

**Н. Г. ДУДКИНА, Е. Н. КАЗАНКИНА  
В. А. КАЗАНКИН, В. А. КОСТЮКОВ**

# **ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ ПО ТЕОРИИ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН**

**Моменты инерции тел, приведенные моменты инерции,  
планетарные механизмы, уравнивание роторов**

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ВОЛГОГРАДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

Н. Г. Дудкина, Е. Н. Казанкина  
В. А. Казанкин, В. А. Костюков

# ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ ПО ТЕОРИИ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН

Моменты инерции тел, приведенные моменты инерции,  
планетарные механизмы, уравнивание роторов

*Учебное пособие*



Волгоград  
2017

УДК 621.01 (075)

Рецензенты:

кафедра «Механика» ВолГАУ,  
зав. кафедрой канд. техн. наук, доцент *Н. С. Воробьева*;  
профессор кафедры технологии, туризма и сервиса ВГСПУ  
д-р техн. наук, профессор *А. М. Каунов*

Печатается по решению редакционно-издательского совета  
Волгоградского государственного технического университета

**Дудкина, Н. Г.**

Лабораторный практикум по теории механизмов и машин. Моменты инерции тел, приведенные моменты инерции, планетарные механизмы, уравнивание роторов : учеб. пособие / Н. Г. Дудкина, Е. Н. Казанкина, В. А. Казанкин, В. А. Костюков ; ВолГТУ. – Волгоград, 2017. – 158 с.

ISBN 978-5-9948-2617-1

Приведены содержание и методика выполнения комплекса лабораторных работ по курсу «Теория механизмов и машин», «Техническая механика» и «Прикладная механика». Студенты знакомятся с методами определения основных свойств механизмов, осваивают методики экспериментального получения кинематических и динамических свойств механизмов.

Рекомендуется студентам всех специальностей и всех форм обучения при подготовке к выполнению лабораторных работ по курсам «Теория механизмов и машин», «Техническая механика» и «Прикладная механика».

Ил. 57. Табл. 15. Библиогр.: 38 назв.

ISBN 978-5-9948-2617-1

© Волгоградский государственный  
технический университет, 2017

© Н. Г. Дудкина, Е. Н. Казанкина

В. А. Казанкин, В. А. Костюков, 2017

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие.....	4
<i>Лабораторная работа № 1</i>	
Структурный анализ плоских механизмов.....	5
<i>Лабораторная работа № 2</i>	
Определение приведенного момента инерции механизма экспериментальным методом.....	15
<i>Лабораторная работа № 3</i>	
Нарезание эвольвентных зубьев методом обкатки.....	26
<i>Лабораторная работа № 4</i>	
Кулачковый механизм.....	53
<i>Лабораторная работа № 5</i>	
Определение момента инерции.....	66
<i>Лабораторная работа № 7</i>	
Определение КПД винтовой пары.....	81
<i>Лабораторная работа № 8</i>	
Статическое и динамическое уравнивание ротора.....	97
<i>Лабораторная работа № 9</i>	
Полное уравнивание вращающихся масс.....	111
<i>Лабораторная работа № 10</i>	
Определение кинематических характеристик и коэффициента полезного действия планетарного редуктора.....	127
<i>Лабораторная работа № 11</i>	
Пространственные незамкнутые кинематические цепи (роботы, манипуляторы).....	141

## ПРЕДИСЛОВИЕ

*Теория механизмов и машин* обучает основам знаний об общих методах исследования структурных, кинематических и динамических свойств механизмов и машин и проектирования их схем.

Содержание и методика проведения лабораторных работ курса позволит иметь достаточные знания об основных видах механизмов; понимание принципов работы отдельных механизмов и их взаимодействия в машинах; о структурном, кинематическом и динамическом анализе и синтезе механизмов и машин; формировать навыки самостоятельной работы с учебно-методической и технической литературой, лабораторным оборудованием.

Содержание и методика проведения лабораторных работ ориентированы на решение актуальных задач инженерной практики, начиная с вопросов структурного анализа плоских механизмов и заканчивая элементами научных исследований.

Представленная часть учебного пособия содержит методики анализа и синтеза рычажных, кулачковых и зубчатых механизмов.

В процессе выполнения лабораторной работы студент изучает конструкции механизмов, знакомится с методиками выполнения эксперимента и получает навыки творческого решения технических задач. По каждой лабораторной работе студент оформляет протокол с подробным анализом результатов и выводами.

# ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1

## СТРУКТУРНЫЙ АНАЛИЗ ПЛОСКИХ МЕХАНИЗМОВ

Цель работы: определить работоспособность механизма; класс и порядок механизма для выбора методов кинематического и динамического расчетов.

### 1. КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

*Машина* – устройство, выполняющее механическое движение для преобразования энергии, материала и информации с целью совершения полезной работы (классификация машин рассматривается [1, стр. 12]).

*Механизм* – система тел, предназначенная для воспроизведения, преобразования и передачи механического движения одного или нескольких тел в требуемое движение других тел (виды механизмов представлены [2, стр. 26–34]).

*Подвижное звено* – это деталь или группа деталей, образующая одну жесткую систему тел. Начальное звено – звено, которому приписывается одна из обобщенных координат (за начальное звено может быть принято любое звено). Входное звено – звено, которому сообщается движение, преобразуемое в требуемое движение других звеньев. Ведущее звено – звено, для которого элементарная работа внешних сил, приложенных к нему, положительна.

*Кинематическая пара* – это подвижное соединение двух звеньев, взаимно ограничивающее их взаимное перемещение. Класс кинематической пары определяется числом наложенных на неё условий связи. Кинематические пары плоских механизмов бывают двух типов: четвертого класса  $P_4$  и пятого класса  $P_5$ , причем кинематические пары пятого класса делятся на вращательные и поступательные.

*Вышими* называют кинематические пары, элементы звеньев которых соприкасаются в точке или по линии.

*Низшими* называют кинематические пары, элементы звеньев которых соприкасаются по плоскости или по поверхности.

*Кинематической цепью* называется группа звеньев, соединенных между собой кинематическими парами.

Число вращательных пар равно числу входящих в плоский шарнир звеньев минус единица ( $k-1$ , где  $k$  – подвижные и неподвижные звенья). Шарнир, в который входит несколько звеньев, называется «сложным».

Классификация кинематических пар приведена в Приложении 1.

*Принцип образования механизмов* состоит в последовательном присоединении к начальным звеньям и стойке групп Ассура, степень свободы которых равна нулю ( $W = 0$ ).

*Группа Ассура* – простейшая кинематическая цепь, обладающая нулевой степенью свободы и не изменяющая степени свободы первичного механизма после присоединения к нему (классификация структурных групп приведена в Приложении 2).

Определение класса и порядка каждой структурной группы. *Класс* структурной группы по классификации Артоболевского И.И. характеризуется количеством кинематических пар в наиболее сложном замкнутом контуре, входящим в состав группы.

*Порядок* структурной группы определяется числом кинематических пар (элементов звеньев), которыми группа присоединяется к основному механизму.

Задачу определения класса и порядка плоского механизма можно представить в виде алгоритма (Приложение 3) при условии, если обучающийся знаком с основными терминами, понятиями, определениями и правилами данного раздела курса.

## 2. ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАДАЧ СТРУКТУРНОГО АНАЛИЗА ПЛОСКИХ МЕХАНИЗМОВ

### 2.1. Определение количества подвижных звеньев и кинематических пар

Нумерация подвижных звеньев ( $n$ ) осуществляется арабскими цифрами. Нумерация кинематических пар ( $p$ ) осуществляется римскими цифрами.

### 2.2. Определение степени свободы плоского механизма

Степень свободы плоского механизма определяется по формуле Чебышева:

$$W = 3n - 2p_5 - p_4, \quad (1)$$

где  $n$  – число подвижных звеньев;

$p_5$  – число кинематических пар пятого класса;

$p_4$  – число кинематических пар четвертого класса;

Степень свободы плоского механизма должна быть равна числу начальных звеньев.

Если расчетная степень свободы меньше числа начальных звеньев, то механизм содержит пассивные звенья или связи. Например, звено 4 (рис. 1).

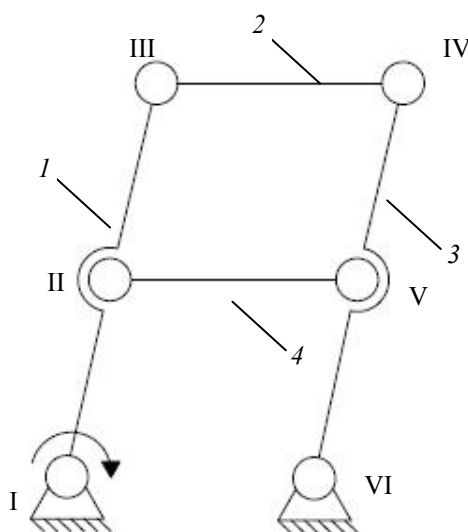


Рис. 1. Схема кривошипно-шатунного механизма с пассивным звеном



Если степень свободы больше числа начальных звеньев, то в механизме есть звенья, вносящие лишние степени свободы. Такими звеньями являются ролики. Например, звено 2 (рис. 2). Ролики необходимо жестко закрепить с толкателем (коромыслом), после чего степень свободы станет равной числу начальных звеньев.

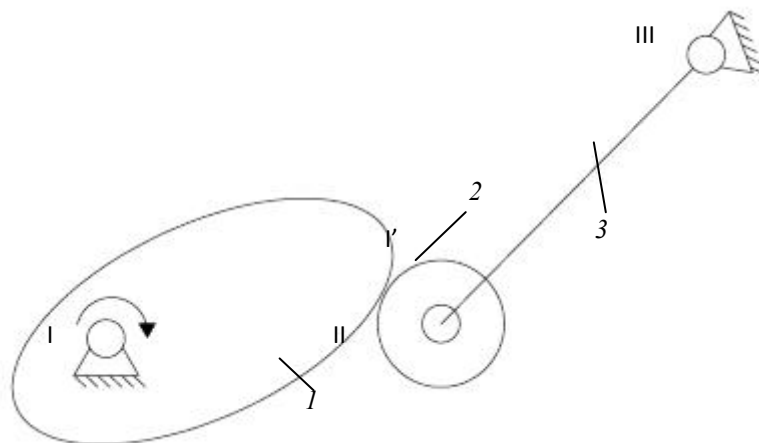


Рис. 2. Схема механизма с лишней степенью свободы (кулачковый механизм)

Данные условия связи и степени свободы не оказывают влияние на характер движения механизма в целом, поэтому их предварительно *исключают* из механизма и учитывают в механизме только те связи и степени свободы, от которых зависит определённость его движения.

Если степень свободы равна числу начальных звеньев, то возможны два варианта:

- 1) Механизм не содержит высших кинематических пар, т.е.  $p_4 = 0$ .
- 2) Механизм содержит высшие кинематические пары, т.е.  $p_4 \neq 0$ . В этом случае вычерчивается схема заменяющего механизма.

### 2.3. Построение схемы заменяющего механизма

Схема заменяющего механизма не содержит высшие кинематические пары IV класса. Замена высших пар производится таким образом, что вновь полученный механизм состоит только из кинематических пар V класса. Такой механизм называется «заменяющим механизмом». При замене должно удовлетворяться условие: механизм, полученный в результате замены, должен обладать прежней степенью свободы (кроме

случая, когда в механизме есть ролики, вносящие лишнюю степень свободы). Описание замены высших кинематических пар для различных схем соприкосновения элементов звеньев представлено на стр. 46 [1].

Для построения схемы заменяющего механизма проводим нормаль  $n-n$  в точке  $C$  касания кривых (рис. 3) и отмечаем на ней центры  $O_1$  и  $O_2$  кривизны кривых. В центрах кривизны восстанавливаем вращательные пары V класса, в которые входят условные звенья  $AO_1$ ,  $O_1O_2$  (фиктивное звено) и  $O_2B$ . Описанная замена правильна для заданного положения основного механизма. В другом положении схема заменяющего механизма останется той же, но размеры и положения звеньев изменятся (центры кривизны  $O_1$  и  $O_2$  сместятся).

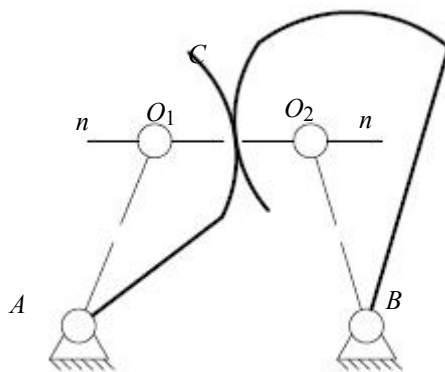


Рис.3. Схема замены высшей кинематической пары и построение заменяющего механизма

#### 2.4. Построение структурной схемы механизма

При выполнении п. 2.4. соблюдаются следующие правила:

- Замена поступательных пар вращательными кинематическими парами.
- Замена звеньев, входящих более чем в две кинематические пары, жесткими многоугольниками с числом сторон, равным числу кинематических пар (рис. 4).

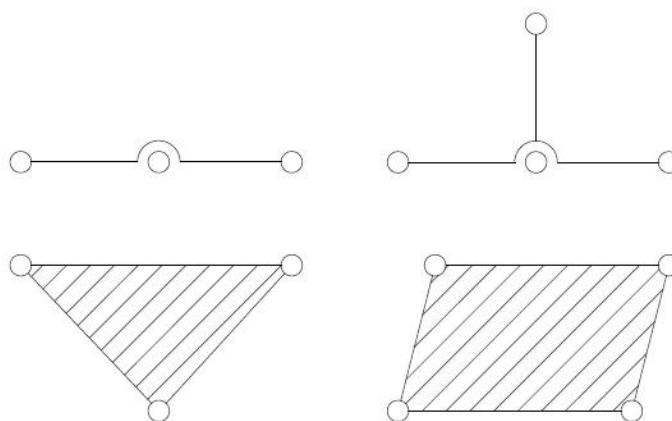


Рис.4. Замена звеньев механизма многоугольниками при построении структурной схемы механизма

### *2.5. Разделение структурной схемы на структурные группы*

К I классу (по классификации Артоболевского И.И.) относится начальное звено и стойка (рис.5). Деление на группы Ассура начинается с групп, наиболее удалённых от начального звена. Классификация групп, присоединенных к первичному механизму I класса, приведена в Приложении 2. Механизм разделился на 3 двухповодковые группы. Если двухповодковая группа не отсоединяется, тогда отсоединяется группа более сложного вида.

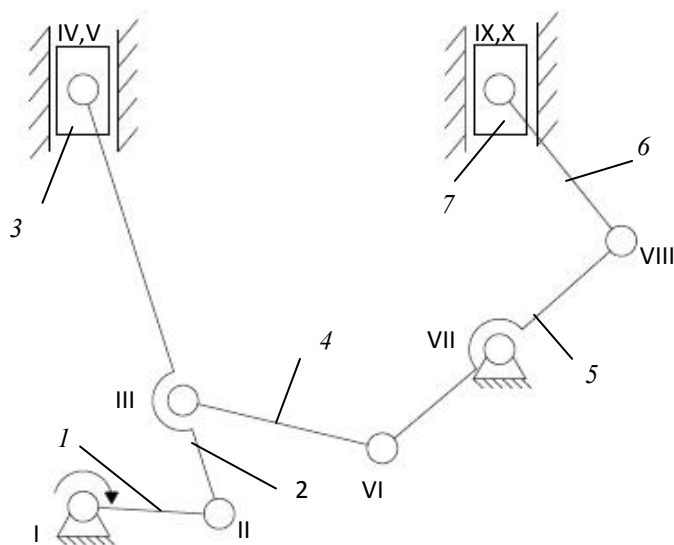
### *2.6. Изображение структурных групп*

Выделенные группы изображаются либо в первоначальном виде (как на кинематической схеме), либо в виде структурной схемы, показывающей последовательность присоединения структурных групп к начальным звеньям.

### *2.7. Определение класса и порядка механизма*

Класс и порядок механизма определяется видом наиболее сложной структурной группы (группы Ассура) в механизме.

## КИНЕМАТИЧЕСКАЯ СХЕМА



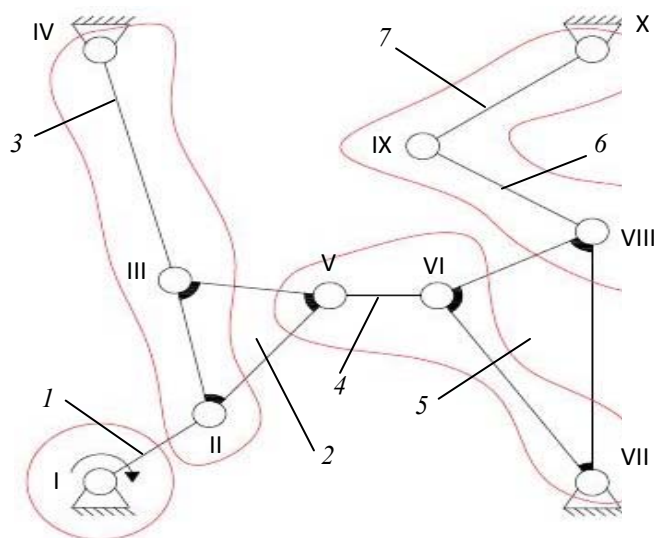
Степень свободы

$$W = 3 \cdot n - 2 \cdot p_5 - p_4$$

$$n = 7, p_5 = 10, p_4 = 0$$

$$W = 3 \cdot 7 - 2 \cdot 10 - 0 = 21 - 20 = 1$$

## СТРУКТУРНАЯ СХЕМА



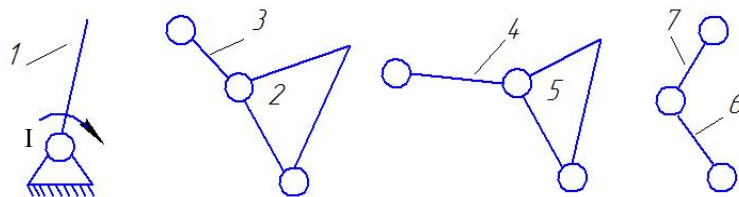
Степень свободы

$$W = 3 \cdot n - 2 \cdot p_5 - p_4$$

$$n = 7, p_5 = 10, p_4 = 0$$

$$W = 3 \cdot 7 - 2 \cdot 10 - 0 = 21 - 20 = 1$$

Классификация групп по И.И.Артоблевскому



I класс

I класс

I класс

I класс

2 пор.

2 пор.

2 пор.

Механизма II класса 2 порядка.

Формула строения  $I(0,1) \rightarrow II(2,3) \rightarrow II(4,5) \rightarrow II(6,7)$

Рис. 5. Структурный анализ плоского механизма

## 2.8. Запись формулы строения плоского механизма

Для механизма (рис.5) формула строения выглядит:  
 $I(0,1) \rightarrow II(2,3) \rightarrow II(4,5) \rightarrow II(6,7)$ .

В этой формуле римскими цифрами указывается класс структурных групп (групп Ассура), составляющих механизм, в порядке их присоединения к первичному механизму. Арабскими цифрами указываются звенья, составляющие структурные группы.

Пример выполнения задачи структурного анализа приведен на рис. 5.

## 3. ВЫВОДЫ ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ

По результатам лабораторной работы:

- определить расчетную степень свободы механизма;
- определить класс и порядок плоского механизма.

## 4. СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА И АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ ВЫПОЛНЕННОЙ РАБОТЫ

Отчет должен быть выполнен на отдельном листе. Рисунки оформляются карандашом, а текст ручкой.

Отчет должен включать: цель работы; расчет степени свободы; три схемы плоского заданного механизма (кинематическую, структурную и при наличии высших кинематических пар схему заменяющего механизма); вывод о классе и порядке механизма, формулу строения механизма.

## 5. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что называется машиной? Что называется механизмом?
2. Какие машины относят к энергетическим машинам? Рабочим? Информационным?
3. К какой группе машин относят прокатный стан, подъемный кран, двигатель внутреннего сгорания, паровую турбину и др.?

