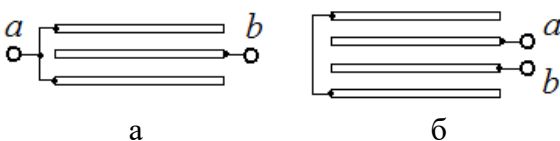


Рис. 1.37

1.168*. В воздушном конденсаторе переменной ёмкости одна группа пластин «гребёнкой» может вдвигаться в другую группу. На рис. 1.38 показан такой конденсатор с пятью одинаковыми воздушными зазорами. Какова ёмкость C_{ab} такого конденсатора с N воздушными зазорами, если ёмкость соответствующего простейшего конденсатора с одним зазором равна C ?

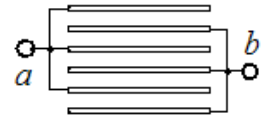


Рис. 1.38.

1.169*. Сложный плоский конденсатор состоит из четырёх равных параллельных пластин, закреплённых на равных расстояниях d друг от друга (рис. 1.39). Пластины b и d закорочены, а между пластинами a и c приложено постоянное напряжение U . Определить величину и направление силы F_0 (Н/м²), действующей на единицу площади пластины b .

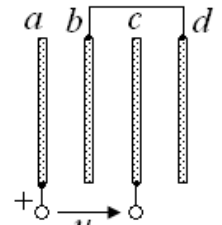


Рис. 1.39

1.170. Найти ёмкость сферического конденсатора, радиусы сфер у которого равны R_1 и R_2 . Показать, что если $d = (R_2 - R_1) \ll R_1$, то получается формула для ёмкости плоского конденсатора.

1.171. Определить погонную ёмкость C_0 (Ф/м) коаксиальной линии, если радиусы внутреннего и внешнего проводников равны 1 мм и 2,72 мм.

1.172. Определить погонную ёмкость C_0 двухпроводной линии, если радиусы проводов равны 1 мм, а расстояние между ними $d = 20$ мм.

1.173*. Найти погонную ёмкость C_0 прямого длинного провода радиусом $r = 1$ см, натянутого параллельно поверхности земли на высоте $h = 2$ м.

1.174*. Найти ёмкость тонкого металлического диска радиусом R из задачи 1.93.

1.175. Металлическая сфера радиусом $R = 10$ см заряжена до потенциала $\varphi = 300$ кВ. Вычислить энергию её электрического поля.

1.176. Заряд q равномерно распределён по объёму шара радиусом R . Определить энергию W электрического поля шара.

1.177*. Согласно одной из гипотез, масса покоя электрона имеет чисто электростатическое происхождение, т. е. она связана с энергией его электростатического поля соотношением $W_{\text{эл. ст}} = mc^2$. Представляя электрон в виде шара с однородной объёмной плотностью заряда, найти его радиус R .

1.178. Найти отношение энергий $W_{\text{диэл}}/W_{\text{мет.}}$ электрического поля двух одинаковых шаров, несущих заряд q , если в первом случае шар диэлектрический и заряд распределён равномерно по его объёму, а во втором – шар металлический и заряд распределён только по его поверхности.

1.179. Сравнить электрическую энергию шара радиусом R , несущего заряд q , равномерно распределённый по его объёму, и гравитационную энергию однородного шара радиусом R , массой m .

1.180*. Два одинаковых металлических шарика массами m и радиусами r имеют разные по знаку и по величине заряды q_1 и q_2 . Под действием кулоновской силы шарики из бесконечности с нулевыми начальными скоростями приближаются друг к другу. Испытав абсолютно упругое столкновение, при котором их заряды успевают выровняться, шарики разлетаются. Определить скорости v разлёта шариков при их большом удалении. Полагать, что при сближении шариков их заряды остаются равномерно распределёнными по поверхности.

Исходная полная энергия шариков на бесконечности была нулевой, а конечная, тоже на бесконечности, $W_{\text{полн}} = W_{\text{кин}} = 2(mv^2/2)$, стала больше нуля. Откуда же она взялась?

1.181. Два одинаковых удаленных друг от друга шара несут разные по величине заряды одного знака. Энергия электрического поля первого шара $W_1 = 18$ мДж, а второго $W_2 = 2$ мДж. Шары соединили тонкой проволокой. Вычислить тепло Q , выделившееся при этом в проволоке.

1.182*. Имеются две концентрические металлические сферы радиусами R_1 и R_2 ($R_2 > R_1$). Внутренняя сфера несёт заряд q_1 , а внешняя q_2 . Сферы соединяют проволокой. Сколько тепла выделится в проволоке?

1.183. Заряд q равномерно распределён по сфере радиусом R . На основе закона сохранения энергии найти работу кулоновских сил при увеличении радиуса сферы от R_1 до R_2 . На основе полученного результата определить давление p , испытываемое сферой из-за взаимного отталкивания всех её заряженных участков (см. также задачу **1.79**).

2. ПОСТОЯННЫЙ ТОК

Плотность тока: $\mathbf{j} = nev$.

Обобщённый закон Ома: $iR = u_{12} + \mathcal{E}$.

Закон Джоуля-Ленца: $P = iu = i^2 R = u^2/R$.

Уравнения Кирхгофа: $\sum \pm i_k = 0$, $\sum \pm u_k = \sum \pm \mathcal{E}_k$, где $u_k = i_k R_k$.

Закон электролиза: $m = kq = k i t$.

2.1 Законы Ома и Джоуля-Ленца.

Соединения резисторов

2.1. В двух концах коридора установлены по одному выключателю, а в центре висит лампочка. Изобразить электрическую схему цепи, позволяющую как включать, так и выключать лампу из любого конца коридора.

2.2. По медному проводу диаметром $D = 1$ мм течёт ток $i = 10$ А. Определить среднюю скорость упорядоченного движения электронов (она называется *дрейфовой скоростью*), полагая, что на каждый атом меди приходится один свободный электрон. Плотность меди $\rho = 8900$ кг/м³.

2.3. Когда к батарее подключили амперметр с внутренним сопротивлением r_A , он показал ток I . Если же к батарее подключить вольтметр с внутренним сопротивлением r_V , то он покажет напряжение U . Найти ток короткого замыкания батарейки I_0 .

2.4. Напряжение на генераторе, измеренное идеальным вольтметром, равно 6 В. При подключении к генератору резистора вольтметр показал 3 В. Какое напряжение будет на генераторе, если к нему подключить два таких резистора, соединённых: а) параллельно; б) последовательно?

2.5. ЭДС генератора равна \mathcal{E} . Когда к нему подключили нагрузку с сопротивлением R , то по ней пошёл ток I . Какой ток I' пойдёт через нагрузку, если ее сопротивление уменьшить вдвое?

2.6. Измерительный прибор (гальванометр) с внутренним сопротивлением $r = 800$ Ом имеет шкалу, отградуированную до тока $i_0 = 100$ мкА. Как и какой величины надо подключить к нему резистор R , чтобы изготовить: а) амперметр на токи до 2 А; б) вольтметр на напряжения до 20 В?

2.7. Измерительный прибор (гальванометр) с внутренним сопротивлением $r = 800$ Ом имеет шкалу, отградуированную до напряжения $u_0 = 100$ мВ. Как и какой величины надо подключить к нему резистор R , чтобы изготовить: а) амперметр на токи i до 2 А; б) вольтметр на напряжения u до 20 В?

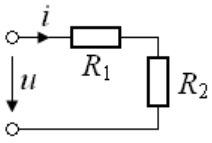


Рис. 2.1

2.8. К цепи из двух последовательно соединённых резисторов $R_1 = 1 \text{ кОм}$, $R_2 = 2 \text{ кОм}$ приложено напряжение $u = 3 \text{ В}$ (рис. 2.1). Ясно, что ток в цепи $i = 1 \text{ мА}$, а напряжения на резисторах $u_1 = 1 \text{ В}$, $u_2 = 2 \text{ В}$. Что покажет миллиамперметр с внутренним сопротивлением $r = 300 \text{ Ом}$, которым мы хотим измерить этот ток? А какое напряжение на резисторе R_2 покажет вольтметр с внутренним сопротивлением $r = 2 \text{ кОм}$?

2.9*. Если к вольтметру подключить добавочное сопротивление $R_1 = 1 \text{ кОм}$, то им можно измерить напряжение u_1 до 10 В , а если подключить $R_2 = 3 \text{ кОм}$, то – напряжение u_2 до 20 В . Какое добавочное сопротивление R_3 надо подключить к этому вольтметру, чтобы им можно было измерять напряжения u_3 до 30 В ? Каково внутреннее сопротивление r этого вольтметра?

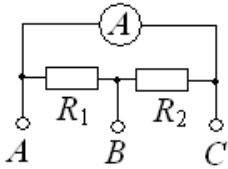


Рис. 2.2

2.10*. Идеальный амперметр (т. е. измеритель тока с нулевым внутренним сопротивлением) зашунтирован двумя резисторами R_1 и R_2 , как показано на рис. 2.2. Если в качестве входных использовать клеммы AB , то максимальный ток, который можно измерить амперметром, $i_1 = 3 \text{ А}$, а если клеммы BC , то максимальный ток $i_2 = 6 \text{ А}$. Какой максимальный ток i_0 можно измерить, если в качестве входных использовать клеммы AC ? Чему равно отношение сопротивлений R_1/R_2 ?

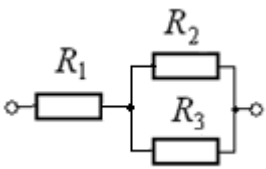


Рис. 2.3

2.11. К цепи, показанной на рис. 2.3, приложено постоянное напряжение. Сопротивления $R_1 = 1 \text{ Ом}$, $R_2 = 3 \text{ Ом}$, $R_3 = 6 \text{ Ом}$. Какая мощность будет выделяться на каждом резисторе, если выделяемая в цепи общая мощность $P_0 = 27 \text{ Вт}$?

2.12. К цепи, показанной на рис. 2.3, приложено постоянное напряжение. Сопротивления $R_1 = 1 \text{ Ом}$, $R_2 = 3 \text{ Ом}$, $R_3 = 6 \text{ Ом}$. Какая мощность будет выделяться на резисторе R_1 , если на резисторе R_3 выделяется мощность $P_3 = 6 \text{ Вт}$? Какое напряжение u_0 приложено к цепи?

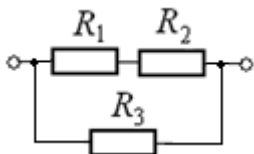


Рис. 2.4

2.13. К цепи, показанной на рис. 2.4, приложено постоянное напряжение. Сопротивления $R_1 = 2 \text{ Ом}$, $R_2 = 4 \text{ Ом}$, $R_3 = 3 \text{ Ом}$. Какая мощность будет выделяться на каждом резисторе, если выделяемая в цепи общая мощность $P_0 = 18 \text{ Вт}$? Какое напряжение u_0 приложено к цепи?

2.14. К цепи, показанной на рис. 2.5, приложено постоянное напряжение. Сопротивления $R_1 = 1 \text{ Ом}$, $R_2 = 2 \text{ Ом}$, $R_3 = 3 \text{ Ом}$, $R_4 = 6 \text{ Ом}$. Какая мощность будет выделяться на каждом резисторе, если выделяемая в цепи общая мощность $P_0 = 36 \text{ Вт}$? Какое напряжение u_0 приложено к цепи?

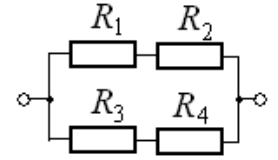


Рис. 2.5

2.15. К цепи, показанной на рис. 2.5, приложено постоянное напряжение. Сопротивления $R_1 = 1 \text{ Ом}$, $R_2 = 2 \text{ Ом}$, $R_3 = 3 \text{ Ом}$, $R_4 = 6 \text{ Ом}$. Какая мощность будет выделяться на резисторе R_1 , если на резисторе R_3 выделяется мощность $P_3 = 3 \text{ Вт}$? Какое напряжение u_0 приложено к цепи?

2.16. К цепи, показанной на рис. 2.6, приложено постоянное напряжение. Сопротивления $R_1 = 3 \text{ Ом}$, $R_2 = 6 \text{ Ом}$, $R_3 = 4 \text{ Ом}$, $R_4 = 12 \text{ Ом}$. Какая мощность будет выделяться на каждом резисторе, если выделяемая в цепи общая мощность $P_0 = 720 \text{ Вт}$? Какое напряжение u_0 приложено к цепи?

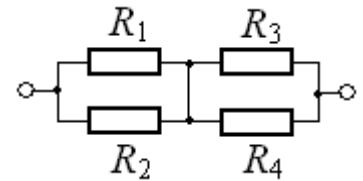


Рис. 2.6

2.17*. В цепи, показанной на рис. 2.7,а, напряжение $u = 6 \text{ В}$, сопротивления R_1 и R_2 фиксированы, а сопротивление r можно менять. На рис. 2.7,б показан график зависимости $i(r)$. На основе этого графика найти сопротивления R_1 и R_2 .

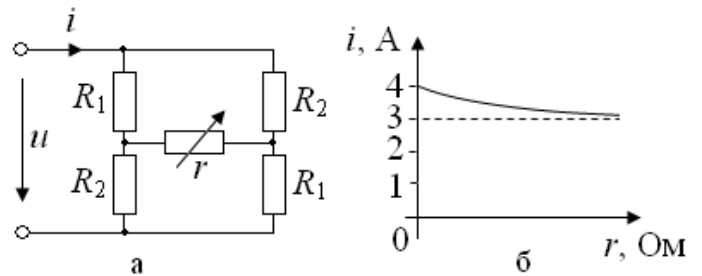


Рис. 2.7

2.18. К цепи, показанной на рис. 2.8, приложено напряжение $u = 44 \text{ В}$. Сопротивления всех резисторов одинаковы: $R_k = 4 \text{ Ом}$ ($k = 1, 2, \dots, 6$). Найти токи i_k через резисторы.

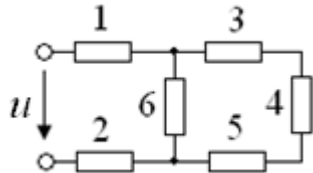


Рис. 2.8

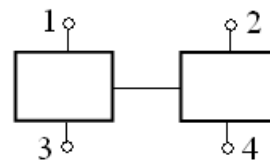


Рис. 2.9

2.19. Две разные схемы, состоящие только из резисторов (чёрные ящики), имеют по три вывода. Ящики соединены, как показано на рис. 2.9. Измерены сопротивления между выводами: $R_{12} = 1 \text{ Ом}$, $R_{34} = 2 \text{ Ом}$, $R_{14} = 3 \text{ Ом}$. Определить сопротивление R_{32} . Изобразить схемы резисторов в чёрных ящиках, реализующие приведённые условия.

2.20. К цепи из трёх одинаковых ламп, соединённых как показано на рис. 2.10, приложено напряжение u . Как изменятся накалы ламп L_1 и L_2 , если лампа L_3 : будет: а) выключена? б) закорочена?

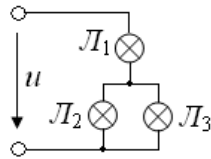


Рис. 2.10

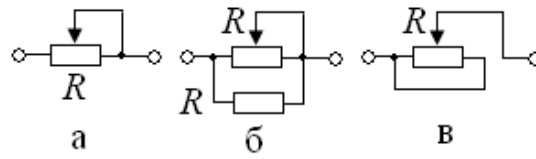


Рис. 2.11

2.21. Для каждой из трёх схем включения реостата R (рис. 2.11, а, б, в) изобразить графики зависимости общего сопротивления цепи R_0 от координаты x положения движка, если x отсчитывать от левого конца реостата, а в правом конце $x = l$.

2.22. К генератору с ЭДС \mathcal{E} и внутренним сопротивлением r подключается нагрузка. При каком сопротивлении нагрузки R с генератора можно взять максимальную мощность? Чему она равна? Каков при этом КПД генератора?

2.23. Два одинаковых параллельно соединённых резистора $R_1 = R_2 = R$ потребляют от генератора такую же суммарную мощность, как и подключённый только один. Определить внутреннее сопротивление генератора r .

2.24. Генератор с ЭДС $\mathcal{E} = 6$ В соединен с нагрузкой. Выходное напряжение генератора $u = 5$ В, ток $I = 2$ А. Определить тепловую мощность, выделяемую в генераторе.

2.25. При подключении к генератору резистора $R_1 = 200$ Ом на нём выделяется такая же мощность $P = 200$ Вт, как и при подключении резистора $R_2 = 500$ Ом. Определить ток короткого замыкания генератора $i_{к.з.}$

2.26. Генератор мощностью $P_0 = 5000$ кВт передает энергию по двум медным проводам заводу, находящемуся на расстоянии $l = 250$ км. Допустимая потеря мощности в проводах $\varepsilon = P_{л}/P_0 = 2\%$. Определить диаметр провода D , если энергия передается под напряжением: а) $u_0 = 10$ кВ; б) $u_0 = 100$ кВ. Удельное сопротивление меди $\rho = 0,017$ Ом·мм²/м.

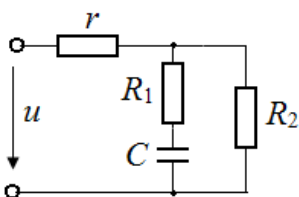


Рис. 2.12

2.27. Найти напряжение на конденсаторе C в схеме, показанной на рис. 2.12, если $u = 5$ В, $r = 1$ Ом, $R_1 = 2$ Ом, $R_2 = 4$ Ом.

2.28. Как изменится ток i_2 в цепи, показанной на рис. 2.13, если сопротивление R_3 увеличить?

2.29. В цепи, показанной на рис. 2.13, $R_1 = 1$ Ом, $R_2 = 2$ Ом, $R_3 = 3$ Ом, ток $i_3 = 2$ А. Найти напряжение u_1 на резисторе R_1 и приложенное к цепи напряжение u .

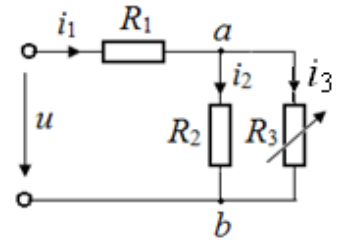


Рис. 2.13

2.30*. В цепи, показанной на рис. 2.13, сопротивление R_3 можно варьировать. При каком R_3 выделяемая на нём тепловая мощность максимальна?

2.31. В схеме на рис. 2.14, при разомкнутом ключе K на резисторе R_1 выделяется мощность $P_1 = 1$ Вт, а на резисторе R_2 – мощность $P_2 = 2$ Вт. Какая мощность P_x будет выделяться на резисторе R_1 после замыкания ключа K ?

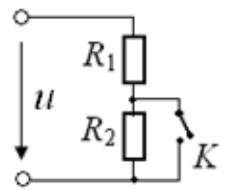


Рис. 2.14

2.32. К схеме из четырёх одинаковых резисторов, показанной на рис. 2.15, приложено постоянное напряжение. Во сколько раз изменятся тепловые мощности, рассеиваемые на резисторах R_1 , R_3 и R_4 , если резистор R_2 перегорит, т. е. превратится в разрыв?

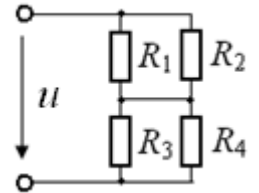


Рис. 2.15

2.33. Дом подключен к магистральной линии проводами, сопротивление которых равно 1 Ом. Напряжение в магистральной постоянно и равно 220 В. Определить суммарную допустимую мощность, потребляемую в доме, чтобы напряжение в доме не упало ниже 200 В.

2.34. ЭДС генератора $\mathcal{E} = 2$ В, а его внутреннее сопротивление $r = 1$ Ом. Внешняя нагрузка потребляет мощность $P = 0,75$ Вт. Найти ток в цепи.

2.35. Генератор соединён с реостатом, сопротивление которого можно менять. При токе $i_1 = 1$ А на реостате выделяется мощность $P_1 = 4$ Вт, а при токе $i_2 = 5$ А – мощность $P_2 = 10$ Вт. Определить ЭДС \mathcal{E} генератора и его внутреннее сопротивление r . Каково сопротивление реостата в каждом случае?

2.36. Генератор имеет выходное напряжение $u = 2$ кВ и передает в линию электропередачи мощность $P = 100$ кВт. Определить КПД линии η , если её сопротивление $r = 20$ Ом. Каков будет КПД, если $r = 40$ Ом?

2.37*. Генератор с ЭДС $\mathcal{E} = 6$ В соединён с нагрузкой, сопротивление которой можно менять (рис. 2.16). При этом меняется и напряжение u на ней. При $u = 4$ В на нагрузке выделяется мощность $P = 8$ Вт. Какую наибольшую мощность P_{\max} можно получить на нагрузке, меняя её сопротивление R и чему оно при этом будет равно? Построить график $P(u)$.

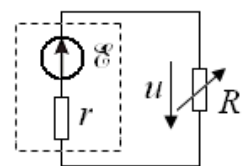


Рис. 2.16

2.38. Первая электроплитка потребляет мощность P_1 , а вторая – P_2 . Какую мощность P они будут потреблять при их последовательном соединении, если считать, что сопротивления их спиралей не зависят от температуры? Каково при этом будет отношение падающих на них мощностей?

2.39. Электроплитка имеет три секции с одинаковыми сопротивлениями. При их параллельном включении плитка потребляет мощность $P = 1800$ Вт. Какова мощность плитки при соединении секций вариантами, показанными на рис. 2.17 ?

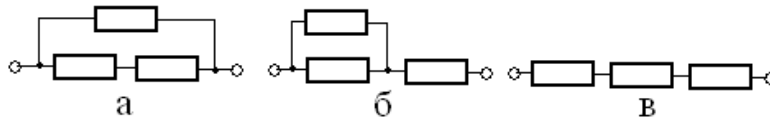


Рис. 2.17

2.40. Спираль электроплитки имеет две секции. При работе только первой секции вода в чайнике закипает за время $\tau_1 = 6$ минут, а при работе только второй – за время $\tau_2 = 12$ минут. За какое время τ_0 закипит вода, если обе секции включить в сеть: а) параллельно? б) последовательно?

2.41. Через резистор пропускается заряд q с постоянной скоростью $i = \Delta q / \Delta t$. Как изменится тепло Q , выделившееся на резисторе, если время прохождения заряда сократить в два раза ?

2.42. Ток в проводнике с сопротивлением $R = 75$ Ом равномерно увеличивался в течение $\tau = 25$ с, при этом в проводнике выделилось $Q = 400$ Дж тепла. Какой заряд q прошёл через проводник за это время?

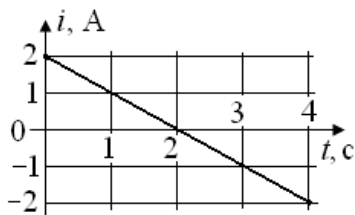


Рис. 2.18

2.43. Зависимость тока от времени $i(t)$ показан на рис. 2.18. Какой заряд q_{0-2} прошёл через сечение провода за первые две секунды и какой q_{0-4} за всё время прохождения тока $t_{0-4} = 4$ с ?

2.44. Один и тот же заряд q пропускают через резистор R за одинаковое время τ двумя вариантами: в первом ток i постоянный, во втором – ток i линейно растущий. Найти отношение теплот Q_2/Q_1 , выделившихся на резисторе в этих вариантах.

2.45. Конденсатор ёмкостью C , заряженный до напряжения u , разряжают через цепочку двух последовательно соединённых резисторов сопротивлениями R_1 и R_2 . Сколько тепла выделится на каждом резисторе?

2.46*. Конденсатор ёмкостью C заряжается через резистор сопротивлением R от генератора с ЭДС \mathcal{E} . Сколько тепла выделится на резисторе?

2.47. К схеме, показанной на рис. 2.19, приложено постоянное напряжение u . Когда ключ K разомкнут, то напряжение на конденсаторе $u_1 = 20$ В. Какое напряжение u_2 установится на конденсаторе, если ключ K замкнуть?

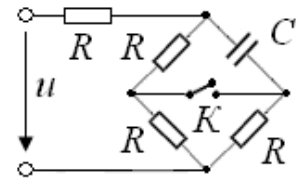


Рис. 2.19

2.48. К цепи на рис. 2.20 приложено постоянное напряжение $u = 6$ В. Сопротивления $R_1 = 1$ Ом, $R_2 = 2$ Ом. В момент $t = 0$ замыкают ключ K . Найти: 1) ток $i(+0)$, т. е. ток сразу после замыкания ключа K ; 2) ток i в момент, когда напряжение на конденсаторе C достигнет 50% от своего установившегося значения.

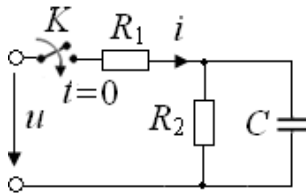


Рис. 2.20

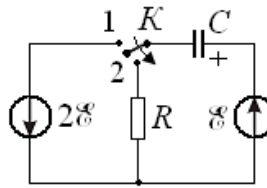


Рис. 2.21

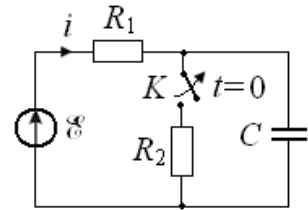


Рис. 2.22

2.49*. Сколько тепла выделится на резисторе R после переключения ключа K из положения 1 в 2 (рис. 2.21)?

2.50*. В цепи на рис. 2.22, в момент $t = 0$ ключ K размыкают. Найти: 1) ток i через резистор R_1 сразу после размыкания ключа K ; 2) тепло Q , выделившееся на резисторе R_1 при $t > 0$.

2.51. При каком сопротивлении r (рис. 2.23) сопротивление всей цепи R_{ab} также равно r ?

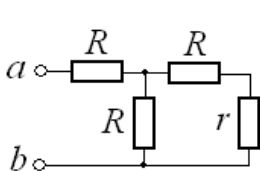


Рис. 2.23

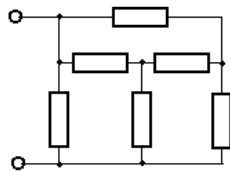


Рис. 2.24

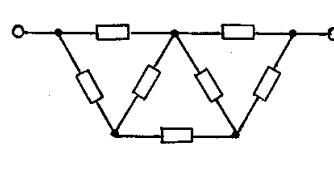


Рис. 2.25

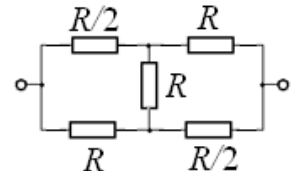


Рис. 2.26

2.52*. Найти сопротивление R_0 цепи, показанной на рис. 2.24, если сопротивление каждого резистора равно R .

2.53*. Найти сопротивление R_0 цепи, показанной на рис. 2.25, если сопротивление каждого резистора равно R .

2.54*. Используя симметрию цепи, показанной на рис. 2.26, найти её общее сопротивление R_0 .

2.55. Сопротивление каждой стороны проволоочного куба равно R . Используя симметрию схемы, найти сопротивление R_0 между вершинами куба: а) противоположными; б) лежащими на диагонали грани; в) соседними.

2.56. Определить сопротивление R_0 между двумя вершинами тетраэдра, составленного из шести одинаковых резисторов сопротивлением R .

2.57*. Из трёх проволок сопротивлением $R = 48$ Ом каждая сделали три одинаковых кольца и симметрично соединили их в шести точках, как показано на рис. 2.27. Найти сопротивление между узлами A и B .

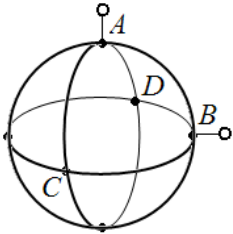


Рис. 2.27

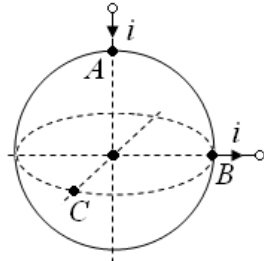


Рис. 2.28

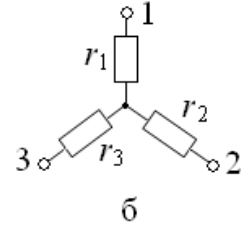
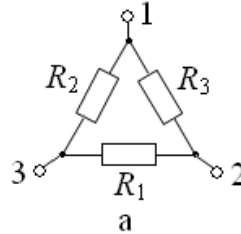


Рис. 2.29

2.58*. Сфера покрыта тонким однородным слоем проводящего вещества. В двух точках A и B (рис. 2.28) к сфере припаяны провода, по которым течёт ток. Указать направление движения зарядов (стрелку тока) в точке C , равноудаленной от A и B и лежащей на «экваторе» сферы, как и точка B .

2.59. На рис. 2.29,а три резистора R_1, R_2, R_3 соединены «треугольником», а на рис. 2.29,б резисторы r_1, r_2, r_3 соединены «звездой». Сопротивления R_1, R_2, R_3 заданы. Найти сопротивления r_1, r_2, r_3 , обеспечивающие эквивалентность двух схем, т. е. равенство сопротивлений между выводами 1, 2 и 3: $R_{12} = r_{12}, R_{23} = r_{23}, R_{31} = r_{31}$.

2.60. К цепи из восьми одинаковых резисторов, показанной на рис. 2.30, приложено напряжение $u_0 = 16$ В. Какое напряжение u_V покажет идеальный вольтметр V ?

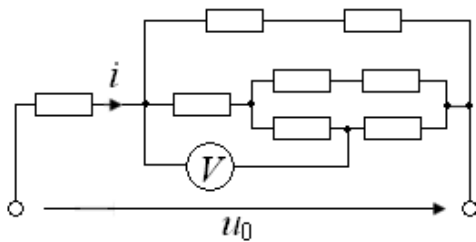


Рис. 2.30

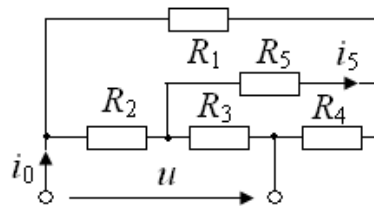


Рис. 2.31

2.61*. В цепи, показанной на рис. 2.31, напряжение $u = 1$ В, сопротивления $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = 1$ Ом, $R_5 = 2$ Ом. Найти токи i_0 и i_5 .

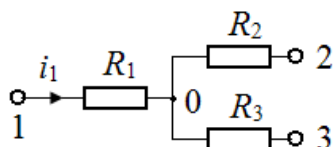


Рис. 2.32

2.62. Найти ток i_1 в цепи, показанной на рис. 2.32, если $R_1 = 1$ Ом, $R_2 = 2$ Ом, $R_3 = 3$ Ом, а потенциалы на концах $\varphi_1 = 3$ В, $\varphi_2 = 8$ В, $\varphi_3 = 1$ В.

2.63. Какие сопротивления можно получить, имея три резистора по 6 кОм?

2.64. В цепи, показанной на рис. 2.33, напряжение $u = 24$ В, сопротивления $R_1 = 1$ Ом, $R_2 = R_3 = 2$ Ом, $R_4 = 6$ Ом. Определить напряжение u_{ab} .

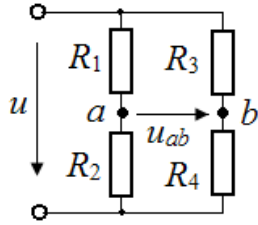


Рис. 2.33

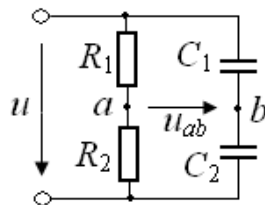


Рис. 2.34

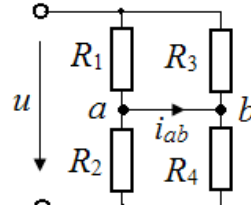


Рис. 2.35

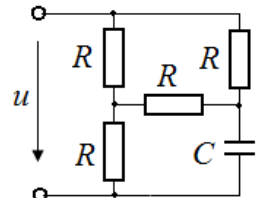


Рис. 2.36

2.65. В цепи, показанной на рис. 2.34, напряжение $u = 24$ В, сопротивления $R_1 = 1$ Ом, $R_2 = 2$ Ом, ёмкости $C_1 = 1$ мкФ, $C_2 = 3$ мкФ. Определить напряжение u_{ab} .

2.66. В цепи, показанной на рис. 2.35, напряжение $u = 20$ В, сопротивления $R_1 = R_4 = 10$ Ом, $R_2 = R_3 = 5$ Ом. Найти ток i_{ab} , используя симметрию цепи.

2.67. В цепи, показанной на рис. 2.35, $R_1 = 1$ Ом, $R_2 = 3$ Ом, $R_3 = 2$ Ом. При каком сопротивлении R_4 ток в перемычке ab будет нулевым?

2.68*. В цепи, показанной на рис. 2.35, напряжение $u = 25$ В, $R_1 = 3$ Ом, $R_2 = 4$ Ом, $R_3 = 1$ Ом, $R_4 = 2$ Ом. Найти ток i_{ab} .

2.69*. В цепи на рис. 2.35, сопротивления $R_1 = R$, $R_2 = R_3 = R_4 = 5R$, ток $i_{ab} = 1$ А. Найти общий ток i_0 между входными выводами схемы.

2.70. Найти напряжение на конденсаторе в цепи, показанной на рис. 2.36, если $u = 5$ В, а сопротивления всех резисторов одинаковы.

2.71*. В цепи, показанной на рис. 2.37, $u_{ab} = 3$ В, $R = 4$ Ом. Найти ток i .

2.72*. В схеме, показанной на рис. 2.38, $R_1 = 2$ Ом, $R_2 = 3$ Ом, $R_3 = 6$ Ом, ток $i_0 = 6$ А. Определить токи i' и i'' .

