

Список вопросов к экзамену по дисциплине «Математика (специальные главы)»

1. Понятие комплексного числа. Геометрическое изображение комплексных чисел. Примеры. +
2. Формы записи комплексных чисел. Примеры. +
3. Действия над комплексными числами: сложение, умножение. Примеры. +
4. Действия над комплексными числами: вычитание, деление. Примеры. +
5. Возведение в степень комплексных чисел. Формула Муавра. Примеры. +
6. Извлечение корней из комплексных чисел. Примеры. +
7. Понятие дифференциального уравнения. Решение дифференциального уравнения. Обыкновенные дифференциального уравнения и дифференциального уравнения в частных производных. Интегрирование дифференциального уравнения. +
8. ДУ первого порядка: основные понятия. Общее и частное решение. Задача Коши. Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши. +
9. Уравнения с разделяющимися переменными. Пример. +
10. Однородные ДУ и метод их решения. Пример. +
11. Линейные ДУ. Метод Бернулли решения линейных ДУ. Пример. +
12. Линейные ДУ. Метод Лагранжа решения линейных ДУ. Пример. +
13. Уравнение Бернулли и методы его решения. +
14. Уравнения в полных дифференциалах и метод его решения. Пример. +
15. ~~Уравнения, приводящиеся к уравнениям в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель. Пример.~~
16. ~~Уравнение Лагранжа и метод его решения.~~
17. ~~Уравнение Клеро и метод его решения.~~
18. ДУ высших порядков. Методы понижения порядка ДУ: уравнение вида $y'' = f(x)$. +
19. ДУ высших порядков. Методы понижения порядка ДУ: уравнение вида $y'' = f(x, y')$. +
20. ДУ высших порядков. Методы понижения порядка ДУ: уравнение вида $y'' = f(y, y')$. +
21. Линейные однородные ДУ второго порядка. Теорема о решении линейного однородного ДУ второго порядка (с доказательством). +
22. Линейно-независимые функции. Определитель Вронского. Фундаментальная система решений ДУ. Примеры. +
23. ЛОДУ 2-го порядка с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение. Случай действительных корней. +
24. ЛОДУ 2-го порядка с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение. Случай комплексных корней. +
25. ЛОДУ 2-го порядка с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение. Случай кратных корней. +
26. ЛНДУ 2-го порядка. Теорема о структуре решения ЛНДУ 2-го порядка (с доказательством). +
27. Метод вариации произвольных постоянных решения ЛНДУ 2-го порядка. Теорема о наложении решений. +
28. ЛНДУ 2-го порядка с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида $f(x) = P_n(x)e^{ax}$. +
29. ЛНДУ 2-го порядка с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида $f(x) = e^{ax}(P_n(x)\cos\beta x + Q_n(x)\sin\beta x)$. +
30. Преобразование Лапласа. Понятие оригинала и изображения. Требования, предъявляемые к оригиналам. +
31. Теорема о существовании изображения. Теорема о необходимом признаке существования изображения. Теорема о единственности оригинала. +
32. Свойства преобразования Лапласа: линейность, подобие, сдвиг. Примеры. +
33. Свойства преобразования Лапласа: запаздывание, дифференцирование оригинала, дифференцирование изображения. Примеры. +
34. Свойства преобразования Лапласа: интегрирование оригинала, интегрирование изображения. Примеры. +

35. Свойства преобразования Лапласа: умножение изображений. Понятие свертки функций. Формула Дюамеля. Примеры. +
36. Обратное преобразование Лапласа: первая теорема разложения. Примеры.
37. Обратное преобразование Лапласа: вторая теорема разложения. Примеры.
38. Операторный метод решения линейных ДУ. Пример.
39. Периодические функции и их свойства. Понятия простого и сложного гармонического колебания.
40. Тригонометрический ряд Фурье. Коэффициенты ряда Фурье (с выводом).
41. Теорема Дирихле о разложении в ряд периодических функций.
42. Пример разложения в ряд Фурье 2π -периодических функций.
43. Разложение в ряд Фурье четных и нечетных функций. Пример.
44. Разложение в ряд Фурье функций произвольного периода. Пример.
45. Представление непериодических функций рядом Фурье. Пример.
46. Комплексная форма ряда Фурье. Пример.
47. Интеграл Фурье. Преобразования Фурье. Пример.