4. Назовите основные части машинного агрегата.
5. Определение кинематической цепи механизма. Изобразите простую, сложную, закрытую, открытую кинематическую цепь.
6. Что называется звеном механизма? Что называется кинематической парой? Назовите признаки высшей и низшей кинематических пар.
7. Определение термина «степень свободы» механизма? Что определяет степень свободы в плоском механизме?
8. Чем определяется семейство механизма?
9. Что называется структурной формулой механизма? Записать структурную формулу общего вида. Записать структурную формулу 2-5 семейства механизмов.
10. Что такое кинематическая пара? Как она классифицируется? Укажите класс кинематических пар, указанных преподавателем.
11. Что такое группа Ассура? Какова ее структура?
12. Как классифицируются группы Ассура?
13. Как определить класс механизма?
14. Записать формулу Чебышева и формулу Сомова-Малышева.
15. Принцип образования механизма?
16. Приведите пример рычажного, кулачкового, кулисного механизмов.
17. Перечислить названия звеньев представленного механизма.
18. Как называется кинематическая пара, элементами которой являются линии?
19. Чем отличается коромысло от кривошипа?
20. Какова роль пассивных звеньев в механизме?
21. Какой шарнир называется «сложным»? Как определить число кинематических пар в сложном шарнире?
22. Что такое «лишняя степень свободы»? С чем связано появление «лишних» степеней свободы в механизме?

23. Назовите цель структурного анализа.

### **Список рекомендуемой литературы**

1. Артоболевский И. И. Теория механизмов и машин. – М: Наука, 1988. – 640 с.
2. Теория механизмов и машин : Учебник для втузов / К. В. Фролов, С. А. Попов и др. ; под ред. К. В. Фролова. – М.: Высш. шк., 1987. – 496 с.
3. Левитский Н. И. Теория механизмов и машин : учеб. пособие для вузов. – М.: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1990. – 592 с.
4. Соколовский В.И. Динамический анализ и синтез механизмов. – Свердловск : УПИ, 1979. – 80 с.

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №2

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПРИВЕДЕННОГО МОМЕНТА ИНЕРЦИИ МЕХАНИЗМА ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫМ МЕТОДОМ

Цель работы: экспериментальное определение приведенного момента инерции плоского механизма.

#### 1. КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

При решении задач динамики, связанных с определением закона движения машины под действием заданных сил, удобно пользоваться понятиями приведенной массы и приведенной силы. Введение этих понятий позволяет решать задачи динамики независимо оттого, что представляет собой рассматриваемые машины, т.е. решение будет применимо для любой машины. Кроме того, так как механизм представляет собой нагруженную разными силами связанную систему звеньев, определение закона движения этой системы по заданным внешним силам представляет собой чрезвычайно сложную задачу. Решение этой задачи требует применение многократного численного интегрирования соответствующего дифференциального уравнения. Для упрощения уравнения движения механизма с одной степенью свободы и его решения, пользуясь методом приведения сил и масс, устанавливают закон движения одного звена (звена приведения).

Кинетическая энергия кинематической цепи представляет собой сумму кинетических энергий всех звеньев, которые в общем случае совершают как поступательное, так и вращательное движения

$$T = \sum_{i=1}^n \left( \frac{m_i \cdot v_{Si}^2}{2} + \frac{J_{Si} \cdot \omega_i^2}{2} \right), \quad (1)$$

где  $m_i$  – масса  $i$ -того звена;  $J_{Si}$  – момент инерции  $i$ -того звена относительно оси, проходящей через его центр масс перпендикулярно плоскости его



вращения;  $v_{Si}$  – скорость центра тяжести  $i$ -того звена;  $\omega_i$  – угловая скорость  $i$ -того звена;  $n$  – число подвижных звеньев в механизме.

Примем какую-либо точку начального звена за точку приведения. Пусть в механизме, изображенном на рис. 1, это будет точка  $A$ . Выражение (1) умножим и разделим на квадрат скорости точки  $A$ . В результате получим

$$T = \frac{v_A^2}{2} \sum_{i=1}^n \left[ m_i \left( \frac{v_{Si}}{v_A} \right)^2 + J_{Si} \left( \frac{\omega_i}{v_A} \right)^2 \right], \quad (2)$$

где

$$\sum_{i=1}^n \left[ m_i \left( \frac{v_{Si}}{v_A} \right)^2 + J_{Si} \left( \frac{\omega_i}{v_A} \right)^2 \right] = m_{\Pi} \quad (3)$$

Назовем эту величину *приведенной массой кинематической цепи*, тогда кинетическая энергия точки приведения

$$T = \frac{m_{\Pi} \cdot v_A^2}{2}. \quad (4)$$

Если звено приведения совершает вращательное движение (например, на рис.1 – это кривошип  $I$ ), то пользуются понятием приведенного момента инерции. Кинетическая энергия звена приведения в этом случае определяется как

$$T = \frac{J_{\Pi} \cdot \omega_1^2}{2}. \quad (5)$$

Приравнивая эту энергию к кинетической энергии кинематической цепи, выраженной формулой (1), получим значение *приведенного момента инерции*

$$J_{\Pi} = \sum_{i=1}^n \left[ m_i \left( \frac{v_{Si}}{\omega_1} \right)^2 + J_{Si} \left( \frac{\omega_i}{\omega_1} \right)^2 \right]. \quad (6)$$

Приведенный момент инерции  $J_{\Pi}$  – это такой момент инерции условного тела, вращающегося со звеном приведения, кинетическая энергия которого равна кинетической энергии всего механизма.

Приведенная масса  $m_{\Pi}$  – условная масса, сосредоточенная в точке, кинетическая энергия которой равна в каждом рассматриваемом положении механизма кинетической энергии звеньев механизма.

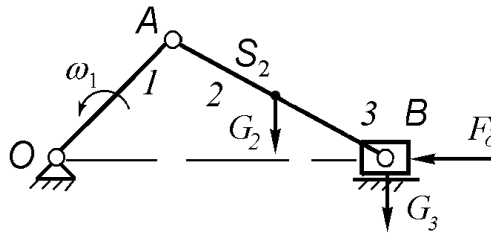


Рис.1. Кривошипно-ползунный механизм

Следует отметить, что в качестве звена приведения обычно выбирается звено, являющееся начальным.

Определим значение приведенного момента инерции для механизма, изображенного на рис. 1. Кривошип 1, совершающий вращательное движение вокруг точки  $O$ , уравновешен и имеет момент инерции  $J_{O1}$ . Шатун 2 массой  $m_2$ , совершающий плоскопараллельное движение, имеет момент инерции относительно оси, проходящей через центр тяжести  $S_2$ , равный  $J_{S2}$ . Ползун 3 массой  $m_3$  движется поступательно. В этом случае приведенный момент инерции равен

$$J_{\Pi} = J_{O1} + m_2 \left( \frac{v_{S2}}{\omega_1} \right)^2 + J_{S2} \left( \frac{\omega_2}{\omega_1} \right)^2 + m_3 \left( \frac{v_B}{\omega_1} \right)^2. \quad (7)$$

Значение приведенного момента инерции рассчитывается для каждого положения кривошипа через определенный угол его поворота, а затем строится график зависимости  $J_{\Pi} = f(\varphi)$ , где  $\varphi$  – угол поворота кривошипа. Для рычажного механизма этот график обычно имеет

случайный характер. Это означает, что при заданном равномерном вращении начального звена его мгновенная скорость будет непостоянна. Для уменьшения неравномерности вращения на ведущий быстроходный вал можно поставить деталь, обладающую большим постоянным моментом инерции  $J_M$ . Такая деталь называется *маховик*. При этом график приведенного момента инерции поднимется на величину  $J_M$ .

### **Экспериментальное определение приведенного момента инерции (приведенной массы)**

Механизм приводится в колебание в горизонтальной плоскости периодической силой регулируемой частоты до наступления резонанса, то есть до момента, когда частота собственных колебаний испытуемого механизма совпадает с частотой периодической, раскачивающей механизм силы (рис.2).

Для получения дифференциального уравнения малых колебаний системы используется уравнение *Лагранжа II-го рода*:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{x}} \right) - \frac{\partial T}{\partial x} = - \frac{\partial \Pi}{\partial x}, \quad (8)$$

где  $x$  – обобщенная координата (в данном случае это линейная деформация пружины вдоль ее оси);

$t$  – время (точкой обозначено дифференцирование по времени);

$$T = \frac{m_{\Pi} \cdot \dot{x}^2}{2} \quad \text{– кинетическая энергия механизма;}$$

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{x}} = m_{\Pi} \cdot \dot{x}, \quad \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{x}} \right) = m_{\Pi} \cdot \ddot{x}$$

$$\Pi = \frac{cx^2}{2} \quad \text{– потенциальная энергия пружины,}$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial x} = c \cdot x; \quad \frac{\partial T}{\partial x} = 0, \quad \text{т.к. } T \text{ не зависит от координаты } x.$$

В результате подстановки соответствующих значений в формулу (8) получим

$$m_{\Pi} \cdot \ddot{x} = -c \cdot x. \quad (9)$$

Обозначив  $\frac{c}{m_{\Pi}} = k^2$ , в результате преобразования из (9) получаем уравнение малых колебаний системы:

$$\ddot{x} = k^2 \cdot x, \quad (10)$$

где  $k$  – угловая частота колебаний маятника  $\delta$  (рис.2). Период колебаний маятника равен

$$T = \frac{2 \cdot \pi}{k}. \quad (11)$$

Подставив значение  $k$ , получим

$$T^2 = \frac{4 \cdot \pi^2}{c} \cdot m_{\Pi}, \quad \text{откуда } m_{\Pi} = \frac{T^2 \cdot c}{4 \cdot \pi^2}. \quad (12)$$

Приведенный момент инерции:

$$J_{\Pi} = m_{\Pi} \cdot R^2, \quad (13)$$

где  $R$  – длина маятника.

## 2. ОСНОВНЫЕ ПРАВИЛА ПО ТЕХНИКЕ БЕЗОПАСНОСТИ

1. Лабораторные работы проводятся под наблюдением преподавателя или лаборанта. Начинать работу можно только после ознакомления с методикой ее проведения. Студентам запрещается самостоятельно включать и выключать машины, проводить какие-либо операции на них и оставлять их без наблюдения в процессе работы.

2. К выполнению лабораторных работ студенты допускаются только после прослушивания инструктажа по технике безопасности и противопожарным мерам. После инструктажа каждый студент расписывается в специальном журнале.

3. В случае потери пособий, порчи инструментов или испытательных

приборов студенты **несут материальную ответственность** за них.

4. При нарушении требований техники безопасности студент **отстраняется от дальнейшего выполнения лабораторной работы.**

5. Если действия студента не привели к серьезным последствиям, то он может быть вновь допущен к лабораторным занятиям после повторного инструктажа.

### 3. ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ УСТАНОВКИ

Установка (рис. 2) состоит из основания с расположенным на нём механизмом и возбудителем колебаний. На одной из установок (рис. 2, *а*) исследуется кривошипно-кулисный механизм, который состоит из кулисы 1, ползуна 2 и кривошипного узла 3 с маятником 6. Опора кулисы и опора кривошипного узла закреплены на основании. На свободном конце кулисы установлен груз 9 со стопором. Перемещая груз по кулисе, можно менять момент инерции механизма.

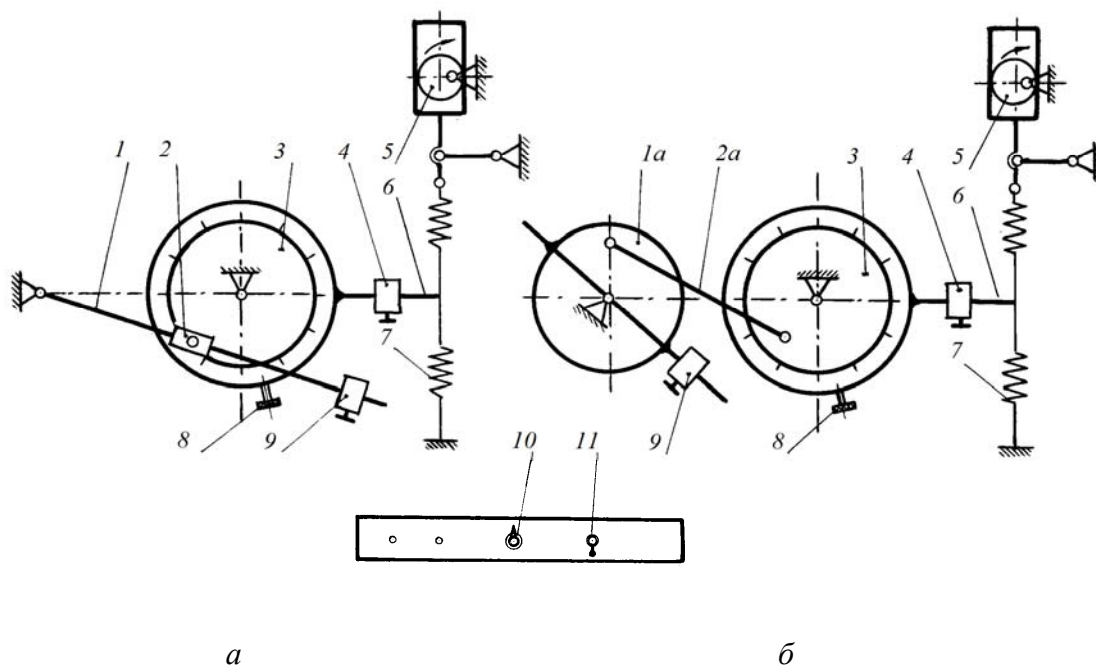


Рис. 2. Схема лабораторной установки

Для изменения положения кривошипа (12 положений через 30°) имеется лимб со стопором 8. На лимбе закреплен маятник 6 с грузом 4. До включения установки маятник удерживается в фиксированном положении

пружинами 7 определенной жесткости, которые соединяют сегментный конец маятника с возбудителем колебаний.

Возбудитель колебаний состоит из электродвигателя и рычажного механизма, преобразующего вращательное движение двигателя и возвратно-поступательное движение одной из пружин 7, соединенной с маятником.

При вращении электродвигателя пружина получает силовые импульсы с ходом 2 мм, передающиеся на механизм.

Регулируя обороты электродвигателя, можно менять частоту подаваемых на механизм силовых а, следовательно, и частоту вынужденных колебаний механизма.

Для определения резонансных оборотов устройство снабжено миллиамперметром, к которому подводится ток от тахогенератора, соединенного с валом электродвигателя. Миллиамперметр протарирован в об/мин.

Установка включается тумблером 10.

Регулирование оборотов электродвигателя осуществляется реостатом через рукоятку 11, выведенную на панель установки.

На другой установке (рис.2, б) исследуется кривошипно-коромысловый механизм. Ведомым звеном здесь является коромысло 1а с грузом 9, меняя положение которого, можно изменять момент инерции механизма.

#### 4. ПОРЯДОК ИСПЫТАНИЯ

1. Установить и закрепить на заданной длине грузы 4 и 9. Места установки грузов маятника, кулисы, коромысла выбирают по таблице (выдается преподавателем).

2. Ослабив стопорный винт 8 лимба 3, установить кривошип на деление «0».

3. Ручку *11* изменения частоты вращения двигателя повернуть до отказа против часовой стрелки.
4. Включить тумблер *10*.
5. Медленно поворачивая ручку *11* по часовой стрелке и одновременно прокручивая маховик двигателя рукой, запустить электродвигатель.
6. Плавно увеличивая частоту вращения вала двигателя поворотом ручки *11* по часовой стрелке, зафиксировать показания миллиамперметра в момент резонанса маятника *6*. Резонанс фиксируется только при наименьшей частоте вращения двигателя.
7. Опыт повторить три раза. Показания миллиамперметра занести в табл. 1. Найти среднее значение.
8. Лимб *3* установить в положение, соответствующее  $30^\circ$ ,  $60^\circ \dots 330^\circ$  и повторить опыт.
9. Определить для каждого положения кривошипа частоту вращения вала двигателя, используя цену деления шкалы миллиамперметра, и период колебаний  $T$  по формуле (7).
10. Определить приведенную массу  $m_{\Pi}$  по формуле (8) и приведенный момент инерции  $J_{\Pi}$  механизма по формуле (9).
11. Построить график зависимости  $J_{\Pi} = J_{\Pi}(\varphi)$ .
12. Сделать выводы по результатам исследования.

#### **Справочные данные:**

1. Кривошипно-кулисный механизм

Цена деления шкалы миллиамперметра 22,4 об/мин.

Жесткость пружины  $c = 3700$  Н/м.

Длина маятника  $R = 0,18$  м.

2. Кривошипно-коромысловый механизм

Цена деления шкалы миллиамперметра 22 об/мин.

Жесткость пружины  $c = 3483$  Н/м.

Длина маятника  $R = 0,18$  м.

## Результаты измерений и расчетов

φ	Показания миллиамперметра			Среднее значение	$n$	$T$	$m_{II}$	$J_{II}$
град	1	2	3		об/мин	с	кг	кг·м <sup>2</sup>
0								
30								
60								
90								
120								
150								
180								
210								
240								
270								
300								
330								

## 5. ВЫВОДЫ ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ

По результатам лабораторной работы оценить:

- величины приведенного момента инерции испытуемых механизмов;
- положения начального звена, при котором значения приведенного момента инерции механизма имеют экстремальные значения.

6. ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ  
НАУЧНОГО ИССЛЕДОВАНИЯ

Определить приведенный момент внешних сил  $M_{II}$ , вычертив кинематическую схему механизма (рис.1 или рис.2) в масштабе  $\mu_l$ . Размеры звеньев замерить на установке. Рассчитать массы и моменты инерции по известным зависимостям из курса «Физики». Рассчитать линейную скорость начального звена по максимальному значению числа оборотов, выбранному из табл. 1, и определить скорости точек приложения



сил, построив план скорости в масштабе  $\mu_v$ . Силы рассчитать по значениям масс грузов, действующих на звенья механизма (массы грузов выдаются преподавателем).

## 7. СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА И АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ ВЫПОЛНЕННОЙ РАБОТЫ

Отчет должен быть выполнен на отдельном листе. Схемы, график и таблица оформляются карандашом, а текст и расчеты ручкой.

Отчет должен включать: цель работы; схему экспериментальной установки; таблицу полученных экспериментальных данных; график экспериментальной зависимости приведенного момента инерции  $J_{\Pi}$  от угла поворота начального звена  $\varphi$ ; выводы.

## 8. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. С какой целью вводятся понятия «приведенная масса» и «приведенный момент инерции»?
2. Что называется приведенной массой ( $m_{\Pi}$ ) и приведенным моментом инерции ( $J_{\Pi}$ ) механизма? Единицы измерения  $J_{\Pi}$  и  $m_{\Pi}$ ?
3. Чему равна кинетическая энергия тела во вращательном, поступательном и плоскопараллельном движении?
4. Записать значения приведенного момента инерции (приведенной массы) для заданного механизма (рис. 2, а; рис. 2, б) (предварительно вычертить кинематическую схему исследуемого механизма).
5. Какое явление лежит в основе проведения эксперимента?
6. Записать уравнение Лагранжа II-го рода.
7. Привести порядок расчета приведенного момента инерции  $J_{\Pi}$  (приведенной массы  $m_{\Pi}$ ) экспериментальным методом.
8. Объяснить принцип действия установки и порядок проведения испытаний.

9. Что такое периодические колебания скорости начального звена? Какие колебания называются непериодическими?
10. Режимы (фазы) работы механизма.
11. Что называется «приведенным моментом внешних сил»  $M_{II}$ ?
12. Классификация сил, действующих на механизм.
13. Что называется «одномассной моделью»? Какое звено является звеном приведения?
14. Объяснить понятие «коэффициент неравномерности хода» ( $\delta$ ).
15. Способы снижения коэффициента неравномерности хода ( $\delta$ ).
16. Что называется маховиком и его назначение в механизме.

#### **Список рекомендуемой литературы**

1. Артоболовский И.И. Теория механизмов и машин. – М.: Наука, 1988. – 640 с.
2. Теория механизмов и машин : Учебник для втузов / К.В. Фролов и др. ; под ред. К.В. Фролова. – М.: Высш. шк., 1987. – 496 с.
3. Левитский Н.И. Теория механизмов и машин : учеб. пособие для вузов. – М.: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1990. – 592 с.
4. Соколовский В.И. Динамический анализ и синтез механизмов. – Свердловск : УПИ, 1979. – 80 с.

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 3

### НАРЕЗАНИЕ ЭВОЛЬВЕНТНЫХ ЗУБЬЕВ МЕТОДОМ ОБКАТКИ

Цель работы: изготовить методом обкатки зубчатые колеса без смещения и со смещением рейки; рассчитать параметры зубчатых колес и зацепления; вычертить картину зацепления и провести ее анализ.