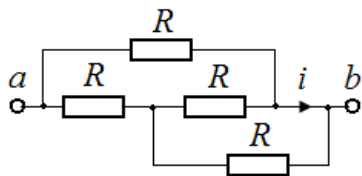


Рис. 2.37

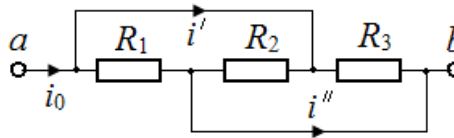


Рис. 2.38

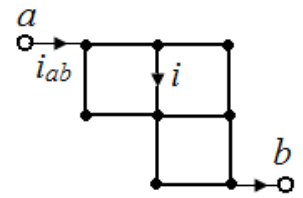


Рис. 2.39

2.73*. Сопротивление каждой стороны ячейки цепи, показанной на рис. 2.39, равно R . Ток в указанной на рис. 2.39 стороне равен i . Используя симметрию схемы, найти: 1) напряжение u_{ab} между точками a и b ; 2) результирующий ток i_{ab} ; 3) сопротивление R_{ab} .

2.74*. Определить сопротивления R_0 цепочек, показанных на рис. 2.40, если сопротивление каждого резистора в них равно R .

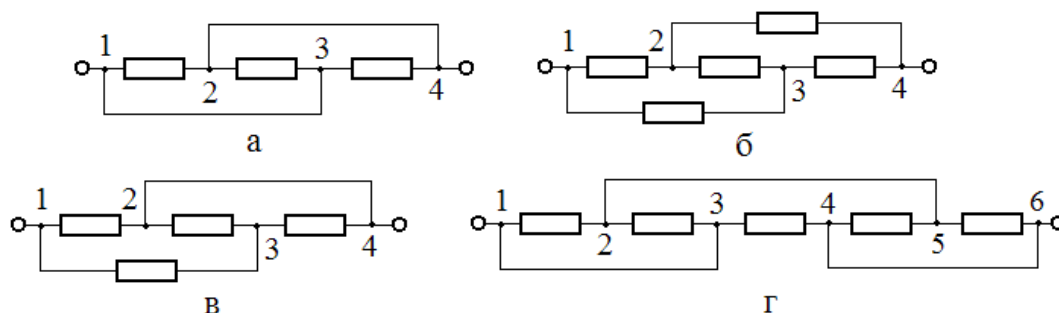


Рис. 2.40

2.75. Имеется очень длинная периодическая цепь, состоящая из звеньев $(2R, R)$ и замкнутая на конце сопротивлением R , как показано на рис. 2.41. Найти сопротивление R_{AB} между точками A и B .

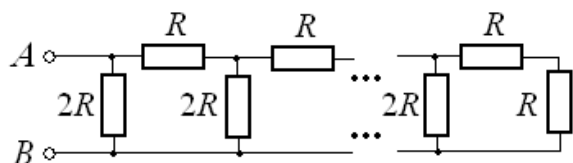


Рис. 2.41

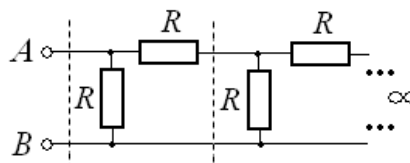


Рис. 2.42

2.76*. Имеется бесконечная периодическая цепь, состоящая из одинаковых резисторов сопротивлением R , как показано на рис. 2.42. Найти сопротивление R_{AB} между точками A и B .

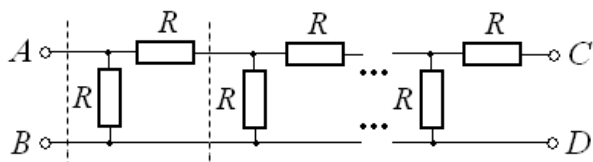


Рис. 2.43

2.77*. Имеется периодическая цепь конечной длины, состоящая из одинаковых резисторов сопротивлением R , как показано на рис. 2.43. Какое сопротивление R_{CD} надо включить между точками C и D , чтобы сопротивление R_{AB} не зависело от числа ячеек?

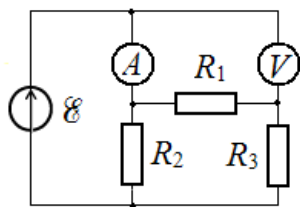


Рис. 2.44

2.78. Найти ток через амперметр в цепи, показанной на рис. 2.44, если напряжение на вольтметре 6 В, а сопротивления $R_1 = 2 \text{ Ом}$, $R_2 = R_3 = 1 \text{ Ом}$. Амперметр и вольтметр полагать идеальными.

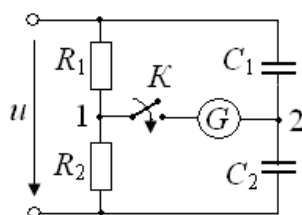


Рис. 2.45

2.79*. Какой заряд Δq пройдёт через гальванометр G (рис. 2.45) после замыкания ключа K ? Величины R_1, R_2, C_1, C_2 и напряжение u заданы. При каком условии $\Delta q = 0$? (См. также задачу 1.164)

2.80*. Лампочка включена в цепь, показанную на рис. 2.46. При каком сопротивлении лампочки напряжение на ней одинаково как при замкнутом, так и при разомкнутом ключе K ? Каково это напряжение?

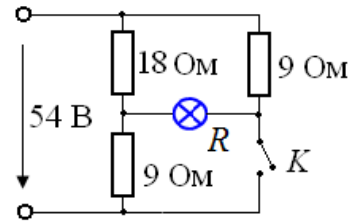


Рис. 2.46

2.2. Схемы с диодами

2.81. В цепи, показанной на рис. 2.47, при отмеченной полярности приложенного напряжения $u = 12$ В выделяется мощность $P_1 = 21,6$ Вт, а если полярность напряжения сменить на обратную, то в цепи будет выделяться мощность $P_2 = 14,4$ Вт. Определить сопротивления резисторов R_1 и R_2 , полагая диод D идеальным, т. е. идеально проводящим в прямом направлении и непроводящим в обратном.

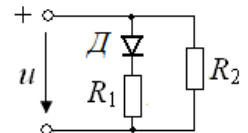


Рис. 2.47

2.82. В цепи, показанной на рис. 2.48, при отмеченной полярности приложенного напряжения $u = 12$ В выделяется мощность $P_1 = 4,8$ Вт, а если полярность напряжения сменить на обратную, то в цепи будет выделяться мощность $P_2 = 7,8$ Вт. Определить сопротивления резисторов R_1 и R_2 , полагая диоды идеальными, т. е. идеально проводящими в прямом направлении и непроводящими в обратном.

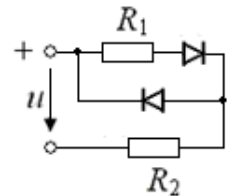


Рис. 2.48

2.83. В мостовой цепи, показанной на рис. 2.49, сопротивления трёх резисторов R одинаковы, а диоды D идеальные, т. е. идеально проводят ток в одном направлении и заперты в обратном. Когда к цепи приложили постоянное напряжение u в полярности, показанной на рис. 2.49, в ней выделялась тепловая мощность $P_1 = 18$ Вт. Какая мощность P_2 будет выделяться в этой цепи при смене полярности напряжения u ?

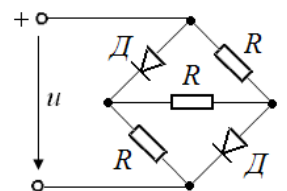


Рис. 2.49

2.84. В мостовой цепи, показанной на рис. 2.50, сопротивления трёх резисторов R одинаковы, а диоды идеальные, т. е. идеально проводят ток в одном направлении и заперты в обратном. Когда к цепи приложили постоянное напряжение u в полярности, показанной на рис. 2.50, в ней выделялась тепловая мощность $P_1 = 6$ Вт. Какая мощность P_2 будет выделяться в этой цепи при смене полярности напряжения u ?

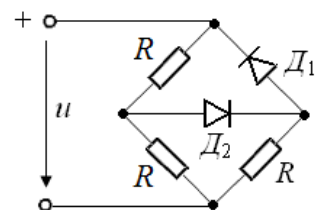


Рис. 2.50

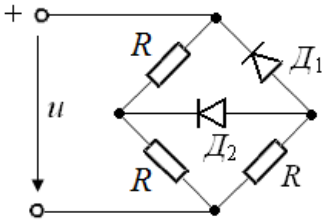


Рис. 2.51

2.85. В мостовой цепи, показанной на рис. 2.51, сопротивления трёх резисторов R одинаковы, а диоды идеальные, т. е. идеально проводят ток в одном направлении и заперты в обратном. Когда к цепи приложили постоянное напряжение u в полярности, показанной на рис. 2.51, в ней выделялась тепловая мощность $P_1 = 2$ Вт. Какая мощность P_2 будет выделяться в этой цепи при смене полярности напряжения u ?

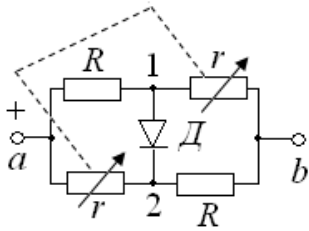


Рис. 2.52

2.86. В мостовой цепи, показанной на рис. 2.52, диод D идеальный, т. е. идеально проводит ток в одном направлении и заперт в обратном. Сопротивления $R = 1$ Ом, а сопротивления r можно синхронно менять. Построить график зависимости сопротивления цепи $R_{ab}(r)$ во всём диапазоне изменения r : $0 < r < \infty$.

2.3. Электромоторы

Потребляемая работающим мотором мощность $P = iu = P_{\text{мех}} + i^2 r$, где r – сопротивление обмотки, $i^2 r$ – мощность тепловых потерь в обмотке.

2.87. Электромотор питается напряжением $u = 24$ В. При токе $i = 8$ А мощность на валу мотора $P_{\text{мех}} = 96$ Вт. Какой ток i_0 пойдет через обмотку мотора, если его ротор остановить?

2.88. Электромотор питается постоянным напряжением $u = 24$ В. Сопротивление обмотки его якоря $r = 6$ Ом. Ток через обмотку зависит от нагрузки мотора. При каком токе i через обмотку полезная мощность $P_{\text{мех}}$ на валу будет максимальной? Чему она равна? Каков при этом КПД мотора?

2.89. Электромотор питается постоянным напряжением. Пусковой ток мотора (при заторможенном роторе) $i_0 = 15$ А, а в установившемся режиме некоторой нагрузки $i = 6$ А. Найти КПД мотора при этой нагрузке.

2.90. Электровоз питается от линии с напряжением $U = 500$ В. При движении электровоза со скоростью $v = 72$ км/ч ток в обмотке электродвигателя $I = 1$ кА, а пусковой ток $I_0 = 2$ кА (т. е. ток при невращающемся роторе двигателя). Какую мощность $P_{\text{мех}}$ и силу тяги F развивает электровоз при движении с такой скоростью? Каков при этом КПД двигателя?

2.4 Уравнения Кирхгофа

2.91. Три одинаковые батарейки с ЭДС $\mathcal{E} = 2$ В и внутренними сопротивлениями $r = 1$ Ом соединили в замкнутую цепь, как показано на рис. 2.53. Что покажет вольтметр, подключенный к одной из батареек?

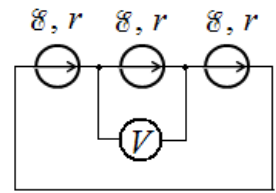


Рис. 2.53

2.92. Нашли какую-то батарею постоянного тока со стёртыми надписями. С целью определения её ЭДС \mathcal{E} и внутреннего сопротивления r к ней прикладывали напряжение u , а амперметром A измеряли ток, как показано на рис. 2.54. При напряжении $u = 6$ В ток в цепи был равен 2 А, а при $u = 8$ В ток стал 1 А. Каковы \mathcal{E} и r батареи? Амперметр считать идеальным.

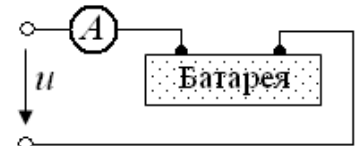


Рис. 2.54

2.93*. В цепи на рис. 2.55 \mathcal{E} — идеальный генератор, ток через амперметр $i_1 = 1$ А, напряжение на вольтметре $u = 1$ В. Если приборы поменять местами, то вольтметр покажет напряжение $u_2 = 2$ В, а амперметр — ток $i_2 = 0,5$ А. Найти сопротивление резистора R , ЭДС \mathcal{E} и внутренние сопротивления амперметра r_A и вольтметра r_V .

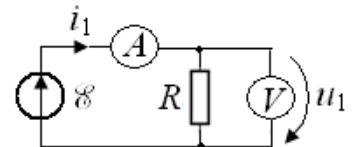


Рис. 2.55

2.94. При каком сопротивлении R (рис. 2.56) выделяемая на нём тепловая мощность будет максимальной, если $R_1 = 10$ Ом, $R_2 = 40$ Ом?

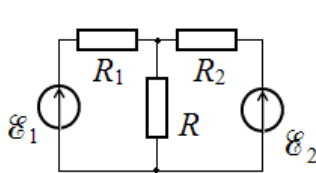


Рис. 2.56

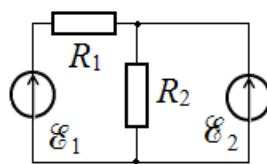


Рис. 2.57

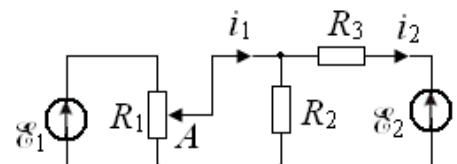


Рис. 2.58

2.95. При каком сопротивлении R_2 ток через генератор \mathcal{E}_2 (рис. 2.57) будет равен нулю, если $\mathcal{E}_1 = 2$ В, $\mathcal{E}_2 = 1$ В, $R_1 = 1$ Ом? Каков будет ток i_2 через генератор \mathcal{E}_2 , если сопротивление $R_2 = 0,5$ Ом?

2.96. В цепи, показанной на рис. 2.58, ЭДС $\mathcal{E}_1 = 10$ В, $\mathcal{E}_2 = 6$ В, сопротивления $R_1 = 1$ Ом, $R_2 = 2$ Ом. Положение движка A подобрано так, что ток $i_2 = 0$. Чему при этом равен ток i_1 ?

2.97. В цепи, показанной на рис. 2.59, ЭДС $\mathcal{E}_1 = 3$ В, $\mathcal{E}_2 = 9$ В, сопротивления $R_1 = 1$ Ом, $R_2 = 2$ Ом. При какой ЭДС \mathcal{E}_3 ток $i_3 = 0$?

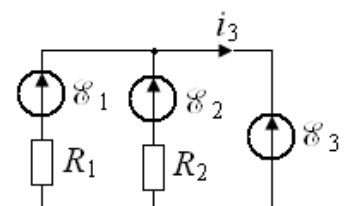


Рис. 2.59

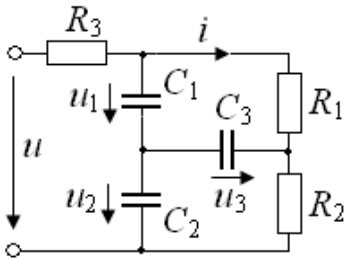


Рис. 2.60

2.98*. В цепи, показанной на рис. 2.60, сопротивления $R_1 = 1 \text{ Ом}$, $R_2 = 2 \text{ Ом}$, $R_3 = 3 \text{ Ом}$, ёмкости $C_1 = 1 \text{ мкФ}$, $C_2 = 2 \text{ мкФ}$, $C_3 = 3 \text{ мкФ}$. К цепи приложено постоянное напряжение $u = 12 \text{ В}$. Найти напряжение u_3 на конденсаторе C_3 .

2.99. Имеются два генератора с одинаковыми ЭДС \mathcal{E} и внутренними сопротивлениями r . При каком их соединении – параллельном или последовательном – ток на внешней нагрузке R будет бóльшим?

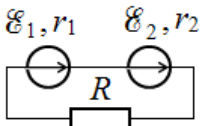


Рис. 2.61

2.100. При каком сопротивлении R напряжение на выводах одного из генераторов (рис. 2.61) будет равно нулю, и у какого именно? ЭДС и внутренние сопротивления генераторов: $\mathcal{E}_1 = 2 \text{ В}$, $\mathcal{E}_2 = 3 \text{ В}$, $r_1 = 3 \text{ Ом}$, $r_2 = 6 \text{ Ом}$.

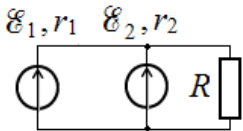


Рис. 2.62

2.101. При каком сопротивлении R (рис. 2.62) ток через один из генераторов будет равен нулю, и через какой именно? ЭДС и внутренние сопротивления генераторов: $\mathcal{E}_1 = 1 \text{ В}$, $\mathcal{E}_2 = 2 \text{ В}$, $r_1 = 2 \text{ Ом}$, $r_2 = 1 \text{ Ом}$.

2.102. В цепях, показанных на рис. 2.63 (а, б), известны ЭДС и внутренние сопротивления генераторов: $\mathcal{E}_1 = 10 \text{ В}$, $\mathcal{E}_2 = 5 \text{ В}$, $r_1 = 3 \text{ Ом}$, $r_2 = 2 \text{ Ом}$. Найти напряжения u_{ab} в каждой из этих цепей.

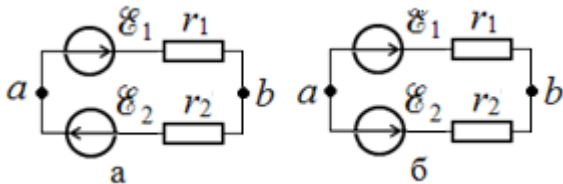


Рис. 2.63

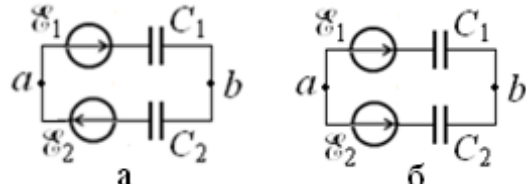


Рис. 2.64

2.103. В цепях, показанных на рис. 2.64 (а, б), ЭДС $\mathcal{E}_1 = 10 \text{ В}$, $\mathcal{E}_2 = 5 \text{ В}$, ёмкости $C_1 = 1 \text{ мкФ}$, $C_2 = 4 \text{ мкФ}$. Найти и напряжения на конденсаторах и напряжение u_{ab} .

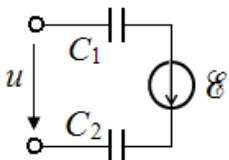


Рис. 2.65

2.104. К цепи на рис. 2.65, приложено постоянное напряжение $u = 5 \text{ В}$. ЭДС $\mathcal{E} = 10 \text{ В}$, ёмкости $C_1 = 1 \text{ мкФ}$, $C_2 = 2 \text{ мкФ}$. Найти напряжения u_1 и u_2 на конденсаторах.

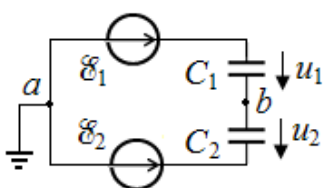


Рис. 2.66

2.105. В цепи, показанной на рис. 2.66, ЭДС $\mathcal{E}_1 = 1 \text{ В}$, $\mathcal{E}_2 = 4 \text{ В}$, ёмкости конденсаторов $C_1 = 1 \text{ мкФ}$, $C_2 = 2 \text{ мкФ}$. Потенциал точки a $\varphi_a = 0$ (точка a заземлена). Найти потенциал φ_b точки b .

2.106*. В цепи, показанной на рис. 2.61, $\mathcal{E}_1 = 5$ В, $\mathcal{E}_2 = 1$ В, $C_1 = 1$ мкФ, $C_2 = 2$ мкФ. Найти напряжение u_{ab} при разомкнутом ключе K . Какой заряд q_{ab} (от точки a к b) пройдёт по перемычке после замыкания ключа K ?

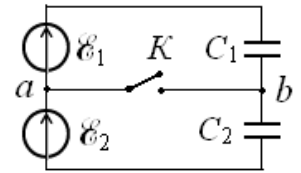


Рис. 2.67

2.107. В цепи на рис. 2.68 ЭДС $\mathcal{E}_1 = 1$ В, $\mathcal{E}_2 = 2$ В, $\mathcal{E}_3 = 4$ В, сопротивления $R_1 = 1$ Ом, $R_2 = 2$ Ом. Найти ток i в перемычке и напряжение u_{ab} .

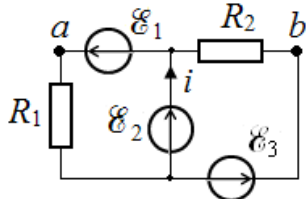


Рис. 2.68

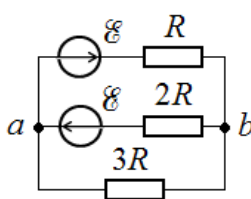


Рис. 2.69

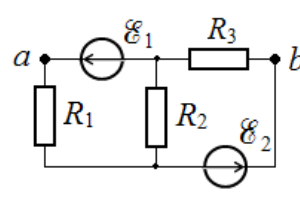


Рис. 2.70

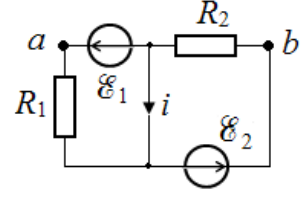


Рис. 2.71

2.108. Найти напряжение u_{ab} в цепи, показанной на рис. 2.69, где $\mathcal{E} = 11$ В.

2.109. Найти токи в ветвях цепи (рис. 2.70) и напряжение u_{ab} , если ЭДС $\mathcal{E}_1 = 1$ В, $\mathcal{E}_2 = 4$ В, сопротивления $R_1 = 30$ Ом, $R_2 = 20$ Ом, $R_3 = 10$ Ом.

2.110. В цепи, показанной на рис. 2.71, ЭДС $\mathcal{E}_1 = 1$ В, $\mathcal{E}_2 = 4$ В, сопротивления $R_1 = 1$ Ом, $R_2 = 2$ Ом. Найти напряжение u_{ab} и ток i в перемычке.

2.111. Найти токи в ветвях и напряжения u_{ab} и u_{bc} в цепи, показанной на рис. 2.72, если $\mathcal{E}_1 = 6$ В, $\mathcal{E}_2 = 1$ В, $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = 1$ Ом. Задачу удобно решать численно сразу после записи системы уравнений.

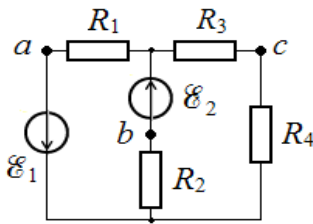


Рис. 2.72

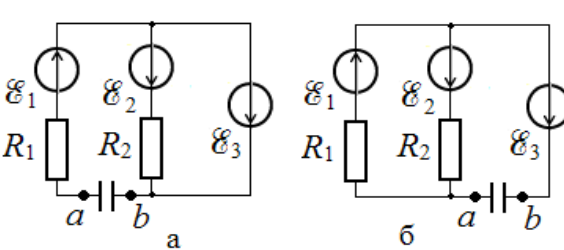


Рис. 2.73

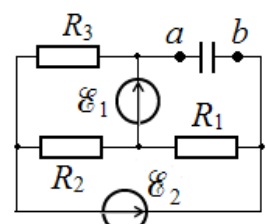


Рис. 2.74

2.112. Найти напряжение u_{ab} на конденсаторе в цепях, показанных на рис. 2.73 (а, б), если $\mathcal{E}_1 = 1$ В, $\mathcal{E}_2 = 2$ В, $\mathcal{E}_3 = 3$ В, $R_1 = 1$ Ом, $R_2 = 2$ Ом.

2.113. В цепи, показанной на рис. 2.74, определить напряжение u_{ab} на конденсаторе, если $\mathcal{E}_1 = 1$ В, $\mathcal{E}_2 = 4$ В, $R_1 = 10$ Ом, $R_2 = 20$ Ом, $R_3 = 30$ Ом. Задачу удобно решать численно сразу после записи системы уравнений.

2.114. При каком сопротивлении R ток через резистор R_0 (рис. 2.75) будет нулевым, если $\mathcal{E}_1 = 1 \text{ В}$, $\mathcal{E}_2 = 4 \text{ В}$, $r_1 = 1 \text{ Ом}$, $r_2 = 3 \text{ Ом}$?

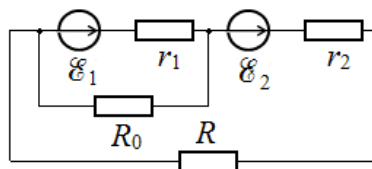


Рис.2.75

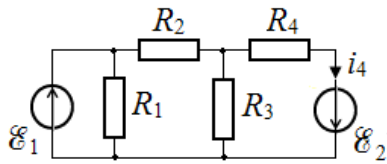


Рис. 2.76

2.115. Найти токи через резисторы R_3 и R_4 (рис. 2.769), если $\mathcal{E}_1 = 2$ В, $\mathcal{E}_2 = 4$ В, $R_1 = 1$ Ом, $R_2 = 2$ Ом, $R_3 = 3$ Ом, $R_4 = 4$ Ом.

2.116*. Источником энергии в электроцепи автомобиля является генератор и соединённый с ним параллельно аккумулятор ($\mathcal{E}_{\text{ак}}, r_{\text{ак}}$) (рис. 2.77). ЭДС генератора $\mathcal{E} = 14$ В, его внутреннее сопротивление $r = 0,05$ Ом; ЭДС аккумулятора $\mathcal{E}_{\text{ак}} = 12$ В. При каком токе i , потребляемом нагрузкой R , аккумулятор будет разряжаться?

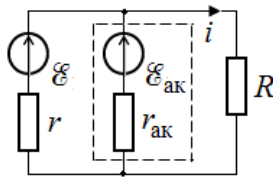


Рис. 2.77

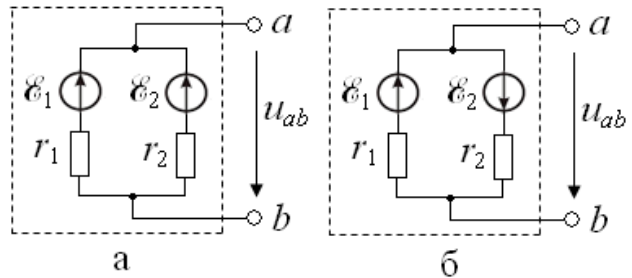


Рис. 2.78

2.117*. Два генератора с ЭДС \mathcal{E}_1 и \mathcal{E}_2 и внутренними сопротивлениями r_1 и r_2 соединены в батарею, как показано на рис. 2.78, а. Эту батарею можно рассматривать как новый генератор с ЭДС \mathcal{E}_0 и внутренним сопротивлением r_0 (этот эквивалентный генератор обведён пунктиром, a и b – его выходные клеммы, u_{ab} – его выходное напряжение). Определить параметры \mathcal{E}_0 и r_0 этого эквивалентного генератора.

Найти параметры \mathcal{E}_0 и r_0 для варианта батареи на рис. 2.78, б.

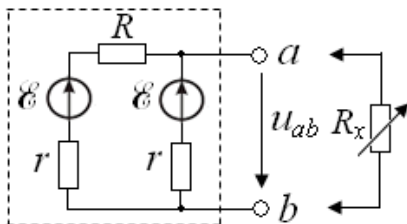


Рис. 2.79

2.118*. Два одинаковых генератора с ЭДС \mathcal{E} и внутренними сопротивлениями r соединены в батарею с включением известного резистора R , как показано на рис. 2.79. Эту батарею можно рассматривать как новый генератор с ЭДС \mathcal{E}_0 и внутренним сопротивлением r_0 (этот эквивалентный генератор обведён пунктиром, a и b – его выходные клеммы, u_{ab} – его выходное напряжение).

- 1) Определить параметры \mathcal{E}_0 и r_0 этого эквивалентного генератора.
- 2) При каком значении сопротивления внешней нагрузки R_x , подключаемой к такому генератору (рис. 2.79), на ней будет выделяться максимальная тепловая мощность?

2.5. Нелинейные элементы в цепях постоянного тока.

Методы расчёта цепей с нелинейными элементами

Пусть имеется цепь из двух последовательно соединённых элементов – линейного резистора с известным сопротивлением R и нелинейного элемента (НЭ), с заданной вольт-амперной характеристикой (ВАХ).

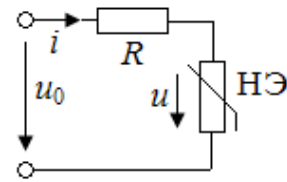


Рис. 2.80

И пусть к этой цепи приложено постоянное напряжение u_0 (рис. 2.80). Требуется найти ток в цепи i и напряжение u на НЭ. ВАХ НЭ при этом может быть задана двумя различными способами – графически или аналитически. В зависимости от этого и выбирается метод расчёта тока.

Метод 1 – графический

Пусть в условии задан график ВАХ НЭ $i(u)$. При заданном внешнем напряжении u_0 ток i здесь можно найти двумя графическими способами.

Способ 1. На основе 2-го уравнения Кирхгофа

$$iR + u(i) = u_0$$

строится *нагрузочная прямая* $i(u)$:

$$i = u_0/R - u/R,$$

которая имеет отрицательный наклон и пересекает график ВАХ НЭ. Точка пересечения этих графиков и даёт искомый ток i .

Способ 2. Строится ВАХ всей цепи ($R + \text{НЭ}$) путём графического суммирования ВАХ_R и $\text{ВАХ}_{\text{НЭ}}$ «по горизонтали». Вертикаль $u = u_0$ отсекает на этой результирующей ВАХ искомый ток i , общий для обоих элементов. Затем на этот ток кладётся горизонталь, которая на ВАХ НЭ даёт напряжение на этом НЭ.

Метод 2 – аналитический

Пусть ВАХ НЭ задана аналитически: как функция $i = i(u)$ или как функция $u = u(i)$ в явном виде.

Если для НЭ задана зависимость $u = u(i)$, то ток i сразу находим из 2-го уравнения Кирхгофа $iR + u(i) = u_0$. А затем и напряжение $u = u(i)$ на НЭ.

Если же для НЭ задана зависимость $i = i(u)$, то, записав 2-е уравнение Кирхгофа в виде

$$i(u)R + u(i) = u_0,$$

находим из него напряжение u на НЭ, а затем и ток $i = i(u)$.

Для более сложных цепей с нелинейными элементами и их аналитически заданными ВАХ требуется записывать уже *систему уравнений Кирхгофа*, как для соответствующих цепей с линейными элементами.

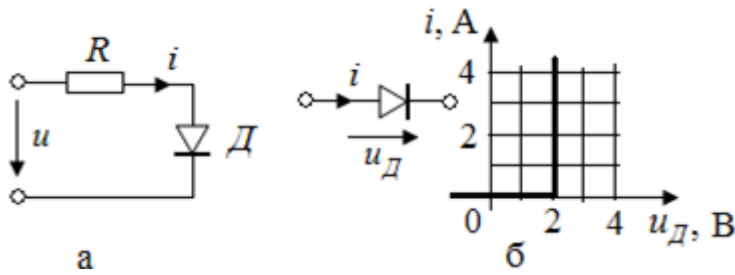


Рис. 2.81. Схема включения диода (а) и его ВАХ (б)

2.119. На рис. 2.81, а показана цепочка из последовательно включённых диода D и линейного резистора сопротивлением $R = 1$ Ом. ВАХ диода в прямом направлении аппроксимируется

ломаной, показанной на рис. 2.81, б: если прямое напряжение на диоде $u_D < 2$ В, то он тока не проводит, а как только оно достигает значения $u_0 = 2$ В, диод становится идеально проводящим и ток через него определяется только сопротивлением внешней цепи. Найти аналитические зависимости и построить соответствующие графики:

- 1) вольт-амперной характеристики (ВАХ) цепочки $i(u)$;
- 2) зависимостей тепловых мощностей, выделяемых на резисторе $P_R(u)$ и на диоде $P_D(u)$ от приложенного к цепочке напряжения.

Каков будет ток i в цепи, если к ней приложить напряжение $u = 5$ В.

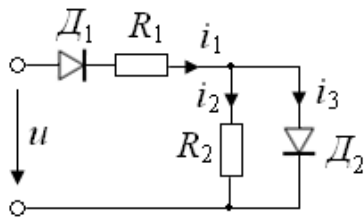


Рис. 2.82

2.120*. На рис. 2.82 показана цепь из двух одинаковых диодов D_1, D_2 и двух линейных резисторов $R_1 = R_2 = 1$ Ом. ВАХ диодов в прямом направлении аппроксимируются ломаной, показанной на рис. 2.81, б: если прямое напряжение на диоде $u_D < 2$ В, то он тока не проводит, а если $u_D > u_0 = 2$ В, он становится идеально проводящим. К цепи приложено постоянное напряжение: а) $u = 4$ В; б) $u = 6$ В; в) $u = 8$ В. Найти токи i_1, i_2, i_3 в каждом из трёх вариантов приложенного напряжения.

2.121. При положительном напряжении на диоде ток через диод и напряжение на нём связаны соотношением $i = \alpha u^2$, где ток i – в амперах, напряжение u – в вольтах, коэффициент $\alpha = 0,5$. Найти ток i в цепи, если к этому диоду через сопротивление $R = 1$ Ом приложили напряжение $u_0 = 4$ В.

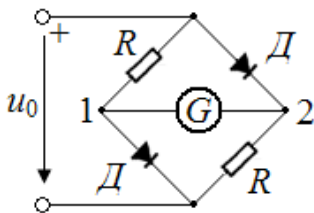


Рис. 2.83

2.122*. При небольшом положительном напряжении на диоде ток через диод и напряжение на нём связаны соотношением $i = \alpha u^2$, где i – ток в амперах, u – напряжение в вольтах, коэффициент $\alpha = 0,02$. При каком напряжении u_0 , приложенном к мостовой схеме на рис. 2.83, ток через гальванометр G будет нулевым? Резисторы R одинаковые – оба по 200 Ом.

2.123*. В трёх плечах моста на рис. 2.84 установлены одинаковые резисторы $R = 4 \text{ Ом}$, а в четвёртом – нелинейный элемент r , в котором ток и напряжение на нём связаны соотношением: $i = \alpha u_r^3$, где $\alpha = 0,01$, ток – в амперах, напряжение – в вольтах. При каком напряжении u_0 мост будет сбалансирован, т. е. ток через гальванометр G будет нулевым?