#### 1. КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

##### 1.1. Основная теорема зацепления

В зубчатой передаче взаимодействующие поверхности зубьев высшей пары, обеспечивающие заданный закон относительного движения, называются сопряженными поверхностями. Синтез зацепления состоит в отыскании сопряженных поверхностей зубьев колес.

Для решения этой задачи используется основная теорема зацепления, устанавливающая связь между геометрией сопряженных поверхностей и заданным законом их относительного движения.

Сопряженные поверхности зубьев должны быть выбраны так, чтобы в любой точке их контакта общая нормаль к ним была перпендикулярна вектору относительной скорости.

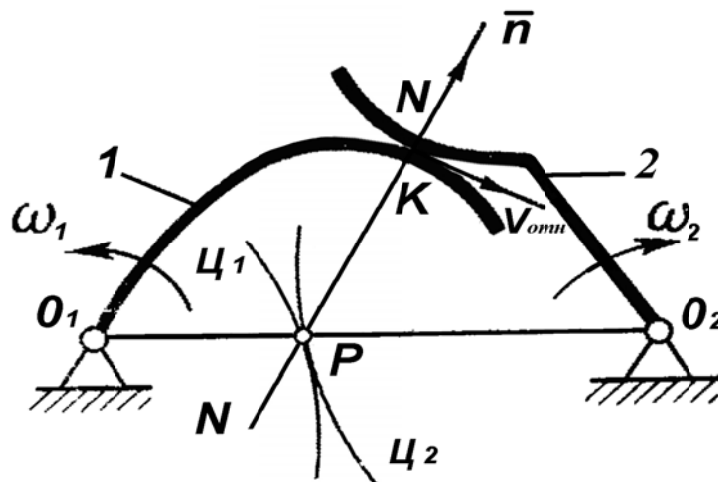


Рис. 1. Схема зубчатого зацепления

В аналитическом виде условие основной теоремы зацепления записывается как условие перпендикулярности векторов

$$\overline{V_{\text{отн}}} \cdot \bar{n} = 0, \quad (1)$$

где  $\overline{V_{\text{отн}}}$  – вектор относительной скорости;  $\bar{n}$  – единичный вектор общей нормали в точке контакта.

Для плоского зацепления, в отличие от пространственного, вместо сопряженных поверхностей можно рассматривать сопряженные профили, т.е. кривые, получаемые в сечении сопряженных поверхностей плоскостью, параллельной плоскости движения (рис. 1). Относительная скорость контакта профилей  $\overline{V_{\text{отн}}}$  перпендикулярна радиусу-вектору  $PK$ , соединяющему точку  $K$  с мгновенным центром вращения  $P$  в относительном движении звеньев, который принято называть полюсом зацепления. По условию (1) эта скорость должна быть перпендикулярна общей нормали к сопряженным профилям. Отсюда следует, что для плоского зацепления основная теорема примет вид.

*Для того, чтобы профили были сопряженными, общая нормаль к ним в точке контакта должна проходить через заданный полюс зацепления и делить межосевое расстояние на отрезки, обратно пропорциональные угловым скоростям звеньев.*

Пусть точка контакта зубьев  $K$  в данный момент проходит через полюс. В этом случае окружные скорости точек на звеньях 1 и 2 должны быть равны по модулю и направлению, т.е.  $V_{P_1} = V_{P_2}$  или  $\omega_1 l_{O_1 P} = \omega_2 l_{O_2 P}$ .

Отсюда следует, что

$$u_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{l_{O_2 P}}{l_{O_1 P}}, \quad (2)$$

где  $u$  – передаточное отношение считается положительным, если направления угловых скоростей одинаковы (внутреннее зацепление) и отрицательным, если эти направления противоположны (внешнее зацепление).

При постоянном передаточном отношении полюс зацепления  $P$  занимает неизменное положение по отношению к стойке, поэтому центры  $C_1$  и  $C_2$  представляют собой окружности с радиусами  $O_1P$  и  $O_2P$ . По свойству центров эти окружности, называемые начальными, перекатываются без скольжения.

Исходя из основной теоремы зацепления, можно установить, что только один из профилей зубьев можно выбирать произвольно. Отсюда следует, что зубчатые передачи теоретически могут иметь большое количество разнообразных профилей. Однако по технологическим и другим свойствам в настоящее время в технике применяется ограниченное число видов профилей зубьев. К ним относятся цилиндрические передачи с эвольвентным, циклоидальным и круговым профилями зубьев. Эвольвентное зацепление было предложено Л. Эйлером в 1727 г., а реализовано в конце 19 века в связи с изобретением зубофрезерного станка.

Эвольвентное зацепление обладает рядом преимуществ перед другими видами зацеплений:

- оно может быть сравнительно просто и точно изготовлено по методу обкатки;
- оно не чувствительно к отклонению межосевого расстояния, что упрощает его монтаж;
- эвольвентные профили зубьев колес разных диаметров, но одинакового шага сцепляются между собой правильно. С увеличением диаметра эвольвентная кривая обращается в прямую линию, т.е. колесо обращается в зубчатую рейку с прямобочным профилем, что послужило основой для проектирования зубообрабатывающего инструмента, работающего по способу обкатки.

Наибольшее распространение получили цилиндрические колеса, имеющие эвольвентный профиль зуба. Геометрию эвольвентного зуба и зубчатого колеса определяют следующие параметры.

1. Диаметр основной окружности  $d_b$ .

2. Профиль зуба, представляющий собой развертку основной окружности — эвольвенту (рис. 2). Положение произвольной точки  $Y$  на эвольвенте можно выразить любым из следующих параметров: углом развернутости  $\nu_y$ ; углом профиля  $\alpha_y$ ; эвольвентным углом

$$\text{inv} \alpha_y = \text{tg} \alpha_y - \alpha_y; \quad (3)$$

диаметром окружности, на которой расположена точка  $Y$ ,

$$d_y = d_b \cos \alpha_y,$$

радиусом кривизны профиля в точке  $Y$

$$\rho_y = 0,5 d_b \text{tg} \alpha_y,$$

где точка  $N$  является центром кривизны профиля в точке  $Y$ .

3. Диаметр окружности вершин  $d_a$ .

4. Диаметр окружности впадин  $d_f$ .

5. Форма и расположение переходной кривой профиля зуба.

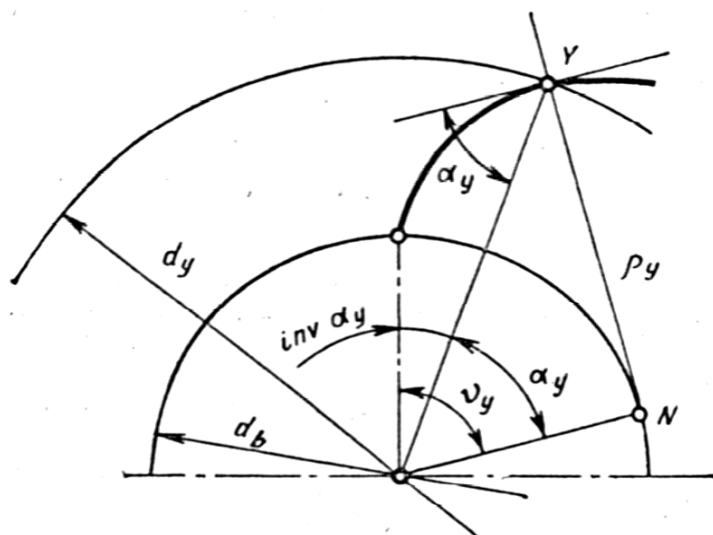


Рис. 2. Геометрия эвольвентного профиля зуба

## 1.2. Способы изготовления эвольвентных зубчатых колес

Существует множество вариантов изготовления зубчатых колес. В их основу положены два принципиально отличных способа:

- метод копирования, при котором рабочие кромки режущего инструмента по форме соответствуют обрабатываемой поверхности;
- метод обкатки, при котором инструмент и заготовка за счет кинематической цепи станка выполняют два движения – резания и обкатки.

### 1.2.1. Способ обкатки

Так как зубчатая рейка с прямобочным профилем может образовывать зацепление с любым эвольвентным колесом одного и того же шага, то ее профиль положен в основу исходного контура для проектирования зубообрабатывающего инструмента, работающего по способу обкатки.

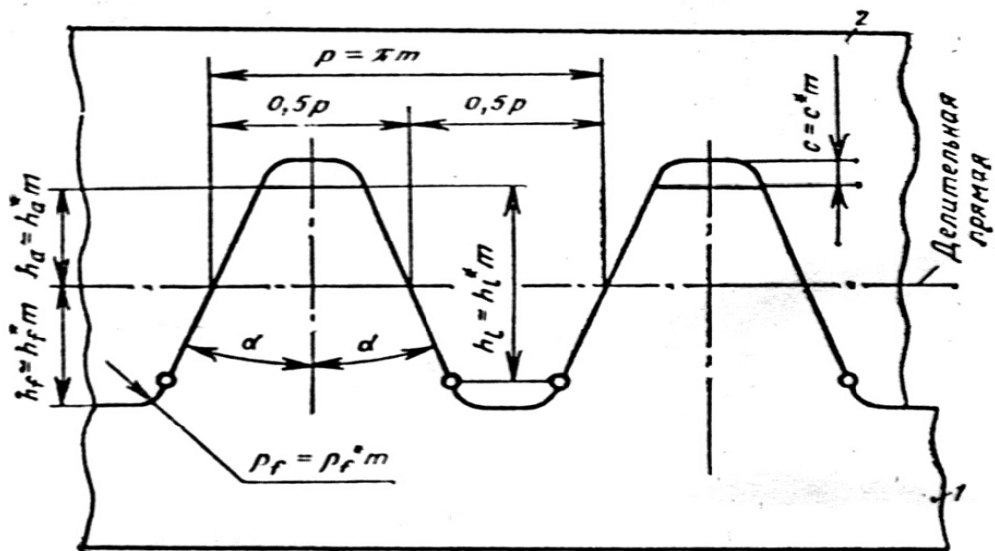


Рис. 3. Исходный контур для цилиндрической зубчатой передачи

Исходным контуром называется очертание зубьев номинальной исходной зубчатой рейки в сечении плоскостью, перпендикулярной ее делительной плоскости. На рис. 3 приведен исходный контур для цилиндрической зубчатой передачи в соответствии с ГОСТ 13755-81.

### Основные параметры исходного контура:

$m$  – модуль в мм, линейная стандартная величина в  $\pi$  раз меньше шага зацепления  $p$  – расстояния между одноименными профилями зубчатой рейки, т.е.

$$m = \frac{p}{\pi}. \quad (4)$$

Согласно ГОСТ 9563–80 ниже приведены модули в наиболее употребляемом диапазоне, применяемом в машиностроении, мм:

*1-й ряд (предпочтительный): 1; 1,25; 1,5; 2; 2,5; 3; 4; 5; 6; 8; 10; 12;*

*2-й ряд: 1,125; 1,375; 1,75; 2,25; 2,75; 3,5; 4,5; 5,5; 7; 9; 11; 14.*

Стандартом установлены следующие параметры исходного контура:

- угол исходного контура  $\alpha = 20^\circ$ ;
- коэффициент высоты головки зуба  $h_a^* = 1,0$ ;
- коэффициент высоты ножки зуба  $h_f^* = 1,25$ ;
- коэффициент граничной высоты зуба  $h_l^* = 2$ ;
- коэффициент радиального зазора  $c^* = 0,25$ ;
- коэффициент радиуса кривизны переходной поверхности  $\rho_f^* = 0,38$ .

Остальные размеры зубчатой рейки также определяют умножением коэффициентов на модуль. Прямая, проходящая по середине прямолинейной части зуба, называется делительной прямой. По делительной прямой толщина зуба равна ширине впадины.

Профиль зуба режущего инструмента отличается от исходного тем, что высота головки увеличена на величину радиального зазора; головка режущего инструмента нарезает ножку зуба в заготовке. Этот контур называется производящим. Основные виды режущего инструмента: *зубчатая рейка (гребенка), долбяк, червячная фреза.*

При станочном зацеплении по делительной окружности нарезаемого колеса перекатывается без скольжения делительная прямая гребенки или



станочно-начальная прямая – любая прямая, параллельная делительной в зависимости от взаимного расположения гребенки и нарезаемого колеса (рис. 4).

Рассмотрим три различных варианта нарезания зубьев реечным инструментом, отличающихся расположением производящего контура и заготовки. В первом варианте делительная прямая производящего контура касается делительной окружности заготовки. Инструменту и заготовке сообщаются такие движения, при которых делительная прямая катится без скольжения по делительной окружности. Согласованные перемещения инструмента и заготовки являются движением обкатки.

Толщина зуба по делительной окружности в первом варианте (нарезание без смещения) равна ширине впадины рейки по делительной прямой:

$$S = 0,5\pi m . \quad (5)$$

При этом на делительной окружности должно за один оборот заготовки уложиться целое число шагов, равное числу нарезаемых зубьев, поэтому  $z\rho=\pi d$ . Отсюда диаметр делительной окружности (делительный диаметр)

$$d = \frac{p}{\pi} z = mz . \quad (6)$$

Во втором варианте делительная прямая смещена от центра заготовки и по делительной окружности катится без скольжения начальная прямая, отстоящая от центра заготовки на величину  $xm$ , где  $x$  – коэффициент смещения. Толщина зуба по делительной окружности в этом варианте равна ширине впадины  $S$  рейки по станочно-начальной прямой:

$$S = 0,5\pi m + 2xmtg\alpha , \quad (7)$$

т.е. толщина зуба по делительной окружности при  $x>0$  оказывается больше, чем у колеса, нарезаемого без смещения.

В третьем варианте делительная прямая смещена к центру заготовки на величину  $xm$ , причем коэффициент смещения  $x$  считается отрицательным.

# Станочное зацепление

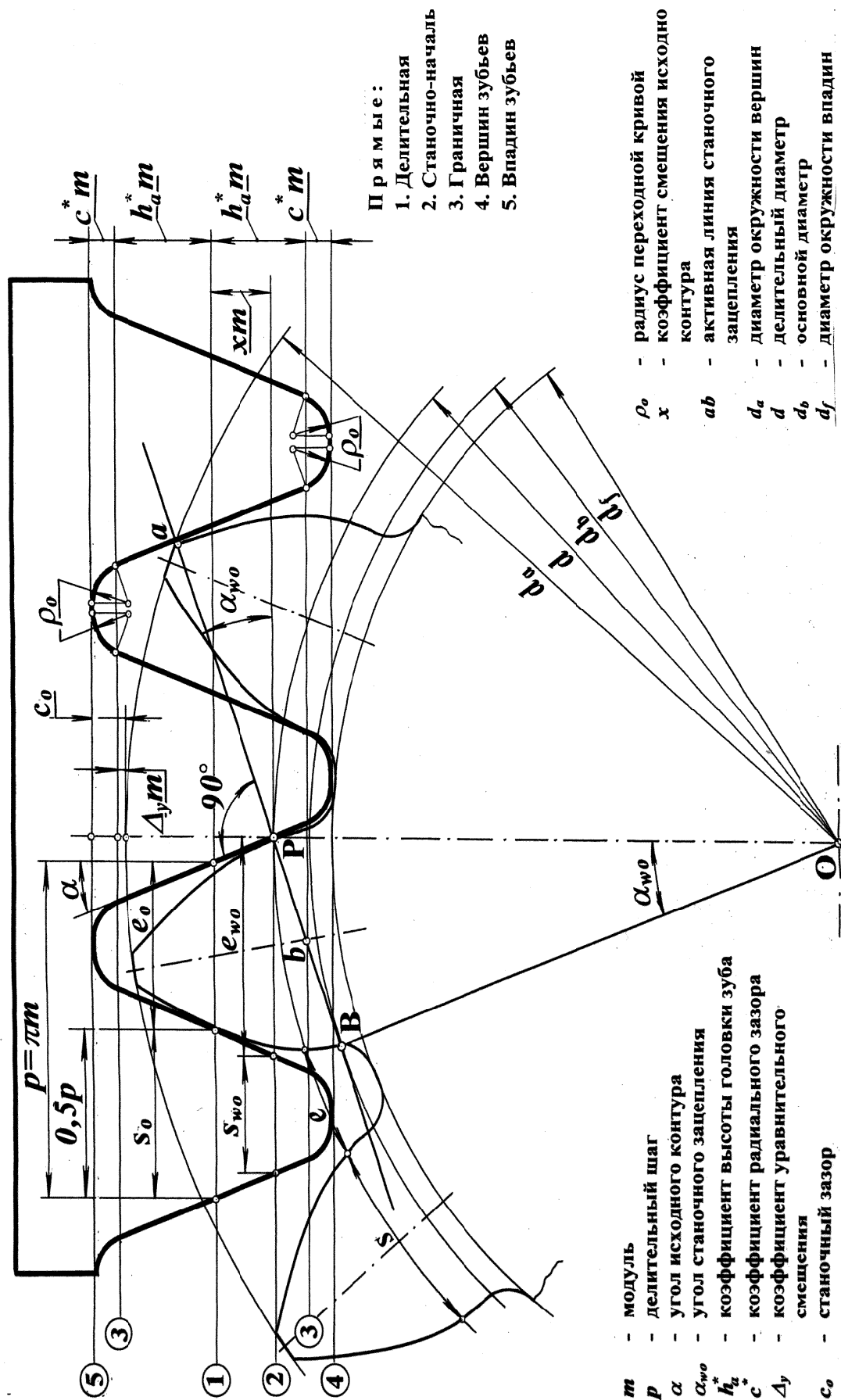


Рис. 4. Схема нарезания зубьев методом обкатки

Толщина зуба по делительной окружности определяется по формуле (7) с учетом знака  $x$  и оказывается меньше, чем у колеса без смещения.

Все зубчатые колеса, нарезаемые указанным способом при одном и том же производящем контуре и модуле  $m$ , как со смещением, так и без смещения, с любым числом зубьев имеют сопряженные поверхности.

Заметим также, что независимо от смещения диаметр основной окружности связан с делительным соотношением

$$d_b = d \cos \alpha, \quad (8)$$

т.е. смещение влияет только на толщину зуба по делительной окружности и на расположение используемого участка эвольвенты. Выбор этого участка является основной задачей оптимизационного синтеза зацепления.

Большинство зуборезных инструментов (червячные фрезы, долбяки, гребенки) имеют несколько зубьев, и основной шаг нарезаемого колеса получается равным основному шагу или шагу по профильной нормали инструмента. Существуют также инструменты с одним «зубом», например, дисковые шлифовальные круги и фрезы трапециевидного сечения. Такой инструмент имитирует зуб производящей рейки и обрабатывает одновременно две стороны одной впадины колеса; переход к обработке следующей впадины независим от процесса обкатки и осуществляется с помощью специального делительного устройства.

### *1.2.2. Метод копирования*

Нарезание этим методом осуществляется при помощи режущего инструмента (дисковая или пальцевая фреза), режущие грани которого имеют форму впадины (рис. 5). Изготовление зубьев производится на универсальных или специальных фрезерных станках с использованием головки, позволяющей точно поворачивать заготовку на угловой шаг

$$\tau = \frac{2\pi}{z}, \quad (9)$$

где  $z$  – число нарезаемых зубьев.

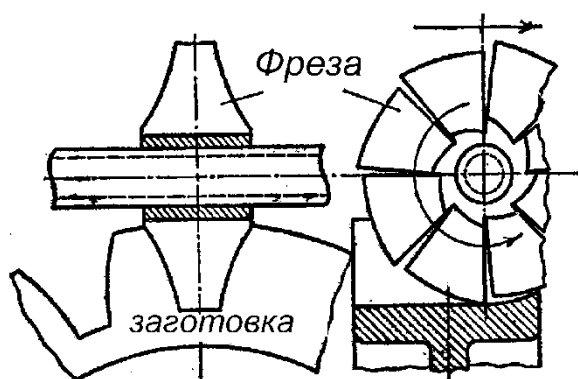


Рис. 5. Схема нарезания зубьев методом копирования

Режущий инструмент относительно заготовки устанавливается так, чтобы его ось была направлена по радиусу заготовки. При этом заготовка обычно неподвижна, а режущий инструмент вращается и одновременно ему или заготовке сообщается продольное перемещение вдоль зуба. По окончании цикла обработки впадин заготовка поворачивается на угловой шаг и нарезается следующая впадина. Операции повторяются, пока не будут прорезаны все впадины.

Теоретически для каждого числа зубьев, модуля и угла профиля необходим свой режущий инструмент, что является неэкономичным. Поэтому в практике применяют для каждого модуля комплект из восьми дисковых модульных фрез, каждая из которых нарезает зубья в определенном диапазоне чисел. Например: фрезой №1 нарезают колеса с числом зубьев от 12 до 13; №2 – от 14 до 16 и т. д., фреза №8 имеет прямобоочный профиль и ей можно нарезать рейку.

Способ копирования чаще всего применяется для черновой нарезки зубьев крупномодульных колес или для изготовления зубчатых колес в малоответственных передачах, работающих с небольшими окружными скоростями.

### 1.3. Подрезание зубьев

При нарезании зубчатых колес с малым числом зубьев по методу обкатки возможно явление подрезания зубьев, которое выражается в утонении делительной ножки зуба (за счет срезания тела зуба режущим инструментом) и к сокращению рабочей части эвольвентного профиля зуба (рис. 6,а). В этом случае режущие кромки инструмента срежут часть обрабатываемого зуба, на которую накладывается зуб инструмента.

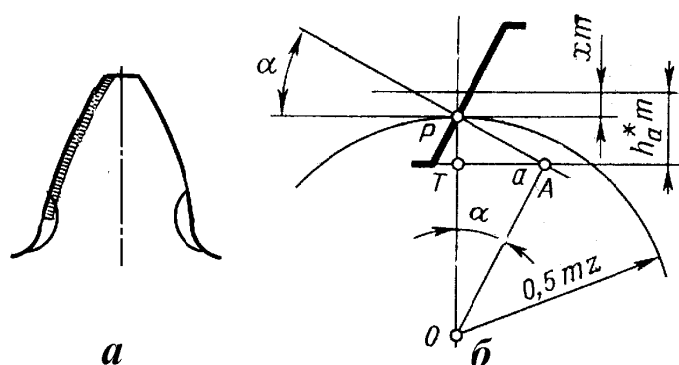


Рис. 6. Схема подрезания зубьев

При реечном зацеплении линия зацепления ограничена только точкой  $A$  (рис. 6,б). Предельный случай, когда подрезания нет, характеризуется прохождением через эту точку прямой, ограничивающей прямолинейную часть производящего контура, т. е. совпадением точек  $A$  и  $a$ . Тогда из треугольника  $ATO$  имеем

$$0,5mz + xm - h_a^* = 0,5mz \cos^2 \alpha .$$

Отсюда

$$x = h_a^* - 0,5z \sin^2 \alpha .$$

При  $\alpha = 20^\circ$  и  $h_a^* = 1$

$$x \approx \frac{17 - z}{17} . \quad (10)$$

Следовательно, если число зубьев обрабатываемого колеса меньше 17, то при нарезании зубьев реечным инструментом с углом  $\alpha = 20^\circ$  и  $h_a^* = 1$  надо применять положительное смещение по формуле (10). С увеличением угла исходного профиля  $\alpha$  минимальное число зубьев колес, нарезаемых без смещения, уменьшается.

#### 1.4. Геометрический расчет передачи зубьев

Геометрические размеры колес, изображенные на рис. 7, вычисляют по следующим формулам:

*суммарный коэффициент смещения*

$$x_\Sigma = x_1 + x_2; \quad (11)$$

*начальный диаметр*

$$d_w = \frac{2a_w}{z_1 + z_2} z; \quad (12)$$

*делительный диаметр*

$$d = mz; \quad (13)$$

*основной диаметр*

$$d_b = mz \cos \alpha; \quad (14)$$

*делительная толщина зуба*

$$s = 0,5 \pi m + 2xm \operatorname{tg} \alpha; \quad (15)$$

*основной шаг*

$$p_b = \pi m \cos \alpha. \quad (16)$$

*Диаметр впадин* зависит от способа нарезания. Для колес, нарезанных стандартным инструментом реечного типа,

$$d_f = m(z - 2h_a^* - 2c^* + 2x). \quad (17)$$

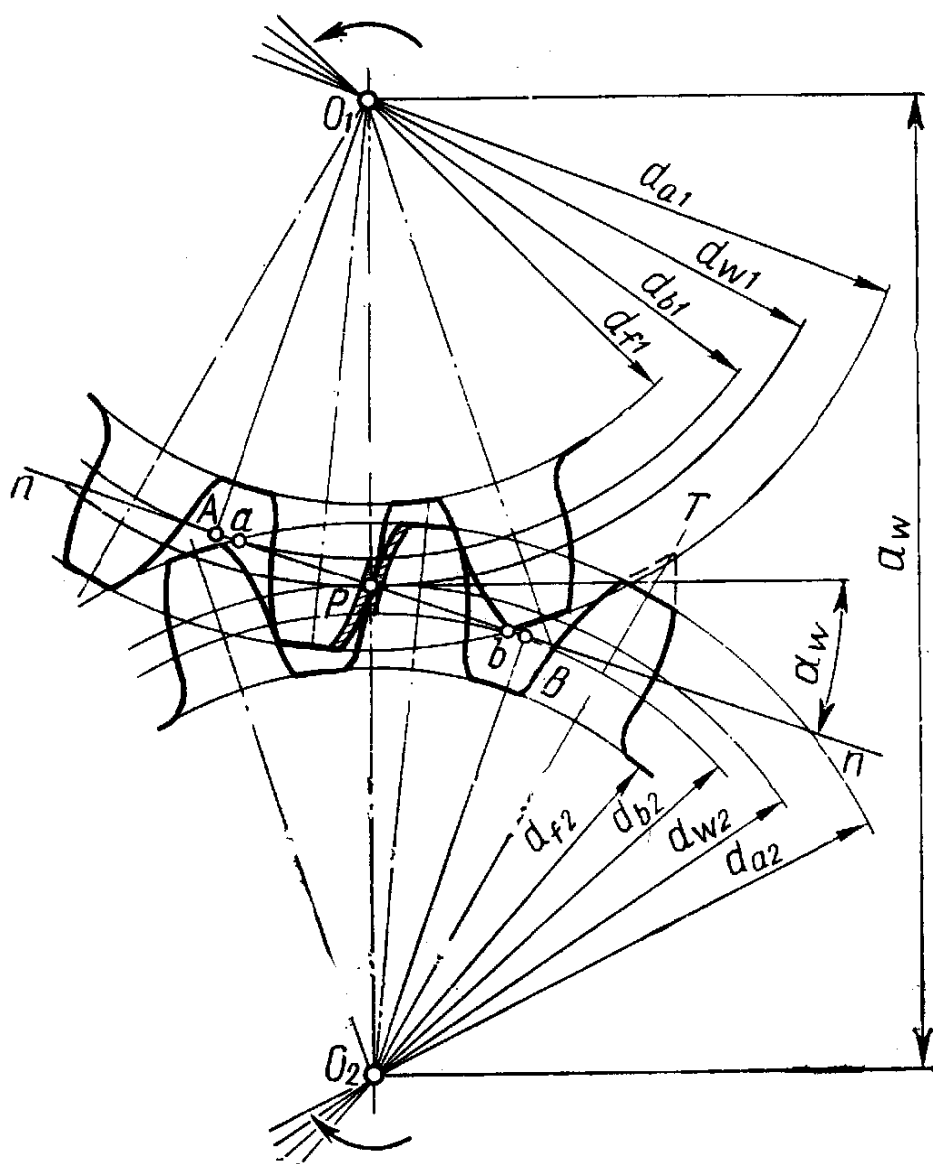


Рис. 7. Эвольвентное зацепление зубьев

Диаметр вершин зависит от принятой системы расчета.

При системе расчета, сохраняющей в зацеплении стандартный радиальный зазор при любом  $x_\Sigma$ ,

$$d_{a1} = 2a_w - d_{f2} - 2c^* m; \quad (18)$$

$$d_{a2} = 2a_w - d_{f1} - 2c^* m. \quad (19)$$

При расчете по этой системе высота зуба  $h$  и коэффициент перекрытия  $\varepsilon$  с увеличением  $x_\Sigma$  уменьшаются.

### *1.5. Геометрические показатели качества*

Качество зубчатой передачи характеризуют несколько геометрических показателей, которые должны быть проверены в ходе расчета.

#### *1.5.1. Коэффициент перекрытия*

Коэффициент перекрытия характеризует непрерывность взаимодействия зубьев, заключающаяся в том, что вторая пара зубьев должна войти в зацепление прежде, чем выйдет из зацепления первая пара. Если вращение колеса  $1$  (рис. 8) происходит против часовой стрелки, то зуб входит в зацепление, когда его профиль пересекает линию зацепления в точке  $a$  и выходит из зацепления в точке  $b$ . Угол поворота зубчатого колеса от входа зуба в зацепление до выхода его из зацепления называется углом перекрытия  $\varphi_{\alpha 1}$ . Коэффициентом перекрытия называется отношение угла перекрытия к угловому шагу  $\tau_1$ .

$$\varepsilon_\alpha = \frac{\varphi_{\alpha 1}}{\tau_1}, \quad (20)$$

где  $\tau_1 = 2\pi/z_1$ .

По свойству образования эвольвенты дуга, которую проходит начальная точка эвольвенты от входа зуба в зацепление до выхода его из зацепления, равна длине активной линии зацепления  $ab$ . Следовательно, угол перекрытия для колеса  $1$   $\varphi_{\alpha 1} = 2ab/d_{b1}$ . Подставляя значение угла перекрытия и углового шага в (1.20) получаем

$$\varepsilon_\alpha = \frac{(ab)z_1}{d_{b1}\pi} = \frac{(ab)}{p_b}. \quad (21)$$



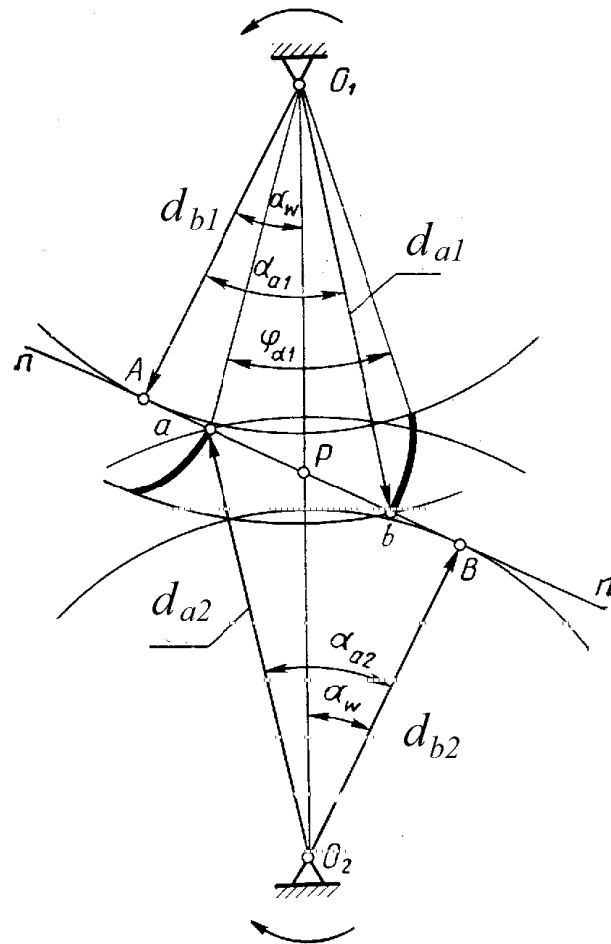


Рис. 8. Линия зацепления в эвольвентном зацеплении зубьев

Отрезок  $ab$  может быть вычислен из условия

$$ab = Ab - AP + Ba - BP.$$

Подставляя значения указанных отрезков из треугольников  $O_1Ab$ ,  $O_1AP$ ,  $O_2BP$  и  $O_2Ba$  в формулу (21), окончательно получим

$$ab = d_{b1}(\operatorname{tg}\alpha_{a1} - \operatorname{tg}\alpha_w) + d_{b2}(\operatorname{tg}\alpha_{a2} - \operatorname{tg}\alpha_w).$$

В окончательном виде коэффициент перекрытия равен

$$\varepsilon = \frac{z_1(\operatorname{tg}\alpha_{a1} - \operatorname{tg}\alpha_w) + z_2(\operatorname{tg}\alpha_{a2} - \operatorname{tg}\alpha_w)}{2\pi}, \quad (22)$$

где углы  $\alpha_{a1}$  и  $\alpha_{a2}$  – углы профиля зуба у вершин, определяемые из соотношений:

$$\cos \alpha_{a1} = d_{b1} / d_{a1} \text{ и } \cos \alpha_{a2} = d_{b2} / d_{a2} .$$

Коэффициент перекрытия показывает, сколько пар зубьев одновременно участвуют в зацеплении. Теоретически передача может правильно работать при  $\varepsilon=1,0$ . Однако, принимая во внимание возможные погрешности, отклонения и износ зубьев, рекомендуется принимать  $\varepsilon \geq 1,20$ . Предельное теоретическое значение коэффициента перекрытия для стандартного прямозубого реечного зубчатого зацепления  $\varepsilon=1,982$ . Реальные значения коэффициента перекрытия для внешнего зацепления всегда меньше максимальных значений. С увеличением  $\varepsilon$  передача работает более плавно, уменьшается изгибающий момент, приходящийся на один зуб.

#### *1.5.1. Заострение зубьев*

Заострение зубьев получается, если точка  $T$  (см. рис. 7) пересечения двух симметричных профилей располагается вблизи окружности вершин, и толщина зуба по этой окружности получается менее некоторой величины. Для устранения заострения зуба можно уменьшить радиус окружности вершин или изменить коэффициенты смещения.

Толщина зубьев на окружности вершин

$$s_a = d_a \left( \frac{\pi}{2z} + \frac{2x \operatorname{tg} \alpha}{z} + \operatorname{inv} \alpha - \operatorname{inv} \alpha_a \right). \quad (24)$$

Для колес с однородной структурой материала рекомендуется  $s_a \geq 0,25m$ ; при поверхностном термохимическом упрочнении  $s_a \geq 0,4m$ . Проверяются оба колеса, находящихся в зацеплении.

#### *1.5.2. Интерференция зубьев*

Интерференцией называют явление, состоящее в том, что при рассмотрении теоретической картины зацепления часть пространства оказывается одновременно занятой двумя взаимодействующими зубьями

или зубом колеса и зубом инструмента. Для внешнего зацепления условие отсутствия интерференции состоит в том, что взаимодействие зубьев должно происходить только на участке  $AB$ , где обеспечивается касание зубьев.

При незначительной интерференции благодаря боковым зазорам в зацеплении вращение колес возможно, однако в результате нарушения постоянства  $u$  резко меняется нагрузка в зоне интерференции, зубчатая пара шумит, вибрирует, наблюдается сильный износ. При значительной интерференции передачу заклинивает, а если приложить достаточно большой момент, колесо может сломаться.

### *1.5.3. Блокирующий контур*

Все дополнительные ограничения, которым надо удовлетворить при синтезе зубчатых зацеплений в той или иной форме зависят от коэффициентов смещения. Для выбора этих коэффициентов составляются справочные карты в виде графиков зависимости между коэффициентами  $x_1$  и  $x_2$  при заданной величине какого-либо качественного показателя зацепления (требуемого коэффициента перекрытия, отсутствия интерференции, обеспечения изгибной или контактной прочности и т. п.). Каждый график рассчитывается для определенного сочетания чисел зубьев  $z_1$  и  $z_2$ . Совокупность графиков, построенных по граничным (предельным) значениям показателей качества зацепления, выделяет на плоскости коэффициентов  $x_1$  и  $x_2$  область их допустимых значений. Контур, ограничивающий эту область, называется *блокирующим контуром*.

## 2. ОСНОВНЫЕ ПРАВИЛА ПО ТЕХНИКЕ БЕЗОПАСНОСТИ

1. Лабораторная работа проводится под наблюдением преподавателя или лаборанта. Начинать работу можно только после ознакомления с методикой ее проведения.

2. В случае потери пособий, порчи инструментов или испытательных

приборов студенты **несут материальную ответственность** за них.

3. При нарушении требований техники безопасности студент **отстраняется от дальнейшего выполнения лабораторной работы.**

4. Если действия студента не привели к серьезным последствиям, то он может быть вновь допущен к лабораторным занятиям после повторного инструктажа.

5. Не исправлять самостоятельно установку (натяжение нити или др.) в случае нарушения движения обкатки при вычерчивании профилей зубьев.

### 3. ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ УСТАНОВКИ

Работа проводится на специальном приборе ТММ-42, схема которого приведена на рис. 9.

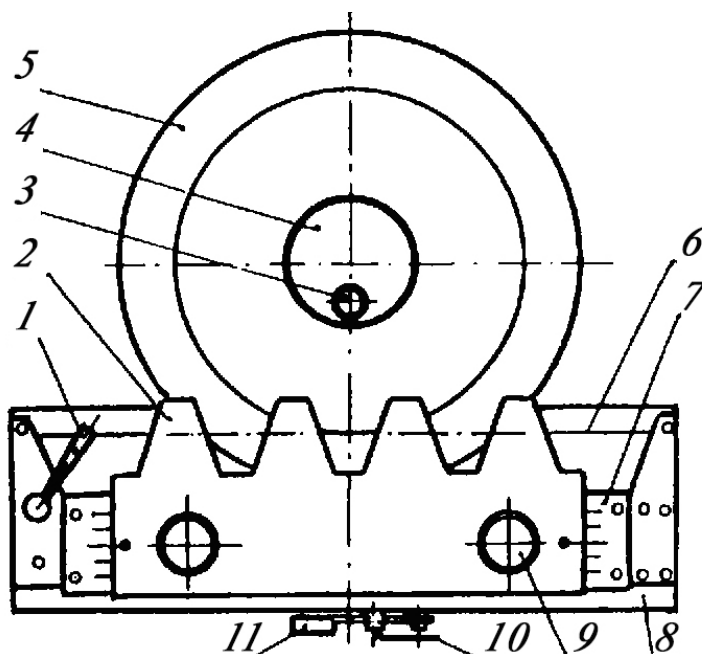


Рис. 9. Схема экспериментальной установки

На основании прибора 8 установлен диск и рейка. Диск состоит из 2-х частей (верхней и нижней), жестко связанных между собой и

вращающихся как единое целое относительно оси, закрепленной в основании 8 прибора.

Диаметр верхней части диска 5 равен диаметру заготовки.

Рейка 2 со шкалой 7 может перемещаться поступательно в горизонтальных направляющих.

Вращение диска 5 и поступательное перемещение рейки 2 связаны между собой. В относительном движении делительная образующая рейки 2 перекачивается без скольжения по делительной окружности заготовки, закрепленной на диске 5.

Перекачивание осуществляется с помощью следующего устройства: к захватам рейки прикреплен стальная проволока, огибающая диск 5. Натяжение проволоке сообщается за счет некоторого перемещения захвата, осуществляемого рукояткой 1.

Рейка приводится в движение с помощью шагового храпового механизма. Если нажать на рычаг 10, то рейка перемещается влево на 3-4 мм, и диск поворачивается на соответствующий угол. При повороте рычага 11 вниз рейку можно свободно переместить по направляющим.

Рейка может перемещаться перпендикулярно направляющим, приближаясь к центру заготовки или удаляясь от него. Перемещение рейки отсчитывается по шкалам 7 и фиксируется винтами 9. На верхней плоскости рейки указаны основные данные прибора: модуль  $m$ , угол профиля рейки  $\alpha$ , диаметр делительной окружности колеса  $d$ .

#### 4. ПОРЯДОК ИСПЫТАНИЯ

1. Наложить на диск 5 круг из плотной бумаги, закрепить его на диске крышкой 4 и винтом 3.
2. Риски рейки установить против нулевых делений шкалы 7.
3. Поворотом рычага 11 освободить рейку от храпового механизма и перевести ее в крайнее правое положение.

4. Последовательно нажимая на рычаг 10, передвигать рейку влево (каждый раз на один шаг), очерчивая при этом карандашом или ручкой контур профиля зубьев рейки, до тех пор, пока рейка не переместится влево до упора. На бумаге при этом получится 2-3 очерченных зуба колеса (рис. 10).

5. Вычислить по формуле (10) величину коэффициента смещения  $x_2=x_{min}$  и смещения рейки  $mx_2$ .