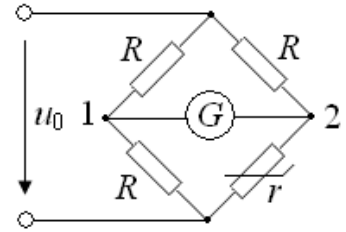


Рис. 2.84

2.124. Лампочка накаливания имеет нелинейную зависимость тока от напряжения $i(u)$, показанную на рис. 2.85. Лампочку подключили к генератору с ЭДС $\mathcal{E} = 6 \text{ В}$ через резистор сопротивлением $R = 2 \text{ Ом}$. Определить мощность P , выделяемую на лампочке.

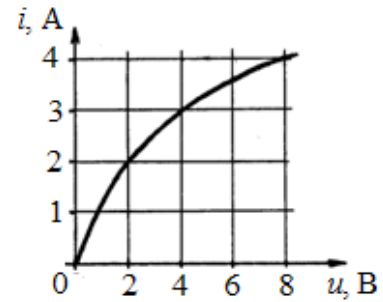


Рис. 2.85

2.125*. Лампочка накаливания имеет нелинейную зависимость тока от напряжения $i(u)$, показанную на рис. 2.85. Лампочка подключена через линейный резистор к генератору постоянного напряжения. Когда на генераторе выставили напряжение $u_{01} = 10 \text{ В}$, в цепи был ток $i_1 = 3 \text{ А}$. Какой ток i_2 будет в цепи, если на генераторе выставить напряжение $u_{02} = 6 \text{ В}$?

2.126. На рис. 2.86 показана вольт-амперная характеристика газонаполненной трубки при несамостоятельном разряде; $i_{\text{нас}}$ – ток насыщения. К трубке с последовательно подключенным к ней резистором $R = 300 \text{ МОм}$ приложено напряжение $u_0 = 6 \text{ кВ}$. Найти напряжение u на самой трубке.

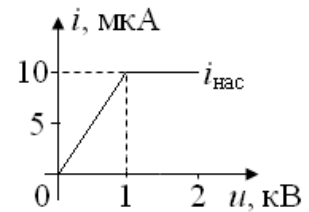


Рис. 2.86

2.127*. К цепи с диодом, показанной на рис. 2.87, а, приложено постоянное напряжение $u_0 = 2 \text{ В}$. Вольт-амперная характеристика диода показана на рис. 2.87, б. Сопротивления резисторов $R_1 = R_2 = 400 \text{ Ом}$. Определить напряжение u на диоде и все токи: i , i_2 и i_D .

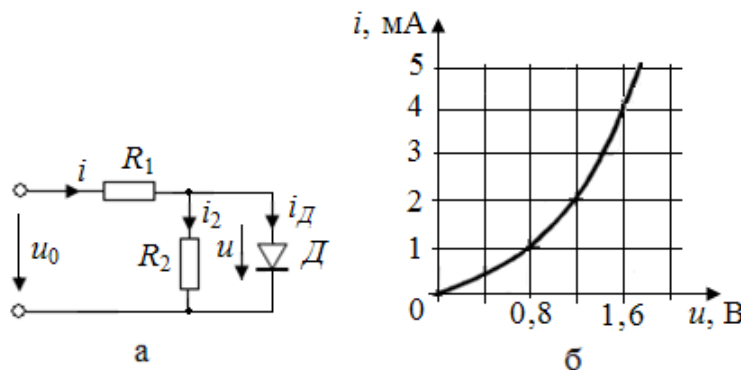


Рис. 2.87. Схема цепи (а) и ВАХ диода (б)

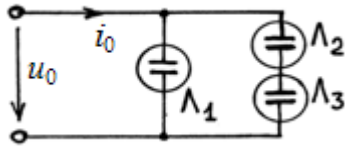


Рис. 2.88

2.128*. Вольт-амперная характеристика газовой лампы имеет вид: $i = ku^2$, где i – ток через лампу, u – напряжение на ней, k – некоторый коэффициент. К схеме из трёх таких одинаковых газовых ламп, показанную на рис. 2.88, приложено напряжение $u_0 = 100$ В, общий ток в цепи $i_0 = 500$ мА. Найти токи в ветвях цепи и мощности, выделяемые в каждой лампе.

2.129. На рис. 2.89 показана вольт-амперная характеристика (ВАХ) двух соединённых параллельно элементов, одним из которых является резистор сопротивлением $R = 100$ Ом. Построить ВАХ второго элемента.

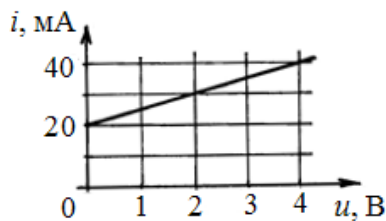


Рис. 2.8

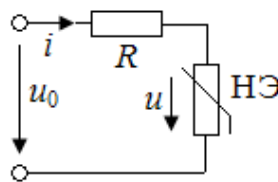


Рис. 2.90

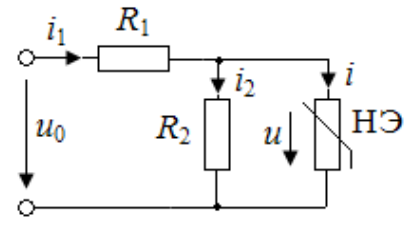


Рис. 2.91

2.130. Найти ток i в цепи, показанной на рис. 2.90, где $R = 10$ Ом, к которой приложено постоянное напряжение $u_0 = 18$ В. ВАХ нелинейного элемента НЭ при $u_0 > 0$ может быть аппроксимирована выражением:

а) $u = ai^2 + bi$, где $a = 2$, $b = 6$;

б) $i = \alpha u^2 + \beta u$, где $\alpha = 0,003$, $\beta = 0,05$

(все токи в амперах, напряжения в вольтах).

2.131*. Найти токи i , i_1 , i_2 и напряжение u на нелинейном элементе НЭ в цепи, показанной на рис. 2.91, где $R_1 = 4$ Ом, $R_2 = 1,33$ Ом, $u_0 = 6$ В. Вольт-амперная характеристика (ВАХ) нелинейного элемента при $u_0 > 0$ задана выражением: а) $i = au^2$, где $a = 0,5$ А/В²; б) $u = bi^2$, где $b = 4$ В/А².

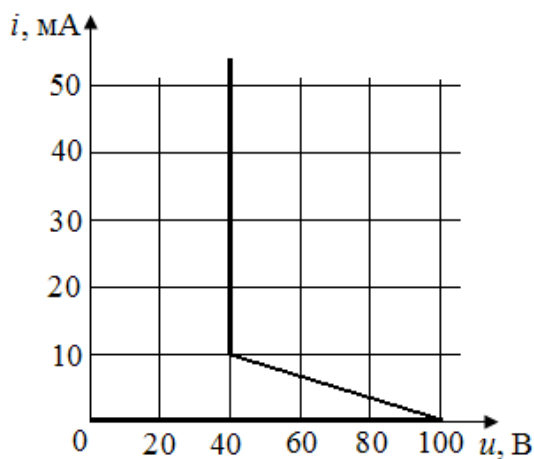


Рис. 2.92. ВАХ неоновой лампы

2.132. На рис. 2.92 показана вольт-амперная характеристика (ВАХ) неоновой лампы. Лампа включается последовательно с линейным резистором сопротивлением $R = 2$ кОм. Графически построить ВАХ такой цепочки и по ней определить напряжения и токи зажигания и гашения (u_z , u_r , i_z , i_r) лампы в такой цепочке. Найти мощности на лампе (P_L) и на резисторе (P_R) в момент зажигания лампы.

2.133*. Найти токи и напряжения на нелинейных элементах НЭ₁ и НЭ₂ в схеме, показанной на рис. 2.93, где $u_0 = 30$ В, $R = 20$ Ом. Характеристики нелинейных элементов при $u_0 \geq 0$ даны зависимостями:

$$i_1 = a_1 u^2 + b_1 u, \text{ где } a_1 = 0,003, b_1 = 0,01,$$

$$i_2 = a_2 u^2 + b_2 u, \text{ где } a_2 = 0,002, b_2 = 0,04$$

(все токи в амперах, напряжения в вольтах).

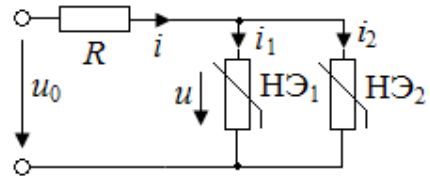


Рис. 2.93

2.6. Зарядоперенос в разных системах

Закон электролиза: $m = kq$, где k – электрохимический эквивалент.

2.134. Воздух между двумя пластинами ионизируется излучением. Объём между пластинами $V = 500$ см³, ток насыщения в цепи пластин $i = 0,48$ мкА. Определить число пар ионов \mathfrak{N} , создаваемых излучением в единице объёма (в 1 см³) за единицу времени (за 1 с).

2.135*. В плоском воздушном конденсаторе C размерами $10 \times 10 \times 2,5$ см³ воздух ионизируется рентгеновскими лучами, так что в 1 см³ образуется $\mathfrak{N} = 10^9$ пар ионов в секунду. К последовательной RC -цепочке (рис. 2.94), где $R = 2,5$ ГОм, приложено постоянное напряжение $u = 1$ кВ. Полагая, что заряд иона $q = 1e$, а все образовавшиеся ионы достигают пластин конденсатора, найти напряжение u_C на конденсаторе.

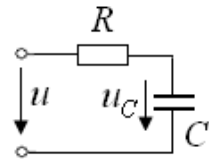


Рис. 2.94

2.136*. В плоском воздушном конденсаторе C размерами $10 \times 10 \times 2,5$ см³ воздух ионизируется рентгеновскими лучами, так что в 1 см³ образуется $\mathfrak{N} = 10^9$ пар ионов в секунду. Конденсатор включён в схему, показанную на рис. 2.95, где $R_1 = 15$ ГОм, $R_2 = 25$ ГОм, напряжение $u = 1$ кВ. Полагая, что заряд иона $q = 1e$, а все образовавшиеся ионы достигают пластин конденсатора, найти токи i_1 и i_2 через резисторы.

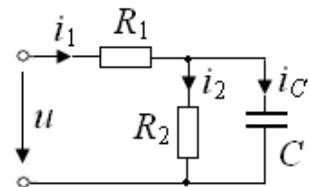


Рис. 2.95

2.137. Деталь требуется покрыть слоем хрома толщиной $h = 30$ мкм. Сколько времени должно длиться хромирование, если допустимая плотность тока $j = 200$ мА/см²? Плотность хрома $\rho = 7200$ кг/м³, а его электрохимический эквивалент $k = 0,18$ мг/Кл.

2.138. Каков расход электроэнергии W (кВт·ч) на получение 1 кг алюминия, если электролиз ведётся при напряжении $u = 5$ В? Электрохимический эквивалент алюминия $k = 0,093$ мг/Кл. Сколько времени длится получение 1 кг алюминия при токе ванны $i = 40$ кА?

2.139*. Оценить КПД установки для электролиза воды, если электролиз ведётся при напряжении $u = 2$ В. Электрохимический эквивалент водорода $k = 0,01$ мг/Кл, теплота сгорания водорода в кислороде $q = 140$ МДж/кг. Сколько времени длится получение $m = 1,8$ г водорода при токе $i = 10$ А?

2.140*. Чтобы выбить атом меди из кристаллической решётки, ему надо сообщить энергию $E_0 = 3,5$ эВ. Каким потенциалом U надо ускорить пучок ионов аргона Ar^+ , чтобы они выбивали атомы из медной пластинки? Молярные массы: $M_{\text{Cu}} = 64$ г/моль, $M_{\text{Ar}} = 40$ г/моль.

А каким потенциалом надо ускорить пучок электронов, чтобы они начали выбивать атомы из медной пластинки? Масса электрона $m_e \approx (1/2000)m_p$, где m_p – масса протона.

2.141. Пучок электронов, ускоренных потенциалом $U = 500$ В, имеет сечение $S = 1$ мм². Ток пучка $i = 1$ мА. Найти среднюю концентрацию n электронов в пучке.

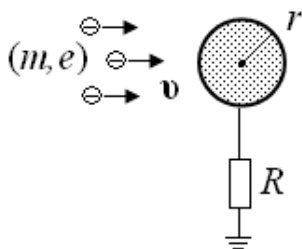


Рис. 2.96

2.142*. Металлический шар радиусом r заземлён через резистор сопротивлением R (рис. 2.96). На шар налетает пучок электронов со скоростью v (v – это скорость электронов вблизи шара). Плотность тока пучка равна j . Найти установившийся потенциал шара ϕ и тепловую мощность P , выделяющуюся на шаре при его бомбардировке электронами.

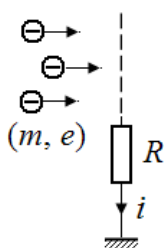


Рис. 2.97

2.143*. Электроны, ускоренные потенциалом $U_0 = 700$ В, падают на сетку, заземлённую через резистор $R = 100$ кОм (рис. 2.97). Ток заземления $i = 2$ мА. Найти тепловую мощность P , выделяющуюся на сетке при её бомбардировке электронами.

2.144*. На цилиндр радиусом $r = 10$ см уложена тонко-
слойная обмотка из $N = 2000$ витков. Концы обмотки подклю-
чены к баллистическому гальванометру. Цилиндр раскрутили до скорости
 $v = 50$ об/с, а затем резко затормозили. Определить заряд q , прошедший через
гальванометр. Общее сопротивление обмотки и гальванометра $R = 50$ Ом.
Удельный заряд электрона $e/m = 1,6 \cdot 10^{11}$ Кл/кг.

3. ПОСТОЯННОЕ МАГНИТНОЕ ПОЛЕ

Определение магнитного поля (формула Лоренца): $\mathbf{F} = q(\mathbf{v} \times \mathbf{B})$.

Сила Ампера: $d\mathbf{F} = i(d\mathbf{l} \times \mathbf{B})$.

Закон Био-Савара: $\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} q \frac{\mathbf{v} \times \mathbf{r}}{r^3}$.

Магнитное поле элемента тока: $d\mathbf{B} = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \cdot \frac{d\mathbf{l} \times \mathbf{r}}{r^3}$.

Принцип суперпозиции: $\mathbf{B} = \sum \mathbf{B}_k$.

Магнитное поле прямого длинного провода с током: $B = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}$.

Магнитное поле в соленоиде: $B = \mu_0 (N/l) i = \mu_0 n i$.

Теорема о циркуляции вектора \mathbf{B} : $\oint_C \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 i_C$.

Магнитный момент контура с током (магнитного диполя): $\mathbf{p}_m = i \mathbf{S}$.

Сила, действующая на точечный магнитный диполь в поле \mathbf{B} : $F_x = p_m \frac{\partial B}{\partial x}$.

Давление магнитного поля: $p = B^2/(2\mu_0)$.

3.1. Как будет реагировать магнитная стрелка, если к ней поднести небольшой положительный заряд? Варианты ответа: 1) никак; 2) ближайший конец стрелки притянется к заряду; 3) к заряду притянется северный полюс стрелки; 4) к заряду притянется южный полюс стрелки.

3.2. Оценить величину магнитного поля \mathbf{B} , в котором развалится атом водорода, влетающий в это поле со скоростью, близкой к скорости света. Радиус атома водорода $r_0 = 5 \cdot 10^{-11}$ м.

3.3. Прямой проводник ab длиной l и массой m подвешен на тонких проволочках и помещен в однородное вертикальное магнитное поле (рис. 3.1). При пропускании по проводнику постоянного тока i он отклонился на угол α . Вычислить величину магнитного поля \mathbf{B} .

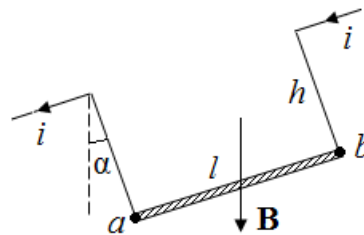


Рис. 3.1

3.4. Прямой проводник ab длиной $l = 6,9$ см и массой $m = 10$ г подвешен на тонких проволочках длиной $h = 10$ см и помещён в вертикальное однородное магнитное поле $B = 0,1$ Тл (рис. 3.1). При пропускании через проводник короткого импульса тока, проводник оказался «отброшенным» от вертикали на угол $\alpha = 4^\circ$. Найти заряд q , прошедший через проводник.

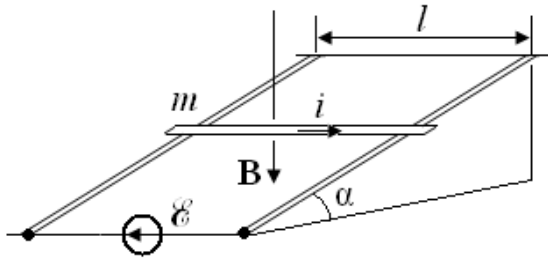


Рис. 3.2

3.5. Вдоль наклонной плоскости с углом наклона $\alpha = 45^\circ$ проложены две параллельные металлические шины, расстояние между которыми $l = 10$ см. По шинам может скользить металлическая перемычка массой $m = 10$ г с коэффициентом трения $k = 0,2$. По перемычке про-

пускается ток $i = 10$ А. Вся система находится в постоянном вертикальном магнитном поле \mathbf{B} , как показано на рис. 3.2. При каком наименьшем поле \mathbf{B} перемычка сдвинется вверх по шинам?

3.6. По круглому витку радиусом R течёт ток i . Найти магнитное поле на оси витка $B(x)$ и построить соответствующий график. Вычислить поле B_0 в центре витка, если $R = 1$ см, $i = 10$ А.

3.7. По круглому витку радиусом R течёт ток i . На каком расстоянии x от центра витка на его оси магнитное поле в N раз меньше, чем в центре? Сделать вычисления с точностью до трёх знаков для $N = 2, 3$ и 10 .

3.8. Тонкое кольцо радиусом R имеет заряд q и вращается вокруг своей оси с частотой f (об/с). Определить магнитное поле B_0 в центре кольца и магнитный момент кольца.

3.9. Тонкий диск радиусом R , равномерно заряженный с поверхностной плотностью σ , вращается вокруг своей оси с угловой скоростью ω . Определить поле B_0 в центре диска и магнитный момент диска.

3.10. Тонкий стержень длиной l имеет заряд q и вращается вокруг перпендикулярной ему оси, проходящей через его середину, с угловой скоростью ω . Определить магнитный момент стержня.

3.11. Сфера радиусом R , заряженная равномерно с поверхностной плотностью σ , вращается с угловой скоростью ω вокруг оси, проходящей через её центр. Определить поле B в центре сферы.

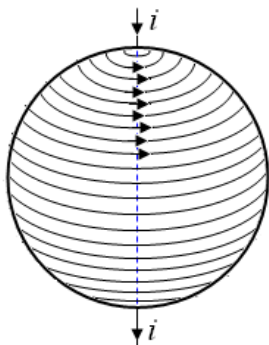


Рис. 3.3. Обмотка, уложенная на сферу

3.12. Однослойная обмотка плотно уложена коаксиальными витками на сферу радиусом R (рис. 3.3). По обмотке течёт ток i . Плотность витков в обмотке равна n . Найти магнитное поле \mathbf{B} в центре сферы.

3.13. Применяя закон Био-Савара, найти магнитное поле длинного прямого тонкого провода с током i .

3.14. Длинный прямой провод с током i изогнут, как показано в вариантах рис. 3.4: а) под прямым углом; б) полуокружностью радиусом R ; в) четвертьокружностью радиусом R ; г) петлёй 1; д) петлёй 2. Найти магнитное поле \mathbf{B} в точке O каждой из этих систем. Величины a и R заданы.

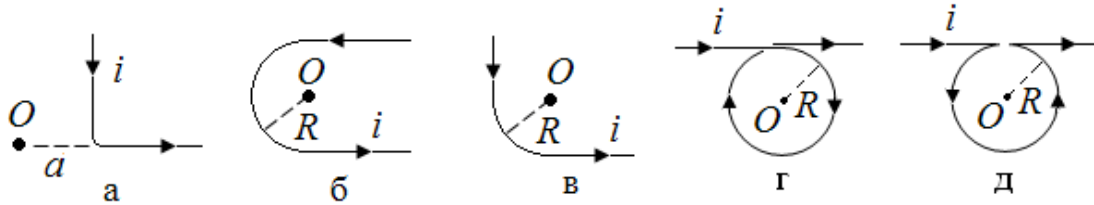


Рис. 3.4

3.15*. Длинный прямой провод с током i изогнут уголком, как показано на рис. 3.5. Угол α задан. Найти величину и направление магнитного поля \mathbf{B} в точке M , находящейся на расстоянии d от уголка внутри него.

Замечание 1. Это одна из задач XXX Международной физической олимпиады (Италия, 1999 г.).

Замечание 2. В конце решения удобно применить

упрощение:
$$\frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} = \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}.$$

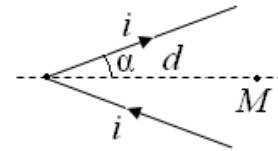


Рис. 3.5

3.16*. Длинный прямой провод с током i изогнут уголком, как показано на рис. 3.6. Угол α задан. 1) Найти величину и направление магнитного поля \mathbf{B} в точке M , находящейся на расстоянии d от уголка вне его.

2) Найти частоту ω малых колебаний магнитной стрелки, помещённой в точке M , если стрелка имеет момент инерции I и магнитный момент \mathbf{p} , направленный вдоль поля \mathbf{B} в этой точке.

3) Био и Савар ошибочно считали, что поле в точке M выражается формулой:

$$B = \frac{\mu_0 i}{\pi^2 d} \alpha.$$

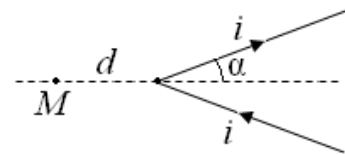


Рис. 3.6

Оценить, на сколько процентов отличается этот результат от полученного в данной задаче ($B = \frac{\mu_0 i}{2\pi d} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$) при углах $\alpha = 2^\circ$, $\alpha = 60^\circ$ и $\alpha = 90^\circ$.

Замечание 1. Это одна из задач XXX Международной физической олимпиады (Италия, 1999 г.).

Замечание 2. В конце решения удобно применить упрощение:

$$\frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} = \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}.$$

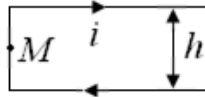


Рис. 3.7.

3.17*. Длинный провод с током $i = 100$ А изогнут, как показано на рис. 3.7. Расстояние между параллельными фрагментами провода $h = 8$ мм. Найти модуль и направление силы \mathbf{F}_0 (А/м), действующей на единицу длины провода в точке M на середине перемычки.

3.18. Короткий соленоид радиусом R имеет длину l . По его обмотке с плотностью витков n течёт ток i . Найти магнитное поле B_0 в центре соленоида. Установить асимптотику $B_0(l)$ при $l \gg R$.

3.19. Найти поле B_1 на оси полубесконечного соленоида в сечении его торца, если в глубине соленоида оно равно B_0 .

3.20. Круглый тонкостенный цилиндр радиусом R , длиной l обтекается током i , равномерно распределённым по его длине, как показано на рис. 3.8. Найти магнитное поле B_0 в центре такого цилиндра. Установить асимптотику $B_0(l)$ при $l \rightarrow 0$.

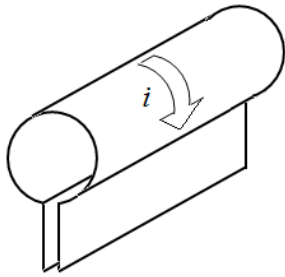


Рис. 3.8

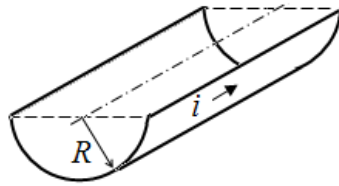


Рис. 3.9

3.21. Ток i течёт вдоль длинного в форме полутрубы радиусом R прямого проводника, как показано на рис. 3.9. Найти поле \mathbf{B} на оси полутрубы.

3.22. Постоянный ток i равномерно распределён по сечению длинного цилиндрического провода радиусом R . Применяя теорему о циркуляции вектора \mathbf{B} , найти магнитное поле внутри и вне провода и изобразить соответствующий график $B(r)$, $0 \leq r \leq \infty$.

3.23. Применяя теорему о циркуляции вектора \mathbf{B} , вычислить магнитное поле вблизи проводника в виде тонкой прямой широкой ленты, по которой течёт ток, равномерно распределённый с поверхностной плотностью $J = 10$ А/мм.

3.24. Найти магнитное поле \mathbf{B} вблизи проводника в виде прямой широкой ленты, движущейся вдоль своей длины со скоростью v и равномерно заряженной с поверхностной плотностью σ .

3.25. Электрон движется вокруг ядра по круговой орбите радиусом $r = 5 \cdot 10^{-11}$ м. Орбитальный магнитный момент электрона $p_m = 3 \cdot 10^{-32}$ А·м². Определить: 1) эквивалентный молекулярный ток i ; 2) частоту f (Гц) движения электрона вокруг ядра.

3.26. В атоме водорода электрон движется вокруг ядра по круговой орбите радиусом $r = 0,053$ нм. Найти магнитное поле в центре орбиты электрона.

3.27. Найти поле \mathbf{B} в полосковой линии, если ток в полосках $i = 10$ А, ширина полосков $a = 12$ мм.

3.28. Тонкое проволочное кольцо радиусом $R = 2$ см находится в перпендикулярном ему однородном магнитном поле $B = 1$ Тл. По кольцу идёт ток $i = 10$ А такого направления, что силы Ампера стремятся растянуть кольцо. Найти силу F натяжения кольца. Действие на кольцо собственного магнитного поля тока i не учитывать.

3.29. Медный диск массой $m = 1$ кг, находящийся в перпендикулярном ему однородном поле $B = 1$ Тл, может свободно вращаться вокруг своей оси. При пропускании через него постоянного тока $i = 1$ А (рис. 3.10) диск начинает вращаться. Через какое время скорость его вращения f достигнет 10 об/с?

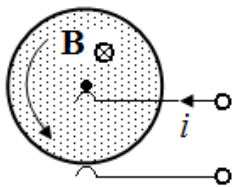


Рис.3.10

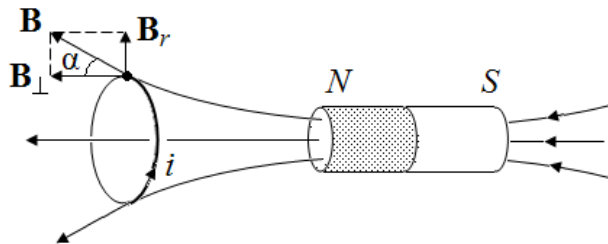


Рис. 3.11

3.30*. Тонкое проволочное кольцо радиусом $R = 2$ см находится в неоднородном поле магнита, силовые линии которого в точках пересечения с кольцом образуют угол $\alpha = 30^\circ$ с нормалью к плоскости кольца (рис. 3.11), а величина магнитного поля в точках кольца $B = 0,48$ Тл. По кольцу идёт ток $i = 10$ А, стрелка которого показана на рис. 3.11. Притягивается или отталкивается кольцо от магнита и с какой силой F ?

3.31. По прямоугольной пластинке полупроводника толщиной d и высотой h течёт ток i , как показано на рис. 3.12. Пластика помещена в однородное поле \mathbf{B} , линии которого перпендикулярны другой паре её граней. При этом на третьей паре граней возникает разность потенциалов $\Delta\varphi = u$ (эффект Холла). Определить $\Delta\varphi$, если $h = 2,5$ мм, $i = 100$ мА, $B = 1$ мТл, концентрация свободных носителей в пластинке $n = 10^{16} \text{ м}^{-3}$, заряд носителя $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл.

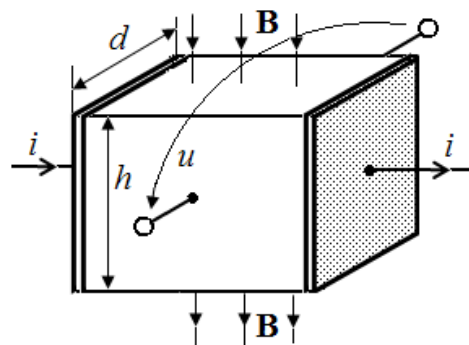


Рис. 3.12

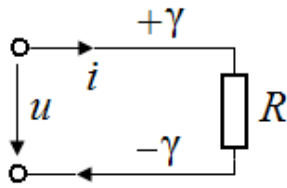


Рис. 3.13

3.32*. К двум длинным параллельным проводам, замкнутым на конце резистором, как показано на рис.3.13, приложено постоянное напряжение, и по ним идёт ток. Расстояние между осями проводов в $k = 20$ раз больше их радиусов. При каком сопротивлении R сила взаимодействия между проводами обратится в ноль?

3.33*. К началу длинной полосковой линии приложено постоянное напряжение u , а на конце линия нагружена на сопротивление R . Ширина полосков $a = 1$ см, а расстояние между ними $h = 1$ мм. При каком сопротивлении R сила взаимодействия между полосками будет равна нулю?

3.34. Два длинных прямых взаимно перпендикулярных провода отстоят друг от друга на расстояние h . В каждом течёт ток i . Найти максимальную силу Ампера F_0 , приходящуюся на единицу длины проводов в этой системе. Как эти силы стремятся повернуть провода?

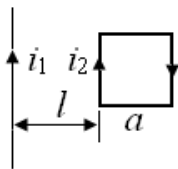


Рис. 3.14

3.35. Квадратная рамка со стороной a находится в одной плоскости с прямым бесконечно длинным проводом на расстоянии l от него (рис. 3.14). В проводе ток i_1 , а в рамке i_2 , как показано на рис. 3.14. Найти величину и направление силы, действующей на рамку со стороны провода.

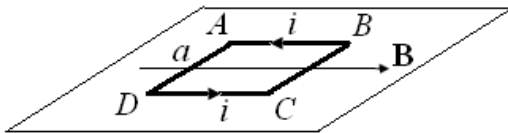


Рис. 3.15

3.36. Рамка из проволоки массой $m = 10$ г имеет форму квадрата $ABCD$ со стороной $a = 10$ см и лежит на горизонтальном столе. Рамка находится в однородном магнитном поле $\mathbf{B} = 0,1$ Тл, направленном вдоль сторон AB и CD , как показано на рис. 3.15. По рамке пропускается постоянный ток i . При каком токе одна из сторон рамки начнёт подниматься над столом?

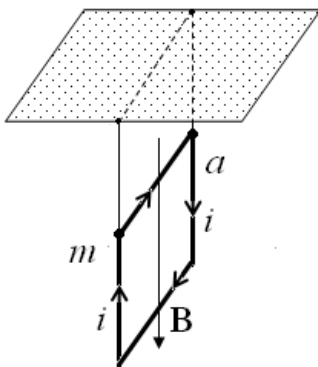


Рис. 3.16

3.37*. Рамка массой m из жёсткой проволоки имеет форму квадрата со стороной a . Рамка подвешена на нити за уголки, как показано на рис. 3.16, и по ней идёт ток i . Какое положение займёт рамка, если её наложить однородное вертикальное магнитное поле \mathbf{B} ?

3.38. Два одинаковых точечных магнитных диполя (два маленьких круглых витка с токами) с дипольными моментами \mathbf{p}_m лежат на оси z на расстоянии z друг от друга и оба направлены вдоль неё. Найти их силу взаимодействия $F(z)$.

3.39. При разряде молнии через трубку радиусом $r = 1$ см прошёл импульс тока с амплитудой $I = 1$ МА и смял её. Найти давление p (атм) на стенки трубки, соответствующее этому току.

3.40. На соленоид длиной $l = 10$ см уложено $N = 1000$ витков провода. Вычислить магнитное давление на стенки соленоида при токе $i = 10$ А. Сжимает оно соленоид или разрывает его ?

3.41. По коаксиальной линии пропущен ток $i = 25$ кА. Радиусы цилиндров: $R_1 = 5$ мм, $R_2 = 10$ мм. Определить магнитное давление на внешний цилиндр. Сжимает оно внешний цилиндр или разрывает?

3.42*. К точкам A и B кольца из однородной проволоки подводится ток i (рис. 3.17), который затем ветвится по двум фрагментам кольца. Угол AOB равен α . Найти магнитное поле в центре кольца.

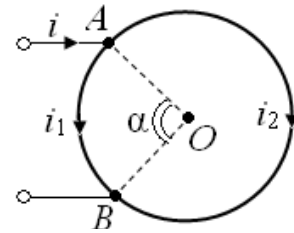


Рис. 3.17

3.43. В электромагнитном насосе для перекачки расплавленного металла участок трубы с металлом находится в однородном магнитном поле \mathbf{B} , как показано на рис. 3.18. В перпендикулярном направлении через этот участок пропускают ток i . Определить давление p , создаваемое таким насосом при $B = 0,2$ Тл, $i = 100$ А, $a = 1$ см.

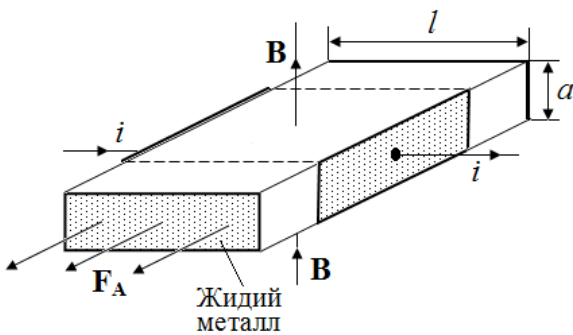


Рис. 3.18

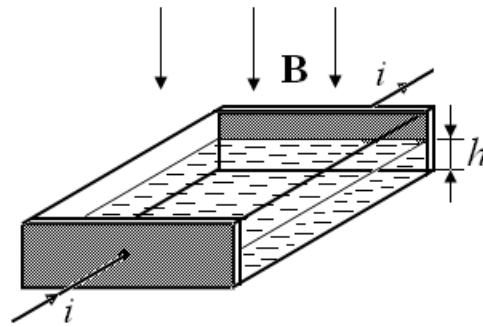


Рис. 3.19

3.44. Прямоугольная стеклянная ванна, две противоположные стенки которой покрыты металлом, содержит электролит, залитый до высоты $h = 5$ см (рис. 3.19). Плотность электролита $\rho = 1000$ кг/м³. Между металлизированными стенками через электролит идёт ток $i = 10$ А. Ванна помещена в вертикальное однородное магнитное поле $B = 0,1$ Тл. Определить разность уровней жидкости Δh между неметаллическими стенками ванны.