6. Ослабить винты 9, сдвинуть рейку от оси заготовки на величину  $mx_2$ , вновь затянуть винты 9.

7. Повернуть рукоятку 1 влево до отказа, освободив струну. Развернуть диск примерно на  $180^0$  относительно рейки, после чего рукоятку повернуть до отказа вправо.

8. Указанным выше способом вычертить 2-3 зуба колеса со смещением (рис. 10).

9. Снять бумажный круг, предварительно отвернув винт 3 и сняв крышку 4.

10. Вычислить в соответствии с табл. 2 параметры зацепления колес.

11. Провести на заготовке основную и делительную окружности, а также окружность вершин зубьев.

12. Замерить толщину зуба колеса без смещения и колеса со смещением по дуге делительной и основной окружностей. Результаты замеров занести в табл. 2.

13. На листе формата А4 вычертить зацепление колес (рис. 11).

- Отложить межосевое расстояние  $a_w=OO_1$ , провести основные окружности и общую (внутреннюю) касательную к ним – линию зацепления. Обозначить:  $AB=g$  длину линии зацепления,  $P$  – полюс зацепления.

- Подвести под кальку заготовку, совместить центр ее с точкой  $O_1$  так, чтобы один из профилей зубьев колеса без смещения прошел через полюс зацепления.

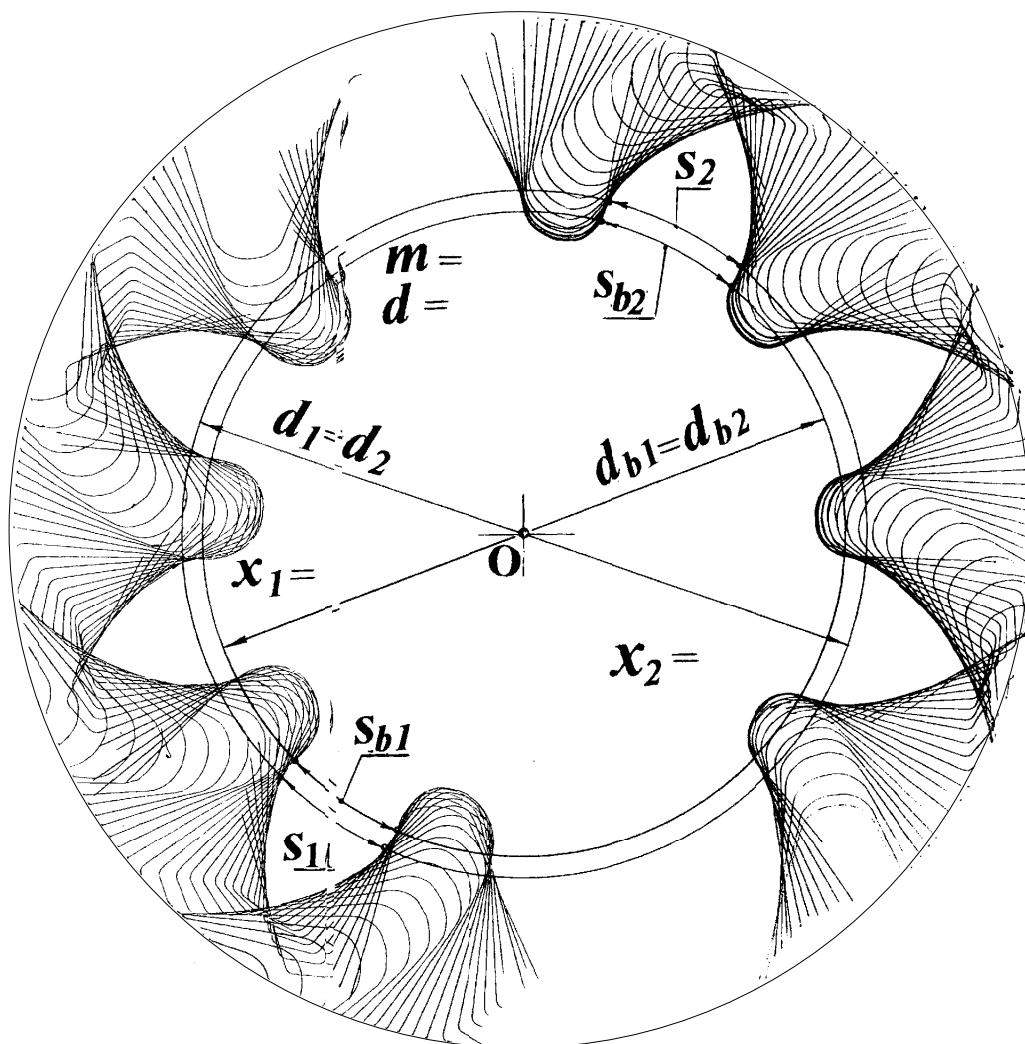


Рис. 10. Пример оформления заготовки с нарезанными зубьями

- При этом необходимо учесть, что точка  $P$  должна лежать на начальной окружности колеса, а линия зацепления  $AB$  должна быть нормалью к профилю в данной точке.

- Зубья колеса в этом положении копируются на кальку.

- Совместить центр заготовки с точкой  $O_2$  и, вращая относительно нее заготовку, подвести к полюсу  $P$  профиль зуба колеса со смещением так, чтобы он вошел в зацепление с зубом колеса без смещения. Затем зубья колеса со смещением скопировать на кальку.

- Отметить точки пересечения окружностей вершин зубьев с линией зацепления – точки  $a$  и  $b$ ;  $g_\alpha=ab$  – длина активной линии зацепления.

- Провести из центров  $O_1$  и  $O_2$  дуги радиусами  $O_1a$  и  $O_2b$ , определив рабочие участки профилей зубьев.

- С началом (точка  $a$ ) и концом (точка  $b$ ) активной линии зацепления совместить один из профилей зубьев и отметить точки пересечения его с основной окружностью точки  $e$  и  $f$ . Дуга  $ef$  соответствует углу перекрытия.

14. Вычислить коэффициент перекрытия  $\varepsilon_\alpha$  и занести его значение в таблицу.

Бумажная заготовка с профилями зубьев колес, нарезанных без смещения и со смещением, а также схема зацепления на кальке прикладывается к отчету по лабораторной работе.

## 5. ВЫВОДЫ ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ

1. Оценить полученное значение коэффициента перекрытия.
2. Сравнить измеренную делительную и основную толщину зубьев с расчетными значениями.
3. Сравнить форму зуба колеса, нарезанного со смещением, и скорректированного колеса.

## 6. ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ НАУЧНОГО ИССЛЕДОВАНИЯ

- Вычертить эвольвентный профиль зуба колеса методом обкатки по расчетным значениям табл. 2. Дать сравнительный анализ существующих методов образования эвольвенты с методом обкатки.

- Объяснить выбор коэффициентов смещения с помощью «блокирующего контура».

- Проанализировать влияние величины коэффициента смещения на качественные характеристики зубчатого зацепления.



## Инволюты углов зацепления

минуты градусы	Значение $\text{inv } \alpha_w$											
	0'	5'	10'	15'	20'	25'	30'	35'	40'	45'	50'	55'
20	0,014904	0,015098	0,015293	0,015490	0,015689	0,015890	0,016092	0,016296	0,016502	0,016710	0,016920	0,017132
21	0,017345	0,017560	0,017777	0,017996	0,018217	0,018440	0,018665	0,018891	0,019120	0,019350	0,019583	0,019818
22	0,020054	0,020292	0,020533	0,020775	0,021019	0,021266	0,021514	0,021765	0,022018	0,022272	0,022529	0,022788
23	0,023044	0,023312	0,023577	0,023845	0,024414	0,024386	0,024660	0,024936	0,025214	0,025495	0,025778	0,026062
24	0,026350	0,026639	0,026931	0,027225	0,027521	0,027820	0,028121	0,028424	0,028729	0,029037	0,029348	0,029660
25	0,029975	0,030293	0,030613	0,030935	0,31260	0,031587	0,031917	0,032249	0,032583	0,032920	0,033260	0,033602
26	0,033947	0,034294	0,034644	0,034997	0,035352	0,035709	0,036069	0,036432	0,036798	0,037166	0,037537	0,037910
27	0,038287	0,038666	0,039047	0,039032	0,039819	0,40209	0,040602	0,040397	0,041395	0,041797	0,422010	0,042607
28	0,043017	0,043430	0,043845	0,044264	0,044685	0,045110	0,045537	0,045967	0,046400	0,046837	0,047276	0,047718
29	0,048164	0,048612	0,049064	0,049518	0,049976	0,020437	0,050601	0,051363	0,051838	0,052312	0,052788	0,053268
30	0,053751	0,054238	0,054728	0,055221	0,055711	0,056217	0,056720	0,057226	0,057736	0,058249	0,058765	0,059285

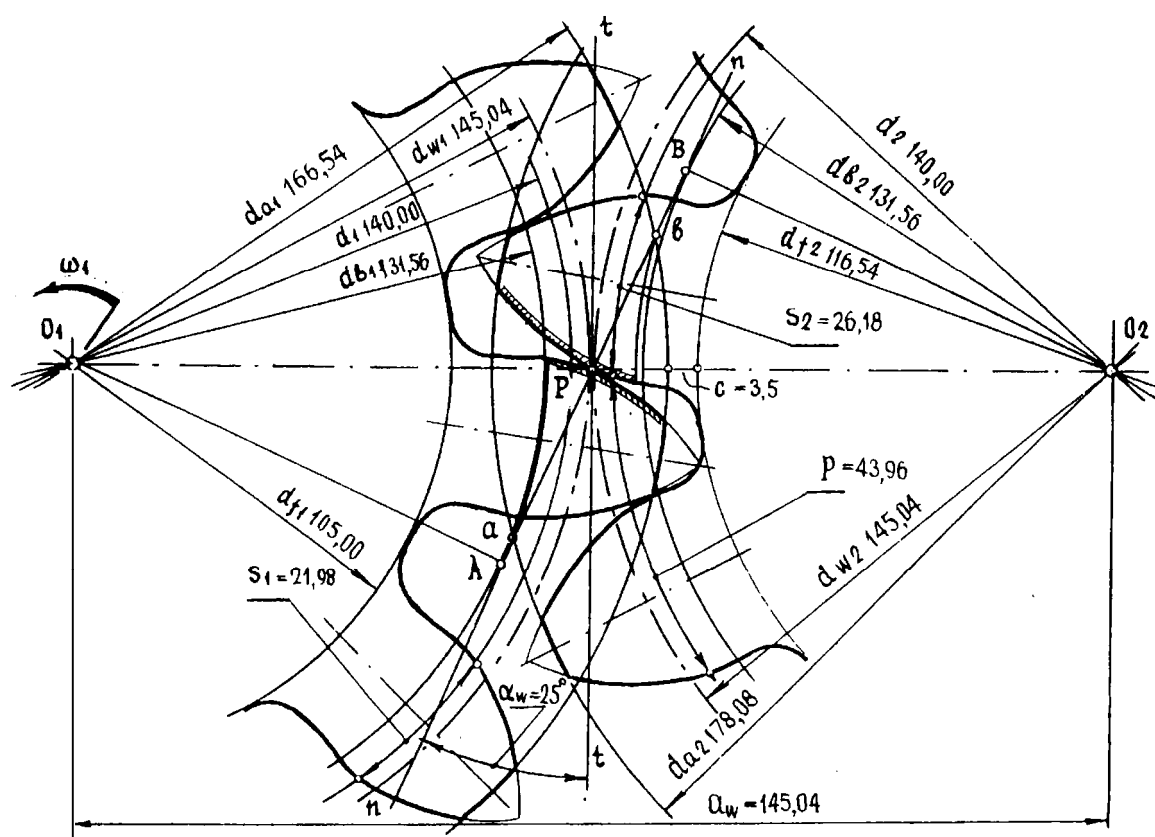


Рис. 11. Пример картины эвольвентного зубчатого зацепления

Таблица 2

## Расчетные данные для выполнения лабораторной работы

Параметры	Формула	Значение	Разм.
Число зубьев	$z_1 = z_2 = z = d / m$		—
Коэффициент смещения	$x \approx (17 - z) / 17$		—
Коэффициент суммы смещений	$x_{\Sigma} = x_1 + x_2$		—
Смещение рейки	$x_2 m$		мм
Инволюта угла зацепления	$\text{inv} \alpha_w = \frac{2x_{\Sigma} \text{tg} \alpha}{z_1 + z_2} + \text{inv} \alpha$		—
Угол зацепления	$\alpha_w$		град
Коэффициент суммы смещений	$x_{\Sigma} = x_1 + x_2$		—
Межосевое расстояние	$a_w = \frac{z_1 + z_2}{2} \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_w} m$		мм
Делительное межосевое расстояние	$a = 0,5m(z_1 + z_2)$		мм
Делительные диаметры	$d_1 = mz_1$		мм
	$d_2 = mz_2$		мм
Передаточное число	$u = z_2 / z_1$		—
Начальные диаметры	$d_{w1} = 2a_w / (u + 1)$		мм
	$d_{w2} = 2a_w - d_{w1}$		мм
Коэффициент воспринимаемого смещения	$y = (a_w - a) / m$		—
Коэффициент уравнивающего смещения	$\Delta y = x_{\Sigma} - y$		—
Диаметры вершин зубьев	$d_{a1} = d_1 + 2(h_a^* + x_1 - \Delta y)m$		мм
	$d_{a2} = d_2 + 2(h_a^* + x_2 - \Delta y)m$		мм
Диаметры впадин зубьев	$d_{f1} = d_1 - 2(h_a^* + c^* - x_1)m$		мм
	$d_{f2} = d_2 - 2(h_a^* + c^* - x_2)m$		мм
Основные диаметры	$d_{b1} = d_1 \cos \alpha$		мм
	$d_{b2} = d_2 \cos \alpha$		мм
Делительный окружной шаг	$p = \pi m$		мм
Основной окружной шаг	$p_b = p \cos \alpha$		мм
Делительная окружная толщина зубьев	$S_1 = (0,5\pi + 2x_1 \text{tg} \alpha)m$		мм
Измеренная $S_1 =$ , $S_2 =$	$S_2 = (0,5\pi + 2x_2 \text{tg} \alpha)m$		мм
Основная окружная толщина зубьев	$S_{b1} = d_{b1}[(S_1/d_1) + \text{inv} \alpha]$		мм
Измеренная $S_{b1} =$ , $S_{b2} =$	$S_{b2} = d_{b2}[(S_2/d_2) + \text{inv} \alpha]$		мм
Коэффициент перекрытия ( $ab$ – длина рабочей части линии зацепления, измеренная из картины построенного зацепления, мм)	$\varepsilon_a = \frac{ab}{p \cos \alpha}$		—

## 7. СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА И АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ ВЫПОЛНЕННОЙ РАБОТЫ

Отчет должен быть выполнен на отдельном листе со стандартной рамкой текстового документа. Рисунки оформляются карандашом, а текст и таблицы ручкой.

Отчет должен включать: цель работы; общий вид экспериментальной установки (рис. 9) с кратким описанием; таблицу 2; выводы; бумажную заготовку с профилями зубьев колес; зубчатое зацепление, вычерченное на отдельном листе.

## 8. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Объясните суть метода обкатки, применяемого при нарезании зубьев колес. +
2. Каким режущим инструментом пользуются при нарезании зубьев методом обкатки? +
3. Почему считают, что зубья колеса, нарезанные гребенкой, имеют более точную эвольвенту, чем нарезанные другим инструментом?
4. Дайте определение передаточного отношения и передаточного числа в зубчатом зацеплении. +
5. Дайте определение модулю и шагу зацепления. +
6. В каких единицах измеряют модуль? +
7. Дайте определение начальной, делительной, основной окружностям.
8. Дайте определение радиальному зазору в зацеплении. +
9. Объясните понятие “беззазорное зацепление”. +
10. Как называется расстояние, измеренное по линии центров колес между делительными окружностями? +
11. Какой угол называется углом зацепления? +
12. В каких пределах обычно изменяется угол зацепления? +
13. Запишите выражение для коэффициента торцевого перекрытия
14. Объясните понятие “основной окружной шаг”.

15. Объясните смысл понятия “коэффициент перекрытия”. +
16. Влияет ли на величину шага изменение толщины зуба? +
17. Какая линия в зубчатом зацеплении называется линией зацепления, активной линией зацепления?
18. Объясните, когда зубчатая передача называется нулевой, равносмещенной, неравносмещенной. +
19. С какой целью при нарезании зубьев колес применяют смещение режущего инструмента по отношению к заготовке колеса? +
20. Объясните, что представляет из себя производящий исходный контур.
21. Каким образом выбирается оптимальное значение коэффициента смещения режущего инструмента при расчете зубчатых колес?
22. Как влияет увеличение коэффициента смещения режущего инструмента на размеры зуба по толщине? +
23. Для какого типа зацепления зубчатых колес толщина зуба и ширина впадины по делительной окружности равны? +
24. Объясните термин “станочное зацепление”. +
25. В чем заключается корригирование режущего инструмента при нарезании зубьев колес? Когда возникает необходимость в этом?
26. Какое ограничение имеется при определении максимального и минимального смещения режущего инструмента при нарезании зубьев колес?
27. Какая линия производящего исходного контура является базовой?
28. Запишите значение выражения для определения межосевого расстояния для зацепления пары зубчатых колес, нарезанных со смещением режущего инструмента.
29. Чему равен угол станочного зацепления при нарезании зубчатого колеса?
30. Объясните термин “граничная прямая” при станочном зацеплении.
31. Объясните, что означает: коэффициент перекрытия равен 1,3? +
32. Объясните термин “переходящая кривая”.

33. Каким образом при нарезании зубьев колеса гребенкой можно получить число зубьев, меньше чем минимальное без подреза?
34. Почему при проектировании зубчатой передачи стремятся получить минимально возможное число зубьев колес на меньшем колесе?
35. Что означает запись  $\Delta_y m = a_w - a$ ?
36. Как можно, зная угол зацепления, подсчитать  $\text{inv}\alpha_w$ ? +
37. Какое наименьшее число зубьев нулевого колеса может быть нарезано гребенкой без подреза? +
38. Как называется прямая гребенки, которая при станочном зацеплении касается делительной окружности колеса? +
39. Запишите выражение для делительной головки зуба и делительной ножки зуба.
40. На каких станках производится нарезание зубчатых колес, и каким инструментом?
41. Какое наименьшее число зубьев нулевого колеса может быть нарезано без подреза, и от каких основных параметров оно зависит?
42. Как изменятся параметры передачи, если в результате ее монтажа действительное межосевое расстояние оказалось несколько больше расчетного?

#### Список рекомендуемой литературы

1. Артоболевский, И. И. Теория механизмов и машин : учебник / И. И. Артоболевский. – 4-е изд., перераб. и доп. – М. : Наука, 1988. – 639 с.
2. Юдин, В. А. Теория механизмов и машин / В. А. Юдин, Л. В. Петрокас. – Киев : «Вища школа», 1976. – 444 с.
3. Теория механизмов и машин / К. В. Фролов [и др.]. – М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2012. – 686 с.

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 4

### КУЛАЧКОВЫЙ МЕХАНИЗМ

Цель работы – построение кинематической схемы кулачкового механизма по заданным условиям.

#### 1. КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Кулачковым механизмом называется механизм, в состав которого входит кулачок – профильное звено высшей пары, сообщающее ведомому звену-толкателю (коромыслу) заданное движение, закон которого определяется профилем кулачка.

На рис. 1 изображены кулачковые механизмы с поступательно движущимся звеном – толкателем 4 и вращающимся – коромыслом 5.