4. ДВИЖЕНИЕ ЗАРЯЖЕННОЙ ЧАСТИЦЫ В ПОЛЯХ

4.1. Движение частицы в электрическом поле

4.1. Два электрона движутся из бесконечности навстречу вдоль одной прямой с одинаковыми начальными скоростями $v_0 = 1000$ км/с. На какое наименьшее расстояние они сблизятся?

4.2. «Закрепленный» электрон № 1 неподвижен, а электрон № 2 издали налетает на него с начальной скоростью $v_0 = 1000$ км/с. На какое наименьшее расстояние он приблизится к № 1?

4.3. Свободный электрон № 1 неподвижен, а электрон № 2 издали налетает на него с начальной скоростью $v_0 = 1000$ км/с. На какое наименьшее расстояние они сблизятся?

4.4. Протон (p_1^+) с начальной скоростью v летит прямо на свободное ядро гелия (He_2^4). Найти расстояние r_{\min} их наибольшего сближения.

4.5*. Точечный заряд $q_1 = +4q$ закреплён в точке $x_1 = 0$ оси x , а заряд $q_2 = -q$ в точке $x_2 = a$. Из бесконечно удаленной точки ($x = +\infty$) вдоль оси x к этой системе зарядов движется частица массой m с зарядом $q_0 = +q$. При какой наименьшей начальной скорости она достигнет заряда q_2 ?

4.6. Заряд $q = 1$ нКл равномерно распределен по тонкому закреплённому кольцу радиусом $R = 1$ см. До какой наименьшей скорости надо разогнать протон, чтобы он, двигаясь с большого расстояния вдоль оси кольца, пролетел через него? Отношение заряда протона к его массе $e/m = 10^8$ Кл/кг.

4.7*. Заряд $+Q$ равномерно распределён по тонкому кольцу радиусом R , массой M . Кольцо не закреплено и может свободно перемещаться вдоль своей оси. Какую наименьшую стартовую скорость v_0 вдали от кольца надо сообщить маленькому шарiku массой m с зарядом $+q$, чтобы, двигаясь вдоль оси кольца, шарик пролетел сквозь кольцо?

4.8*. На дне узкой вертикальной стеклянной трубки закреплён заряд Q . С высоты h_0 в трубке отпускают шарик массой m с зарядом q того же знака, что и Q , и он начинает падать вниз. Какой наименьшей высоты h_{\min} достигнет шарик? На какой высоте h скорость шарика будет максимальной?

4.9. Электроны, ускоренные потенциалом $U = 5$ кВ, влетают в плоский конденсатор посередине между пластинами и параллельно им. Длина конденсатора $l = 100$ мм, расстояние между пластинами $d = 10$ мм. При каком максимальном напряжении u на конденсаторе электроны будут пролетать через него, не задевая пластин?

4.10. Между двумя параллельными металлическими сетками приложено постоянное напряжение $U = 10$ В. На сетки падает узкий пучок электронов с энергией $W_0 = 10$ эВ под углом $\alpha = 45^\circ$ к нормали (рис. 4.1). Под каким углом β пучок выходит из сеток?

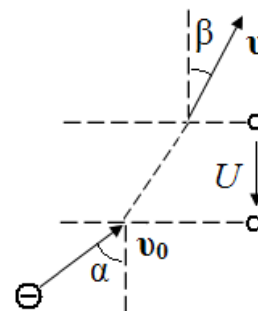


Рис. 4.1

4.11. На две близкие параллельные сетки, между которыми приложено напряжение U , падают протоны под разными углами $0 \leq \alpha \leq \pi/2$ (рис. 4.1). Энергии протонов одинаковы и равны $(4/3)eU$. При каких углах падения α протоны будут отражаться от такой пары сеток, т. е. не смогут пройти через межсеточный зазор?

4.12*. Электроны, ускоренные потенциалом $U = 500$ В, вылетают из узкой протяжённой щели однородным ленточным пучком. Концентрация частиц в пучке $n = 10^{13} \text{ м}^{-3}$. На каком расстоянии a от щели толщина пучка из-за отталкивания электронов увеличится в 2 раза?

4.13. Оценить длину l свободного пробега электронов в неоновой лампе, если она зажигается при напряжении между электродами $U = 200$ В, а энергия ионизации атома неона $W_i = 21,6$ эВ. Расстояние между электродами $d = 10$ мм. Электрическое поле в лампе считать однородным.

4.14. Три одинаковых шарика массами m , с зарядами q каждый связаны тремя одинаковыми нитями длиной l в треугольник (рис. 4.2). Нить 1-3 пережигается. Найти скорость v_2 среднего шарика №2 в тот момент, когда все три шарика окажутся на одной прямой.

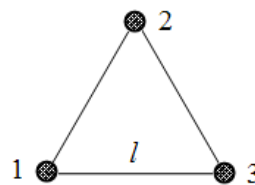


Рис. 4.2

4.15*. Три одинаковых шарика массами m и с зарядами q каждый связаны тремя одинаковыми нитями длиной l в треугольник (рис. 4.2). Нить 1-3 пережигается. Найти ускорение шарика №2 в первый момент после пережигания.

4.16*. В вершинах квадрата со стороной $r = 1$ см удерживаются четыре маленьких шарика, имеющих одинаковые заряды $q = 1$ нКл, но разные массы: у двух диагональных массы $m_1 = m_3 = m = 1$ мг (лёгкие), а у двух других диагональных массы $M_2 = M_4 = M = 1$ г (тяжёлые). Все шарики одновременно освобождают. Каковы будут скорости легких (v) и тяжёлых (u) шариков, когда они разлетятся далеко друг от друга?

4.17*. Какую энергию в электрон-вольтах могут приобрести электроны в электрическом поле лазерного луча с длиной волны $\lambda = 630$ нм, если амплитуда поля $E_0 = 10^{11}$ В/м?

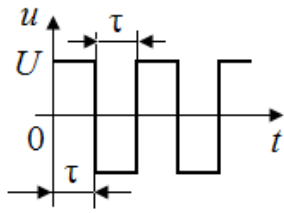


Рис. 4.3

4.18*. Расстояние между пластинами плоского конденсатора равно d . Одна из пластин является источником зарядов (катодом), а другая анодом. К пластинам приложено переменное напряжение в виде двухполярного меандра с длительностью импульсов τ и амплитудой U (рис. 4.3). Частота импульсов настолько велика,

что за время τ электроны не успевают заметно продвинуться от катода к аноду. За какое время t самые быстрые электроны достигнут анода?

4.19*. Расстояние между пластинами плоского конденсатора $d = 5$ см. В момент $t = 0$ из одной пластины вылетает электрон с нулевой начальной скоростью. Между пластинами приложено ускоряющее напряжение $u = kt$, где $k = 100$ В/с. С какой скоростью электрон подойдёт к другой пластине?

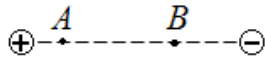


Рис. 4.4

4.20*. Между двумя закреплёнными зарядами в точке A «отпускают» протон (рис. 4.4), и до точки B он проходит за время τ_p . За какое время τ_α этот же путь AB пройдёт α -частица (${}^4_2\text{He}$), если её «отпустить» в точке A ?

4.2. Движение частицы в магнитном поле

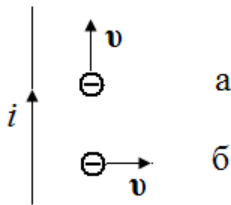


Рис. 4.5

4.21. Электрон движется «рядом» с прямым нейтральным проводом с током. Стрелка тока i и вектор \mathbf{v} скорости электрона показаны на рис. 4.5 в вариантах а) и б). Указать направление силы \mathbf{F} , действующей на электрон в каждом варианте.

4.22*. Частица с удельным зарядом q/m находится внутри круглого соленоида на расстоянии r от его оси. В обмотке включили ток, и поле в соленоиде стало равным \mathbf{B} . Найти скорость частицы v и радиус R её круговой траектории в соленоиде, если за время возрастания тока в обмотке смещение частицы пренебрежимо мало.

4.23. Протон влетает в однородное магнитное поле $B = 0,1$ Тл перпендикулярно его силовым линиям и описывает окружность радиусом $R = 1$ см. Определить скорость протона и частоту f его движения по окружности.

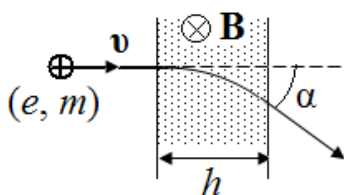


Рис. 4.6

4.24. Протон, ускоренный потенциалом $U = 20$ кВ, пролетает поперечное однородное поле $B = 0,5$ Тл. Толщина области с полем $h = 2$ см (рис. 4.6). Найти угол α отклонения протона от исходной траектории.

4.25. Узкий пучок протонов проходит через область магнитного поля и слегка отклоняется им. Скорости протонов в пучке различны. Какие протоны отклоняются больше – быстрые или медленные?

4.26. Протон, ускоренный потенциалом $U = 100$ В, влетает в однородное поле $B = 0,1$ Тл под углом $\alpha = 60^\circ$ к вектору \mathbf{B} . Найти радиус R и шаг h винтовой траектории протона.

4.27. Силовые линии однородных электрического и магнитного полей взаимно перпендикулярны (рис. 4.7), причём $E = 1$ кВ/м, а $B = 1$ мТл. В каком направлении и с какой скоростью должен лететь электрон, чтобы его движение в этих скрещенных полях было прямолинейным?

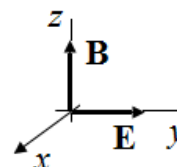


Рис. 4.7

4.28. Вакуумный прибор состоит из соосных цилиндра радиусом R и тонкой проволоки, помещённых в однородное продольное магнитное поле \mathbf{B} (рис. 4.8). При нагревании проволоки с её поверхности вылетают электроны со скоростями v , и по внешней цепи между цилиндром и проволокой протекает ток. Если увеличивать поле \mathbf{B} , то, начиная с некоторого значения $\mathbf{B} = \mathbf{B}_0$, ток прекратится. Найти это значение \mathbf{B}_0 .

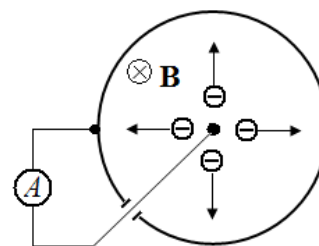


Рис. 4.8

4.29. Протон и α -частица влетают в однородное магнитное поле перпендикулярно линиям \mathbf{B} . Сравнить радиусы окружностей R_α и R_p , которые описывают частицы, если у них: а) одинаковые скорости; б) одинаковые кинетические энергии; в) они предварительно ускорены одинаковыми потенциалами U .

4.30. В масс-спектрометре заряженная частица ускоряется потенциалом U и затем вводится в однородное магнитное поле \mathbf{B} перпендикулярно его силовым линиям, где она движется по окружности радиусом R . Величины U , \mathbf{B} и R известны. Найти удельный заряд частицы q/m .

4.31. На рис. 4.9 показана схема масс-спектрометра. В ионизаторе A образуются ионы $^{16}\text{O}^+$ и $^{15}\text{N}^+$, которые ускоряются потенциалом $U = 10$ кВ и выходят смешанным параллельным потоком через всё сечение щели d . Попадая затем в поперечное однородное поле $B = 0,1$ Тл, они движутся по окружностям и падают на фотопластинку Φ , вызывая её почернение. Какой должна быть ширина щели d , чтобы полосы ионов $^{16}\text{O}^+$ и $^{15}\text{N}^+$ на пластинке разделялись?

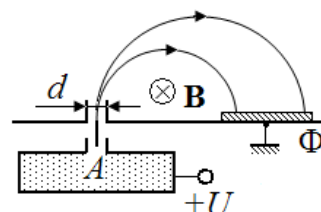


Рис. 4.9

4.32*. Пучок протонов входит в область однородного поля $B = 0,1$ Тл перпендикулярно его силовым линиям. В нём протоны движутся по дуге окружности радиусом $R = 20$ см и попадают на заземлённую мишень. Найти тепловую мощность P , выделяющуюся на мишени при её бомбардировке протонами, если ток пучка $i = 0,1$ мА. Удельный заряд протона $e/m = 10^8$ Кл/кг.

4.33. Электрон влетает в однородное поле \mathbf{B} (рис. 4.10). В точке A он имеет скорость \mathbf{v} , направленную под углом α к линиям магнитного поля. Найти величину поля \mathbf{B} , при которой электрон попадёт в точку C , если длина $AC = h$.

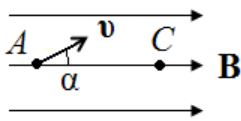


Рис. 4.10

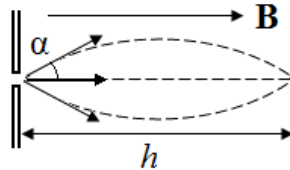


Рис. 4.11

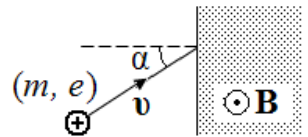


Рис. 4.12

4.34. Из узкого отверстия электроны вылетают со скоростью v слабосходящимся пучком, как показано на рис. 4.11 (угол α мал). Для удержания пучка от развала на него накладывается продольное однородное магнитное поле \mathbf{B} . На каком расстоянии h электроны пучка вновь максимально сблизятся, т. е. пучок сфокусируется?

4.35*. Протон влетает в область поперечного к его траектории однородного магнитного поля \mathbf{B} под углом $\alpha = 30^\circ$ к нормали плоской границы поля, как показано на рис. 4.12. Время движения протона в области поля $\tau = 5$ мкс.

Определить величину поля \mathbf{B} .

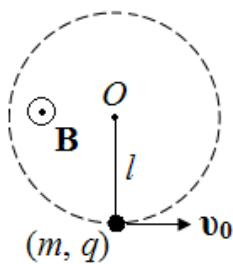


Рис. 4.13

4.36. Шарик массой m имеет заряд $+q$ и висит на нити длиной l в однородном поле тяжести и в однородном горизонтальном магнитном поле \mathbf{B} , как показано на рис. 4.13. Какую наименьшую скорость v_0 надо сообщить шару, чтобы он вращался вокруг точки O в вертикальной плоскости без провисания нити?

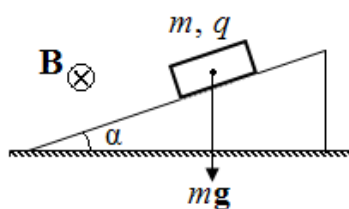


Рис. 4.14

4.37. Тело, имеющее массу m и заряд q , лежит на наклонной плоскости с углом наклона α . Коэффициент трения тела о плоскость равен k . Плоскость находится в магнитном поле \mathbf{B} , линии которого горизонтальны и параллельны плоскости, как показано на рис. 4.14. Найти установившуюся скорость тела v при его движении по плоскости

под действием силы тяжести.

4.38. Кольцо массой m катится по горизонтальной плоскости со скоростью v в горизонтальном магнитном поле \mathbf{B} , перпендикулярном плоскости кольца (рис. 4.15). Кольцо имеет заряд q , равномерно распределённый по его длине. С какой силой кольцо давит на плоскость?

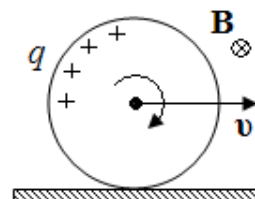


Рис. 4.15.

4.39. Частицы с неизвестными массой m и зарядом q влетают в зазор цилиндрического конденсатора, как показано на рис. 4.16, и, пройдя его, входят в область однородного поперечного магнитного поля \mathbf{B} . В этом поле частицы движутся по окружности радиусом R и падают на детектор D . Между обкладками цилиндрического конденсатора радиусами a и b ($a < b$) приложено постоянное напряжение u .

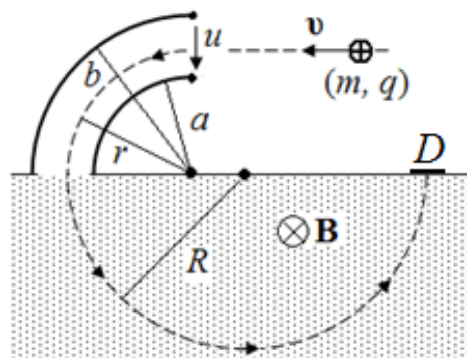


Рис. 4.16

Величины a , b , u , R и \mathbf{B} известны. По этим данным определить: 1) скорость частиц v ; 2) удельный заряд частиц q/m .

Замечание. Прибор, работающий по такому принципу, называется *масс-спектрометром*. Его элемент – цилиндрический конденсатор – является селектором частиц по скорости.

4.40*. Протон (заряд протона e , масса m) начинает движение в области взаимно перпендикулярных однородных полей \mathbf{E} и \mathbf{B} (рис. 4.17). В момент $t = 0$ протон находился в начале координат и имел нулевую скорость. Найти в нерелятивистском приближении:

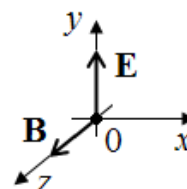


Рис. 4.17

- 1) закон изменения скорости протона: $v_x(t)$ и $v_y(t)$;
- 2) закон изменения координат протона $x(t)$, $y(t)$ и вид его траектории;
- 3) длину участка траектории между двумя соседними нулями скорости;
- 4) среднюю (дрейфовую) скорость вдоль оси x , т. е. $\langle v_x \rangle$.

4.41*. Имеется плоский диод, в котором расстояние между катодом и анодом равно h . Диод находится в однородном магнитном поле \mathbf{B} , линии которого параллельны электродам (рис. 4.18). Катод испускает электроны с начальными нулевыми скоростями. При каком напряжении U между электродами электроны достигнут анода?

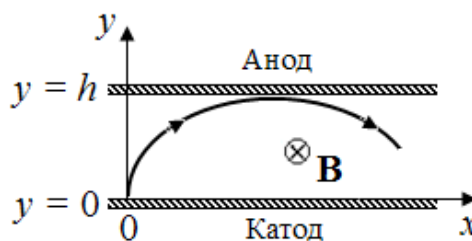


Рис. 4.18

4.42*. Имеется плоский диод, в котором расстояние между катодом и анодом равно h . Диод находится в однородном магнитном поле \mathbf{B} , линии которого параллельны электродам (рис. 4.18). Катод нагрет и каждый его участок испускает *во все стороны* термоэлектроны с максимальными скоростями v_0 . При каком напряжении U между электродами электроны достигнут анода?

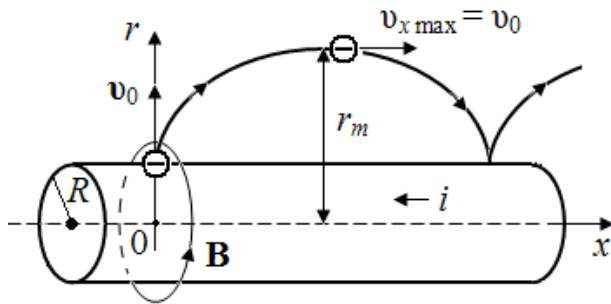


Рис. 4.19

4.43*. Длинный прямой провод радиусом R нагрет и испускает термоэлектроны. По проводу идёт ток i , создавая кольцевое магнитное поле \mathbf{B} (рис. 4.19). Пусть электрон выходит из провода *по нормали* к его поверхности со скоростью v_0 . На какое максимальное расстояние r_m он сможет удалиться от оси провода?

4.44*. Длинный прямой провод радиусом R нагрет, и каждый его участок испускает *во все стороны* термоэлектроны с максимальными скоростями v_0 . По проводу идёт ток i , создавая кольцевое магнитное поле. На какое максимальное расстояние r_m (рис. 4.19) электроны удаляются от оси провода?

4.45*. Имеется цилиндрический диод, в котором длинный прямой провод (катод) радиусом R_1 окружён коаксиальным цилиндром (анодом) радиусом R_2 . Катод горячий и испускает термоэлектроны с *нулевыми начальными скоростями*. По катоду идёт ток i , создавая кольцевое магнитное поле. Между анодом и катодом приложено положительное напряжение U , которое можно варьировать. При каком напряжении U_m электроны перестанут достигать анода?

5. ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ ИНДУКЦИЯ

5.1. Электромагнитная индукция

Закон электромагнитной индукции (Фарадея): $\mathcal{E} = -d\Phi/dt$.

ЭДС в проводнике, движущемся в магнитном поле: $d\mathcal{E} = (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot d\mathbf{l}$

Закон электромагнитной индукции (Максвелла): $\oint_C \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = -\iint_S \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot d\mathbf{S}$.

5.1. Виток провода площадью S и сопротивлением R находится в однородном магнитном поле \mathbf{B} , силовые линии которого перпендикулярны плоскости витка. Какой заряд q пройдёт по витку, если его выдернуть из поля?

5.2. Самолёт с размахом крыльев $l = 50$ м летит горизонтально над Землёй со скоростью $v = 300$ м/с. Вертикальная составляющая магнитного поля Земли над местом полёта $B = 70$ мкТл. Следовательно, между концами крыльев наводится ЭДС $\mathcal{E} = vBl = 1,05$ В, что вполне достаточно, чтобы светилась маленькая лампочка. Однако, если такую лампочку в самолёте подключить к концам крыльев, то она светиться не будет. Почему?

5.3. Тонкая прямоугольная рамка площадью $S = 10$ см² имеет обмотку из $N = 100$ витков провода и вращается с частотой $f = 10$ об/с вокруг своей оси. Рамка находится в однородном поле $B = 1$ Тл, перпендикулярном оси вращения. Найти амплитуду ЭДС, наводимую в обмотке.

5.4. Медный диск радиусом $r = 10$ см вращается с частотой $f = 10$ об/с в перпендикулярном ему однородном поле $B = 1$ Тл. Найти ЭДС между центром диска и его периферией.

5.5. В магнитном поле прямого длинного провода с током находится квадратная проволочная рамка $ABCD$, как показано на рис. 5.1. Рамку переводят в новое положение, показанное пунктиром. Это можно сделать двумя способами: 1) поворотом на 180° вокруг стороны CD ; 2) параллельным перемещением вдоль стороны BC . При каком способе в рамке выделится больше тепла, если время перевода рамки в новое положение одинаково?

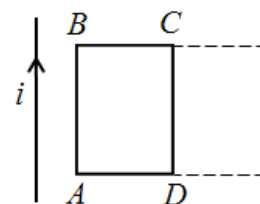


Рис. 5.1

5.6. На соленоид радиусом R уложена обмотка с плотностью витков n . Ток в обмотке возрастает со скоростью (di/dt) . Найти напряжённость вихревого электрического поля внутри и вне соленоида как функцию расстояния r от оси соленоида. Изобразить соответствующий график $E(r)$.

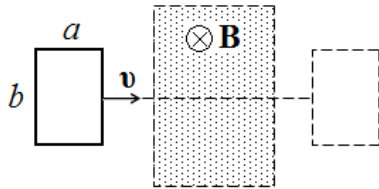


Рис. 5.2

5.7. Прямоугольную рамку размерами $a \times b$ протягивают с постоянной скоростью v через область однородного поля \mathbf{B} , линии которого перпендикулярны плоскости рамки (рис. 5.2). Сопротивление рамки равно R . Её размеры малы по сравнению с размерами области поля \mathbf{B} . Сколько тепла Q выделится в рамке?

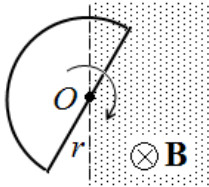


Рис. 5.3

5.8. Контур в виде полуокружности с замыкающим диаметром (рис. 5.3) вращается в плоскости рисунка со скоростью $f = 10 \text{ с}^{-1}$ вокруг оси O , лежащей на границе однородного магнитного поля $B = 0,318 \text{ Тл}$. Радиус полуокружности $r = 10 \text{ см}$, сопротивление контура $R = 0,01 \text{ Ом}$. Опре-

делить тепловую мощность P , выделяющуюся в контуре.

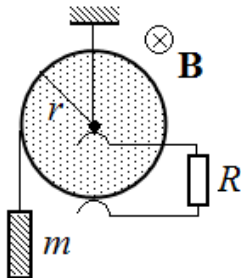


Рис. 5.4

5.9. На медный диск радиусом r намотана нить, к которой подвешен груз массой m , как показано на рис. 5.4. Через скользящие контакты к диску подключён резистор сопротивлением R . Диск находится в перпендикулярном ему однородном магнитном поле \mathbf{B} . Груз освобождают и он начинает опускаться под действием силы тяжести. Найти установившуюся скорость v опускания груза.

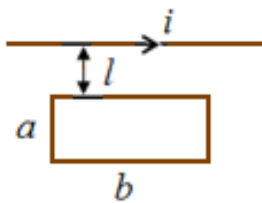


Рис. 5.5

5.10. Около прямого провода с током $i = I \sin \omega t$, где $I = 100 \text{ А}$, $\omega = 314 \text{ рад/с}$, в одной плоскости с ним находится прямоугольная тонкая рамка с обмоткой из $N = 100$ витков (рис. 5.5). Найти амплитуду ЭДС, наводимой в обмотке рамки, если $a = 10 \text{ см}$, $b = 20 \text{ см}$, $l = 1 \text{ м}$.

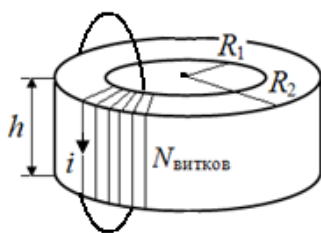


Рис. 5.6

5.11. Тороидальная катушка имеет размеры сечения: $R_1 = 2 \text{ см}$, $R_2 = 5,4 \text{ см}$, $h = 5 \text{ см}$ (рис. 5.6). Катушка содержит равномерно уложенную обмотку из $N = 1000$ витков, по которой течёт ток $i = I \sin \omega t$, где $I = 10 \text{ А}$, $\omega = 314 \text{ с}^{-1}$. На катушку наброшен отдельный виток. Найти амплитуду ЭДС в витке.

5.12. По оси тороидальной катушки из $N = 1000$ витков проходит прямой провод с синусоидальным током частотой 50 Гц . Внутренний радиус тора $R = 1 \text{ см}$, а его сечение имеет форму квадрата со стороной $a = 2 \text{ см}$. Амплитуда ЭДС, наведённой в обмотке, $\mathcal{E}_0 = 1,1 \text{ В}$. Найти амплитуду I тока в проводе (такой измеритель тока называется *трансформатором тока*).

5.13. По двум вертикальным параллельным шинам, расстояние между которыми l , может без трения скользить медная перемычка массой m . Вверху шины соединены резистором сопротивлением R (рис. 5.7). Вся система находится в однородном магнитном поле \mathbf{B} , перпендикулярном её плоскости. Перемычку отпустили, и она начинает скользить вниз под действием силы тяжести. Найти закон изменения скорости перемычки $v(t)$. Какова установив-

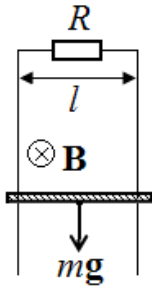


Рис. 5.7

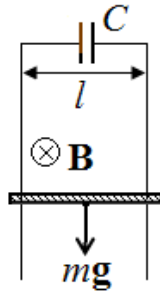


Рис. 5.8

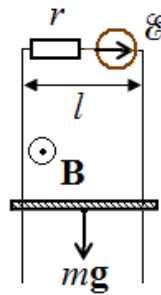


Рис. 5.9

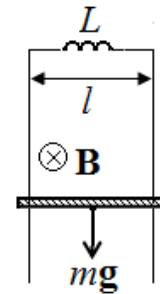


Рис. 5.10

шаяся скорость перемычки?

5.14. По двум вертикальным параллельным шинам, находящимся на расстоянии l друг от друга, может без трения скользить медная перемычка массой m . Вверху шины соединены конденсатором ёмкостью C (рис. 5.8). Вся система находится в однородном магнитном поле \mathbf{B} , перпендикулярном её плоскости. Перемычку отпустили, и она начинает скользить вниз под действием силы тяжести. Найти: а) закон изменения скорости перемычки $v(t)$; б) закон изменения напряжения на конденсаторе $u(t)$.

5.15*. По двум вертикальным параллельным шинам, расстояние между которыми l , может без трения скользить медная перемычка массой m . Вверху шины соединены генератором с ЭДС \mathcal{E} и внутренним сопротивлением r (рис. 5.9). Система находится в однородном магнитном поле \mathbf{B} , перпендикулярном её плоскости. Перемычку отпустили, и она начинает скользить по шинам под

действием силы тяжести. Найти её установившуюся скорость. При каком поле \mathbf{B} скорость перемычки будет направлена вверх?

5.16*. По двум вертикальным параллельным шинам, расстояние между которыми l , может без трения скользить медная перемычка массой m . Вверху шины соединены идеальной катушкой индуктивностью L (рис. 5.10). Вся система находится в однородном магнитном поле \mathbf{B} , перпендикулярном её плоскости. Перемычку отпустили, и она скользит вниз под действием силы тяжести. Определить характер движения перемычки $x(t)$, полагая, что $x(0) = 0$, $v(0) = 0$. Найти аппроксимации движения $x(t)$ при $L \rightarrow 0$ и при $L \rightarrow \infty$. Какое расстояние s перемычка пройдёт до первой остановки?

5.17. На горизонтальных параллельных шинах, расстояние между которыми равно l , лежит медная перемычка массой m (рис. 5.11). Коэффициент трения между перемычкой и шинами равен k . Шины соединены резистором сопротивлением R . Вся система находится в однородном вертикальном магнитном поле, которое начинает расти по закону $B = at$. Перемычка лежит на расстоянии h от резистора. Определить момент времени, когда перемычка начнёт двигаться по шинам.

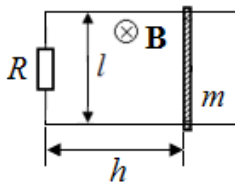


Рис. 5.11

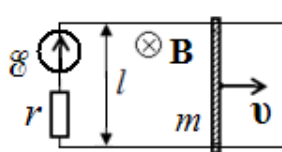


Рис. 5.12

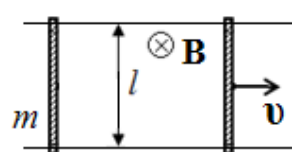


Рис. 5.13

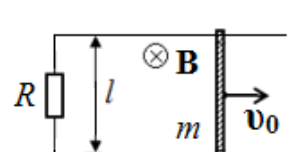


Рис. 5.14

5.18*. Медная перемычка массой $m = 100$ г может скользить с коэффициентом трения $k = 0,1$ по двум параллельным горизонтальным шинам, расстояние между которыми $l = 0,1$ м. Шины подключены к генератору с ЭДС $\mathcal{E} = 12$ В и внутренним сопротивлением $r = 1$ Ом (рис. 5.12). Вся система находится в однородном поле $B = 0,1$ Тл, перпендикулярном её плоскости. Определить: а) установившуюся скорость v перемычки; б) соответствующий ток i через перемычку; в) механическую мощность такого линейного двигателя; г) КПД этого двигателя.

5.19*. На горизонтальных параллельных шинах (рельсах), расстояние между которыми равно l , лежат две медные перемычки. Масса правой (рис. 5.13) не существенна, масса левой равна m , а её коэффициент трения о шины равен k . Общее сопротивление в контактах между перемычками и шинами равно R . Вся система находится в однородном магнитном поле \mathbf{B} , перпендикулярном её плоскости. Правая перемычка (назовём её локомотивом) движется вправо со скоростью v . Какова установившаяся скорость u левой пере-

мычки (вагона)? Найти силу тяги F такого локомотива и его мощность P . Построить графики $F(v)$ и $P(v)$.

5.20*. Медная перемычка массой m может легко скользить по двум проводящим параллельным горизонтальным шинам, расстояние между которыми равно l . Шины соединены резистором сопротивлением R (рис. 5.14). Вся система находится в однородном магнитном поле \mathbf{B} , перпендикулярном её плоскости. Перемычку толкнули вправо со скоростью v_0 . Найти: 1) расстояние s , пройденное перемычкой до остановки; 2) теплоту Q , выделившуюся при этом на резисторе.

5.21. Медная перемычка может скользить без трения по двум параллельным горизонтальным шинам, расстояние между которыми равно l . Шины соединены резистором сопротивлением R (рис. 5.15). Вся система находится в однородном магнитном поле \mathbf{B} , перпендикулярном её плоскости. Какую силу \mathbf{F} надо приложить к перемычке, чтобы тащить ее равномерно со скоростью v ?

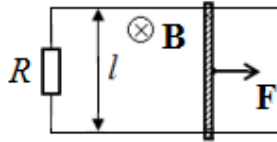


Рис. 5.15

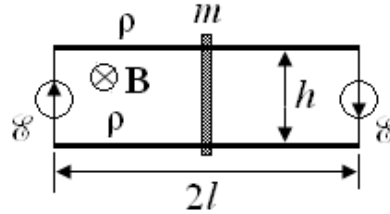


Рис. 5.16

5.22*. Медная перемычка массой m может без трения скользить по двум параллельным горизонтальным шинам длиной $2l$, расстояние между которыми равно h . Каждая шина имеет *погонное сопротивление* ρ (это сопротивление единицы длины шины, Ом/м). На концах к шинам подключены два одинаковых генератора с ЭДС \mathcal{E} , как показано на рис. 5.16. Вся система находится в однородном магнитном поле \mathbf{B} , перпендикулярном её плоскости. Направление поля показано на рис. 5.16.