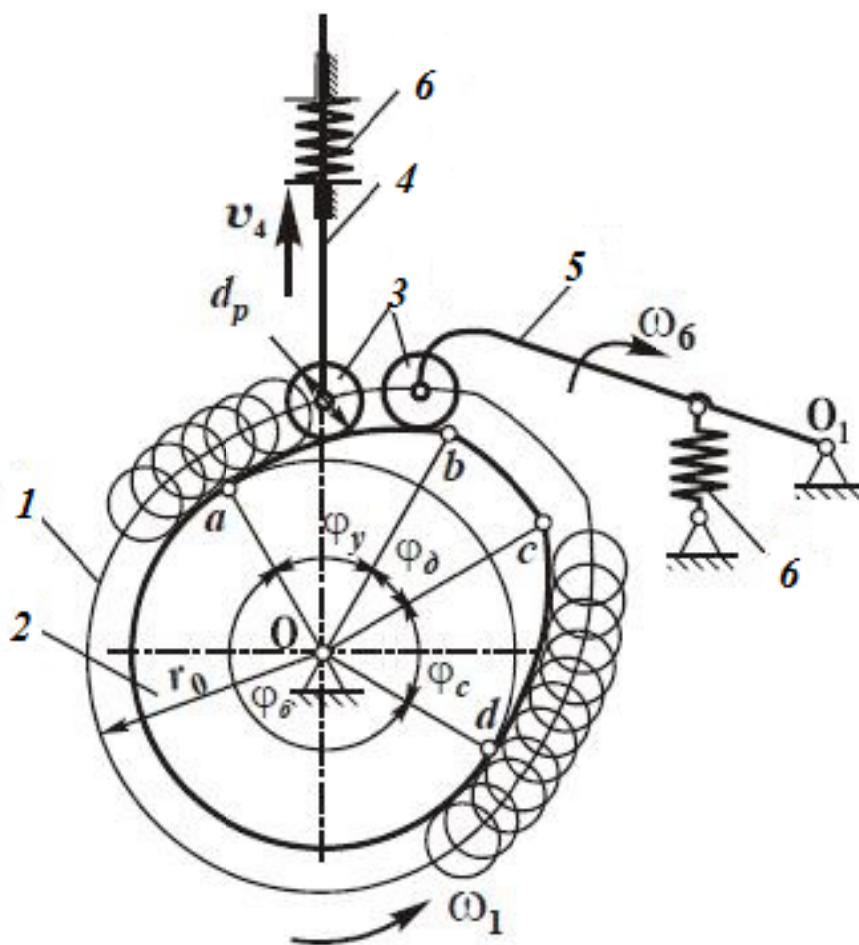


Рис. 1. Схема кулачкового механизма с возвратно-поступательным (тип А) и возвратно-качательным (тип Б) выходным звеном

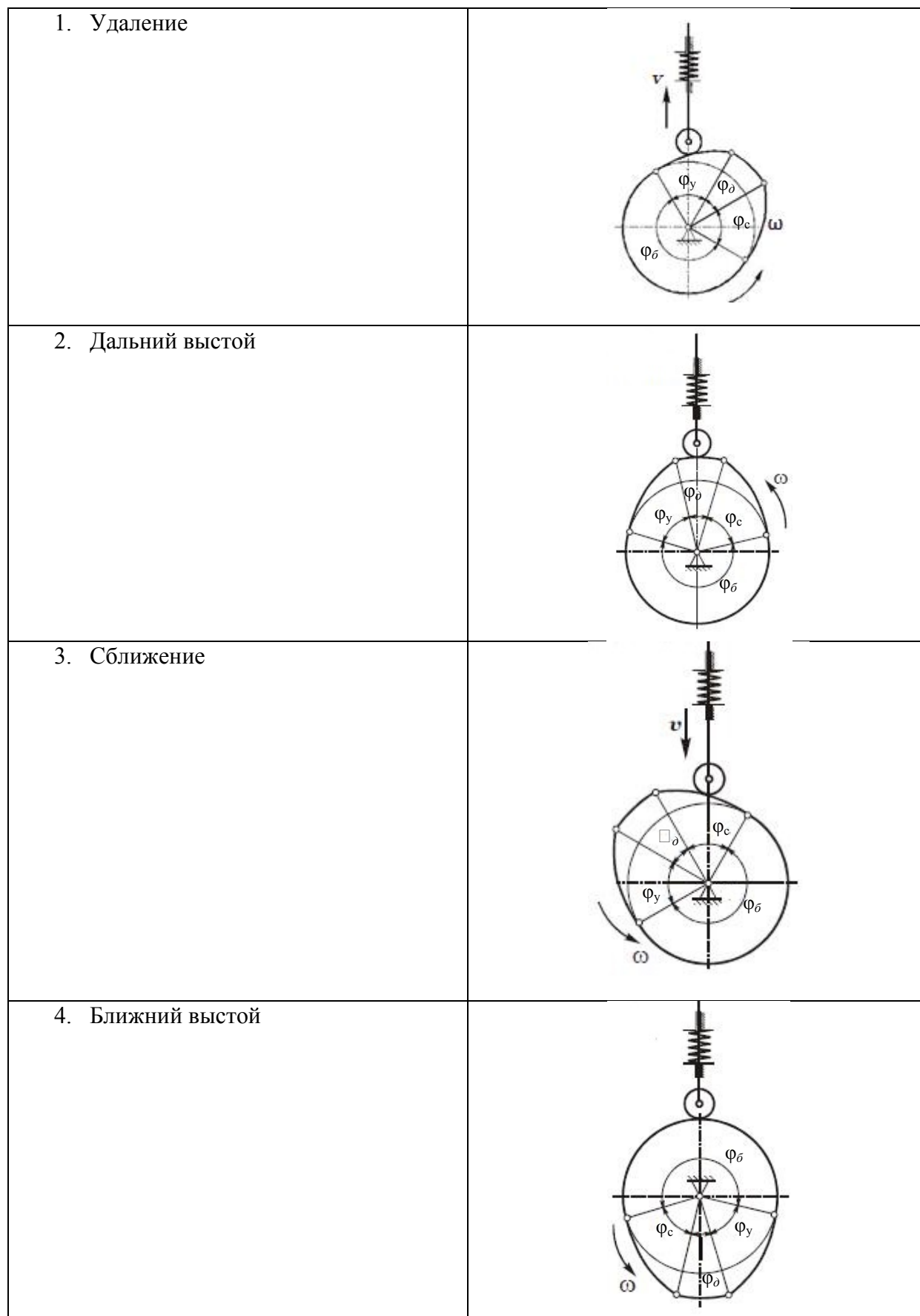


Рис. 2. Фазы полного цикла работы кулачкового механизма

При проектировании кулачкового механизма сначала строят теоретический (центровой) профиль 1 кулачка, а затем рабочий профиль 2, который эквидистантен (то есть находится на равном расстоянии) первому. Это расстояние равно радиусу ролика. Радиус ролика 3 практически принимают  $r_p \leq 0,7\rho$  [2], согласуя размер со стандартным рядом диаметров и длин в машиностроении;  $\rho$  – радиус наибольшей кривизны теоретического профиля кулачка (см. рис. 6).

Роль силового замыкания элементов высшей пары выполняет пружина 6, обеспечивающая постоянное прижатие ролика ведомого звена к профилю кулачка.

Полный цикл работы кулачкового механизма обычно состоит из четырех фаз: удаления, дальнего выстоя, сближения, ближнего выстоя (рис. 2). Углы, ограничивающие участки ( $ab$ ,  $bc$ ,  $cd$ ,  $da$ ) профиля кулачка, соответствующие фазам работы механизма, называются фазовыми ( $\varphi_y$ ,  $\varphi_\delta$ ,  $\varphi_c$ ,  $\varphi_6$ ).

При повороте кулачка на угол  $\varphi_p = \varphi_y + \varphi_\delta + \varphi_c$  ведомое звено выполняет предназначенную ему функцию (подъём, опускание).  $\varphi_p$  – рабочий угол кулачка. В быстроходных кулачках обычно  $\varphi_\delta = 0$  и  $\varphi_p = \varphi_y + \varphi_c$ . Для круглых кулачков — эксцентриков  $\varphi_y = \varphi_c = 180^\circ$ , а  $\varphi_\delta = \varphi_6 = 0^\circ$ .

Для уменьшения давления со стороны кулачка на ведомое звено, для уменьшения потерь на трение и габаритов механизма смещают ось толкателя от оси вращения кулачка. Смещение  $e$  – эксцентриситет, механизм в этом случае называется смещённым (рис. 3); при  $e = 0$  – центральным (рис. 1). Под эксцентриситетом для механизмов с коромыслом принимают величину перпендикуляра, опущенного из центра вращения кулачка на линию действия абсолютной скорости ведомого звена в точке касания элементов высшей пары (рис. 3).



Одной из важнейших характеристик кулачкового механизма является угол давления  $\vartheta$  – угол между линией действия силы  $Q$  (по нормали к поверхностям элементов высшей пары) со стороны кулачка (без учёта сил трения) и скоростью точки приложения этой силы. Практически для кулачковых механизмов с поступательно движущимся ведомым звеном принимают  $\vartheta = 30^\circ$ , для механизмов с коромыслом –  $\vartheta = 45^\circ$  [1]. Углом  $\gamma$  передачи движения называется угол, образованный прямыми, на которых расположен вектор абсолютной  $V$  и относительной  $V_{\text{отн}}$  скоростей точки ведомого звена, контактирующей с профилем кулачка. В кулачковом механизме  $\vartheta + \gamma = 90^\circ$ .

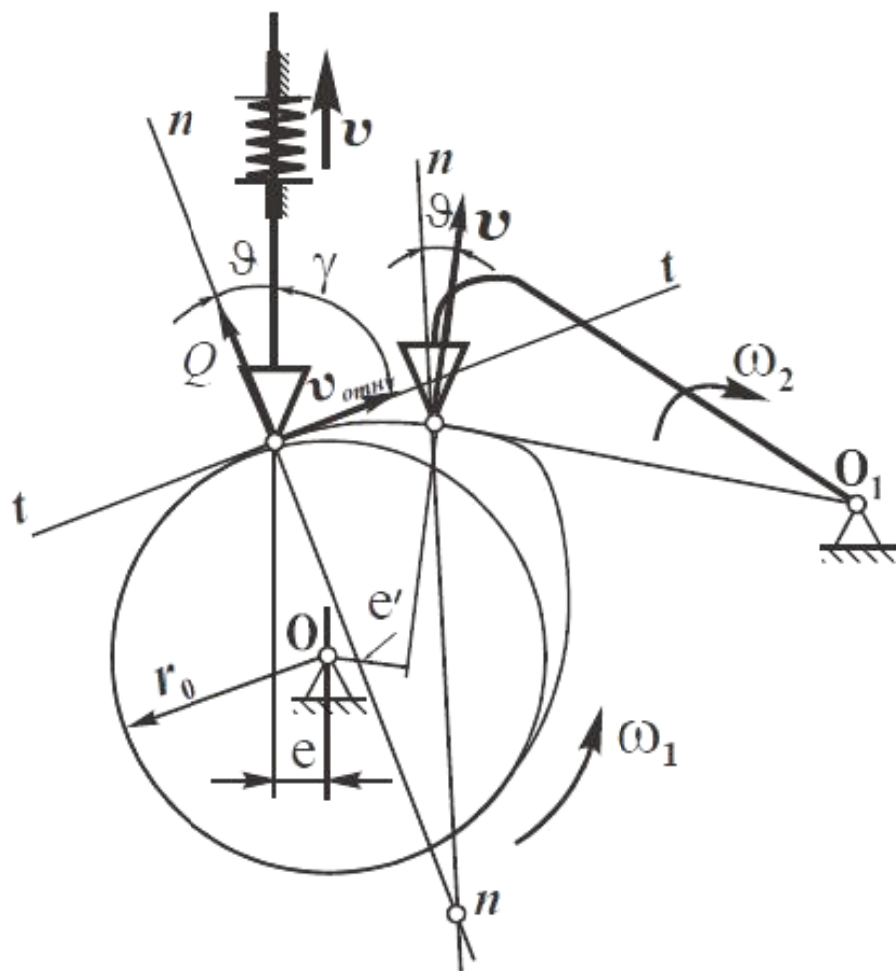


Рис. 3. Кинематическая схема кулачкового механизма с возвратно-поступательным (тип А) и возвратно-качательным (тип Б) выходным звеном, для определения параметров: допустимого угла давления  $\vartheta$  и эксцентриситета  $e$

## 2. ОСНОВНЫЕ ПРАВИЛА ПО ТЕХНИКЕ БЕЗОПАСНОСТИ

1. Лабораторные работы проводятся под наблюдением преподавателя или лаборанта. Начинать работу можно только после ознакомления с методикой ее проведения. Студентам запрещается самостоятельно включать и выключать машины, проводить какие-либо операции на них и оставлять их без наблюдения в процессе работы.

2. К выполнению лабораторных работ студенты допускаются только после прослушивания инструктажа.

3. В случае потери пособий, порчи инструментов или испытательных приборов студенты **несут материальную ответственность** за них.

4. При нарушении требований техники безопасности студент **отстраняется от дальнейшего выполнения лабораторной работы.**

5. Если действия студента не привели к серьезным последствиям, то он может быть вновь допущен к лабораторным занятиям после повторного инструктажа.

## 3. ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ УСТАНОВКИ

Прибор (рис. 4) состоит из корпуса *12*, на котором установлен диск *1* с лимбом *15* (цена деления  $1^\circ$ ). Вращение диска осуществляется винтом *13*. На диск помещается бумажный круг – заготовка кулачка. Каретка *6* винтом *9* может перемещаться вдоль продольной оси прибора, винтом *7* – перпендикулярно к ней. В первом случае перемещение каретки *6* отсчитывается по шкале *10*, во втором – по шкале *8*. Цена деления шкал *8* и *10* – *1* мм.

На оси каретки *6* установлена планка *4*, представляющая собой коромысло кулачкового механизма. Вращение коромысла вокруг оси осуществляется с помощью винта *11*. Угол поворота коромысла определяется по лимбу *5* (цена деления  $1^\circ$ ). В пазе коромысла перемещается ползун *2*, представляющий собой толкатель кулачкового механизма. Перемещение ползуна отсчитывается по делению шкалы *14*

(цена деления – 1 мм). В ползуне имеется приспособление с иглой, при надавливании на которую на бумажном круге остаются проколы, изображающие точки теоретического профиля кулачка.

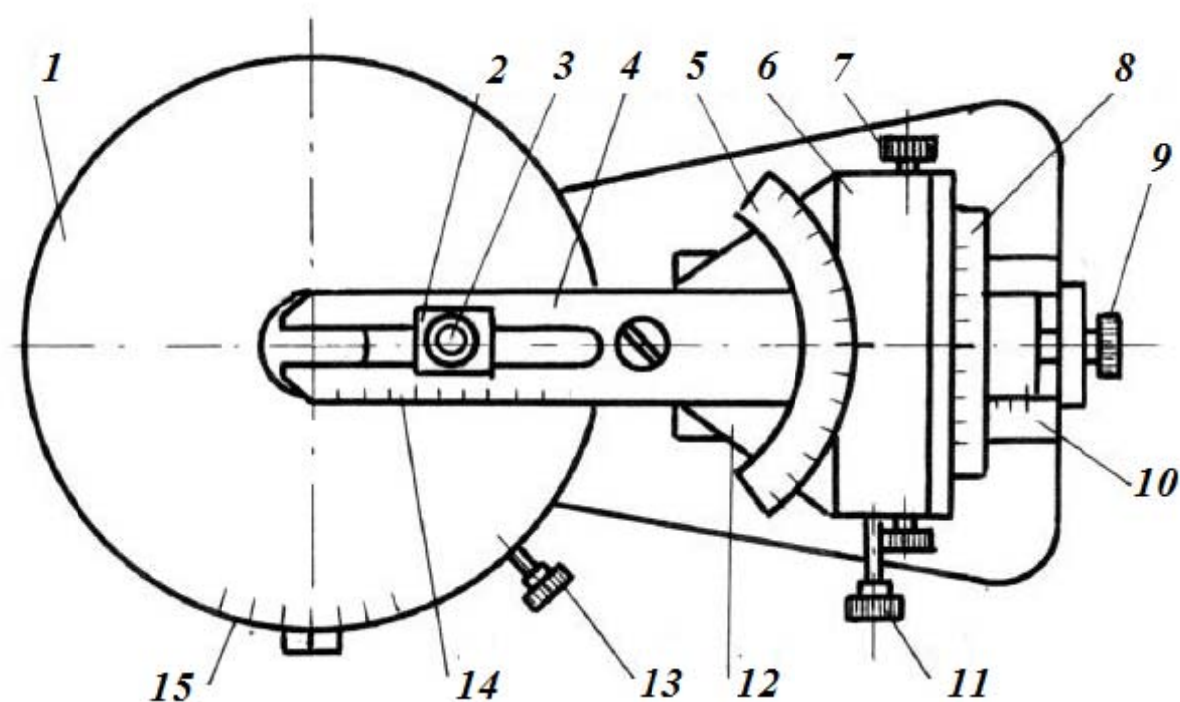


Рис. 4. Схема прибора для вычерчивания теоретического профиля кулачка  
 1 – диск; 2 – ползун; 3 – кнопка; 4 – коромысла; 5 – лимб коромысла; 6 – каретка;  
 7, 9, 11, 13 – винт; 8, 10, 14 – шкала; 12 – корпус; 15 – лимб

## 4. ПОРЯДОК ИСПЫТАНИЯ

### 4.1. Указания к работе

Каждому студенту выдается прибор с заготовкой – бумажным кругом.

Ключ к заданию – шифр выбирается по таблице (см. рис. 7) в зависимости от начальной буквы фамилии студента и предпоследней цифры номера зачетной книжки.

Буква шифра – тип механизма. Первая цифра – основные параметры, вторая – размах (ход) коромысла (толкателя). Третья – закон движения ведомого звена. Четвертая – вариант циклограммы.

#### 4.2. Последовательность выполнения работы

1. По заданному закону движения ведомого звена рассчитывают значения перемещения ведомого звена. Расчёт только для фазы удаления ведомого звена через  $10^\circ$  угла поворота кулачка. При  $\varphi_y=180^\circ$  – расчёт через  $20^\circ$  угла поворота кулачка. Данные расчёта заносят в табл. 1.

2. Последовательно поворачивая диск  $I$  на углы  $\varphi_y$ ,  $\varphi_d$ ,  $\varphi_c$ ,  $\varphi_b$  по данным расчёта (для фазы удаления), на бумажном круге определяют точки (проколы иглы) теоретического профиля кулачка. Для фазы сближения данные расчёта используют в обратном порядке (то есть снизу-вверх). Для фазы дальнего и ближнего выстоя ведомое звено – толкатель (коромысло) – неподвижно. Поэтому вращая кулачок с тем же интервалом ( $10^\circ$ ), делают проколы иглой на бумажном круге, которые соответствуют точкам профиля кулачка в пределах углов  $\varphi_d$  и  $\varphi_b$ .

3. По точкам (проколы) строят теоретический профиль кулачка, плавно соединив полученные точки. Из центра вращения кулачка проводят окружность радиуса  $r_0$  (минимальный радиус кулачка). Для механизмов типа «А»  $r_0 = \sqrt{a^2 + l^2 - 2al \cos \varphi_0}$ , типа «Б»  $r_0 = \sqrt{s_0^2 - e^2}$ .

4. Определяют радиус  $\rho$  участка наибольшей кривизны теоретического профиля кулачка как показано на рисунке (см. рис. 5).

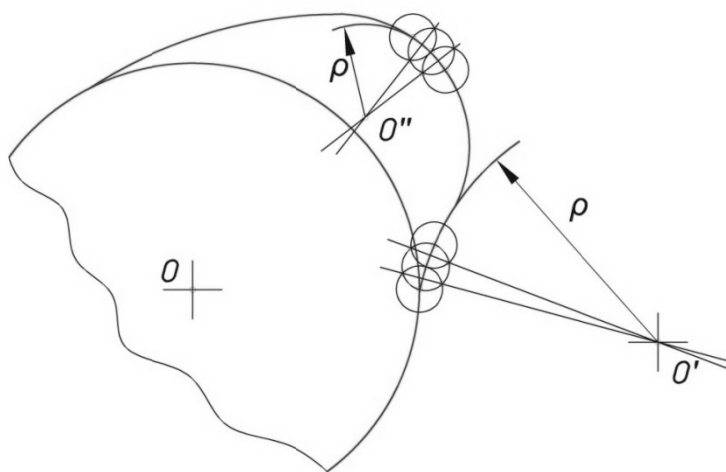


Рис. 5. Схема определения радиуса наибольшей кривизны теоретического профиля кулачка

5. Определяют радиус ролика по формулам  $r_p \leq 0,7\rho$  ,  $r_p \leq 0,4r_0$ . Выбирают наименьшее значение.
6. На отдельном листе воспроизводят теоретический профиль кулачка, полученный на приборе, и строят рабочий профиль кулачка, как огибающую кривую (эквидистантную теоретическому профилю кулачка) семейства дуг радиуса, равного радиусу ролика, проведённых из центров, расположенных на теоретическом профиле кулачка.
7. Строят кинематическую схему кулачкового механизма с ведомым звеном-толкателем (коромыслом) в положении, для которого определялся радиус  $\rho$  наибольшей кривизны теоретического профиля кулачка.
8. Кинематическая схема кулачкового механизма должна быть оформлена согласно примеру (см. рис. 6).

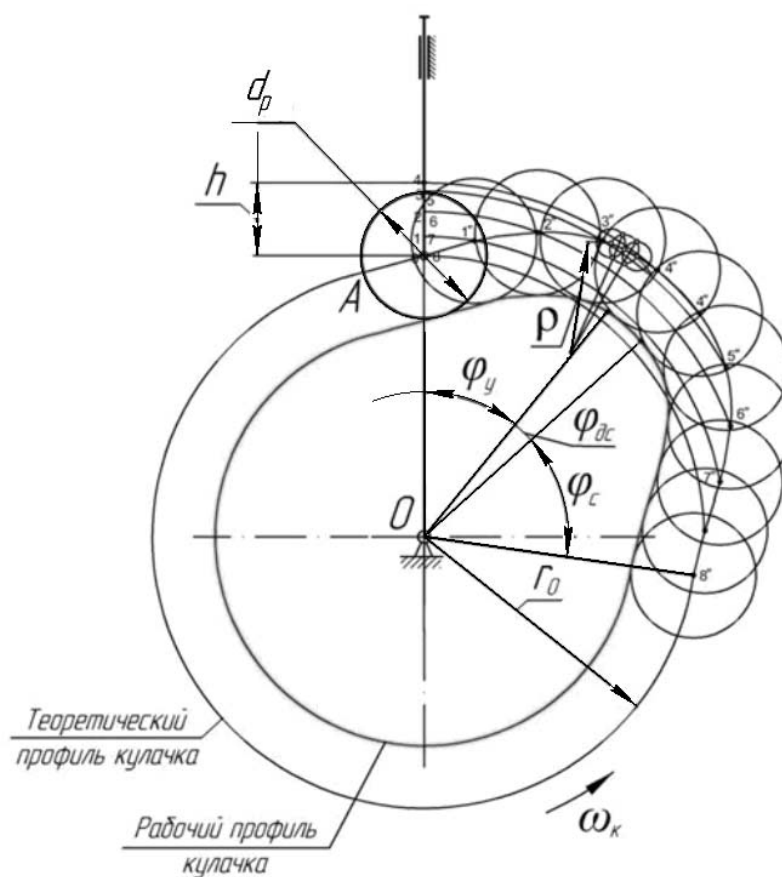


Рис. 6. Кинематическая схема кулачкового механизма

9. Бумажный круг с теоретическим профилем кулачка и лист с кинематической схемой механизма прилагаются к бланку отчёта.

Таблица 1

**Результаты измерений и расчетов**

№	$\varphi_i$ , град	$\psi_i$ , град	$S_i$ , мм	$r_0$ , мм	$\rho$ , мм	$r_p$ , мм
1						
2						
3						
4						
5						
6						
7						
8						
9						
10						
11						
12						

*4.3. Порядок вычерчивания теоретического профиля кулачка*

Тип «А»

1. Каретку 6 установить на «0» по шкале 8 винтом 7.
2. Расстояние «а» установить по шкале 10 винтом 9.
3. Ползун 2 установить по шкале 14 на направляющих коромысла 4 на заданную длину  $l$  коромысла (отсчёт длины от оси коромысла).
4. Диск 1 с бумажным кругом установить по лимбу 15 на «0». Поворот диска 1 (кулачок) на заданный угол  $\varphi_i$  осуществляется винтом 13.
5. Поворот коромысла 4 вокруг оси на заданный угол  $\varphi_0 = 20^\circ$  и расчётный  $\varphi_i$  осуществляется винтом 11.
6. В каждом положении диска 1 слегка нажать на кнопку 3 ползуна 2, делая иглой прокол на бумажном круге (проколы-точки теоретического профиля кулачка).

Тип «Б»

1. Коромысло 4 установить на «0» по лимбу 5 винтом 11.
2. Каретку 6 установить на заданную величину эксцентриситета «е» по шкале 8 винтом 7.
3. Каретку 6 по шкале 10 установить на деление «12» винтом 9.
4. Диск 1 с бумажным кругом установить по лимбу 15 на «0». Поворот диска 1 на заданный угол  $\varphi_i$  осуществляется винтом 13. Перемещение ползуна 2 (толкатель) на заданную величину  $S_0$  и расчётную  $s_i$  осуществляется по шкале 14 направляющих коромысла 4.
5. В каждом положении диска 1 слегка нажать на кнопку 3 ползуна 2, делая иглой прокол на бумажном круге (проколы-точки теоретического профиля кулачка).

## 5. ВЫВОДЫ ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ

По результатами лабораторной работы оценить:

- радиус наибольшей кривизны теоретического профиля кулачка;
- определить радиус ролика;
- максимальный и минимальный угол давления (угол передачи).

## 6. СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА И АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ ВЫПОЛНЕННОЙ РАБОТЫ

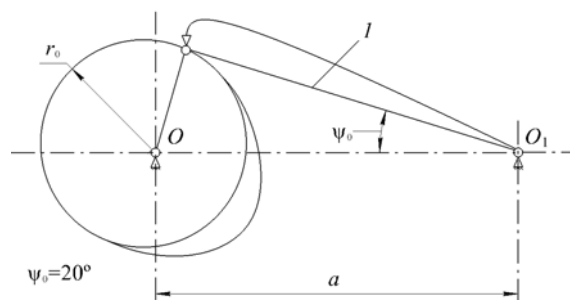
Отчет должен быть выполнен на отдельном листе.

Рисунки и таблицы выполняют карандашом, а текст ручкой.

Отчет должен включать: цель работы, кинематическую схему кулачкового механизма, таблицу расчетов, выводы по результатам работы, бумажный круг с теоретическим профилем кулачка и лист формата А4 с кинематической схемой механизма с указанием заданных и найденных параметров.

По букве шифра – тип механизма

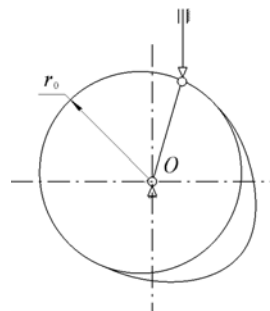
Тип А



По первой цифре шифра		
Основные параметры		
	$a$ , мм	$l$ , мм
1	1	70
2	2	80
3	3	90
4	4	95
5	5	100

По второй цифре шифра	
Размах коромысла	
	$\Psi$ , град
1	40
2	25
3	20
4	35
5	25

Тип Б



По первой цифре шифра		
Основные параметры		
	$s_0$ , мм	$e$ , мм
1	1	70
2	2	80
3	3	90
4	4	95
5	5	100

По второй цифре шифра	
Ход толкателя	
	$S$ , мм
1	40
2	25
3	20
4	35
5	25

По третьей цифре шифра – законы движения ведомого звена

1	$\psi = \psi_0 + 2\psi \left( \frac{\varphi_i}{\varphi_y} \right)^2, 0 \leq \varphi \leq 0,5\varphi_y$ $\psi = \psi_0 + \psi - 2\psi \left( \frac{\varphi_y - \varphi_i}{\varphi_y} \right)^2, 0,5\varphi_y \leq \varphi \leq \varphi_y$		1	$S = S_0 + 2S \left( \frac{\varphi_i}{\varphi_y} \right)^2, 0 \leq \varphi \leq 0,5\varphi_y$ $S = S_0 + S - 2S \left( \frac{\varphi_y - \varphi_i}{\varphi_y} \right)^2, 0,5\varphi_y \leq \varphi \leq \varphi_y$
2	$\psi = \psi_0 + \psi \left[ 3 \left( \frac{\varphi_i}{\varphi_y} \right)^2 - 2 \left( \frac{\varphi_i}{\varphi_y} \right)^3 \right]$		2	$S = S_0 + S \left[ 3 \left( \frac{\varphi_i}{\varphi_y} \right)^2 - 2 \left( \frac{\varphi_i}{\varphi_y} \right)^3 \right]$
3	$\psi = \psi_0 + 4\psi \left( \frac{\varphi_i}{\varphi_y} \right)^3, 0 \leq \varphi \leq 0,5\varphi_y$ $\psi = \psi_0 + \psi - 4\psi \left( \frac{\varphi_y - \varphi_i}{\varphi_y} \right)^3, 0,5\varphi_y \leq \varphi \leq \varphi_y$		3	$S = S_0 + 4S \left( \frac{\varphi_i}{\varphi_y} \right)^3, 0 \leq \varphi \leq 0,5\varphi_y$ $S = S_0 + S - 4S \left( \frac{\varphi_y - \varphi_i}{\varphi_y} \right)^3, 0,5\varphi_y \leq \varphi \leq \varphi_y$
4	$\psi = \psi_0 + 0,5\psi \left[ 1 - \cos \left( \frac{\pi \varphi_i}{\varphi_y} \right) \right]$		4	$S = S_0 + 0,5S \left[ 1 - \cos \left( \frac{\pi \varphi_i}{\varphi_y} \right) \right]$
5	$\psi = \psi_0 + \psi \left[ \frac{\varphi_i}{\varphi_y} - \frac{1}{2\pi} \sin \left( 2\pi \frac{\varphi_i}{\varphi_y} \right) \right]$		5	$S = S_0 + S \left[ \frac{\varphi_i}{\varphi_y} - \frac{1}{2\pi} \sin \left( 2\pi \frac{\varphi_i}{\varphi_y} \right) \right]$

По четвертой цифре шифра – циклограмма

Углы:	Удаления $\varphi_y$	Выстоя $\varphi_\delta$	Сближения $\varphi_c$	Выстоя $\varphi_\delta$
1	100°	60°	100°	100°
2	90°	90°	90°	90°
3	100°	0°	100°	160°
4	120°	80°	120°	40°
5	180°	0°	180°	0°

Рис. 7. Исходные данные к работе №4 (выбираются по шифру)



## 7. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Какие типы кулачковых механизмов Вы знаете?
2. Какие методы замыкания элементов высшей пары в кулачковом механизме Вам известны?
3. Назовите фазы работы кулачкового механизма и углы им соответствующие.
4. Какой угол поворота кулачка принимают за рабочий?
5. Для какой цели в кулачковом механизме применяют эксцентриситет?
6. Что понимается под эксцентриситетом в кулачковом механизме с коромыслом?
7. Какой угол в кулачковом механизме называется углом давления?
8. Какой угол в кулачковом механизме называется углом передачи движения?
10. Как влияет изменение угла давления на габариты механизма?
11. Какой профиль кулачка называется теоретическим? Рабочим?
12. Насколько обосновано проводить исследование кулачкового механизма по теоретическому профилю, а не по рабочему?
13. Каково основное назначение кулачкового механизма?
14. Назовите достоинства и недостатки кулачковых механизмов.
15. Постройте заменяющий механизм для кулачкового механизма с роликом.
16. Какие данные являются исходными для синтеза кулачка?
17. Какие группы законов движения ведомого звена кулачкового механизма Вы знаете?
18. Какие факторы вызывают «мягкие» и «жёсткие» удары при работе кулачкового механизма?
19. Какой закон движения ведомого звена кулачкового механизма можно считать (в общем случае) оптимальным?

20. Как следует выбирать закон движения ведомого звена при проектировании кулачкового механизма?

21. Какие параметры относят к основным размерам кулачкового механизма?

22. Каким по габаритам должен быть ролик ведомого звена?

23. Изобразите схему кулачкового механизма с силовым и кинематическим замыканием элементов высшей пары.

24. При каком значении радиуса ролика возможно заострение рабочего профиля кулачка?

25. Сформулируйте достоинства и недостатки кулачковых механизмов с силовым и кинематическим замыканием элементов высшей пары.

26. Какой механизм называется кулачковым?

#### **Список рекомендуемой литературы**

1. *Артоболевский, И. И.* Синтез плоских механизмов / И. И. Артоболевский, Н. И. Левитский, С. А. Черкудинов. – М.: Физматгиз, 1959. – 1084 с.

2. Теория механизмов и машин : учеб. для вузов / К. В. Фролов, С. А. Попов и др.; под ред. К. В. Фролова. – М: Высш. шк., 1987. – 496 с.

3. *Юденич, В. В.* Лабораторный практикум по теории механизмов и машин / В. В. Юденич. – М.: Высш. шк., 1962. – 235 с.

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 5

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТА ИНЕРЦИИ

Цель работы: теоретическое и экспериментальное определение моментов инерции твердых тел методом двухниточного подвеса; сравнение экспериментальных и теоретических результатов.

#### 1. КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Моментом инерции тела относительно оси называется величина, равная сумме произведений масс всех частей тела на квадрат расстояния от этой же оси. Момент инерции тела является мерой его инертности при вращательном движении. Его необходимо знать при решении задач динамики механической системы (определение кинетической энергии, моментов сил инерции, решение уравнений вращательного движения).

Теоретически момент инерции тела произвольной формы относительно оси вращения можно определить по формуле:

$$J = \int_0^m \rho^2 dm, \quad (1)$$

где  $dm$  – элементарная масса,  $\rho$  – расстояние от оси вращения тела до элементарной массы.

Для диска, имеющего одинаковую плотность, выделим элементарное кольцо радиусом  $r$  (рис. 1), толщиной  $dr$  и высотой диска, равной  $h$ . Пусть удельная масса диска равна  $\gamma$ . Тогда элементарная масса кольца равна

$$dm = 2\pi r h \gamma dr$$

Все точки кольца находятся на расстоянии  $r$  от его центра. Поэтому, применив формулу (1), получим:

$$J = 2\pi h \gamma \int_0^R r^3 dr,$$

после интегрирования которой получим:

$$J = \frac{mR^2}{2}, \quad (2)$$

где  $m$  – масса тела, момент инерции которого определяется,  $R$  – наружный диаметр диска.

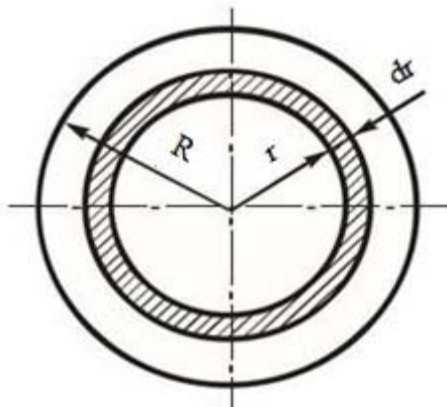


Рис. 1. Схема диска, для которого определяется момент инерции:  
 $r$  – радиус элементарного кольца;  $R$  – наружный диаметр диска;  
 $dr$  – толщина диска

Как видно из формул (1) и (2), размерность момента инерции  $\text{кг} \cdot \text{м}^2$ .

Применение формулы (1) предпочтительно только для определения момента инерции тел простой формы. Например, диск, шар и т.д. При сложной форме тела расчеты по формуле (1) становятся очень трудоемкими, поэтому применяются экспериментальные методы определения момента инерции. К таким методам относится метод двухниточного подвеса, применяемый в данной лабораторной работе. Он основан на связи частоты (периода) свободных колебаний механической системы с ее моментом инерции.

### *1.1. Определение момента инерции тел методом физического маятника*

Метод основан на зависимости периода свободных колебаний маятника от его момента инерции.

Рассматриваемый метод не требует сложного оборудования и удобен при определении моментов инерции деталей, которые можно подвесить и положение центра масс которых известно. Метод применяется также для определения моментов инерции подвижных деталей и сборок,

находящихся в механизмах, если силы трения и зазоры в кинематических парах незначительны.

В этом случае он удобен тем, что нет необходимости разбирать механизм для определения момента инерции звена. Для этого применяется дополнительный маятник, жестко соединенный с этим звеном и имеющий возможность совершать колебательные движения вместе с ним.

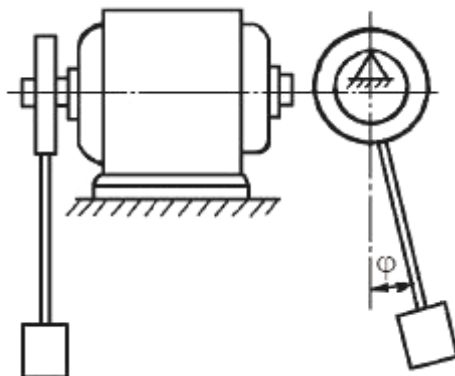


Рис. 2. Схема установки для определения момента инерции тел методом физического маятника

Подвешенные на призме маятник или деталь, будучи выведены из положения равновесия, совершают колебательные движения. При этом их момент инерции относительно точки подвеса выражается уравнением:

$$J = \frac{mgRT^2}{2\pi^2}, \quad (3)$$

где  $m$  – масса маятника или детали;

$g$  – ускорение свободного падения;

$R$  – расстояние от центра масс маятника (детали) до точки подвеса;

$T$  – период колебаний маятника или детали.

Для определения момента инерции относительно центра масс детали или другой ее точки можно воспользоваться теоремой Штейнера:

$$J_o = J_s + R^2m, \quad (4)$$

где  $J_o$  – момент инерции детали относительно оси, проходящей через точку  $O$ ;

$J_S$  – момент инерции детали относительно оси, проходящей через центр масс  $S$ ;  
 $R$  – расстояние между точками  $O$  и  $S$ ;  
 $m$  – масса детали.

### 1.2. Определение момента инерции тел методом опускания груза

Метод основан на связи параметров равноускоренного движения механической системы с ее моментом инерции. Применяется в основном для определения моментов инерции тел вращения или тел, симметричных относительно оси вращения.

Деталь 1 (рис. 3), момент инерции которой необходимо определить, закрепляется на шпинделе 2, имеющем вертикальную ось вращения. Шпиндель и деталь приводятся во вращение опускающимся грузом 3, подвешенным на нити, которая наматывается на шкив 4, сидящий на одной оси со шпинделем. Таким образом, движение системы происходит под действием силы веса груза, часть которой идет на преодоление сил трения в опорах шпинделя других узлов.

Для определения момента инерции детали можно воспользоваться уравнением:

$$J = \frac{mgr^2T^2}{2h} - J' - (m + m')r^2, \quad (5)$$

где  $m$  – масса опускаемого груза;

$g$  – ускорение свободного падения;

$r$  – радиус шкива;

$T$  – время опускания груза;

$h$  – высота опускания;

$J'$  – момент инерции вращающихся частей установки относительно оси вращения;

$m'$  – масса, необходимая для уравнивания силы трения.

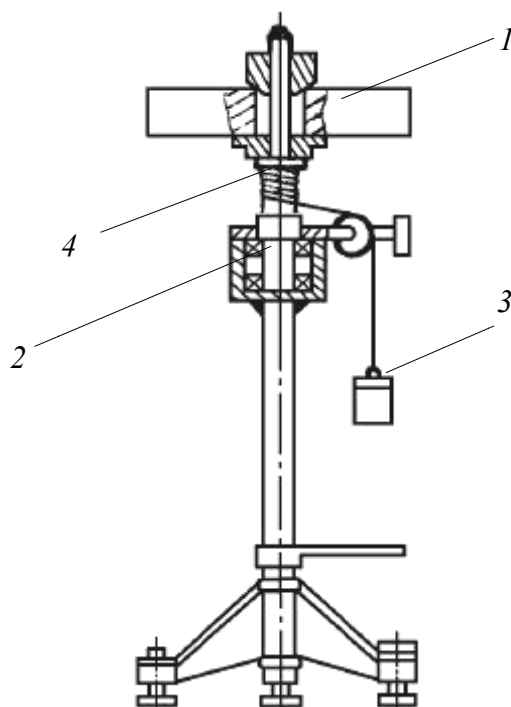


Рис. 3. Схема установки для определения момента инерции тел методом опускания груза

Обычно величины  $J'$  и  $m'r$  малы по сравнению с  $J$  и ими пренебрегают. Тогда окончательная формула примет вид:

$$J = mr^2 \left( \frac{gT^2}{2h} - 1 \right). \quad (6)$$

Для уравнивания силы трения  $F_T$  в установке к нити подвешивают набор шайб, вес которых равен силе трения:  $F_T = m'g$ .

### *1.3. Определение момента инерции тел методом крутильных колебаний упругого стержня*

Метод основан на зависимости периода свободных колебаний механической системы от ее момента инерции. Применяется в основном для определения моментов инерции тел вращения или тел, симметричных относительно оси вращения.