Если перемычку немного сместить от середины шин и отпустить, то она будет совершать синусоидальные колебания. Найти угловую частоту ω этих *малых* колебаний. Полагать, что при движении перемычки по шинам возникающая на ней ЭДС индукции vBh много меньше ЭДС генераторов.

5.23. Тонкое проволочное кольцо радиусом $r = 5$ см имеет сопротивление $R = 0,1$ Ом. Кольцо лежит на гладкой горизонтальной плоскости в однородном магнитном поле $B_0 = 1$ Тл, перпендикулярном этой плоскости. Поле равномерно уменьшают до нуля за время $\tau = 1$ мс. Определить максимальную силу T_{\max} натяжения кольца.

5.24*. По медному кольцу радиусом l может скользить радиальная медная перемычка (рис. 5.17). Эта система подключена к генератору с ЭДС \mathcal{E} через резистор сопротивлением R и находится в однородном магнитном поле \mathbf{B} , перпендикулярном плоскости кольца. После замыкания ключа K по перемычке идёт ток и она начинает вращаться. Определить установившуюся угловую скорость перемычки ω и соответствующий ток в цепи, если сила трения в подвижном контакте равна F .

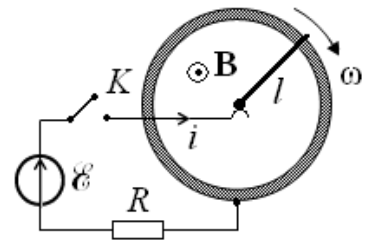


Рис. 5.17

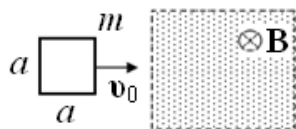


Рис. 5.18

5.25*. Проволочная рамка в виде квадрата со стороной a имеет массу m и сопротивление R . Рамка движется по гладкой горизонтальной плоскости со скоростью v_0 и входит в область однородного магнитного поля \mathbf{B} , линии которого перпендикулярны плоскости рамки (рис. 5.18). Размеры рамки малы по сравнению с размерами области поля \mathbf{B} . Параметры рамки m , a , R и поле \mathbf{B} заданы. 1) При какой наименьшей скорости $v_{0\min}$ рамка полностью войдёт в область поля \mathbf{B} ? 2) Какую скорость v_1 будет иметь рамка в области поля \mathbf{B} при $v_0 > v_{0\min}$?

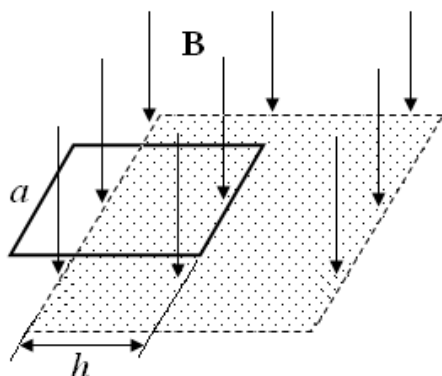


Рис. 5.19

5.26*. Проволочная рамка в виде квадрата со стороной a имеет сопротивление R . Рамка лежит на гладкой горизонтальной плоскости и частично, на глубину $h < a$ погружена в однородное поле \mathbf{B} , перпендикулярное плоскости рамки, как показано на рис. 5.19. Поле быстро выключают, и рамка из-за этого приобретает некоторый импульс \mathbf{p} . Определить величину и направление этого импульса, полагая, что за время спада поля \mathbf{B} смещение рамки мало. Самоиндукцией рамки пренебречь.

5.27. Непроводящее тонкое кольцо массой m , имеет заряд q и может свободно вращаться вокруг своей оси. Сначала кольцо покоилось, а магнитное поле отсутствовало. Затем однородное магнитное поле \mathbf{B} , перпендикулярное плоскости кольца, стало нарастать по некоторому закону $B(t)$. Найти угловую скорость ω кольца в зависимости от величины поля \mathbf{B} .

5.2. Самоиндукция и взаимная индукция

Определение индуктивности контура: $L = \Phi/i$.

Энергия контура с током: $W = Li^2/2$.

ЭДС самоиндукции: $\mathcal{E}_s = -L \frac{di}{dt}$.

Взаимная индуктивность пары контуров: $M = \Phi_2/i_1 = \Phi_1/i_2$.

5.28. Найти индуктивность соленоида длиной $l = 30$ см, сечением $S = 3$ см², имеющего $N = 1000$ витков провода.

5.20. Найти погонную индуктивность коаксиальной линии, если отношение радиусов внешнего и внутреннего проводников равно 2,72. Магнитным полем внутри проводников линии пренебречь.

5.30. Найти погонную индуктивность двухпроводной линии, если радиусы проводов r равны по 0,5 см, а расстояние между ними $d = 10$ см.

5.31. Найти погонную индуктивность полосковой линии, если ширина полосков $a = 1$ см, а расстояние между ними $d = 1$ мм.

5.32. По оси тороидальной катушки, содержащей $N = 1000$ витков проходит прямой провод. Внутренний радиус тора $R_1 = 1$ см, внешний $R_2 = 2,7$ см, высота $h = 2$ см (рис. 5.20). Найти: 1) индуктивность L катушки; 2) взаимную индуктивность M катушки и провода.

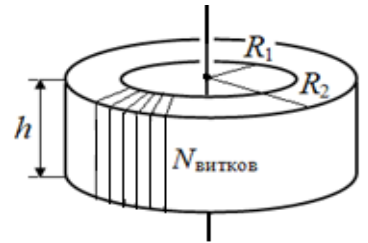


Рис. 5.20

5.33. Найти взаимную индуктивность M двух коаксиальных соленоидов одинаковой длины l , радиусами R_1 и R_2 , с числами витков N_1 и N_2 . Соленоиды полностью вложены друг в друга.

5.34. Найти взаимную индуктивность M двух коаксиальных колец, находящихся в одной плоскости, если $R_1 = 1$ см, $R_2 = 10$ см (считать $R_1 \ll R_2$).

5.35. Вычислить взаимную индуктивность M двух коаксиальных колец одинаковых радиусов R , находящихся на расстоянии $l \gg R$ друг от друга. Принять $R = 10$ см, $l = 1$ м.

5.36. Контур в виде квадратной рамки ($a \times a$) находится внутри соленоида с параметрами (l, S, N) и перпендикулярен его оси. 1) Найти их взаимную индуктивность M . 2) Какова будет их взаимная индуктивность в случае, когда квадратная рамка охватывает соленоид?

5.37. Катушка индуктивностью L в момент $t = 0$ подключается к генератору с постоянным выходным напряжением U . Пренебрегая внутренними сопротивлениями генератора и катушки, определить зависимость тока от времени $i(t)$ в первые моменты после подключения катушки.

5.38*. С катушкой индуктивностью L_1 магнитно связана другая, короткозамкнутая катушка индуктивностью L_2 (рис. 5.21). Их взаимная индуктивность равна M . Найти индуктивность L_{ab} .

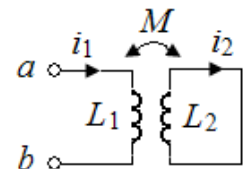


Рис. 5.21

5.39. С катушкой индуктивностью L_1 магнитно связана другая, короткозамкнутая катушка индуктивностью L_2 (рис. 5.21), которая имеет внутреннее активное сопротивление R . Взаимная индуктивность катушек равна M . В катушке L_1 начали увеличивать ток i_1 по линейному закону $i_1 = \alpha t$ ($\alpha = \text{const}$). Найти закон изменения тока $i_2(t)$ в катушке L_2 .

5.40. Металлическое кольцо площадью S , индуктивностью L помещают в однородное магнитное поле \mathbf{B} , перпендикулярное плоскости кольца. Кольцо охлаждают, переводя его в сверхпроводящее состояние, а затем магнитное поле снимают. Определить ток i , индуцируемый в кольце.

5.41. Найти взаимную индуктивность прямоугольной рамки размерами $(a \times b)$ и бесконечного прямого провода, лежащего в плоскости рамки на расстоянии l от неё (рис. 5.22).

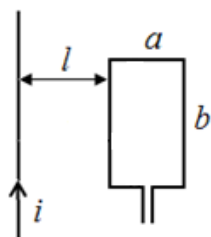


Рис. 5.22.

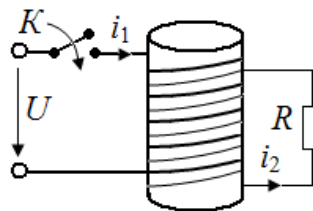


Рис. 5.23

5.42*. Две одинаковые обмотки уложили на единый каркас плотно друг к другу, используя сложенные вместе провода. К одной обмотке (первичной) может быть приложено постоянное напряжение U путём замыкания ключа K , а к другой (вторичной) подключён резистор R (рис. 5.23). Индуктивность каждой обмотки равна L . В момент $t = 0$ ключ K замыкают. Найти ток i_2 через резистор и ток i_1 через первичную обмотку.

В момент $t = \tau$ ключ K размыкают. Сколько тепла Q выделится на резисторе после размыкания ключа K ? Сопротивления витков не учитывать.

5.43*. На замкнутый ферромагнитный сердечник намотаны две катушки индуктивностями L_1 и L_2 . Пренебрегая рассеянием магнитного поля (полная магнитная связь), найти их взаимную индуктивность M . Определить общую индуктивность L_0 пары таких катушек при их последовательном соединении.

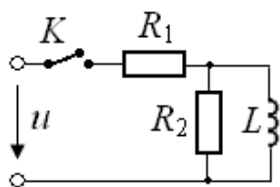


Рис. 5.24

5.44. К цепи на рис.5.24, где $R_1 = 1$ Ом, $R_2 = 2$ Ом, $L = 1$ Гн, приложено постоянное напряжение $u = 6$ В. В момент $t = 0$ размыкают ключ K . Найти: 1) напряжение u_2 на резисторе R_2 сразу после размыкания ключа K ; 2) тепло Q_2 , выделившееся на резисторе R_2 после замыкания ключа K .

5.45*. В цепи на рис.5.24: $R_1 = 1$ Ом, $R_2 = 2$ Ом, $L = 1$ Гн. При $t = 0$ замыкают ключ K и на цепь поступает постоянное напряжение $u = 6$ В. Найти: 1) ток $i_1(+0)$ через резистор R_1 в первый момент после замыкания ключа K ; 2) установившийся ток $i_1(\infty)$ через резистор R_1 при $t \rightarrow \infty$; 3) ток i_1 через резистор R_1 в момент, когда напряжение на катушке L составит 50% от своего максимального значения при $t = +0$.

5.46. Сколько тепла выделится на резисторе R_2 (рис. 5.25) после размыкания ключа K , если известны величины u , R_1 , R_2 , L и C ?

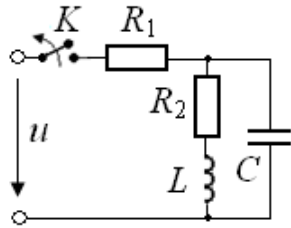


Рис. 5.25

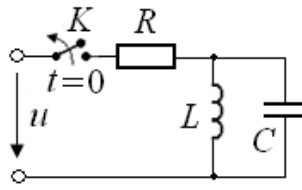


Рис. 5.26

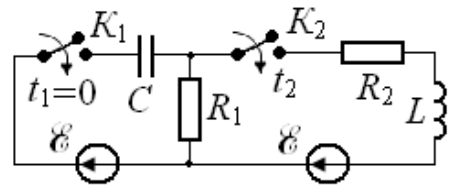


Рис. 5.27

5.47. К цепи на рис.5.26, где $R = 2$ Ом, $L = 1$ мГн, $C = 160$ мкФ, приложено постоянное напряжение $u = 3$ В. В момент $t = 0$ размыкают ключ K . Найти ток i в контуре в момент, когда напряжение на конденсаторе $u_C = u$.

5.48*. В схеме, параметры которой указаны на рис. 5.27, ключи K_1 и K_2 сначала разомкнуты. В момент $t = 0$ замыкают ключ K_1 , а когда напряжение на конденсаторе достигает значения $u/2$, замыкают ключ K_2 . Определить:
1) напряжение u_L на катушке сразу после замыкания ключа K_2 ;
2) напряжение u_C на конденсаторе в установившемся режиме.

5.49*. В начале координат находится *точечный* магнитный диполь \mathbf{p}_m , ориентированный вдоль оси z (маленький круглый виток с током). Найти:
1) распределение $B(z)$ магнитного поля этого диполя по оси z ;
2) распределение $B(r)$ его магнитного поля в плоскости (x, y) при $z = 0$.
В обоих случаях распределения поля B определяются в дальней зоне.

6. ПЕРЕМЕННЫЙ ТОК

6.1. Свободные процессы в контуре

Уравнение свободного процесса в контуре RLC (рис. 6.1):

$$\frac{d^2 i}{dt^2} + 2\beta \frac{di}{dt} + \omega_0^2 i = 0,$$

где $\beta = R/(2L)$ – коэффициент затухания,

$\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ – собственная частота.

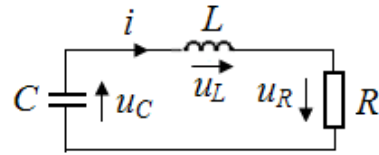


Рис. 6.1

Решение этого уравнения при $R < R_{кр} = 2\sqrt{L/C}$, $i(0) = 0$, $u_C(0) = U_0$:

$$i(t) = I_0 e^{-\beta t} \sin \omega t, \quad i(t) = \frac{U_0}{\omega L} e^{-\beta t} \sin \omega t.$$

где $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$ – угловая частота свободных затухающих колебаний.

Логарифмический декремент затухания: $\delta = \ln(I_k/I_{k+1})$; $\delta = \beta T$.

Время релаксации τ : $\frac{I(t)}{I(t+\tau)} = e = \frac{I_0 e^{-\beta t}}{I_0 e^{-\beta(t+\tau)}} = e^{\beta\tau}$, отсюда $\tau = \frac{1}{\beta}$.

Добротность контура: $Q = \frac{\pi}{\delta}$, $Q = \frac{\pi}{\delta} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} = 2\pi \frac{W}{\Delta W_T} = \omega_0 \frac{W}{P}$.

Условие слабого затухания: $\beta \ll \omega_0$, или $\omega \approx \omega_0$.

Условие аperiодического режима: $R \geq R_{кр} = 2\sqrt{\frac{L}{C}}$.

В аperiодическом режиме при начальных условиях $u_C(0) = U$, $i(0) = 0$ ток

$i(t) = \frac{U}{L} t e^{-\beta t}$, а напряжение на конденсаторе $u_C(t) = U(1 + \beta t)e^{-\beta t}$.

6.1. В идеальном контуре $C = 1$ мкФ, $L = 10$ мГн. Конденсатор зарядили до напряжения $U = 20$ В и контур замкнули. Найти амплитуду тока I .

6.2. В идеальном контуре LC происходят колебания на частоте $f = 16$ кГц. Амплитуда тока в контуре $I_0 = 10$ мА, а амплитуда напряжения $U_0 = 10$ В. Определить ёмкость конденсатора и индуктивность катушки.

6.3. В идеальном контуре LC конденсатор зарядили и в момент $t = 0$ контур замкнули. Через какую долю периода энергия катушки: а) сравняется с энергией конденсатора; б) составит треть энергии конденсатора?

6.4. В идеальном контуре LC конденсатор ёмкостью $C = 1$ мкФ зарядили до напряжения $U = 20$ В, а затем контур замкнули. Когда напряжение на конденсаторе уменьшилось в 2 раза, ток i в катушке был равен 100 мА. Определить индуктивность катушки.

6.5. В контуре LC происходят синусоидальные колебания с амплитудой тока $I = 5$ мА и амплитудой напряжения на конденсаторе $U = 2$ В. Каков ток i в контуре в момент, когда напряжение на конденсаторе $u = 1,2$ В?

6.6. В идеальном контуре LC период колебаний $T = 6,3$ мс, амплитуда тока $I = 5$ мА. Каков заряд конденсатора q в момент, когда ток $i = 3$ мА?

6.7. К идеальному контуру LC через резистор R приложено постоянное напряжение $U = 10$ В (рис. 6.2). В момент $t = 0$ ключ K размыкают и в контуре начинаются колебания. Определить амплитуду U_C напряжения на конденсаторе, если $R = 5$ Ом, $L = 1$ мГн, $C = 0,1$ мкФ.

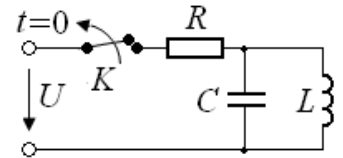


Рис. 6.2

6.8. Найти собственную частоту f_0 резонатора на рис. 6.3, полагая, что его ёмкость сосредоточена в пластинах, а индуктивность – в цилиндрической полости. Размеры резонатора: $r = 15$ мм, $a = 16$ мм, $d = 5$ мм.

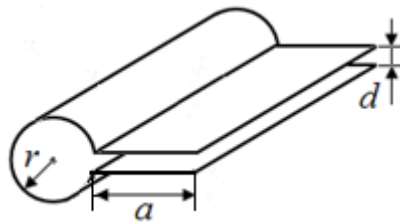


Рис. 6.3

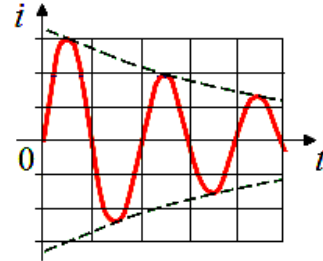


Рис. 6.4

6.9. Можно ли считать свободные колебания, показанные на рис. 6.4, слабозатухающими?

6.10. Логарифмический декремент затухания определяется как логарифм отношения двух «соседних амплитуд»: $\delta = \ln(I_k / I_{k+1})$. На основе этого показать, что если измерить некоторую амплитуду I_k и следующую за ней через N периодов I_{k+N} , то $\delta = (1/N) \ln(I_k / I_{k+N})$.

6.11. На экране осциллографа измерены две амплитуды затухающих колебаний «через одну»: $I_k = 11$ В, $I_{k+2} = 10$ В, а также период $T = 1$ мс. По этим параметрам определить добротность контура Q и время релаксации τ .

6.12. Через сколько колебаний N амплитуда тока в контуре RLC уменьшится в $k = 20$ раз, если $R = 1$ Ом, $L = 10$ мГн, $C = 1$ мкФ?

6.13. Через $N = 30$ колебаний амплитуда свободных колебаний в контуре уменьшилась в 20 раз. Определить добротность контура.

6.14. Определить время, за которое амплитуда свободных колебаний в контуре с добротностью $Q = 100$ уменьшится в 20 раз, если частота колебаний $f = 316$ кГц. Сколько полных колебаний произойдёт за это время?

6.15. Добротность контура $Q = 32$. Сколько колебаний произойдёт в контуре за время релаксации τ ?

6.16. Показать, что при слабом затухании ($\beta = \omega_0$) три формулы, определяющие добротность контура RLC : $Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$, $Q = \frac{\pi}{\delta}$ и $Q = 2\pi \frac{W}{\Delta W_T}$ – эквивалентны. Здесь δ – логарифмический декремент затухания, W – энергия, запасённая в реактивных элементах контура на данный момент, ΔW_T – потери этой энергии за текущий период.

6.17. Добротность контура $Q = 10$. Найти отличие частоты свободных колебаний в этом контуре от его собственной частоты ω_0 в процентах.

6.18. Какую среднюю мощность P надо подводить к последовательному контуру RLC , чтобы на его собственной частоте поддерживать в нём колебания с амплитудой напряжения на конденсаторе $U_C = 6$ В, если $R = 1$ кОм, $L = 12$ мГн, $C = 6$ нФ ?

6.19*. В контуре RLC (рис. 6.1), происходит свободный процесс. Найти отношение энергий катушки и конденсатора W_L/W_C в момент максимума тока, если $R = 2$ кОм, $L = 1$ Гн, $C = 1$ мкФ.

6.20*. В контуре RLC (рис. 6.1) с добротностью Q происходят свободные колебания. Найти отношение энергий катушки и конденсатора W_L/W_C в момент максимума тока.

6.21. В колебательном контуре $R = 2$ Ом, $L = 10$ мГн, $C = 1$ мкФ. Конденсатор зарядили до напряжения $U_0 = 270$ В и в момент $t = 0$ контур замкнули. Исследовать характер свободного процесса в контуре, т. е. определить ток $i(t)$ и построить соответствующий график. Через какое время ток достигнет максимального значения и чему оно равно?

6.22. В колебательном контуре $R = 20$ Ом, $L = 0,1$ мГн, $C = 1$ мкФ. Конденсатор зарядили до напряжения $U_0 = 270$ В и в момент $t = 0$ контур замкнули. Исследовать характер свободного процесса в контуре, т. е. определить ток $i(t)$ и напряжение $u_C(t)$ и построить соответствующие графики. Через какое время ток достигнет максимального значения и чему оно равно?

6.23. В последовательном контуре RLC напряжение на конденсаторе меняется по закону $u = Ae^{-\beta t} \cos \omega t$ с периодом $T = 2,22$ с. В момент $t = (3/8)T$ ток в контуре $i = 0$. Определить коэффициент затухания β и собственную частоту контура ω_0 .

6.24*. Когда сыр небрежно бросили на чашку торговых пружинных весов, стрелка, качаясь с затуханием около равновесия, показала в трёх последовательных крайних отклонениях 600, 300 и 500 г. Определить массу сыра, полагая затухание весов достаточно слабым. Оценить время, за которое при такой небрежности колебания стрелки успокоятся до ± 10 г, если период качаний стрелки $T = 1,6$ с.

6.25*. Для колебательного контура, показанного на рис. 6.5, выразить через его первичные параметры R , L и C : а) собственную частоту контура; б) коэффициент затухания; в) условие слабого затухания; г) добротность контура. При каком соотношении между R , L и C колебания в этом контуре возможны?

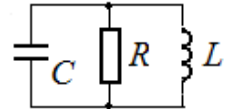


Рис. 6.5

6.26*. Контур содержит конденсатор ёмкостью C и катушку индуктивностью L_1 . Катушка магнитно связана с другой, короткозамкнутой катушкой индуктивностью L_2 (рис. 6.6). Их взаимная индуктивность равна M . Найти частоту ω свободных колебаний в контуре.

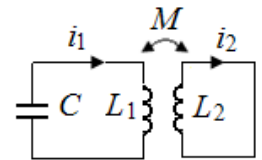


Рис. 6.6

6.2. Переходные процессы в цепях

6.27. Катушку с внутренним сопротивлением $r = 5$ Ом подключили к генератору постоянного напряжения. За время $t_0 = 3$ с ток достиг 95 % от установившегося значения. Определить индуктивность катушки L .

6.28*. В цепи, показанной на рис. 6.7, постоянное напряжение $U = 600$ В, $C = 10$ мкФ, $R = 1$ кОм. Сколько тепла Q выделится на резисторе R после замыкания ключа K ?

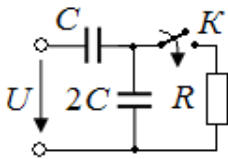


Рис. 6.7

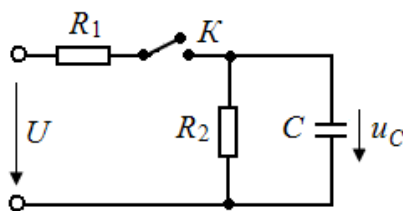


Рис. 6.8

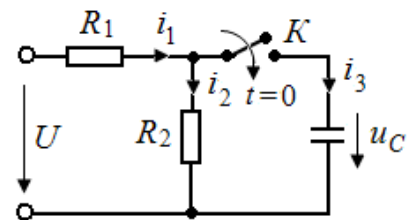


Рис. 6.9

6.29. В цепи, показанной на рис. 6.8, в момент $t = 0$ размыкается ключ K . Определить $u_C(t)$ при $t > 0$ и построить соответствующий график.

6.30. В цепи, показанной на рис. 6.8, в момент $t = 0$ замкнули ключ K . Определить $u_C(t)$ при $t > 0$ и построить соответствующий график.

6.31. В цепи, показанной на рис. 6.9, в момент $t = 0$ замкнули ключ K . Определить $u_C(t)$ при $t > 0$ и построить соответствующий график.

6.32. В цепи, показанной на рис. 6.10, в момент $t = 0$ замкнули ключ K . Определить ток $i_3(t)$ при $t > 0$ и построить соответствующий график.

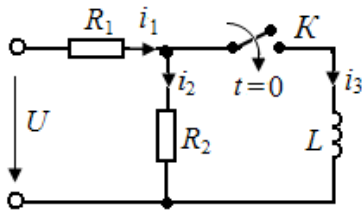


Рис. 6.10

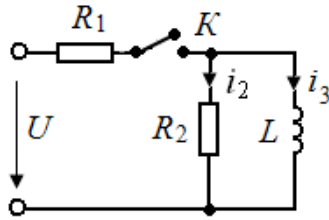


Рис. 6.11

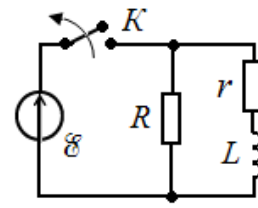


Рис. 6.12

6.33. В цепи, показанной на рис. 6.11, в момент $t = 0$ размыкается ключ K . Определить ток $i_3(t)$ при $t > 0$ и построить соответствующий график.

6.34*. В цепи, показанной на рис. 6.11, в момент $t = 0$ замкнули ключ K . Найти токи $i_2(t)$ и $i_3(t)$ при $t > 0$ и построить соответствующие графики. Отдельно рассмотреть вариант, когда $R_1 = 0$.

6.35. Человек, работающий с катушкой индуктивностью $L = 1$ Гн, присоединил её к батарее с ЭДС $\mathcal{E} = 1,5$ В, а затем, держась за выводы катушки, отсоединил её. Эквивалентная схема такой цепи при размыкании показана на рис. 6.12. Сопротивление человека $R = 100$ кОм, активное сопротивление катушки $r = 15$ Ом. Определить: 1) напряжение U_0 между руками человека сразу после размыкания ключа K ; 2) постоянную времени τ разряда индуктивности на человека; 3) тепловую энергию Q , рассеянную в человеке в результате разряда.

6.36. В цепи, показанной на рис. 6.13, в момент $t = 0$ замкнули ключ K . Определить ток $i_L(t)$ при $t > 0$ и построить соответствующий график.

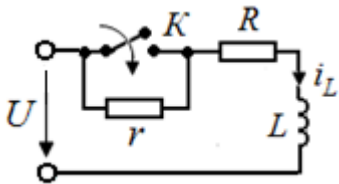


Рис. 6.13

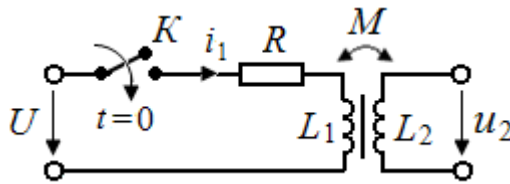


Рис. 6.14

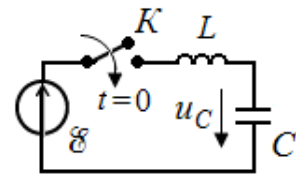


Рис. 6.15

6.37. Найти ток i_1 первичной цепи и напряжение u_2 на вторичной разомкнутой обмотке трансформатора после замыкания ключа K (рис. 6.14). Напряжение $U = \text{const}$, величины R_1 , L_1 и M заданы.

6.38. В цепи, показанной на рис. 6.15, в момент $t = 0$ замкнули ключ K . Определить напряжение $u_C(t)$ при $t > 0$ и построить соответствующий график, если $u_C(0) = 0$.

6.39. В цепи, показанной на рис. 6.16, $u_C(0) = 0$. В момент $t = 0$ замкнули ключ K . Определить напряжение $u_C(t)$ при $t > 0$ и построить соответствующие графики для вариантов: 1) $R < R_{кр}$; 2) $R = R_{кр}$.

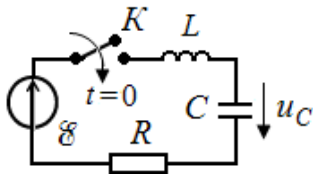


Рис. 6.16

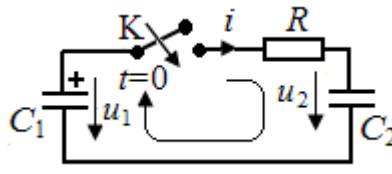


Рис. 6.17

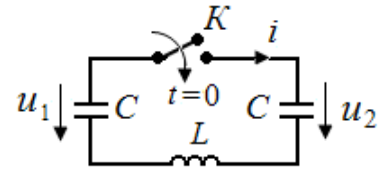


Рис. 6.18

6.40. Конденсатор C_1 , заряженный до напряжения U , разряжается через резистор R на незаряженный конденсатор C_2 (рис. 6.17). Найти:

1) ток разряда $i(t)$; 2) зависимости $u_1(t)$ и $u_2(t)$; 3) тепло Q , выделившееся на резисторе R . Построить графики $i(t)$, $u_1(t)$ и $u_2(t)$.

6.41. В схеме, показанной на рис. 6.18, левый конденсатор зарядили до напряжения U , а затем замкнули ключ K . Найти зависимость от времени напряжения на каждом конденсаторе. Построить графики $u_1(t)$ и $u_2(t)$.

6.42. Постоянное напряжение U через резистор сопротивлением R в момент $t = 0$ подключается к двум параллельно соединённым катушкам индуктивностями L_1 и L_2 (рис. 6.19). Найти установившиеся токи i_1 и i_2 .

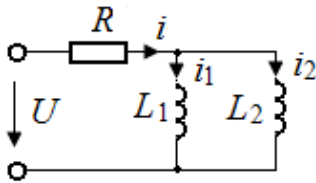


Рис. 6.19

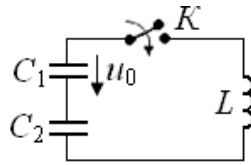


Рис. 6.20

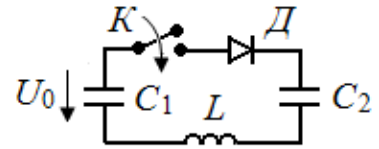


Рис. 6.21

6.43*. В цепи на рис. 6.20, $C_1 = 1$ мкФ, $C_2 = 3$ мкФ, $L = 20$ мГн. При разомкнутом ключе K конденсатор C_1 заряжен до напряжения $u_0 = 100$ В, а конденсатор C_2 не заряжен. Найти максимальный ток i_m в цепи после замыкания ключа K .

6.44*. Ключ K замыкает цепь, и конденсатор $C_1 = 1$ мкФ, заряженный до напряжения $U_0 = 300$ В, начинает разряжаться на исходно незаряженный конденсатор $C_2 = 2$ мкФ через идеальный диод D и большую индуктивность L (рис. 6.21), так что процесс разряда протекает не быстро. Какие напряжения U_1 и U_2 установятся на конденсаторах?

6.45*. В схеме на рис. 6.22 замыкают ключ K и конденсатор C начинает заряжаться через диод D и катушку L . Параметры \mathcal{E} , L и C заданы. Полагая катушку, диод и генератор идеальными, определить: 1) максимальное напряжение U на конденсаторе; 2) максимальный ток I в контуре.

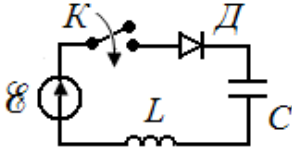


Рис. 6.22

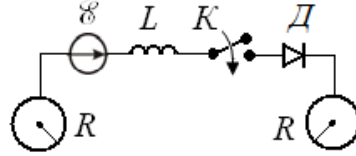


Рис. 6.23

6.46*. В цепи, показанной на рис. 6.23, ключ K замыкают и через диод и катушку L начинает заряжаться конденсатор, образованный двумя удалёнными друг от друга металлическими шарами радиусом R . Параметры \mathcal{E} , L и R заданы. Полагая катушку, диод и генератор идеальными, определить: 1) максимальные заряды на шарах; 2) максимальный ток через катушку.

6.47*. В цепи, показанной на рис. 6.24, напряжение u растёт по линейному закону: $u = kt$, где k – некоторый коэффициент. В какой момент t_0 надо замкнуть ключ K , чтобы ток i был постоянным?

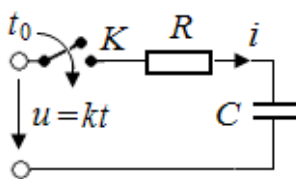


Рис. 6.24

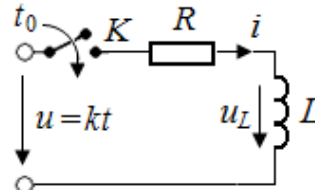


Рис. 6.25

6.48*. В цепи, показанной на рис. 6.25, напряжение u растёт по линейному закону: $u = kt$, где k – некоторый коэффициент. Сопротивление R и индуктивность L заданы. В какой момент t_0 надо замкнуть ключ K , чтобы напряжение на катушке было постоянным?

6.49. Цепочку из параллельно соединённых катушки индуктивностью L и резистора сопротивлением R подключают к генератору постоянного тока i_0 . Сколько тепла выделится на резисторе за очень большое время?

Пояснение. Генератор постоянного тока создаёт в нагрузке постоянный ток, не зависящий от характера нагрузки. Это идеализированное устройство, как и генератор постоянного напряжения.

6.3. Установившиеся синусоидальные процессы

Закон Ома в комплексной форме: $\dot{U} = Z \dot{I}$.

Импеданс активного сопротивления: $Z_R = R$.

Импеданс индуктивности: $Z_L = j\omega L$.

Импеданс ёмкости: $Z_C = -j/(\omega C)$.

При последовательном соединении двух элементов: $Z = Z_1 + Z_2$.

При параллельном соединении двух элементов: $Z = (Z_1 Z_2)/(Z_1 + Z_2)$.

Импеданс двухполюсника: $Z = r + jx = |Z|e^{j\varphi}$.

Рассеиваемая мощность: $P = I_{\text{эф}} U_{\text{эф}} \cos \varphi = (IU \cos \varphi)/2 = (I^2 |Z| \cos \varphi)/2 = I^2 r/2$.

Эффективное значение периодического тока: $I_{\text{эф}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2(t) dt} \equiv \sqrt{\langle i^2(t) \rangle_T}$.

Эффективное значение синусоидального тока: $I_{\text{эф}} = I/\sqrt{2}$.

Ширина резонансной кривой: $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1 = \omega_0/Q$.

~~~~~

**6.50.** К мостовой цепи, показанной на рис. 6.26, приложено напряжение  $u_{\text{вх}} = U \sin \omega t$ . Какое напряжение  $u_{ab}$  установится между точками  $a$  и  $b$ ? Диоды считать идеальными.

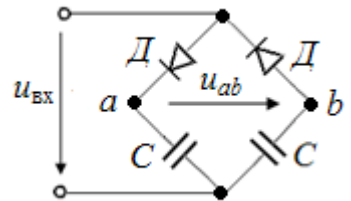


Рис. 6.26

**6.51.** К последовательной цепи  $RC$  приложено напряжение  $u = U \sin \omega t$ , где  $U = 100$  В. При  $R = 100$  Ом амплитуда установившегося тока  $I = 0,5$  А. Найти: 1) разность фаз между током и приложенным напряжением; 2) амплитуды напряжений  $U_R$  и  $U_C$ . Записать выражение для тока в цепи.

**6.52.** Последовательную  $RC$ -цепочку подключили к сети  $U_0 = 220$  В (частота  $f = 50$  Гц). Сопротивление резистора  $R = 1,1$  кОм, а напряжение на нём  $U_R$  оказалось равным 110 В. Найти ёмкость конденсатора  $C$ .

**6.53.** Катушку с активным сопротивлением  $r = 10$  Ом включили в сеть 220 В (частота  $f = 50$  Гц). Ток  $I$  через катушку оказался равным 1 А. Найти: 1) индуктивность катушки; 2) мощность, рассеиваемую в ней. Изобразить векторную диаграмму тока и напряжения на катушке.

**6.54.** Полное сопротивление катушки  $|Z| = 50$  Ом, а её индуктивное сопротивление  $X_L = 30$  Ом. Катушка включена в сеть 220 В. Найти разность фаз между током и напряжением и выделяемую в катушке мощность.

**6.55.** Катушка, имеющая активное сопротивление  $r = 50$  Ом, включена в сеть 220 В, и на ней рассеивается мощность  $P = 500$  Вт. Определить индуктивность катушки.

**6.56.** Лампочку мощностью  $P = 100$  Вт, рассчитанную на напряжение 220 В, включили в сеть 380 В последовательно с конденсатором, обеспечивающим на лампочке напряжение 220 В. Найти ёмкость конденсатора и напряжение на нём. Построить векторную диаграмму напряжений в цепи.

**6.57.** К параллельной цепи  $RC$  приложено напряжение  $u = U \sin \omega t$ . Определить установившийся ток в цепи  $i(t)$  и токи в ветвях  $i_R(t)$  и  $i_C(t)$ . Вычислить полное сопротивление цепи  $|Z|$  и построить график  $|Z|(\omega)$ . Изобразить векторную диаграмму токов и напряжений в цепи. Найти выделяемую в цепи мощность.

**6.58.** К параллельной цепи  $RL$  приложено напряжение  $u = U \sin \omega t$ . Определить установившийся ток в цепи  $i(t)$  и токи в ветвях  $i_R(t)$  и  $i_L(t)$ . Вычислить полное сопротивление цепи  $|Z|$  и построить график  $|Z|(\omega)$ . Вычислить выделяемую в цепи мощность.

**6.59.** Плоский конденсатор заполнен слабопроводящим веществом с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$  и удельным сопротивлением  $\rho$ . К конденсатору приложено синусоидальное напряжение  $u = U \sin \omega t$ . Определить амплитуду тока  $I$ . Площадь пластин конденсатора равна  $S$ , расстояние между пластинами  $d$ .

**6.60.** Конденсатор ёмкостью  $C = 1$  мкФ с последовательно присоединённым к нему резистором включены в сеть 220 В. Определить сопротивление резистора  $R$ , при котором в цепи будет выделяться максимальная мощность, и определить эту мощность. Вычислить напряжения на конденсаторе и резисторе. Построить векторную диаграмму напряжений в цепи.

**6.61.** Катушка индуктивностью  $L = 318$  мГн с внутренним активным сопротивлением  $r = 40$  Ом соединена последовательно с резистором, и эта цепочка включена в сеть 220 В. Определить сопротивление резистора  $R$ , при котором в цепи будет выделяться максимальная мощность, и определить эту мощность. Построить векторную диаграмму напряжений в цепи.

**6.62.** Катушка индуктивностью  $L = 96$  мГн с внутренним активным сопротивлением  $r = 40$  Ом соединена последовательно с резистором, и эта цепочка включена в сеть 220 В. Определить сопротивление резистора  $R$ , при котором на нём будет выделяться максимальная мощность, и определить эту мощность. Построить векторную диаграмму напряжений в цепи.

**6.63.** Двухполюсник, состоящий из последовательно соединённых катушки и конденсатора, подключён к сети 220 В. При каком значении ёмкости  $C$  напряжение на катушке  $U_k$  будет максимальным? Вычислить это напряжение, а также соответствующее напряжение  $U_C$  на конденсаторе. Построить векторную диаграмму напряжений на этом двухполюснике. Индуктивность катушки  $L = 1$  Гн, её активное сопротивление  $r = 100$  Ом.

**6.64.** Двухполюсник, состоящий из последовательно соединённых резистора  $R = 160$  Ом и катушки с внутренним активным сопротивлением, включили в сеть 220 В. Вольтметр показал, что напряжение на катушке 180 В, а на резисторе 80 В. Определить выделяемую на катушке тепловую мощность. Построить векторную диаграмму напряжений.

**6.65.** При резонансе в последовательном контуре напряжение на конденсаторе в 10 раз превышает напряжение на резисторе. Определить добротность контура.

**6.66.** К последовательной цепи  $RLC$  приложено синусоидальное напряжение амплитудой  $U = 142$  В. Измерено, что  $U_C = 2U_R$ ,  $U_L = 3U_R$ . Найти все эти три напряжения.

**6.51.** В последовательном контуре  $RLC$  происходит установившийся процесс под действием внешнего синусоидального напряжения. Найти напряжение на конденсаторе  $u_C$  в момент максимума тока.

**6.68.** На рис. 6.27 показана амплитудно-частотная характеристика (АЧХ) последовательного контура  $RLC$ . Можно ли считать свободные колебания в таком контуре слабозатухающими?

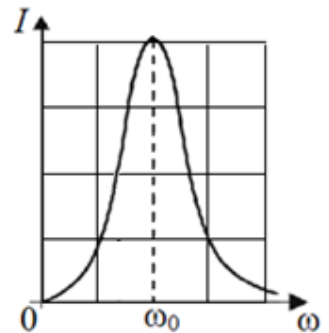


Рис. 6.27

**6.69.** Какую среднюю мощность  $P$  надо подводить к последовательному контуру  $RLC$ , чтобы на его собственной частоте поддерживать в нём колебания с амплитудой напряжения на конденсаторе  $U_C = 10$  В, если  $R = 2$  Ом,  $L = 1$  мГн,  $C = 100$  нФ ?

**6.70\*.** Найти резонансную частоту  $\omega_{\text{рез}}$  двухполюсника, показанного на рис. 6.28. Определить его полное сопротивление  $|Z|$  на этой частоте. Изобразить векторную диаграмму токов и напряжений для такого двухполюсника. Построить график зависимости  $|Z|(\omega)$ .

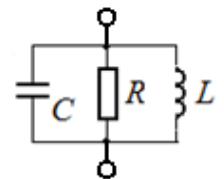


Рис. 6.28



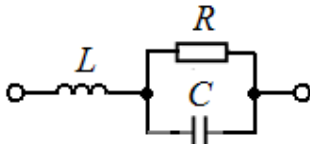


Рис. 6.29

**6.71.** Найти резонансную частоту  $f_{\text{рез}}$  (Гц) двухполюсника, показанного на рис. 6.29, если  $L = 32$  мГн,  $R = 1$  кОм,  $C = 320$  нФ. Вычислить его полное сопротивление  $|Z|$  на этой частоте.

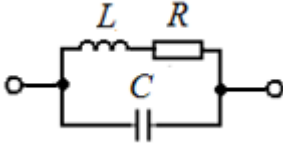


Рис. 6.30

**6.72.** На сколько процентов резонансная частота  $\omega_{\text{рез}}$  двухполюсника, показанного на рис. 6.30, отличается от собственной  $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ , если  $R = 1$  Ом,  $L = 1$  мГн,  $C = 10$  мкФ.

**6.73\*.** В последовательной цепи  $RLC$  сопротивление  $R = 1$  Ом. Найти активное, реактивное и полное сопротивления этой цепи, а также фазовый сдвиг  $\phi$  между током и напряжением: а) на правой; б) на левой границе полосы пропускания  $\Delta\omega$ .

**6.74.** Последовательный контур  $RLC$  имеет добротность  $Q = 100$ . На его резонансной частоте  $\omega_0$  выделяемая на нём тепловая мощность максимальна. На сколько процентов надо изменить частоту приложенного к контуру напряжения, чтобы эта мощность уменьшилась в два раза?

**6.75.** Имеется последовательная цепь  $RLC$ . Найти частоты  $\omega_R$ ,  $\omega_L$  и  $\omega_C$ , при которых напряжения на резисторе ( $U_R$ ), на идеальной катушке ( $U_L$ ) и на конденсаторе ( $U_C$ ) достигают максимума. Показать, что  $\omega_L \omega_C = \omega_0^2$ . Изобразить графики функций  $U_R(\omega)$ ,  $U_C(\omega)$  и  $U_L(\omega)$ .

**6.76.** В последовательном контуре  $RLC$  ёмкость  $C = 45$  мкФ. Амплитуда приложенного к контуру напряжения остаётся постоянной, а частоту можно менять. На частотах  $f_1 = 1500$  Гц и  $f_2 = 2500$  Гц амплитуда тока в контуре одинакова. Определить индуктивность  $L$ .

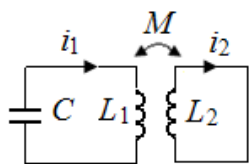


Рис. 6.31

**6.77\*.** Контур содержит конденсатор ёмкостью  $C$  и катушку индуктивностью  $L_1$ . Катушка магнитно связана с другой, короткозамкнутой катушкой индуктивностью  $L_2$  (рис. 6.31). Взаимная индуктивность катушек равна  $M$ . Найти частоту  $\omega$  свободных колебаний в контуре.

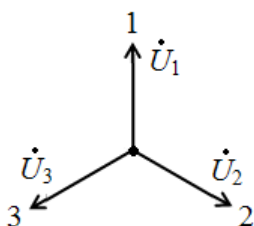


Рис. 6.32

**6.78.** На векторной диаграмме напряжений в трёхфазной цепи векторы  $\dot{U}_1$ ,  $\dot{U}_2$  и  $\dot{U}_3$  образуют симметричную звезду, показанную на рис. 6.32. Методом комплексных амплитуд найти амплитуду напряжения  $\dot{U}_{12} = \dot{U}_1 - \dot{U}_2$  и его фазовый сдвиг  $\phi$  относительно напряжения  $\dot{U}_1$ .



**6.79\*.** В мостовом фазовращателе, показанном на рис. 6.33, определить амплитуду  $U_{\text{ВЫХ}}$  и фазу  $\varphi$  выходного напряжения, если  $u_{\text{ВХ}} = U_{\text{ВХ}} \sin \omega t$ . При каком соотношении между  $R$  и  $C$  фазовый сдвиг  $\varphi = \pm \pi/2$ ? Построить векторную диаграмму напряжений в таком фазовращателе.

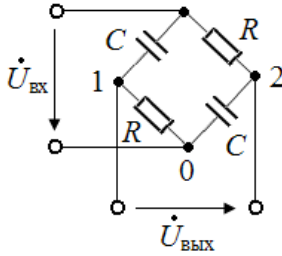


Рис. 6.33

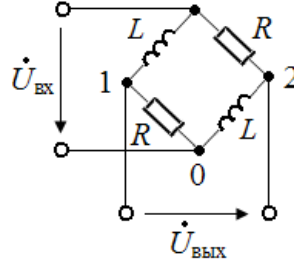


Рис. 6.34

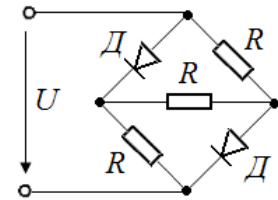


Рис. 6.35

**6.80\*.** В мостовом фазовращателе, показанном на рис. 6.34, определить амплитуду  $U_{\text{ВЫХ}}$  и фазу  $\varphi$  выходного напряжения, если  $u_{\text{ВХ}} = U_{\text{ВХ}} \sin \omega t$ . При каком соотношении между  $R$  и  $L$  фазовый сдвиг  $\varphi = \pm \pi/2$ ? Построить векторную диаграмму напряжений в таком фазовращателе.

**6.81.** Найти тепловую мощность  $P$  в цепи, показанной на рис. 6.35, если её включить в сеть 220 В. Сопротивления  $R$  одинаковы и равны по 2 кОм. Диоды считать идеальными.

**6.82.** Паяльник мощностью  $P_0 = 50$  Вт, рассчитанный на переменное напряжение 127 В, включили через диод в сеть 220 В. Полагая диод идеальным, а сопротивление паяльника постоянным, найти мощность  $P$ , выделяющуюся на паяльнике в этом случае.

**6.83.** Найти эффективное  $I_{\text{эф}}$  и среднее  $\langle I \rangle$  значения тока  $i(t)$ , имеющего вид верхней части синусоиды  $i = I \sin \omega t$  (рис. 6.36), — это ток после однополупериодного выпрямления одним диодом, если  $I = 1$  А.

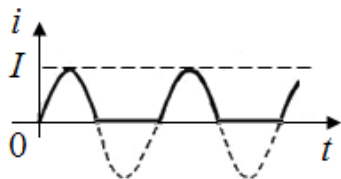


Рис. 6.36

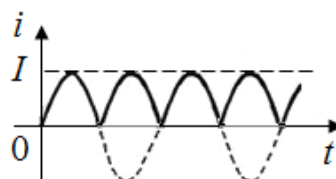


Рис. 6.37

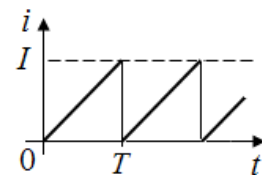


Рис. 6.38

**6.84.** Найти эффективное  $I_{\text{эф}}$  и среднее  $\langle I \rangle$  значения пульсирующего тока  $i = I |\sin \omega t|$  (рис. 6.37), — это ток после двухполупериодного выпрямления диодным мостом, если  $I = 1$  А. Во сколько раз эффективное значение больше среднего?

**6.85.** Найти эффективное  $I_{\text{эф}}$  и среднее  $\langle I \rangle$  значения пилообразного тока  $i(t)$ , показанного на рис. 6.38, если его амплитуда равна  $I$ .

**6.86.** Вычислить эффективное  $I_{\text{эф}}$  и среднее  $\langle I \rangle$  значения импульсного тока  $i(t)$ , показанного на рис. 6.39, если длительность импульсов равна  $\tau$ , период —  $T$ , амплитуда —  $I$ .

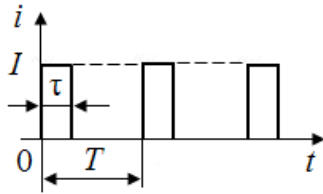


Рис. 6.39

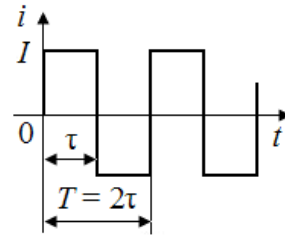


Рис. 6.40

**6.87.** Найти эффективное  $I_{\text{эф}}$  и среднее  $\langle I \rangle$  значения тока  $i(t)$ , показанного на рис. 6.40 (двухполярный меандр), если его амплитуда равна  $I$ .

**6.88\*.** Неоновая лампа начинает светить (зажигается), когда напряжение на ней достигает некоторого порогового значения — напряжения зажигания  $U_3$ . Сколько процентов времени будет светить лампа, если её включить в сеть, эффективное напряжение в которой равно  $U_3$ ? Считать, что при напряжении  $u < U_3$  лампа гаснет.

**6.89\*.** Для зарядки аккумулятора постоянным током  $I_0$  требуется  $t_0$  часов. Сколько времени понадобится для зарядки такого аккумулятора током, полученным от сети через однополупериодный выпрямитель (этот ток показан на рис. 6.36), если эффективное значение этого тока тоже равно  $I_0$ ?

## 6.4. Трансформаторы

Коэффициент трансформации:  $k = U_2/U_1 = N_2/N_1$ .

Выходное напряжение вторичной обмотки:  $U_{\text{вых}} = U_2 - Ir$ .

**6.90.** Сквозь замкнутый кольцевой сердечник трансформатора, понижающего напряжение с  $U_1 = 220$  В до  $U_2 = 44$  В, пропущен провод. Измеренное на его концах напряжение  $U$  оказалось равным 0,5 В. Сколько витков имеют обмотки трансформатора?

**6.91.** Понижающий трансформатор с коэффициентом трансформации  $k = 0,1$  включен в сеть напряжением  $U_1 = 220$  В. Определить выходное напряжение трансформатора  $U_{2 \text{ вых}}$  при нагрузке  $R = 2$  Ом, если внутреннее сопротивление вторичной обмотки  $r = 0,2$  Ом.

**6.92.** Понижающий трансформатор с коэффициентом трансформации  $k = 0,1$  включили в сеть 220 В. Когда ко вторичной обмотке подключили резистор сопротивлением  $R = 9$  Ом, напряжение на нём оказалось равным 18 В.

Определить ток короткого замыкания  $I_{к.з}$  вторичной обмотки. Потерями в первичной обмотке пренебречь.

**6.93\*.** Понижающий трансформатор с коэффициентом трансформации  $k = 0,5$  включен в сеть напряжением  $U_1 = 220$  В. Активное сопротивление первичной обмотки  $r_1 = 4$  Ом, а вторичной –  $r_2 = 2$  Ом. Ко вторичной обмотке подключена нагрузка  $R = 30$  Ом. Найти:

- 1) токи первичной  $I_1$  и вторичной  $I_2$  обмоток;
- 2) напряжение  $U_n$  на нагрузке;
- 3) КПД  $\eta$  трансформатора в этом режиме.

**6.94.** Первичная обмотка трансформатора содержит  $N_1 = 440$  витков, а вторичная –  $N_2 = 150$  витков. На первичную обмотку подается напряжение  $U_1 = 220$  В. Когда ко вторичной подключили нагрузку  $R = 50$  Ом, на ней оказалось напряжение  $U_{2 \text{ вых}} = 50$  В. Какая мощность  $P$  при этом рассеивается на вторичной обмотке трансформатора?

**6.95\*.** На симметричный трёхсекционный железный сердечник уложены две обмотки, как показано на рис. 6.41. Когда первую обмотку подключили к сети синусоидального напряжения  $U_0$ , то на выводах второй оказалось напряжение  $U_2 = 180$  В, а когда к сети подключили вторую обмотку, то напряжение на выводах первой  $U_1 = 80$  В. Найти отношение витков обмоток  $N_2/N_1$ , а также напряжение сети  $U_0$ . Считать, что магнитный поток, создаваемый каждой обмоткой, распределяется по секциям сердечника на две равные части.

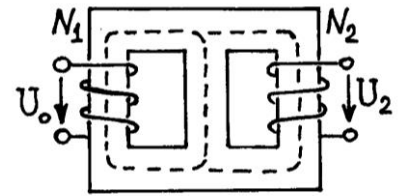


Рис. 6.41

**6.96\*.** На симметричный трёхсекционный железный сердечник уложены две обмотки, как показано на рис. 6.41. Когда на первую обмотку подали синусоидальное напряжения  $U_0 = 40$  В, то на выводах второй будет некоторое напряжение  $U_2$ . Какое напряжение  $U_1$  будет на выводах первой обмотки, если это напряжение  $U_2$  приложить к выводам второй обмотки? Считать, что магнитный поток, создаваемый каждой обмоткой, распределяется по двум другим секциям сердечника поровну.

**6.97\*.** Сечение магнитопровода трансформатора  $S = 30$  см<sup>2</sup>. Рассчитать число витков  $N$  первичной обмотки для работы трансформатора в линейном режиме ( $B \leq 1,5$  Тл) при входном напряжении  $u = U \sin \omega t$ , где  $U \approx 311$  В – амплитуда сетевого напряжения  $U_{\phi} = 220$  В.

**6.98.** Сердечник трансформатора сделан из железа, динамическая петля гистерезиса которого показана на рис. 6.42. Определить тепловую мощность, рассеиваемую в этом сердечнике при работе трансформатора на частоте  $f = 50$  Гц. Объем сердечника  $V = 0,2$  дм<sup>3</sup>. Коэрцитивное поле железа  $H_c = 100$  А/м.

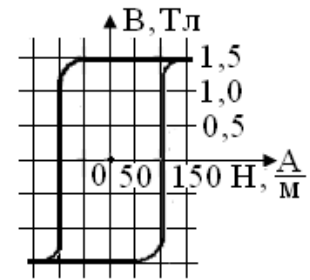


Рис. 6.42

\*\*\*\*\*

## 7. ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ. ЭНЕРГИЯ ПОЛЯ

Уравнения Максвелла:  $\oint_C \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \varepsilon_0 \iint_S \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \cdot d\mathbf{S}$ ,  $\oint_C \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = -\mu_0 \iint_S \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \cdot d\mathbf{S}$ .

Вектор Пойнтинга:  $\mathbf{P} = \mathbf{E} \times \mathbf{H} = (\mathbf{E} \times \mathbf{B}) / \mu_0$ .

Закон сохранения энергии поля:  $-\frac{\partial W}{\partial t} = \iint_S \mathbf{P} \cdot d\mathbf{S} + \iiint_V \mathbf{j} \cdot \mathbf{E} dV$ .

Плотность энергии электрического поля:  $w_E = \varepsilon \varepsilon_0 E^2 / 2$ .

Плотность энергии магнитного поля  $w_B = \mu \mu_0 H^2 / 2$ .

Интенсивность плоских синусоидальных волн:  $I = \frac{P}{S} = \frac{\varepsilon_0 E_0^2}{2} c \left[ \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2} \right]$ .

Давление электромагнитных волн на поглощающую поверхность:  $p = I/c$ .

Длина волны в вакууме:  $\lambda = cT$ .

Скорость волны в диэлектрике:  $v = c/\sqrt{\varepsilon}$ .

\*\*\*\*\*

**7.1.** При измерениях координат объекта в воздухе или в космосе радиолокатор облучает его и принимает отражённый от него сигнал. Чем дальше объект, тем слабее принимаемый антенной отражённый сигнал. Во сколько раз будет слабее этот сигнал, если расстояние до объекта увеличилось в 2 раза?

**7.2.** Ёмкость конденсатора в колебательном контуре приёмника может плавно меняться от  $C_1 = 50$  пФ до  $C_2 = 200$  пФ. Какую индуктивность  $L$  должна иметь катушка контура, чтобы можно было принимать радиоволны с минимальной длиной  $\lambda_1 = 25$  м? Какова будет максимальная длина волны  $\lambda_2$ , принимаемая таким контуром?

**7.3.** В основе работы радиоизмерителя малых дальностей лежит измерение фазового сдвига между волнами излучаемой и отраженной от объекта. Пусть измеритель работает на частоте  $f = 3$  МГц. Фазовый сдвиг  $\Delta\varphi$  между сигналами излученным и отраженным оказался равным  $0,2\pi$ . Полагая, что при отражении от объекта фаза волны не меняется, определить дальность  $l$  до объекта.

**7.4.** Антенна корабельного радиолокатора находится на высоте  $h = 25$  м над уровнем моря. На каком наибольшем расстоянии  $l$  (зона прямой видимости) такой радиолокатор может обнаружить лодку? С какой максимальной частотой  $f$  при этом могут излучаться зондирующие импульсы?

**7.5.** Радиолокатор работает на волне  $\lambda = 3$  см и излучает радиоимпульсы длительностью  $\tau = 1$  мкс. Сколько колебаний происходит за время импульса? Какова минимальная дальность  $l_{\min}$  обнаружения цели?

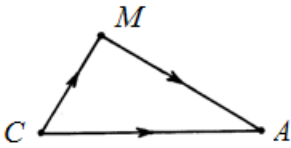


Рис. 7.1

**7.6\*.** Антенна телевизора (точка  $A$  на рис.7.1) принимает, наряду с сигналом от телецентра (точка  $C$ ), сигнал, отражённый от металлической стены (точка  $M$ ). В результате изображение на экране двоится. На сколько сдвинуты два изображения, если ширина экрана  $l = 40$  см, частота кадров  $f = 25$  Гц, а кадр состоит из  $N = 625$  строк? Расстояния:  $CA = 5$  км,  $MA = 4$  км,  $CM = 3$  км.

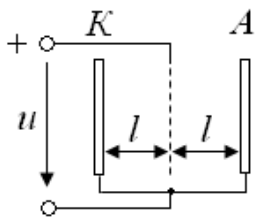


Рис. 7.2

**7.7.** Посередине между двумя параллельными металлическими пластинами  $K$  и  $A$  установлена металлическая сетка (рис. 7.2). Пластины соединены между собой и заземлены, а к сетке приложено постоянное положительное напряжение  $u = 100$  В. Пластина  $K$  (катод) испускает электрон с нулевой начальной скоростью, и он колеблется в промежутке  $KA$ . Определить длину волны, излучаемой электроном, если  $l = 1$  см. Удельный заряд электрона  $e/m = 1,76 \cdot 10^{11}$  Кл/кг.

**7.8.** Показать, что при нормальном отражении плоской волны от поверхности металла фаза поля  $\mathbf{E}$  меняется на  $\pi$ , а фаза поля  $\mathbf{H}$  не меняется.

**7.9.** Доказать, что стоячая волна не переносит энергию, т. е. что для неё среднее значение вектора Пойнтинга равно нулю.

**7.10.** Пусть антенна № 1 излучает вдоль оси  $z$   $x$ -поляризованную плоскую синусоидальную волну

$$E_1 = E_x(z, t) = E_0 \sin(\omega t - kz).$$

Такая же антенна № 2 сдвинута вдоль оси  $z$  на  $\lambda / 4$  и повернута на  $90^\circ$ , так что она излучает вдоль оси  $z$   $y$ -поляризованную волну

$$E_2 = E_y(z, t) = E_0 \sin(\omega t - k(z - \lambda/4)).$$

Показать, что результирующая волна будет иметь круговую поляризацию, т. е. вектор  $\mathbf{E}$  у такой волны будет иметь постоянную длину и вращаться вокруг оси  $z$  с угловой скоростью  $\omega$  в любой фиксированной плоскости  $z = \text{const}$  (например, в плоскости  $z = 0$ ). Таким образом, в пространстве он образует винтовую линию с шагом  $\lambda$  (например, в момент  $t = 0$ ). Какая будет поляризация у такой волны – правая или левая?

**7.11.** Заряженный плоский конденсатор с круглыми обкладками отключён от генератора и разряжается через своё слабопроводящее заполнение. Будет ли поле  $\mathbf{B}$  внутри конденсатора.

**7.12.** Заряжается плоский воздушный конденсатор с круглыми обкладками, и в нём возрастает энергия электрического поля. Найти канал её поступления в конденсатор и доказать, что её поток внутрь конденсатора равен скорости её возрастания в объёме конденсатора.

**7.13.** Через соленоид увеличивают ток, и в нём возрастает энергия магнитного поля. Найти канал её поступления в соленоид и доказать, что её поток внутрь равен скорости её возрастания в объёме соленоида.

**7.14.** По проводу идёт ток  $i$ , нагревая его. Найти канал поступления электромагнитной энергии в провод и показать, что она не накапливается в нём, а вся рассеивается в виде тепла, т. е. что  $dW/dt = 0$ .

**7.15.** От генератора постоянного напряжения  $u$  к нагрузке передаётся энергия по идеально проводящей коаксиальной линии. Ток в линии равен  $i$ . Внутренний и внешний проводники линии – тонкостенные. Показать, что мощность, потребляемая нагрузкой, равна потоку электромагнитной энергии через поперечное сечение линии.

**7.16.** Заряжается сферический воздушный конденсатор, показанный на рис. 7.3, и в нём возрастает энергия электрического поля. Найти канал её поступления в конденсатор.

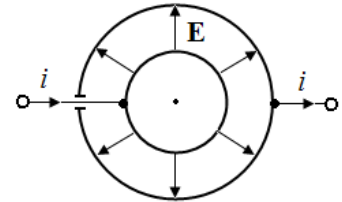


Рис. 7.3

**7.17\*.** По соленоиду радиусом  $R = 2,7$  см идёт синусоидальный ток частотой  $f = 50$  Гц. Вычислить отношение  $k = W_B / W_E$ , где  $W_B$  и  $W_E$  – максимальные значения энергий магнитного и электрического полей в соленоиде.

**7.18\*.** К плоскому воздушному конденсатору с круглыми обкладками радиусом  $R = 2,7$  см приложено синусоидальное напряжение частотой  $f = 50$  Гц. Найти отношение  $k = W_B / W_E$ , где  $W_B$  и  $W_E$  – максимальные значения энергий магнитного и электрического полей в конденсаторе. При каких частотах величины  $W_B$  и  $W_E$  будут одного порядка?

**7.19.** Волна частотой  $f = 3$  ГГц переходит из вакуума в среду с диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon = 4$ . Как изменится длина волны  $\lambda$  ?

**7.20.** От генератора переменного напряжения  $u = U \sin \omega t$  к нагрузке передаётся энергия по идеально проводящей коаксиальной линии. Ток в линии  $i = I \sin(\omega t + \varphi)$ . Внутренний и внешний проводники линии – тонкостенные. Найти средний по времени поток электромагнитной энергии  $\langle \Phi \rangle_T$  (переносимую мощность) через поперечное сечение линии.

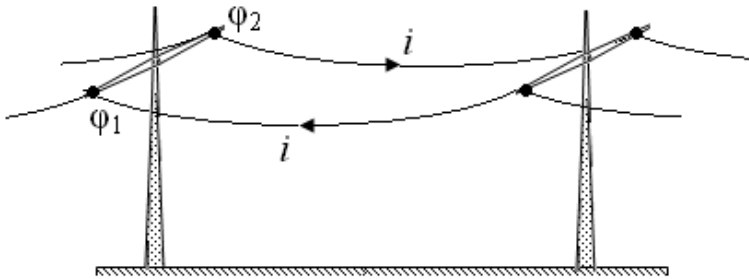


Рис. 7.4

**7.21.** На рис. 7.4 показаны направления токов, а также потенциалы проводов  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  на участке двухпроводной ЛЭП *постоянного тока*, причём  $\varphi_1 > \varphi_2$ . С какой стороны от участка находится генератор, а с какой нагрузка?

А как без разрыва линии можно было бы определить направления токов в проводах, если бы они не были заранее известны?

**7.22\*.** На рис. 7.4 показан участок двухпроводной ЛЭП *переменного тока*. Известно, что линия работает на активную нагрузку. Имея доступ только к участку линии и не разрывая её, определить, с какой стороны от участка находится генератор, а с какой нагрузка, т. е. направление передачи энергии. Какие приборы для этого потребуются и как ими воспользоваться?

**7.23.** Оценить некоторую усреднённую по всем частотам амплитуду поля  $E$  излучения Солнца на расстоянии орбиты Земли, если интенсивность его излучения на этом расстоянии  $I = 1,4 \text{ кВт/м}^2$ .

**7.24.** Оценить давление луча лазера мощностью 30 Вт на чёрную поверхность. Сечение луча  $S = 1 \text{ мм}^2$ .

**7.25\*.** По известным величинам: интенсивности солнечного излучения на расстоянии орбиты Земли  $I_0 = 1,4 \text{ кВт / м}^2$ , периоду движения Земли вокруг Солнца  $T = 365$  суток и радиусу орбиты Земли  $R_0 = 150$  млн км – оценить радиус  $r$  сферической частицы, при котором сила её притяжения Солнцем при любом расстоянии от него будет уравновешена давлением солнечного излучения. Считать, что весь падающий на частицу свет поглощается ею (хотя из-за дифракции это далеко не так). Плотность частицы  $\rho = 1 \text{ г/см}^3$ .

\*\*\*\*\*



# ОТВЕТЫ

## 1. ЭЛЕКТРОСТАТИКА

### 1.1. Электрический заряд. Закон Кулона. Электрическое поле

1.1.  $q = 48 \text{ Кл}, F = 2 \cdot 10^9 \text{ Н} = 200 \text{ тыс. тонн.}$

1.2. В  $4 \cdot 10^{42}$  раза.

1.3. –

1.4. –

1.5. –

1.6. а) 4 мН, 3 мН; б) 4 мН, 1 мН.

1.7.  $q = 4l \sin \alpha \sqrt{\pi \epsilon_0 m g \tan \alpha}.$

1.8.  $Q = -q/4.$

1.9.  $Q = -q/\sqrt{3}.$

1.10.  $Q = -q(1 + 2\sqrt{2})/4.$

1.11.  $Q = -q/2.$

1.12.  $E = 3q/(2\pi\epsilon_0 a^2).$

1.13.  $x_3 = 12; q_3 = q_1 = +4q.$

1.14.  $x_3 = (2/3)x_2 = 4; q_3 = -(4/9)q.$

1.15.  $F = qQ/(8\pi^2\epsilon_0 R^2).$

1.16.  $E_3 = E_1 + E_2.$

1.17.  $\tan \alpha = (q/Q)^{2/3} = 0,63, \alpha = 32^\circ.$

1.18. –

1.19.  $T = \frac{(\sqrt{q_1 q_2} + \sqrt{q_1 q_3} + \sqrt{q_2 q_3})^2}{4\pi\epsilon_0 l^2}.$

1.20.  $E_y = \frac{q}{2\pi\epsilon_0} \cdot \frac{y}{(y^2 + a^2)^{3/2}}; \quad E_y \rightarrow \max = \frac{q}{\pi\epsilon_0 a} \cdot \sqrt{\frac{2}{27}} \text{ при } y = y_0 = \frac{a}{\sqrt{2}}.$

1.21. Равновесие становится неустойчивым при  $y \geq y_0 = a\sqrt{2}.$

1.22.  $E = \frac{qx}{4\pi\epsilon_0 (R^2 + x^2)^{3/2}}, \quad E_{\max} = \frac{q}{2\pi\epsilon_0 R^2 \sqrt{27}} \text{ при } x_m = \frac{R}{\sqrt{2}}.$

1.23.  $E = \frac{q}{2\pi\epsilon_0 R^2} \left( 1 - \frac{1}{\sqrt{1 + (R/x)^2}} \right), \quad E(0) = \frac{q}{2\pi\epsilon_0 R^2}.$

1.24. –

1.25. –

1.26.  $E = \gamma/(2\pi\epsilon_0 R).$

$$1.27. F = \frac{qQ}{8\pi\epsilon_0 R^2}.$$

$$1.28. E = q/(8\pi\epsilon_0 R^2).$$

$$1.29. \text{Направление 3.}$$

$$1.30. E = \gamma/(2\pi\epsilon_0 r).$$

$$1.31. E_x(x) = \gamma/(4\pi\epsilon_0 x).$$

$$1.32. E_r(r) = \frac{\gamma}{4\pi\epsilon_0 r}, E_z(r) = -\frac{\gamma}{4\pi\epsilon_0 r}.$$

$$1.33. E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 x \sqrt{x^2 + a^2}}.$$

$$1.34. E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 (x^2 - a^2)}.$$

$$1.35. E = \frac{\gamma x}{\pi\epsilon_0 (x^2 + a^2)}; x_m = a, E_{\max} = \frac{\gamma}{2\pi\epsilon_0 a}.$$

$$1.36. E = \frac{\gamma a}{\pi\epsilon_0 (x^2 + a^2)}; x_m = 0, E_{\max} = \frac{\gamma}{\pi\epsilon_0 a}.$$

$$1.37. F = \gamma q/(4\pi\epsilon_0 R).$$

$$1.38. F = Eq = \frac{\gamma}{4\pi\epsilon_0 R} q, \text{ где } E - \text{ поле цилиндра в центре его основания.}$$

$$1.39. \gamma = \pi R^2 \rho \quad E_{\text{in}} = \frac{\rho}{2\epsilon_0} r, E_{\text{ex}} = \frac{\rho R^2}{2\epsilon_0 r}.$$

$$1.40. E_{\text{in}} = \frac{qr}{4\pi\epsilon_0 R^3}, E_{\text{ex}} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}.$$

$$1.41. E = \frac{\rho}{3\epsilon_0} \mathbf{a} \quad (\text{поле в полости будет однородным}).$$

$$1.42. C = -2e/(\pi a^3), \quad q = -0,32e, \quad E = 4 \cdot 10^{11} \text{ В/м.}$$

$$1.43. \text{Вне плоскостей } E_I = E_{III} = \sigma/\epsilon_0, \text{ между плоскостями } E_{II} = 2\sigma/\epsilon_0.$$

$$1.44. E_M = \sigma/(4\epsilon_0), \quad E_N = \sigma/(2\epsilon_0),$$

$$1.45. E = \frac{\sigma}{2\pi\epsilon_0} \frac{d}{h}. \text{ В точке } M \text{ поле } \mathbf{E} \text{ направлено горизонтально вправо.}$$

$$1.46. \sigma = \pm \sigma_0/2.$$

$$1.47. -$$

$$1.48. p = \epsilon_0 (E_2^2 - E_1^2)/2; \text{ сила давления направлена вправо.}$$

$$1.49. E_1 = \frac{E}{\pi} \ln\left(1 + \frac{a}{x}\right); \quad E_1 = E \text{ при } x = \frac{a}{e^\pi - 1} \approx \frac{a}{22}.$$

$$1.50. \omega = \sqrt{qQ/(\pi\epsilon_0 ml^3)}.$$

$$1.51. \omega = \sqrt{2qE/(ml)}.$$

$$1.52. f = \frac{e}{2\pi\sqrt{4\pi\epsilon_0 m R^3}} = 2,5 \cdot 10^{15} \text{ Гц}, \quad \lambda = c/f = 120 \text{ нм}.$$

$$1.53. Q \geq \frac{32\pi\epsilon_0 R^2}{q} mg.$$

## 1.2. Потенциал. Энергия системы зарядов

$$1.54. -$$

$$1.55. -$$

$$1.56. \varphi_0 = (\varphi_1 R_1 + \varphi_2 R_2)/(R_1 + R_2).$$

$$1.57. q'_1 = (q_1 + q_2) \frac{R_1}{R_1 + R_2}, \quad q'_2 = (q_1 + q_2) \frac{R_2}{R_1 + R_2}, \quad \varphi'_1 = \varphi'_2 = \varphi_0 = \frac{q_1 + q_2}{R_1 + R_2}.$$

$$1.58. \text{ Уменьшится в } \frac{(R_1 + R_2)^2}{4R_1 R_2} \text{ раз.}$$

$$1.59. \text{ Увеличится, так как } [(q_1 + q_2)/2]^2 \geq q_1 q_2.$$

$$1.60. \varphi_0 = \varphi N^{2/3}.$$

$$1.61. v = \frac{10^{-5} \varphi}{4R} \sqrt{\frac{10}{\pi \rho}} \approx 3,8 \text{ м/с}.$$

$$1.62. -$$

$$1.63. \text{ а) } E = 5,76 \text{ кВ/м}, \varphi = 360 \text{ В}; \quad \text{ б) } E = 4,32 \text{ кВ/м}, \varphi = 0.$$

$$1.64. F = 4\pi\epsilon_0 \left( \frac{U R_1 R_2}{d(R_1 + R_2)} \right)^2 = 4,4 \cdot 10^{-8} \text{ Н}.$$

$$1.65. \varphi = \gamma/(4\epsilon_0).$$

$$1.66. \varphi = q/(4\epsilon_0 R).$$

$$1.67. \varphi = q/(4\epsilon_0 R) \text{ в любой точке экваториальной плоскости.}$$

$$1.68. E_1 = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R_1^2}, \quad E_2 = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R_2^2}, \quad \varphi_1 = \varphi_2 = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R_2}.$$

$$1.69. q_1 = -q_2(R_1/R_2).$$

$$1.70. q_2/q_1 = R_2(1/R_1 - 1/R). \text{ При } R \rightarrow R_1 \text{ заряд } q_2 \rightarrow 0.$$

$$1.71. q_1 : q_2 : q_3 = 1/6 : 1/3 : 1/2; \quad q_1 + q_2 + q_3 = q.$$

$$1.72. \varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 \sqrt{x^2 + R^2}}.$$

$$1.73. \varphi_0 = \sigma R/(2\epsilon_0).$$

$$1.74. \Delta\varphi = \frac{q}{2\pi\epsilon_0 R} \left( 1 - \frac{1}{\sqrt{1 + (a/R)^2}} \right).$$

$$1.75. \varphi = q/(4\pi\epsilon_0 d).$$

$$1.76. q' = -q(R/d).$$

$$1.77. q' = -q(R/r).$$

$$1.78. \varphi_M = (\gamma/2\pi\epsilon_0) \ln(b/a).$$

$$1.79. p = \sigma^2/(2\epsilon_0) = \epsilon_0\varphi^2/(2R^2) = 40 \text{ Па}; F = p(\pi R^2) = \pi\epsilon_0\varphi^2/2 = 1,25 \text{ Н}.$$

$$1.80. F = \sigma^2 a^2/(2\epsilon_0).$$

$$1.81. R = \frac{kl}{1-k^2}, \delta = kR, \text{ где } k = a/b.$$

$$1.82. R = \frac{kl}{k^2-1}, \delta = \frac{l}{k^2-1}.$$

$$1.83. q' = -q \frac{R}{d}. F = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Rd}{(d^2 - R^2)^2}$$

$$1.84. q' = -q \frac{R}{d}, q'' = +q \frac{R}{d}; F = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{2d^2 - R^2}{(d^2 - R^2)^2} \cdot \left( \frac{R}{d} \right)^3.$$

$$1.85. \sigma_{\max} = -\frac{q}{4\pi} \left( \frac{1 + d/R}{(d-R)^2} \right) < 0, \sigma_{\min} = \frac{q}{4\pi} \left( \frac{1 - d/R}{(d+R)^2} \right) < 0.$$

$$1.86. \varphi_1 \leq \frac{q}{2\pi\epsilon_0 a}, \varphi_2 \leq \frac{q}{2\sqrt{3}\pi\epsilon_0 a}.$$

$$1.87. \varphi_{in} = \frac{q}{8\pi\epsilon_0 R} \left( 3 - \frac{r^2}{R^2} \right), \varphi_{ex} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}, \varphi_0 = \frac{3}{8} \frac{q}{\pi\epsilon_0 R}.$$

$$1.88. E_x(x) = \rho x/\epsilon_0; \varphi(x) = -\rho x^2/(2\epsilon_0).$$

$$1.89. \varphi(x) = \frac{q}{2\pi\epsilon_0 R^2} \left( \sqrt{x^2 + R^2} - x \right); \varphi_0 = \frac{q}{2\pi\epsilon_0 R}. \text{ При } x \rightarrow \infty: \varphi \rightarrow \frac{q}{4\pi\epsilon_0 x}.$$

$$1.90. \varphi_C = \frac{q}{2\pi\epsilon_0 R}, \varphi_O = \frac{q}{\pi^2\epsilon_0 R}.$$

$$1.91. \sigma(r) = \frac{q}{2\pi R \sqrt{R^2 - r^2}}.$$

$$1.92. -$$

$$1.93. \sigma_0 = \frac{q}{4\pi R^2}, \varphi = \varphi_0 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_0^R \frac{\sigma(r) dS}{r} = \frac{q}{8\epsilon_0 R}.$$

$$1.94. \varphi = E_{np} R = 300 \text{ кВ}.$$

$$1.95. u \approx E_{np} R_1 = 3 \text{ кВ}.$$

1.96.  $E \approx \frac{\gamma}{2\pi\epsilon_0 R}$ ;  $u \approx \frac{\gamma}{\pi\epsilon_0} \ln \frac{d}{R}$ . Следовательно,  $u = 2E_{\text{пр}} R \ln \frac{d}{R} = 360 \text{ кВ}$ .

1.97.  $u = E_{\text{пр}} R_1 \ln(R_2/R_1) = 20 \text{ кВ}$ .

1.98. —

1.99.  $\alpha = 37,5^\circ$ ;  $Q \geq \frac{32\pi\epsilon_0 mg R^2}{q}$ , при этом  $F_{\text{кул}} \geq 2mg$ , т. е.  $F \geq mg$ .

1.100.  $Q \geq \frac{32\pi\epsilon_0 R^2}{q} mg$ .

1.101.  $\text{tg } \alpha = (q/Q)^{2/3} = 0,63$ ,  $\alpha = 32^\circ$ .

1.102. —

1.103.  $r_{\text{min}} = (3/7)a$ .

1.104.  $W = 0$ .

1.105. а)  $W = (\sqrt{2} + 4) \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 a}$ ; б)  $W = -\sqrt{2} \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 a}$ ; в)  $W = (\sqrt{2} - 4) \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 a}$ ..

1.106.  $W = 0$ .

1.107.  $E_i = 13,6 \text{ эВ}$ .

1.108.  $\sigma = \pm\epsilon_0 E_0$ .

1.109.  $E_0 = q/(\epsilon_0 S) = 102 \text{ В/м}$ .

1.110.  $F_0 = \epsilon_0 E_0^2 / 2 \text{ (Н/м}^2\text{)}$ ; силы  $F_0$  направлены на раздвижение пластин.

1.111.  $\Delta\phi = \sigma(d - h)/\epsilon_0$ .

1.112. —

1.113.  $\Delta q = \Delta q_1 = q_0(\Delta x/d)$ ,  $i = \Delta q_1/\Delta t = q_0(v/d)$ .

1.114.  $t = \frac{\epsilon_0 W}{e^2 I R} = 0,86 \cdot 10^6 \text{ с} = 10 \text{ сут}$ , где  $R = 6400 \text{ км}$  — радиус Земли.

1.115. —

1.116.  $W_k = -W_{\text{п}}/2$ . Это соотношение носит название «теорема вириала».

1.117. 1)  $E = 195 \text{ МэВ}$ ; 2)  $m_{\text{трот}} = 200 \text{ килотонн}$ .

### 1.3. Заряды над проводящей плоскостью.

#### Электрический диполь

1.118.  $A = \int_h^\infty \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 (2z)^2} dz = \frac{q^2}{16\pi\epsilon_0 h}$ .

1.119.  $E = \frac{qh}{2\pi\epsilon_0 (r^2 + h^2)^{3/2}}$ ;  $\sigma = -\epsilon_0 E$ ;  $q_{\text{инд}} = -q$ .

1.120.  $F = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 l^2} \left( \sqrt{2} - \frac{1}{2} \right)$ . Силы направлены под  $45^\circ$  к плоскости.

1.121. —

$$1.122. F_0 = \frac{\gamma^2}{4\pi\epsilon_0 h} \left[ \frac{\text{Н}}{\text{м}} \right].$$

1.123. –

$$1.124. E = \frac{2U}{h \ln(2h/r)} \approx 13 \text{ кВ/м.}$$

$$1.125. \sigma(r) = \gamma / (2\pi\sqrt{r^2 + h^2}).$$

$$1.126. h = \sqrt{\frac{e}{16\pi\epsilon_0 E}} = 6 \text{ мкм.}$$

$$1.127. p = k l^3/12.$$

$$1.128. T = 2\pi\sqrt{ml/(2qE)}.$$

$$1.129. \text{Диполь притягивается к плоскости с силой } F_z = \frac{-3p^2}{32\pi\epsilon_0 h^4}.$$

$$1.130. \text{Диполи притягиваются с силой } F = \frac{3p^2}{2\pi\epsilon_0 a^4}.$$

$$1.131. F = q^2 R^2 h / (8\pi\epsilon_0 r^5).$$

$$1.132. F = q^2 R^2 h / (8\pi\epsilon_0 r^5)$$

$$1.133. \text{Шары притягиваются друг к другу с силой } F = 24\pi\epsilon_0 R^6 E_0^2 / l^4.$$

$$1.134. \mathbf{p} = (\pi\epsilon_0 l^3/2) \mathbf{E}.$$

1.135. –

#### 1.4. Электроёмкость. Конденсаторы.

##### Энергия электрического поля

1.136. В первом случае сила не изменится, во втором увеличится.

1.137. –

$$1.138. \varphi_0 = (C_1\varphi_1 + C_2\varphi_2)/(C_1 + C_2).$$

$$1.139. C = q/\Delta\varphi = 2\pi\epsilon_0 R = 5,5 \text{ пФ.}$$

$$1.140. C_1 = C_2 \frac{u_2}{u_1 - u_2} = 1 \text{ мкФ.}$$

1.141. –

$$1.142. u = 2u_0 \frac{C_1 C_2}{(C_1 + C_2)^2} = 4 \text{ В.}$$

$$1.143. u = 2u_0 = 12 \text{ В.}$$

$$1.144. F = Cu^2/(2d).$$

$$1.145. F = (9/4)\epsilon F_0 = 9F_0.$$

$$1.146. \Delta\varphi = \frac{3}{2} \frac{q}{C} = 3 \text{ В.}$$

1.147. –

1.148.  $A_1 > A_2$ .

$$1.149. A = \int_{x_1}^{x_2} F dx = \frac{\varepsilon_0 S}{2} u^2 \left( \frac{x_2 - x_1}{x_1 x_2} \right).$$

1.150.  $u_m = 750$  В. При  $u > 750$  В будет пробит конденсатор  $C_1$ .

1.151.  $u_m = 1100$  В,  $u_1 = 600$  В,  $u_2 = 300$  В,  $u_3 = 200$  В.

1.152.  $q = C_1 C_2 u / (C_1 + C_2) = 0,75u$ ; потеря энергии 75%.

$$1.153. W_1 = \frac{C_1 C_2 (u_1 - u_2)^2}{2(C_1 + C_2)}; W_2 = \frac{C_1 C_2 (u_1 + u_2)^2}{2(C_1 + C_2)}.$$

$$1.154. u_0 = \sqrt{2Q \frac{C_1 + C_2}{C_1 C_2}} = 300 \text{ В}.$$

$$1.155. Q_1 = \frac{Cu^2}{4} \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}, Q_2 = \frac{Cu^2}{4} \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2}.$$

1.156.  $Q = 0,3$  Дж.

1.157. Увеличится в  $\frac{C_1 + C_2 + C_3}{C_1 + C_2} = 2$  раза.

1.158. –

$$1.159. \text{ а) } u = \frac{2q}{C(\varepsilon + 1)}; \text{ б) } u = \frac{q(\varepsilon + 1)}{2\varepsilon C}.$$

$$1.160. C = C_0 \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{\ln(\varepsilon_2 / \varepsilon_1)}$$

1.161. –

1.162.  $u_1 = 5$  В,  $u_2 = u_3 = 1$  В.

1.163.  $u_{ab} = -2$  В.

1.164.  $\Delta q = u \frac{C_1 C_4 - C_2 C_3}{C_1 + C_2 + C_3 + C_4}$ . При  $C_2 C_3 = C_1 C_4$  заряд  $\Delta q = 0$ .

1.165. –

1.166. а)  $(8/5)C$ ; б)  $(5/3)C$ ; в)  $3C$ ; г)  $C$ .

1.167. а)  $C_{ab} = 2C$ ; б)  $C_{ab} = (3/2)C$ ;

1.168.  $C_{ab} = NC$ .

$$1.169. F_0 = \frac{\varepsilon_0 u^2}{6d^2} \left[ \frac{\text{Н}}{\text{М}^2} \right].$$

$$1.170. C = \frac{4\pi\varepsilon_0 R_1 R_2}{R_2 - R_1} \approx \frac{4\pi\varepsilon_0 R^2}{d} = \frac{\varepsilon_0 S}{d}.$$

$$1.171. C_0 = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln(R_2/R_1)} = 55 \text{ пФ/м.}$$

$$1.172. C_0 = \frac{\pi\epsilon_0}{\ln(d/R)} = 9 \text{ пФ/м.}$$

$$1.173. C_0 = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln(2h/r)} \approx 9,26 \text{ пФ/м.}$$

$$1.174. C = q/\varphi = 8\epsilon_0 R.$$

$$1.175. W = 2\pi\epsilon_0 R\varphi^2 = 0,5 \text{ Дж.}$$

$$1.176. W = \frac{3}{20} \frac{q^2}{\pi\epsilon_0 R}.$$

$$1.177. R = \frac{3}{20} \frac{e^2}{\pi\epsilon_0} \frac{1}{mc^2} = 1,7 \cdot 10^{-15} \text{ м.}$$

$$1.178. W_{\text{диэл.}}/W_{\text{мет.}} = 6/5.$$

$$1.179. W_{\text{эл}} = \frac{3}{5} \cdot \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 R}, W_{\text{гр}} = -\frac{3}{5} \cdot \frac{Gm^2}{R}.$$

1.180. –

$$1.181. Q = (W_1 + W_2)/2 - \sqrt{W_1 W_2} = 4 \text{ мДж.}$$

$$1.182. Q = \frac{q_1^2}{2} \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right), \text{ (не зависит от } q_2 \text{).}$$

1.183. –

## 2. ПОСТОЯННЫЙ ТОК

### 2.1 Законы Ома и Джоуля-Ленца. Соединения резисторов

2.1. –

$$2.2. v = M / (eN_A \rho S) = 0,95 \text{ мм/с, где } M = 0,064 \text{ кг/моль, } S = \pi D^2/4.$$

$$2.3. I_0 = \frac{IU}{U - I r_A} \left( 1 - \frac{r_A}{r_V} \right).$$

$$2.4. \text{ а) } 2 \text{ В; б) } 4 \text{ В.}$$

$$2.5. I' = I \frac{2 \text{ —}}{2 \text{ —} - IR}.$$

2.6. –

2.7. –

$$2.8. i_A = 0,91 \text{ мА, } u_V = 1,5 \text{ В.}$$

$$2.9. R_3 = 5 \text{ кОм; } r = 1 \text{ кОм.}$$

$$2.10. i_0 = 2 \text{ А; } R_1/R_2 = i_2/i_1 = 2.$$

$$2.11. P_1 = 9 \text{ Вт, } P_2 = 12 \text{ Вт, } P_3 = 6 \text{ Вт; } u_0 = 9 \text{ В, } i_0 = 3 \text{ А.}$$

$$2.12. P_1 = 9 \text{ Вт; } u_0 = 9 \text{ В, } i_0 = 3 \text{ А.}$$



- 2.13.  $P_1 = 2 \text{ Вт}$ ,  $P_2 = 4 \text{ Вт}$ ,  $P_3 = 12 \text{ Вт}$ ;  $u_0 = 6 \text{ В}$ ,  $i_0 = 3 \text{ А}$ .
- 2.14.  $P_1 = 9 \text{ Вт}$ ,  $P_2 = 18 \text{ Вт}$ ,  $P_3 = 3 \text{ Вт}$ ,  $P_4 = 6 \text{ Вт}$ ;  $u_0 = 9 \text{ В}$ ,  $i_0 = 4 \text{ А}$ .
- 2.15.  $P_1 = 9 \text{ Вт}$ ;  $u_0 = 9 \text{ В}$ ,  $i_0 = 4 \text{ А}$ .
- 2.16.  $P_1 = 192 \text{ Вт}$ ,  $P_2 = 96 \text{ Вт}$ ,  $P_3 = 324 \text{ Вт}$ ,  $P_4 = 108 \text{ Вт}$ ;  $u_0 = 60 \text{ В}$ ,  $i_0 = 12 \text{ А}$ .
- 2.17.  $R_1 = 1 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = 3 \text{ Ом}$  (или наоборот:  $R_1 = 3 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = 1 \text{ Ом}$ ).
- 2.18.  $i_1 = i_2 = 4 \text{ А}$ ,  $i_3 = i_4 = i_5 = 1 \text{ А}$ ,  $i_6 = 3 \text{ А}$ .
- 2.19. –
- 2.20. –
- 2.21. –
- 2.22.  $R = r$ ;  $P_{\max} = \mathfrak{E}^2/(4r)$ ;  $\eta = 0,5$ .
- 2.23.  $r = R/\sqrt{2}$ .
- 2.24.  $P = i(\mathfrak{E} - u) = 2 \text{ Вт}$ .
- 2.25.  $i_{\text{к.з.}} = \sqrt{P/(R_1 R_2)} \cdot (\sqrt{R_1} + \sqrt{R_2}) = 1,6 \text{ А}$ .
- 2.26.  $D_1 = 163 \text{ мм}$ ,  $D_2 = 16,3 \text{ мм}$ .
- 2.27.  $u_C = 4 \text{ В}$ .
- 2.28. Увеличится.
- 2.29.  $u_1 = 5 \text{ В}$ ,  $u = 11 \text{ В}$ .
- 2.30.  $R_3 = R_1 R_2 / (R_1 + R_2)$ .
- 2.31.  $P_x = (P_1 + P_2)^2 / P_1 = 9 \text{ Вт}$ .
- 2.32. –
- 2.33.  $P = 4 \text{ кВт}$ .
- 2.34. Возможны два варианта:  $i_1 = 0,5 \text{ А}$  и  $i_2 = 1,5 \text{ А}$ .
- 2.35.  $\mathfrak{E} = 4,5 \text{ В}$ ,  $r = 0,5 \text{ Ом}$ ;  $R_1 = 4 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = 0,4 \text{ Ом}$ .
- 2.36.  $\eta = 1 - rP/u^2 = 50 \%$ .
- 2.37. –
- 2.38.  $P = \frac{P_1 P_2}{P_1 + P_2}$ ;  $\frac{P'_1}{P'_2} = \frac{P_2}{P_1}$ .
- 2.39. а)  $900 \text{ Вт}$ ; б)  $400 \text{ Вт}$ ; в)  $200 \text{ Вт}$ .
- 2.40. а)  $\tau_0 = \frac{\tau_1 \tau_2}{\tau_1 + \tau_2} = 4 \text{ мин}$ ; б)  $\tau_0 = \tau_1 + \tau_2 = 18 \text{ мин}$ .
- 2.41. Тепло  $Q$  увеличится в два раза.
- 2.42.  $q = \sqrt{3Q\tau/(4R)} = 10 \text{ Кл}$ .
- 2.43.  $q_{0-2} = 2 \text{ Кл}$ ,  $q_{0-4} = 0$ .
- 2.44.  $Q_2/Q_1 = 4/3$ .
- 2.45.  $Q_1 = \frac{Cu^2}{2} \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}$ ,  $Q_2 = \frac{CU^2}{2} \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2}$ .
- 2.46.  $Q = C\mathfrak{E}^2/2$  (не зависит от  $R$ ).

2.47.  $u_2 = 12 \text{ В.}$

2.48. 1)  $i(+0) = u/R_1 = 6 \text{ А;}$  2) при  $u_C = 0,5u_C(\infty)$  ток  $i = \frac{u}{2} \frac{2R_1 + R_2}{R_1(R_1 + R_2)} = 4 \text{ А.}$

2.49.  $Q = 2C\mathcal{E}^2$  (от  $R$  не зависит).

2.50.  $i = \mathcal{E}/(R_1 + R_2) = \mathcal{E}/(2R), Q = C\mathcal{E}^2/8.$

2.51.  $r = R\sqrt{3}.$

2.52.  $R_0 = R/2.$

2.53.  $R_0 = (8/7)R.$

2.54.  $R_0 = (5/7)R.$

2.55. а)  $R_0 = (10/12)R;$  б)  $R_0 = (9/12)R;$  в)  $R_0 = (7/12)R.$

2.56.  $R_0 = R/2.$

2.57.  $R_{AB} = 5 \text{ Ом.}$

2.58. Стрелка тока в точке  $C$  параллельна вектору  $AB.$

2.59.  $r_i = \frac{1}{R_i} \cdot \frac{R_1 R_2 R_3}{R_1 + R_2 + R_3} \quad (i = 1, 2, 3).$

2.60.  $u_V = 6 \text{ В.}$

2.61.  $i_0 = 1 \text{ А, } i_5 = 0.$

2.62.  $i_1 = \frac{R_3(\varphi_1 - \varphi_2) + R_2(\varphi_1 - \varphi_3)}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3} = -1 \text{ А.}$

2.63. 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18 кОм.

2.64.  $u_{ab} = -2 \text{ В.}$

2.65.  $u_{ab} = 10 \text{ В.}$

2.66.  $i_{ab} = -1 \text{ А.}$

2.67. При  $R_4 = R_2 R_3 / R_1 = 6 \text{ Ом.}$

2.68.  $i_{ab} = -1 \text{ А.}$

2.69.  $i_0 = \frac{(R_1 + R_3)(R_2 + R_4)}{R_2 R_3 - R_1 R_4} i_{ab} = 3i_{ab} = 3 \text{ А.}$

2.70.  $u_C = 4 \text{ В.}$

2.71.  $i = 4u/(3R) = 1 \text{ А.}$

2.72.  $i' = 3 \text{ А, } i'' = 5 \text{ А.}$

2.73.  $u_{ab} = 6iR, i_{ab} = (7/2)i, R_{ab} = (12/7)R.$

2.74. а)  $R_0 = R/3;$  б)  $R_0 = R;$  в)  $R_0 = (3/5)R;$  г)  $R_0 = R/2.$

2.75.  $R_{AB} = R.$

2.76.  $R_{AB} = R(\sqrt{5} - 1)/2$

2.77.  $R_{CD} = R(\sqrt{5} - 1)/2.$

2.78. 12 А.

$$2.79. \Delta q = C_2 u \frac{R_2 C_2 - R_1 C_1}{(R_1 + R_2)(C_1 + C_2)}.$$

$$2.80. R = 3 \text{ Ом}, u = 6 \text{ В}.$$

## 2.2. Схемы с диодами

$$2.81. -$$

$$2.82. R_2 = 20 \text{ Ом}, R_1 = 10 \text{ Ом}.$$

$$2.83. P_2 = 2 \text{ Вт}.$$

$$2.84. P_2 = 18 \text{ Вт}.$$

$$2.85. P_2 = 6 \text{ Вт}.$$

$$2.86. -$$

## 2.3. Электромоторы

$$2.87. i_0 = 16 \text{ А}.$$

$$2.88. i = u/(2r) = 2 \text{ А}; (P_{\text{мех}})_{\text{max}} = u^2/(4r) = 24 \text{ Вт}; \eta = 0,5.$$

$$2.89. \eta = 1 - i/i_0 = 60 \text{ \%}.$$

$$2.90. P_{\text{мех}} = iu(1 - i/i_0) = 250 \text{ кВт}; F = P_{\text{мех}}/v = 12,5 \text{ кН}; \eta = P_{\text{мех}}/(iu) = 50\%.$$

## 2.4. Уравнения Кирхгофа

$$2.91. 0.$$

$$2.92. \mathcal{E} = 10 \text{ В}, r = 2 \text{ Ом}.$$

$$2.93. \mathcal{E} = 3 \text{ В}, r_A = r_V = R = 2 \text{ Ом}.$$

$$2.94. \text{ При } R = R_1 R_2 / (R_1 + R_2) = 8 \text{ Ом}.$$

$$2.95. \text{ При } R_2 = R_1 \frac{r_2}{r_1 - r_2} = 1 \text{ Ом}; i_2 = 1 \text{ А}.$$

$$2.96. i_1 = r_2 / R_2 = 3 \text{ А}.$$

$$2.97. \mathcal{E}_3 = \frac{\mathcal{E}_1 R_2 + \mathcal{E}_2 R_1}{R_1 + R_2} = 5 \text{ В}.$$

$$2.98. u_3 = -1 \text{ В}.$$

$$2.99. \text{ Если } R > r, \text{ то } i_{\text{посл}} > i_{\text{паралл}}.$$

$$2.100. u_2 = 0 \text{ при } R = (\mathcal{E}_1 r_2 - \mathcal{E}_2 r_1) / \mathcal{E}_2 = 1 \text{ Ом}.$$

$$2.101. i_1 = 0 \text{ при } R = 1 \text{ Ом}.$$

$$2.102. \text{ а) } u_{ab} = -1 \text{ В}; \text{ б) } u_{ab} = -7 \text{ В}.$$

$$2.103. \text{ а) } u_1 = 12 \text{ В}, u_2 = 3 \text{ В}, u_{ab} = +2 \text{ В}; \text{ б) } u_1 = 4 \text{ В}, u_2 = 1 \text{ В}, u_{ab} = -6 \text{ В}.$$

$$2.104. u_1 = 10 \text{ В}, u_2 = 5 \text{ В}.$$

$$2.105. \varphi_b = u_{ba} = (C_1 \mathcal{E}_1 + C_2 \mathcal{E}_2) / (C_1 + C_2) = 3 \text{ В}.$$

$$2.106. u_{ab} = -1 \text{ В}; q_{ab} = C_2 \mathcal{E}_2 - C_1 \mathcal{E}_1 = -3 \text{ мкКл}.$$

$$2.107. i = 2 \text{ А}, u_{ab} = -1 \text{ В}.$$

$$2.108. u_{ab} = -3 \text{ В}.$$

$$2.109. u_{ab} = -1 \text{ В}, i_1 = i_2 = 0,1 \text{ А}, i_3 = 0,2 \text{ А}.$$

2.110.  $i = 1 \text{ A}$ ,  $u_{ab} = -3 \text{ В}$ .

2.111.  $u_{ab} = -3 \text{ В}$ ,  $u_{bc} = -2 \text{ В}$ ,  $i_1 = 4 \text{ A}$ ,  $i_2 = 3 \text{ A}$ ,  $i_3 = 1 \text{ A}$ .

2.112. а)  $u_{ab} = -4 \text{ В}$ , б)  $u_{ab} = -3 \text{ В}$ .

2.113.  $u_{ab} = -1 \text{ В}$ .

2.114. При  $R = (\varphi_{2r_1} - \varphi_{1r_2})/\varphi_{1r_1} = 1 \text{ Ом}$ .

2.115.  $i_3 = 0$ ,  $i_4 = 1 \text{ A}$ .

2.116. При  $i > 40 \text{ A}$ .

2.117. а)  $\varphi_{00} = \frac{E_1 r_2 + E_2 r_1}{r_1 + r_2}$ ,  $r_0 = \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2}$ ; б)  $\varphi_{00} = \frac{E_1 r_2 - E_2 r_1}{r_1 + r_2}$ ,  $r_0 = \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2}$ .

2.118. 1)  $\varphi_{00} = \varphi_{00}$ ,  $r_0 = \frac{r(r+R)}{2r+R}$ . 2) При  $R_x = r_0$ .

## 2.5. Нелинейные элементы в цепях постоянного тока

2.119. —

2.120. а)  $i_1 = i_2 = 1 \text{ A}$ ,  $i_3 = 0$ ; б)  $i_1 = i_2 = 2 \text{ A}$ ,  $i_3 = 0$ ; в)  $i_1 = 4 \text{ A}$ ,  $i_2 = 2 \text{ A}$ ,  $i_3 = 2 \text{ A}$ .

2.121.  $i = 2 \text{ A}$ .

2.122.  $u_0 = 2/(\alpha R) = 0,5 \text{ В}$ .

2.123.  $u_0 = \sqrt{4/(\alpha R)} = 10 \text{ В}$ .

2.124.  $P = 4 \text{ Вт}$ .

2.125.  $i_2 = 2 \text{ A}$ .

2.126.  $u = u_0 - i_{\text{нас}} R = 3 \text{ кВ}$ .

2.127.  $u = 0,8 \text{ В}$ ,  $i = 3 \text{ мА}$ ,  $i_{\text{д}} = 1 \text{ мА}$ ,  $i_2 = 2 \text{ мА}$ .

2.128. —

2.129. —

2.130. а)  $i = 1 \text{ A}$ ; б)  $i = 0,8 \text{ A}$ .

2.131. а) и б):  $i = 0,5 \text{ A}$ ,  $i_1 = 1,25 \text{ A}$ ,  $i_2 = 0,75 \text{ A}$ ,  $u = 1 \text{ В}$ .

2.132. —

2.133.  $u = 10 \text{ В}$ ,  $i_1 = 0,4 \text{ A}$ ,  $i_2 = 0,6 \text{ A}$ .

## 2.6. Зарядоперенос в разных системах

2.134.  $\mathcal{E} = \frac{i}{eV} = 6 \cdot 10^9 \frac{\text{пар}}{\text{см}^3 \cdot \text{с}}$ .

2.135.  $u_C = u - iR = 900 \text{ В}$ , где  $i = i_C = e\Delta N/\Delta t = e\mathcal{E}V = 40 \text{ нА}$ .

2.136.  $i_1 = 50 \text{ нА}$ ,  $i_2 = 10 \text{ нА}$ ,  $i_C = e\mathcal{E}V = 40 \text{ нА}$ .

2.137.  $t = \rho h/(jk) = 10 \text{ мин}$ .

2.138.  $W_0 = u/k = 15 \text{ кВт} \cdot \text{ч} / \text{кг}$ ;  $t = m/(ki) = 4,5 \text{ мин}$ .

2.139.  $\eta = kq/u = 70\%$ ;  $t = m/(ki) = 5 \text{ часов}$ .

2.140. —

$$2.141. n = \frac{i}{S} \sqrt{\frac{m}{2Ue^3}} = 4,7 \cdot 10^{14} \text{ м}^{-3} = 4,7 \cdot 10^5 \text{ мм}^{-3}.$$

$$2.142. \varphi = j\pi r^2 R, P = \frac{m v^2}{2e} j\pi r^2, \text{ где } m - \text{масса электрона.}$$

$$2.143. P = i(U_0 - iR) = 1 \text{ Вт.}$$

$$2.144. q = 4,5 \cdot 10^{-9} \text{ Кл.}$$

### 3. ПОСТОЯННОЕ МАГНИТНОЕ ПОЛЕ

3.1. –

$$3.2. B = e/(4\pi\epsilon_0 r_0^2 v) \approx 2 \text{ кТл.}$$

$$3.3. B = mg \operatorname{tg} \alpha / (il).$$

$$3.4. q = \frac{m}{lB} \sqrt{2gh(1 - \cos \alpha)} = 0,1 \text{ Кл.}$$

$$3.5. B \geq \frac{mg}{il} \cdot \frac{\sin \alpha + k \cos \alpha}{\cos \alpha - k \sin \alpha} = \frac{mg}{il} \cdot \frac{k + \operatorname{tg} \alpha}{1 - k \operatorname{tg} \alpha} = 0,15 \text{ Тл.}$$

$$3.6. B = \frac{\mu_0 i R^2}{2(x^2 + R^2)^{3/2}}; B_0 = \frac{\mu_0 i}{2R} = 0,63 \text{ мТл.}$$

$$3.7. x = R\sqrt{N^{2/3} - 1}; x_1 = 0,766 R, x_2 = 1,04 R, x_3 = 1,91 R.$$

$$3.8. B_0 = \mu_0 \frac{qf}{2R}, p_m = qf \pi R^2.$$

$$3.9. B_0 = \mu_0 \sigma \omega R/2, p_m = \pi \sigma \omega R^4/4.$$

$$3.10. p_m = q\omega l^2/24.$$

$$3.11. B = (2/3)\mu_0 \sigma \omega R.$$

$$3.12. B = (\pi/4)\mu_0 n i \text{ (не зависит от радиуса сферы).}$$

$$3.13. B = \mu_0 i/(2\pi r).$$

3.14. –

$$3.15. B = \frac{\mu_0 i}{2\pi d \operatorname{tg}(\alpha/2)}. \text{ Вектор } \mathbf{B} \text{ в точке } M \text{ направлен «от нас»}.$$

$$3.16. B = \frac{\mu_0 i}{2\pi d} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}. \text{ Вектор } \mathbf{B} \text{ направлен «на нас»}; \omega = \sqrt{\frac{pB}{I}}.$$

$$3.17. F_0 = \mu_0 i^2/(\pi h) = 0,5 \text{ Н/м. Сила } \mathbf{F}_0 \text{ в точке } M \text{ направлена влево.}$$

$$3.18. B_0 = \frac{\mu_0 n i}{\sqrt{1 + (2R/l)^2}}.$$

$$3.19. B_1 = B_0/2.$$

$$3.20. B_0 = \frac{\mu_0 (i/l)}{\sqrt{1 + (2R/l)^2}}; \text{ при } l \rightarrow 0 \text{ поле в центре витка } B_0 \rightarrow \frac{\mu_0 i}{2R}.$$

3.21..  $B = \mu_0 i / (\pi^2 R)$ .

3.22.  $B_{in} = \frac{\mu_0 i r}{2\pi R^2}$ ,  $B_{ex} = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}$ .

3.23.  $B = \mu_0 J/2 = 6,3$  мТл.

3.24.  $B = \mu_0 \sigma v/2$ .

3.25.  $i = ef$ ;  $p_m = iS = ef\pi r^2$ . 1)  $i = p_m / (\pi r^2) = 4 \cdot 10^{-12}$  А; 2)  $f = p_m / (\pi e r^2) = 25$  МГц.

3.26.  $B = 12,5$  мТл;  $v_{эл} = 2,2 \cdot 10^6$  м/с.

3.27.  $B = \mu_0 i/a = 1$  мТл.

3.28.  $F = iBR = 0,2$  Н.

3.29.  $t = 2\pi f m / (Bi) = 63$  с.

3.30. Притягивается с силой  $F = 2\pi R i B \sin \alpha = 0,3$  Н.

3.31.  $\Delta\varphi = Bi/(neh) = 25$  В.

3.32. —

3.33.  $R = 37,7$  Ом.

3.34.  $F_0 = \frac{\mu_0 i^2}{4\pi h} \sin 2\alpha \left[ \frac{H}{M} \right]$ ;  $F_0 \rightarrow \max = \frac{\mu_0 i^2}{4\pi h}$  при  $\alpha = 45^\circ$ .

3.35. Рамка притягивается к проводу с силой  $F = \frac{\mu_0 a^2 i_1 i_2}{2\pi l(l+a)}$ .

3.36. —

3.37. —

3.38.  $F_z = -\frac{3\mu_0 p_m^2}{2\pi z^4}$  (верхний диполь притягивается к нижнему).

3.39.  $p = \mu_0 I^2 / (8\pi^2 r^2) = 160$  МПа = 1600 атм.

3.40.  $p = B^2 / (2\mu_0) = 6,3$  кПа (разрывает).

3.41.  $p = \mu_0 i^2 / (8\pi^2 R_2^2) = 100$  кПа = 1 атм (разрывает).

3.42.  $B = 0$ .

3.43.  $F_A = ilB$ ,  $p = F_A / (al) = iB / a = 2$  кПа.

3.44.  $\Delta h = Bi/(\rho gh) \approx 2$  мм.

## 4. ДВИЖЕНИЕ ЗАРЯЖЕННОЙ ЧАСТИЦЫ В ПОЛЯХ

### 4.1. Движение частицы в электрическом поле

4.1.  $r_{\min} = e^2 / (4\pi\epsilon_0 m v_0^2) \approx 0,25$  нм.

4.2.  $r_{\min} = e^2 / (2\pi\epsilon_0 m v_0^2) \approx 0,5$  нм.

4.3.  $r_{\min} = e^2 / (\pi\epsilon_0 m v_0^2) \approx 1$  нм.

4.4.  $r_{\min} = 5e^2 / (2\pi\epsilon_0 m v_0^2)$

4.5.  $v = \sqrt{q^2 / (2\pi\epsilon_0 m a)}$ .

$$4.6. v = \sqrt{(2e/m)\varphi_0} = 4,2 \cdot 10^5 \text{ м/с, где } \varphi_0 = q/(4\pi\epsilon_0 R) = 900 \text{ В.}$$

$$4.7. v_0 > \sqrt{\frac{qQ}{2\pi\epsilon_0 R} \frac{m+M}{mM}}.$$

$$4.8. h_{\min} = \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0 mgh_0}; \quad h = \sqrt{\frac{qQ}{4\pi\epsilon_0 mg}}.$$

$$4.9. u = 2U(d/l)^2 = 100 \text{ В.}$$

$$4.10. \beta = 30^\circ.$$

$$4.11. \cos \alpha \leq \sqrt{eU/W}, \quad \alpha \geq 30^\circ.$$

$$4.12. a = \sqrt{4\epsilon_0 U/(ne)} = 10,5 \text{ см.}$$

$$4.13. l = W_i d/(eU) = 1,1 \text{ мм.}$$

$$4.14. v_2 = q/\sqrt{6\pi\epsilon_0 ml}.$$

$$4.15. a = \frac{\sqrt{3}}{5m} \cdot \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 l^2}.$$

$$4.16. v = q\sqrt{\frac{1}{4\pi\epsilon_0 mr}} \cdot (4 + \sqrt{2}/2) = 2 \text{ м/с; } u = \frac{q}{2\sqrt{\pi\epsilon_0 Mr\sqrt{2}}} = 2,5 \text{ см/с.}$$

$$4.17. W = 400 \text{ эВ.}$$

$$4.18. t = 2md^2/(eU\tau), \text{ где } m \text{ и } e - \text{масса и заряд электрона.}$$

$$4.19. v = \sqrt[3]{9ked/(2m)} = 16 \text{ км/с.}$$

$$4.20. \tau_\alpha = \sqrt{2} \tau_p.$$

## 4.2. Движение частицы в магнитном поле

$$4.21. \text{ а) вправо, б) вниз.}$$

$$4.22. v = qBr/(2m); \quad R = r/2.$$

$$4.23. v = (e/m)RB = 100 \text{ км/с; } f = (e/m)B/(2\pi) = 1,6 \text{ МГц.}$$

$$4.24. \sin \alpha = hB/\sqrt{2U(m/e)}, \quad \alpha = 30^\circ.$$

$$4.25. \text{ Медленные.}$$

$$4.26. R = 12,2 \text{ мм, } h = 44,4 \text{ мм.}$$

$$4.27. v = E/B = 1000 \text{ км/с в направлении оси } x.$$

$$4.28. B_0 = 2(m/e)(v/R), \text{ где } e \text{ и } m - \text{заряд и масса электрона.}$$

$$4.29. \text{ а) } R_\alpha = 2R_p; \text{ б) } R_\alpha = R_p; \text{ в) } R_\alpha = \sqrt{2} R_p.$$

$$4.30. \frac{q}{m} = \frac{2U}{R^2 B^2}.$$

$$4.31. d \approx 2\sqrt{2U(m_p/e)} \cdot (\sqrt{16} - \sqrt{15})/B = 3,6 \text{ мм.}$$

$$4.32. P = i(e/m)(B^2 R^2/2) = 2 \text{ Вт.}$$

$$4.33. B = N \frac{m}{e} \cdot \frac{2\pi\nu \cos \alpha}{h} \text{ где } N=1, 2, 3, \dots - \text{целое число.}$$

$$4.34. h = 2\pi(m/e)(\nu/B).$$

$$4.35. B = m(\pi + 2\alpha)/(e\tau) = 8,4 \text{ мТл.}$$

$$4.36. \nu_0 = \sqrt{5gl - \frac{b^2}{2}(\sqrt{1 + 4gl/b^2} - 1)}, \text{ где } b = (q/m)Bl.$$

$$4.37. \nu = \frac{mg}{kqB}(\sin \alpha - k \cos \alpha) \text{ при } k \leq \operatorname{tg} \alpha; \nu = 0 \text{ при } k \geq \operatorname{tg} \alpha.$$

$$4.38. F = mg - q\nu B.$$

$$4.39. \nu = \frac{u}{RB \ln(b/a)}, \quad \frac{e}{m} = \frac{u}{(RB)^2 \ln(b/a)}.$$

$$4.40. -$$

$$4.41. U = \frac{e}{2m} B^2 h^2.$$

$$4.42. U = (e/m)B^2 h^2/2 - \nu_0 B h.$$

$$4.43. r_m = R \exp\left(\frac{2\pi m \nu_0}{e\mu_0 i}\right).$$

$$4.44. r_m = R \exp\left(2 \frac{2\pi m \nu_0}{e\mu_0 i}\right).$$

$$4.45. \text{ При } U_m < \frac{e}{2m} \left( \frac{\mu_0 i}{2\pi} \ln \frac{R_2}{R_1} \right)^2.$$

## 5. ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ ИНДУКЦИЯ

### 5.1. Электромагнитная индукция

$$5.1. q = BS/R.$$

$$5.2. \text{ Подводящие к лампочке провода летят вместе с самолётом.}$$

$$5.3. \mathcal{E} = 2\pi f B S N = 6,28 \text{ В.}$$

$$5.4. \mathcal{E} = \pi f B r^2 = 0,314 \text{ В.}$$

$$5.5. \text{ При первом.}$$

$$5.6. E(r) = \begin{cases} \frac{1}{2} \mu_0 n \frac{di}{dt} r & \text{при } r \leq R; \\ \frac{1}{2} \mu_0 n \frac{di}{dt} \frac{R^2}{r} & \text{при } r > R. \end{cases}$$

$$5.7. Q = 2\nu a b^2 B^2 / R.$$

$$5.8. P = (\pi r^2 B f)^2 / R = 1 \text{ Вт.}$$

$$5.9. \nu = 4mgR/(Br)^2.$$

$$5.10. \mathcal{E} = (\mu_0/(2\pi)) I \omega N b \ln(1 + a/l) = 12,6 \text{ мВ.}$$



5.11.  $\Phi = (\mu_0/(2\pi))I\omega Nh \ln(R_2/R_1) = 31,4 \text{ мВ}$

5.12. Прямой ток наводит в обмотке ЭДС  $\mathcal{E} = \mu_0 I f N a \ln(1 + a/R)$ ;  $I = 800 \text{ А}$ .

5.13.  $v = g\tau(1 - e^{-t/\tau})$ , где  $\tau = \frac{mR}{(Bl)^2}$ . При  $t \rightarrow \infty$  скорость  $v \rightarrow \frac{mgR}{(Bl)^2}$ .

5.14. а)  $v = at$ , где  $a = g \frac{1}{1 + C(Bl)^2/m}$ ; б)  $U = vBl = \frac{Bl}{1 + CB^2l^2/m} gt$ .

5.15.  $v = \left( \frac{mgr}{Bl} - \dots \right) / Bl$ ; при  $B > \frac{mgr}{l \dots}$ .

5.16.  $x = \frac{g}{\omega^2}(1 - \cos \omega t)$ , где  $\omega = \frac{lB}{\sqrt{mL}}$ .  $s = 2mgL / (B^2l^2)$ .

5.17.  $t = \frac{kmgR}{\alpha^2 l^2 h}$ .

5.18. —

5.19. —

5.20. 1)  $s = v_0\tau$ , где  $\tau = mR/(Bl)^2$ ; 2)  $Q = mv_0^2/2$ .

5.21.  $F = (v/R)(Bl)^2$ .

5.22.  $\omega = \sqrt{\frac{EhB}{\rho ml^2}}$ .

5.23.  $T_{\max} = \pi r^3 B_0^2 / (\tau R) = 3,9 \text{ Н}$ .

5.24.  $\omega = 2 \left( E - \frac{2FR}{Bl} \right) / (Bl^2)$ ,  $i = \frac{2F}{Bl}$ .

5.25. —

5.26. —

5.27.  $\omega(t) = \frac{q}{2m} B(t)$ .

## 5.2. Самоиндукция и взаимная индукция

5.28.  $L = \mu_0 N^2 S / l = 1,25 \text{ мГн}$ .

5.29.  $L_0 = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{R_2}{R_1} = 2 \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$ .

5.30.  $L_0 = (\mu_0/\pi) \ln(d/r) = 1,2 \cdot 10^{-6} \text{ Гн/м}$ .

5.31.  $L_0 = \mu_0 (d/a) = 4\pi \cdot 10^{-8} \text{ Гн/м}$ .

5.32. 1)  $L = 4 \text{ мГн}$ ; 2)  $M = 4 \text{ мкГн}$ .

5.33.  $M = \mu_0 N_1 N_2 S / l = \mu_0 N_1 N_2 \pi R_1^2 / l$ .

5.34.  $M = \mu_0 \frac{\pi R_1^2}{2R_2} = 2 \text{ нГн}$ .

5.35.  $M = \mu_0(\pi R^4)/(2l^3) = 0,2 \text{ нГн.}$

5.36. 1)  $M = \mu_0(N/l)a^2$ . 2)  $M = \mu_0(N/l)S$ .

5.37.  $i = (U/L)t$ .

5.38.  $L_{ab} = L_1 - M^2/L_2$ .

5.39.  $i_2(t) = \alpha M(1 - e^{-t/\tau})/R$ , где  $\tau = L_2/R$ .

5.40.  $i = BS/L$ .

5.41.  $M = \frac{\mu_0}{2\pi} b \cdot \ln\left(1 + \frac{a}{l}\right)$ .

5.42. При  $0 \leq t < \tau$ :  $i_2 = U/R = \text{const}$ ,  $i_1 = U/R + (U/L)t$ . При  $t > \tau$ :  $Q = \frac{U^2}{2L} \tau^2$ .

5.43.  $M = \sqrt{L_1 L_2}$ ;  $L_0 = L_1 + L_2 \pm 2M$ , где знак «+» соответствует согласованной намотке двух катушек, а знак «-» – встречной.

5.44. –

5.45. –

5.46.  $Q = \frac{Li^2}{2} + \frac{Cu_C^2}{2} = \left(\frac{u}{R_1 + R_2}\right)^2 \frac{L + R_2^2 C}{2}$ .

5.47.  $i = u\sqrt{1/R^2 - C/L} = 0,9 \text{ А.}$

5.48.  $u_L = (3/2) \varphi_n$ ;  $u_C = \varphi_n \frac{2R_1 + R_2}{R_1 + R_2}$ .

5.49.  $B(z) = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{p_m}{z^3}$ ,  $B(r) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{p_m}{r^3}$ .

## 6. ПЕРЕМЕННЫЙ ТОК

### 6.1. Свободные процессы в контуре

6.1.  $I = U\sqrt{C/L} = 0,2 \text{ А.}$

6.2.  $C = I_0/(\omega U_0) = 10 \text{ нФ}$ ,  $L = U_0/(\omega I_0) = 10 \text{ мГн.}$

6.3. а)  $\Delta t = T/8$ ; б)  $\Delta t = T/12$ .

6.4.  $L = (3/4)CU^2/i^2 = 30 \text{ мГн.}$

6.5.  $i = I\sqrt{1 - (u/U)^2} = 4 \text{ мА.}$

6.6.  $q = T\sqrt{I^2 - i^2}/(2\pi) = 4 \text{ мкКл.}$

6.7.  $U_C = U \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} = 200 \text{ В.}$

6.8.  $L = \frac{\mu_0 \pi r^2}{l}$ ;  $C = \frac{\epsilon_0 a l}{d}$ ;  $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{c}{2r} \sqrt{\frac{d}{\pi^3 a}} = 1 \text{ ГГц.}$

6.9. Да.

$$6.10. \ln \frac{I_k}{I_{k+N}} = \ln \frac{I(t)}{I(t+NT)} = \ln \frac{I_0 e^{-\beta t}}{I_0 e^{-\beta(t+NT)}} = \ln e^{(\beta NT)} = N(\beta T) = N\delta.$$

$$6.11. \tau = 2T / \ln(11/10) = 20 \text{ мс}, Q = 2\pi / \ln(11/10) = 66.$$

$$6.12. N = (Q \ln 20) / \pi \approx 96, \text{ где } Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} - \text{добротность контура.}$$

$$6.13. Q = \frac{\pi}{\delta} = \frac{\pi N}{\ln 20} \approx 31.$$

$$6.14. \Delta t = \frac{Q \ln 20}{\pi f} = 0,3 \text{ мс}, N = f \Delta t \approx 100.$$

$$6.15. N = \tau / T = Q / \pi = 10.$$

$$6.16. -$$

$$6.17. \frac{\omega}{\omega_0} = \sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}} = 99,9\%.$$

$$6.18. P = \frac{U_c^2 RC}{2L} = 9 \text{ мВт.}$$

$$6.19. W_L / W_C = 1/4.$$

$$6.20. W_L / W_C = Q^2 = 100.$$

$$6.21. -$$

$$6.22. -$$

$$6.23. \beta = \omega = 2\pi / T = 2830 \text{ рад/с}, \omega_0 = \sqrt{\omega^2 + \beta^2} = \omega \sqrt{2} = 4000 \text{ рад/с.}$$

$$6.24. m = 420 \text{ г; добротность } Q \approx 4; t = 5,7 \text{ с.}$$

$$6.25. -$$

$$6.26. \omega = \sqrt{\frac{L_2}{C(L_1 L_2 - M^2)}}.$$

## 6.2. Переходные процессы в цепях

$$6.27. L = r t_0 / \ln 20 = 5 \text{ Гн.}$$

$$6.28. Q = CU^2/6 = 0,6 \text{ Дж (от } R \text{ не зависит).}$$

$$6.29. u_C = U \frac{R_2}{R_1 + R_2} e^{-t/\tau}, \text{ где } \tau = RC.$$

$$6.30. u_C = U \frac{R_2}{R_1 + R_2} (1 - e^{-t/\tau}), \text{ где } \tau = \frac{R_1 R_2 C}{R_1 + R_2}.$$

$$6.31. u_C = U \frac{R_2}{R_1 + R_2} (1 - e^{-t/\tau}), \text{ где } \tau = \frac{R_1 R_2 C}{R_1 + R_2}.$$

$$6.32. i_3 = \frac{U}{R_1} (1 - e^{-t/\tau}), \text{ где } \tau = L \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2}.$$

$$6.33. i_3 = \frac{U}{R_1} e^{-t/\tau}, \text{ где } \tau = \frac{L}{R_2}.$$

6.34. –

$$6.35. u_R = E \frac{R}{r} e^{-t/\tau}, \tau = \frac{L}{R+r} = 10^{-5} \text{ с}; U_0 = 10 \text{ кВ}, Q = \frac{LE^2}{2r(r+R)} = 5 \text{ мДж}.$$

$$6.36. i_L = \frac{U}{R} \left(1 - \frac{r}{R+r} e^{-\frac{t}{\tau}}\right), \text{ где } \tau = \frac{L}{R}.$$

$$6.37. i_1 = \frac{U}{R_1} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right); u_2 = M \frac{di_1}{dt} = \frac{M}{L_1} U e^{-\frac{t}{\tau}}, \text{ где } \tau = \frac{L_1}{R_1}.$$

$$6.38. u_C = E (1 - \cos \omega_0 t).$$

$$6.39. 1) u_C = E(1 - e^{-\beta t} \cos \omega_0 t); 2) u_C = E(1 - (1 + \beta t)e^{-\beta t}), \text{ где } \beta = R/(2L).$$

6.40. –

6.41. –

$$6.42. i_1 = \frac{U}{R} \cdot \frac{L_2}{L_1 + L_2}, i_2 = \frac{U}{R} \cdot \frac{L_1}{L_1 + L_2}.$$

$$6.43. i_m = u_0 \sqrt{\frac{C_1 C_2}{L(C_1 + C_2)}} = 0,5 \text{ А}.$$

$$6.44. U_1 = -100 \text{ В}, U_2 = 200 \text{ В}.$$

$$6.45. 1) U = 2E; 2) I = E\sqrt{C/L}.$$

$$6.46. 1) q_{\max} = 2C\varphi; 2) i_{\max} = \varphi \sqrt{C/L}, \text{ где } C = 2\pi\epsilon_0 R - \text{ёмкость пары шаров}.$$

$$6.47. t_0 = RC.$$

$$6.48. t_0 = L/R.$$

$$6.49. Q = Li_0^2/2.$$

### 6.3. Установившиеся синусоидальные процессы

$$6.50. u_{ab} = \varphi_a - \varphi_b = +2U, \text{ причём } u_{ab} - \text{постоянное}.$$

$$6.51. U_R = 50 \text{ В}, U_C = 87 \text{ В}, \varphi = 60^\circ, i = I \sin(\omega t + \varphi).$$

$$6.52. C = 1,67 \text{ мкФ}.$$

$$6.53. L = (\sqrt{(U/I)^2 - r^2}) / \omega = 0,7 \text{ Гн}, P = I^2 r = 10 \text{ Вт}.$$

$$6.54. \operatorname{tg} \varphi = 3/4, \varphi = 37^\circ; P = (U/Z)^2 \sqrt{Z^2 - X^2} = 800 \text{ Вт} (\omega = 314 \text{ рад/с}).$$

$$6.55. L = (\sqrt{U^2 r / (P - r^2)}) / \omega = 0,15 \text{ Гн}.$$

$$6.56. U_C = \sqrt{U^2 - U_{\text{н}}^2} = 310 \text{ В}, C = P / (\omega U_{\text{н}} U_C) = 4,7 \text{ мкФ}.$$

6.57. –

6.58. –

6.59. –

$$6.60. R = \frac{1}{\omega C} = 3 \text{ кОм}, P = \frac{U^2}{2R} = 7,5 \text{ Вт}; U_C = U_R = U/\sqrt{2} = 156 \text{ В}.$$

$$6.61. R = \omega L - r = 60 \text{ Ом}, P = \frac{U^2}{2\omega L} = 242 \text{ Вт}.$$

$$6.62. R = \sqrt{r^2 + (\omega L)^2} = 50 \text{ Ом}, P = \frac{U^2 R}{(\omega L)^2 + (r + R)^2} = 270 \text{ Вт}.$$

$$6.63. C = 1/(\omega^2 L) = 10 \text{ мкФ}; U_{\text{кат. max}} = 725 \text{ В}, U_{C \text{ max}} = (U/r)\omega L = 691 \text{ В}.$$

$$6.64. r = \frac{R}{2} \left( \frac{U^2 - U_{\kappa}^2 - U_R^2}{U_R^2} \right) = 205 \text{ Ом}, P_{\kappa} = \frac{1}{2R} (U^2 - U_{\kappa}^2 - U_R^2) = 30 \text{ Вт}.$$

$$6.65. Q = 10.$$

$$6.66. U_R = U / \sqrt{2} = 100 \text{ В}, U_C = 200 \text{ В}, U_L = 300 \text{ В}.$$

6.67. –

6.68. Нельзя.

$$6.69. P = U_C^2 RC / (2L) = 10 \text{ мВт}. (\text{См. решение задачи } 6.18).$$

$$6.70. \omega_{\text{рез}} = \frac{1}{\sqrt{LC}}, |Z| = \frac{\omega RL}{\sqrt{(\omega L)^2 + R^2(\omega^2 LC - 1)^2}}, Z_{\text{рез}} = R.$$

$$6.71. f_{\text{рез}} = \frac{1}{2\pi RC} \sqrt{\frac{R^2 C}{L} - 1} \approx 1500 \text{ Гц}, \text{ при этом } Z = \frac{L}{RC} = 100 \text{ Ом}.$$

6.72. –

$$6.73. Z = R \pm jR, \text{ следовательно, } |Z| = R\sqrt{2}, \varphi = \pm\pi/4.$$

$$6.74. \text{ Увеличить или уменьшить на } 0,5 \text{ \%}.$$

6.75. –

$$6.76. L = 1/(\omega_1 \omega_2 C) = 150 \text{ мкГн}.$$

$$6.77. \omega = \sqrt{\frac{L_2}{C(L_1 L_2 - M^2)}}.$$

6.78. –

6.79. –

6.80. –

$$6.81. P = (5/3)U^2/R \approx 40 \text{ Вт}.$$

$$6.82. P = P_0 (U_2^2 / U_1^2) / 2 = 75 \text{ Вт}, \text{ где } U_1 = 127 \text{ В}, U_2 = 220 \text{ В}.$$

$$6.83. I_{\text{эф}} = I/2, \langle I \rangle = I/\pi.$$

$$6.84. I_{\text{эф}} = I/\sqrt{2}, \langle I \rangle = 2I/\pi; I_{\text{эф}}/\langle I \rangle = 1,11.$$

$$6.85. I_{\text{эф}} = I/\sqrt{3}, \langle I \rangle = I/2.$$

$$6.86. I_{\text{эф}} = I\sqrt{\tau/T}, \langle I \rangle = I(\tau/T).$$

$$6.87. I_{\text{эф}} = I, \langle I \rangle = 0.$$

$$6.88. 50 \, \%.$$

$$6.89. t = (\pi/2) t_0.$$

#### 6.4. Трансформаторы

$$6.90. N_1 = U_1/U = 440, N_2 = U_2/U = 88.$$

$$6.91. U_{2 \text{ вых}} = kU_1 R/(R+r) = 20 \text{ В}.$$

$$6.92. I_{\text{к.з}} = 11 \text{ А}.$$

$$6.93. I_1 = \frac{k^2 U_1}{R + r_2 + k^2 r_1} = 1,666 \text{ А}, I_2 = \frac{k U_1}{R + r_2 + k^2 r_1} = 3,333 \text{ А};$$

$$U_{\text{н}} = I_2 R = \frac{k U_1 R}{R + r_2 + k^2 r_1} = 100 \text{ В}; \quad \eta = \frac{R}{R + r_2 + k^2 r_1} = 91\%.$$

$$6.94. P = (U_2/R)(U_1(N_2/N_1) - U_{2 \text{ вых}}) = 25 \text{ Вт}.$$

$$6.95. N_2/N_1 = \sqrt{U_2/U_1} = 1,5, U_0 = 2\sqrt{U_1 U_2} = 240 \text{ В}.$$

$$6.96. U_1 = U_0/4 = 10 \text{ В}.$$

$$6.97. N = 220 \text{ витков}.$$

$$6.98. P = 6 \text{ Вт}.$$

#### 7. ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ. ЭНЕРГИЯ ПОЛЯ

$$7.1. \text{Принимаемый сигнал ослабевает в } 2^4 = 16 \text{ раз}.$$

$$7.2. L = \frac{1}{C_1} \left( \frac{\lambda_1}{2\pi c} \right)^2 = 3,5 \text{ мкГн}, \lambda_2 = 2\pi c \sqrt{LC_2} = \lambda_1 \sqrt{C_2/C_1} = 50 \text{ м}.$$

$$7.3. l = c\Delta\varphi/(4\pi f) = 5 \text{ м}.$$

$$7.4. l = 18 \text{ км}; f = 8300 \text{ Гц}.$$

$$7.5. N = \tau/T = \tau c/\lambda = 10^4, \text{ где } T - \text{период колебаний}; l_{\text{min}} = c\tau/2 = 150 \text{ м}.$$

$$7.6. \Delta x = 4,2 \text{ см}.$$

$$7.7. \lambda = 4cl \sqrt{\frac{2}{(e/m)u}} \approx 4 \text{ м}.$$

$$7.8. -$$

$$7.9. -$$

$$7.10. -$$

$$7.11. \text{Нет, так как } \text{rot } \mathbf{B} = 0.$$

$$7.12. -$$

$$7.13. -$$

7.14. –

$$7.15. E = \frac{u}{r \ln(R_2 / R_1)}, H = \frac{i}{2\pi r}; \iint_{\pi(R_2^2 - R_1^2)} (\mathbf{E} \times \mathbf{H}) \cdot d\mathbf{S} = iu.$$

7.16. Дырка внешней сферы, куда заводится ток  $i$ .

7.17. –

7.18. –

$$7.19. \lambda_{\text{в ваку}} = c/f = 10 \text{ см}, \lambda_{\text{в среде}} = v/f = c/(\epsilon f) = 5 \text{ см}.$$

7.20. –

7.21. Генератор справа.

7.22. –

7.23. –

$$7.24. I = P/S; p = I/c = 0,1 \text{ Па}.$$

$$7.25. r = \frac{3}{16\pi^2} \frac{I_0 T^2}{c \rho R_0} \approx 600 \text{ нм}.$$

\*\*\*\*\*

## ФИЗИЧЕСКИЕ КОНСТАНТЫ

|                                |                                                                  |
|--------------------------------|------------------------------------------------------------------|
| Скорость света в вакууме       | $c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$                                   |
| Ускорение свободного падения   | $g = 9,8 \text{ м/с}^2$                                          |
| Элементарный заряд             | $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$                              |
| Масса электрона                | $m_e = 0,9 \cdot 10^{-30} \text{ кг}$                            |
| Масса протона                  | $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$                           |
| Удельный заряд электрона       | $e/m_e = 1,76 \cdot 10^{11} \text{ Кл/кг}$                       |
| Удельный заряд протона         | $e/m_p = 1,0 \cdot 10^8 \text{ Кл/кг}$                           |
| Электрическая постоянная       | $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$                   |
| Часто встречающаяся комбинация | $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \text{ м/Ф}$            |
| Магнитная постоянная           | $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$                        |
| Гравитационная постоянная      | $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2/\text{кг}^2$ |

## ЛИТЕРАТУРА

1. Иродов, И. Е. Электромагнетизм / И. Е. Иродов. – М.: Физматлит, 2000.
2. Иродов, И. Е. Волновые процессы / И. Е. Иродов. – М.: Физматлит, 1999.

3. *Калашников, С. Г.* Электричество / С. Г. Калашников. – М. : Наука, 2000.
4. *Савельев, И. В.* Курс общей физики. Т. 2 / И. В. Савельев. – М.: Наука, 2008.
5. *Шимони, К.* Физическая электроника / К. Шимони. – М.: Энергия, 1977.
6. *Иванов, И. И.* Электротехника / И. И. Иванов, В. С. Равдоник. – М. : Высшая школа, 1984.
7. *Михайлов, В. К.* Краткий курс векторного анализа. Учебное пособие / В. К. Михайлов, Б. Н. Сипливый, А. М. Афанасьев. – Изд. ВолГУ. Волгоград, 2017. 144 с.