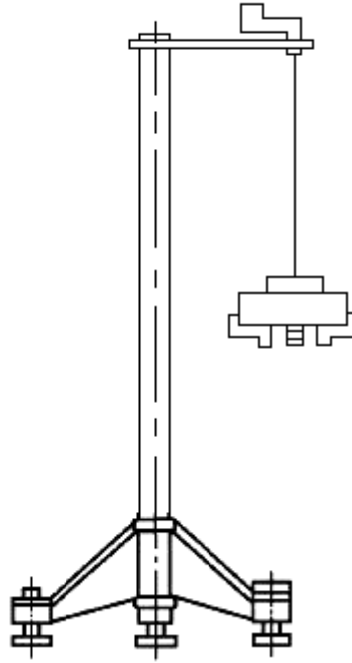


Рис. 4. Схема установки для определения момента инерции тел методом крутильных колебаний упругого стержня

Деталь, момент инерции которой необходимо определить, подвешивают на стержне, проходящем через ось её вращения. Если деталь жестко соединена со стержнем, а последний также жестко соединен с опорой, то они образуют крутильную колебательную систему, в которой роль пружины выполняет стержень. Повернув деталь на некоторый угол вокруг оси стержня (стержень закручивается), и, отпустив ее, получим свободные колебания системы под действием упругих сил стержня.

Для нахождения момента инерции колебательной системы, которая кроме момента инерции детали включает в себя момент инерции стержня и приспособления с деталью, можно воспользоваться формулой:

$$J = \frac{J_p GT^2}{4\pi^2 l}, \quad (7)$$

где  $J_p = \frac{\pi d^4}{32}$  – полярный момент инерции круглого в сечении прутка;

$d$  – диаметр сплошного стержня;



$G$  – модуль упругости второго рода (для стали  $G=8 \cdot 10^4$  МПа);

$T$  – период колебаний системы;

$l$  – свободная длина стержня.

Момент инерции детали определяют как разность момента инерции колебательной системы и момента инерции стержня с патроном.

Зависимость (7) выведена из уравнения, не учитывающего потери на трение в колебательной системе, нелинейность упругой характеристики стержня при больших деформациях и др., поэтому она достаточно точно отражает физическую сторону процесса только для малых колебаний (амплитуда менее  $10^\circ$ ), которые и необходимо использовать для этого метода.

#### *1.4. Маховик*

В некоторых случаях для повышения кинетической энергии механизма необходимо устанавливать на ведущий быстроходный вал деталь, обладающую большим моментом инерции. Эта деталь получила название *маховик*.

Маховик то отдает часть своей кинетической энергии при возрастании нагрузки на механизм, то, наоборот, накапливает кинетическую энергию, когда нагрузка уменьшается. На рис. 5, *а* приведена конструкция маховика, выполненная в виде диска, имеющего массивный обод.

Момент инерции этого маховика определяется по формуле:

$$J_M = \frac{mD^2}{4}. \quad (8)$$

На рис. 5, *б* показана конструкция маховика, выполненная в виде сплошного диска, посаженного на ступицу.

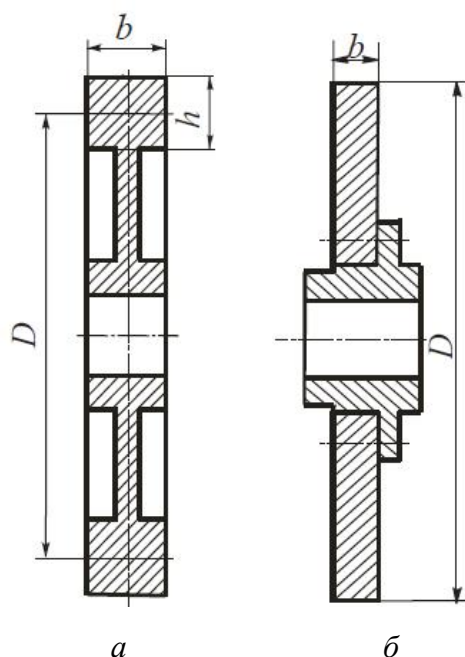


Рис. 5. Виды маховиков:  
*a* – диск, имеющий массивный обод;  
*б*– сплошной диск, посаженный на ступицу

## 2. ОСНОВНЫЕ ПРАВИЛА ПО ТЕХНИКЕ БЕЗОПАСНОСТИ

1. Лабораторные работы проводятся под наблюдением преподавателя или лаборанта. Начинать работу можно только после ознакомления с методикой ее проведения. Студентам запрещается самостоятельно включать и выключать машины, проводить какие-либо операции на них и оставлять их без наблюдения в процессе работы.

2. К выполнению лабораторных работ студенты допускаются только после прослушивания инструктажа по технике безопасности и противопожарным мерам. После инструктажа каждый студент расписывается в специальном журнале.

3. В случае потери пособий, порчи инструментов или испытательных приборов студенты **несут материальную ответственность** за них.

4. При нарушении требований техники безопасности студент **отстраняется от дальнейшего выполнения лабораторной работы.**

Если действия студента не привели к серьезным последствиям, то он может быть вновь допущен к лабораторным занятиям после повторного инструктажа.

### 3. ОПИСАНИЕ ЛАБОРАТОРНОЙ УСТАНОВКИ

Установка состоит (см. рис. 6) из вертикальной стойки 1, на которой смонтировано пусковое устройство 2 и горизонтальная траверса 3. К траверсе 3 на двух нитях 4 подвешена вторая горизонтальная траверса 5, в центре которой находится устройство 6 для крепления тела 8, момент инерции которого определяется.

Срабатывание пускового устройства 2 дает толчок всей системе и приводит к свободным крутильным колебаниям нижней траверсы 5 и нитей, на которых она подвешена. Поворот нитей при крутильных колебаниях нижней траверсы и подвешенной к ней детали приводит к подъему траверсы с телом, момент инерции которого определяется. В результате траверса с телом 8 помимо прокручивания поднимается и опускается (винтовое движение).

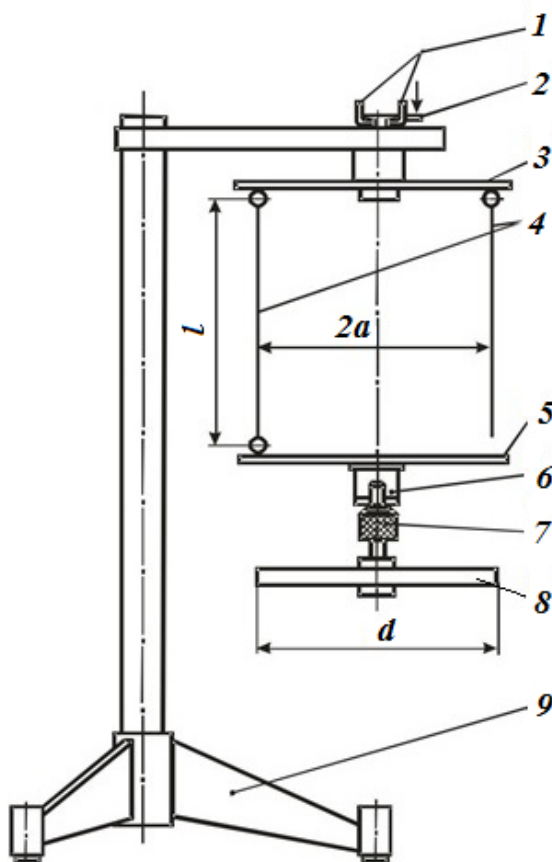


Рис. 6. Схема лабораторной установки

Уравнение движения колебательной системы, обладающей крутильной жесткостью, имеет вид:

$$J\varphi'' + k\varphi = 0, \quad (9)$$

где  $J$  – момент инерции системы;

$\varphi$  – угол поворота системы;

$k$  – крутильная жесткость системы;

$\varphi''$  – угловое ускорение системы.

Из теории колебаний известно, что круговая частота колебаний системы

$$\rho = \sqrt{\frac{k}{J}} \quad (10)$$

связана с периодом колебаний  $T$  зависимостью

$$\rho T = 2\pi. \quad (11)$$

Из формул (10) и (11), зная период колебаний, можно определить момент инерции

$$J = \frac{kT^2}{4\pi^2}. \quad (12)$$

Винтовые движения колеблющейся нижней траверсы с телом, момент инерции которого надо определить, приводят к периодическому их подъему и опусканию. Если пренебречь потерями в системе, то можно считать, что энергия крутильных колебаний переходит полностью в потенциальную энергию, что можно представить уравнением

$$\frac{k\varphi^2}{2} = mgz, \quad (13)$$

где  $m$  – масса подвешенного груза (траверса и тело);

$g$  – ускорение свободного падения;

$z$  – вертикальное смещение траверсы и тела.

Подставив (13) в (12), получаем:

$$J = \frac{mgzT^2}{2\pi^2\varphi^2}. \quad (14)$$

Из рис. 7 видно, что высота подъема конца нити может быть найдена по формуле

$$z = l(1 - \cos \alpha), \quad (15)$$

где  $\alpha$  – угол поворота нити при колебаниях системы;  $l$  – длина нити.

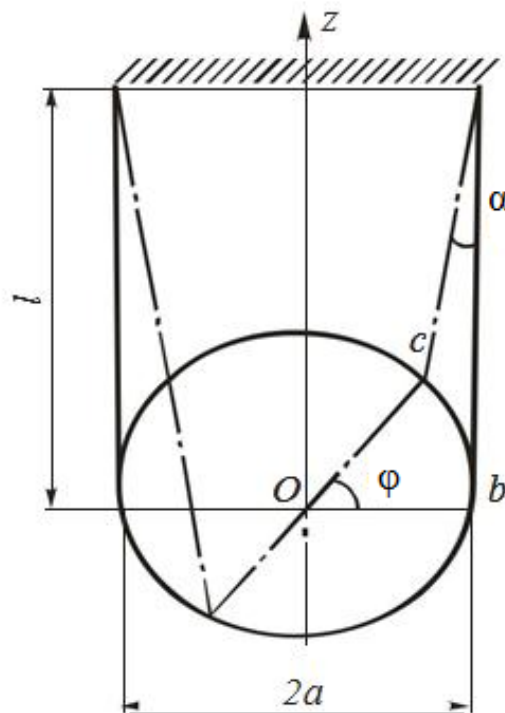


Рис. 7. Схема поворота нитей и траверс

Угол  $\alpha$  найдём, исходя из того, что угол поворота тела мал ( $\approx 6-10^\circ$ ) и дуга  $bc$ , описываемая концом нити, совпадает с дугой от угла  $\varphi$  при крутильных колебаниях. Тогда

$$\cup bc = l\alpha = \varphi a, \quad (16)$$

где  $2a$  – расстояние между нитями.

Отсюда

$$\alpha = \varphi \frac{a}{l}. \quad (17)$$

Заменив в формуле (15)  $\cos\alpha$  первыми двумя членами степенного ряда разложения косинуса и подставив  $\alpha$  из (17), получим:

$$z = l \frac{a^2}{2!} = \frac{\varphi^2 a^2}{2l}. \quad (18)$$

Подставив (18) в (14), получим:

$$J = \frac{mga^2T^2}{4\pi^2l}. \quad (19)$$

#### 4. ПОРЯДОК ИСПЫТАНИЯ

1. На нижней траверсе с помощью устройства 6 закрепить деталь 8, момент инерции которой необходимо определить. Гайка крепления детали к траверсе 7 должна быть затянута усилием руки до отсутствия над ней зазора.

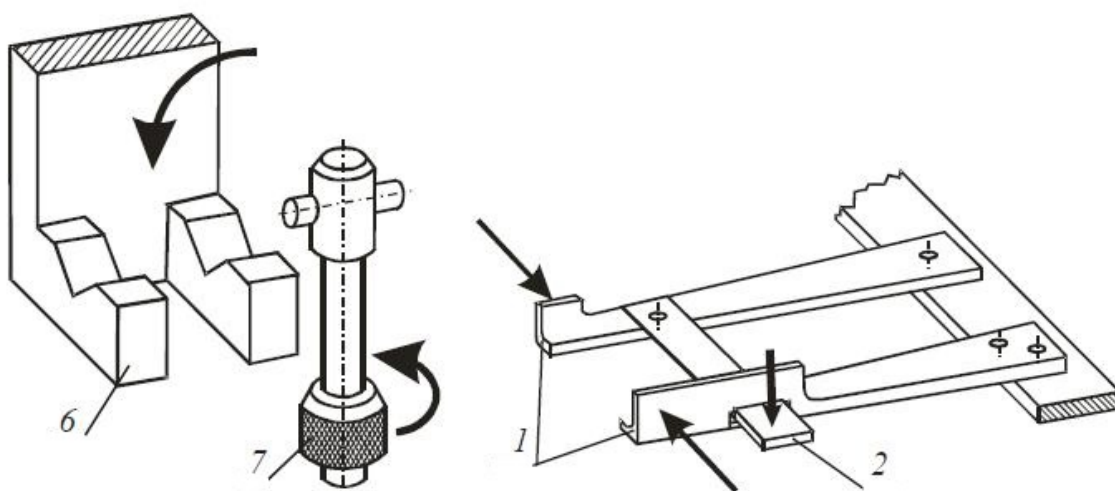


Рис. 8. Схема сборки деталей приспособления

2. Взвести пусковой механизм, сжав лапки 1 до щелчка (направляя их навстречу друг другу).

3. Легким прикосновением руки успокоить колебания нижней траверсы с деталью.

4. Одновременно нажать на пусковое устройство 2 и запустить секундомер.

5. Измерить длительность  $n$  полных колебаний. Количество колебаний задается преподавателем, как правило,  $n = 20\text{--}30$ .

6. Повторить пункты 1 – 5 по пять раз для разных деталей, занося результаты  $t_1, t_2, \dots, t_5$  в табл. 1.

7. Определить период колебаний  $T$  по формуле:

$$T = \frac{t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + t_5}{5n}. \quad (20)$$

8. Вычислить моменты инерции твердых тел по формуле (19) и занести результаты в табл. 1. Длина нити  $l=0,4$  м, расстояние между нитями  $2a=0,28$  м, массы твердых тел указаны в табл. 1.

9. Определить расхождение между теоретическим, найденным по формуле (2), и экспериментальным моментом инерции диска:

$$J = (J_T - J_{\text{э}}) / J_T. \quad (21)$$

Таблица 1

Результаты измерений и расчетов

Деталь	m,  кг	Число колебаний n=						T  с	T <sup>2</sup>  с <sup>2</sup>	T <sup>2</sup> m  кг·с <sup>2</sup>	$\frac{a^2 g}{4\pi^2 l}$  м <sup>2</sup> /с <sup>2</sup>	I <sub>T</sub>  кг·м <sup>2</sup>	I <sub>Э</sub>  кг·м <sup>2</sup>
		Длительность n колебаний, с											
		t <sub>1</sub>	t <sub>2</sub>	t <sub>3</sub>	t <sub>4</sub>	t <sub>5</sub>	t <sub>ср</sub>						
Диск	5,67												
Зубчатое колесо	3,03												
Конус	3,45												
Канатный блок	2,79												

## 5. ВЫВОДЫ ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ

По результатам лабораторной работы оценить:

–величины моментов инерции испытуемых тел;  
–погрешность определения момента инерции диска  
экспериментальным и теоретическим методами.

## 6. СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА И АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ ВЫПОЛНЕННОЙ РАБОТЫ

Отчет должен быть выполнен на отдельном листе. Рисунки оформляются карандашом, а текст и таблицы ручкой.

Отчет должен включать: цель работы; схему экспериментальной установки; таблицу полученных экспериментальных данных; выводы.

## 7. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Объясните физический смысл понятий “масса тела” и “момент инерции тела”.
2. Напишите 2-й закон Ньютона для поступательно движущегося и вращающегося тела.
3. Чему равна кинетическая энергия вращающегося и поступательно движущегося тела?
4. Что такое период колебаний?
5. Напишите зависимость между частотой и периодом колебаний.
6. Чем отличаются свободные колебания от вынужденных?
7. На чем основано определение момента инерции в лабораторной работе?
8. Что называется радиусом инерции тела?
9. Методы определения момента инерции.
10. Что такое маховик и какова его оптимальная форма?
11. Запишите выражение для определения махового момента маховика.



12. Какие методы экспериментального определения моментов инерции тел наиболее распространены на практике?

13. В чем заключается теорема Штейнера?

14. С какой целью производится определение момента инерции тел механизма?

### **Список рекомендуемой литературы**

1. Артоболевский И. И. Теория механизмов и машин. – М: Наука, 1988. – 640 с.
2. Фролов К. В. Теория механизмов и машин : учеб. для втузов / К. В. Фролов, С. А. Попов и др. ; под ред. К. В. Фролова. – М: Высш. шк., 1987. – 496 с.
3. Левитский Н. И. Теория механизмов и машин : учеб. пособие для вузов. – М.: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1990. – 592 с.
4. Гавриленко В. А. Теория механизмов : учеб. для втузов. – М.: Высш. шк., 1973. – 510 с.
5. Юдин А. В., Петрокас Л. В. Теория механизмов и машин. – М.: Высш. шк., 1977. – 527 с.

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 7

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ КПД ВИНТОВОЙ ПАРЫ

Цель работы: изучить параметры винтовой кинематической пары и методику определения ее коэффициента полезного действия; для резьб с различными параметрами определить экспериментально их КПД.

#### 1. КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

В цилиндрических резьбах различают два основных типа. Это резьбы *крепежные* – метрические с треугольным профилем (рис. 1, а), а также резьбы винтовых механизмов (*ходовые резьбы*) – с прямоугольным профилем (рис. 1, б) и трапецеидальным профилем (рис. 1, в).

Ниже приведены основные параметры винтовой пары:

- *наружный диаметр*  $d$  – максимальный диаметр резьбы, измеренный перпендикулярно оси винта;

- *внутренний диаметр*  $d_1$  – минимальный диаметр резьбы, измеренный перпендикулярно оси винта;

- *средний диаметр*  $d_2$  – диаметр воображаемого цилиндра, поверхность которого пересекает витки резьбы таким образом, чтобы ширина витка и ширина впадины были равны. Средний диаметр может быть равен полусумме наружного и внутреннего диаметров лишь для остроугольной резьбы или для такой резьбы, у которой действительные размеры наружного и внутреннего диаметров находятся на одинаковом расстоянии от вершины теоретического треугольника;

- *шаг резьбы*  $p$  – расстояние между параллельными сторонами двух рядом лежащих витков, измеренное вдоль оси винта;

- *ход винта*  $p_1$  – расстояние, на которое переместится вдоль оси винт при одном полном обороте. Величина  $p_1$  зависит от числа заходов винта

$n$ . Для однозаходного винта ход  $p_1$  равен шагу винтовой линии  $p$ , для многозаходного винта  $p_1 = pn$ ;

- *угол профиля  $\alpha$*  – угол между боковыми сторонами профиля, измеренный в плоскости оси винта;

- *высота профиля  $H$*  – высота остроугольного профиля (исходного треугольника), полученная при продолжении боковых сторон профиля до их пересечения;

- *рабочая высота витка  $t_2$*  – наибольшая высота соприкосновения сторон профиля резьбовой пары, измеренная радиально;

- *угол подъема винтовой линии резьбы  $\psi$*  – угол, образованный винтовой линией и плоскостью, перпендикулярной оси резьбы (при расчетах берут угол  $\psi$ , соответствующий среднему диаметру резьбы);

- *длина свинчивания  $l$*  – длина соприкосновения поверхностей винта и гайки, измеренная вдоль оси.

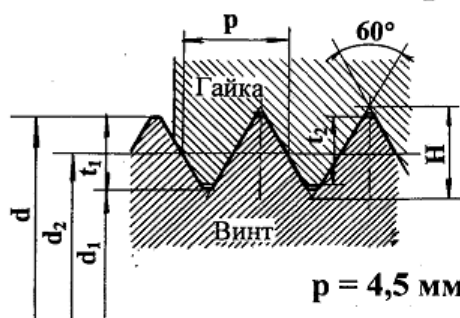
Развернув среднюю линию винтовой нарезки на плоскость, получим прямоугольный треугольник, где гипотенуза – развертка средней винтовой линии за один оборот гайки; катет  $p_1$  – ход винта; катет  $\pi d_2$  – длина окружности среднего диаметра винтовой линии;  $\psi$  – угол подъема винтовой линии.

Угол трения  $\varphi$  связан с коэффициентом трения скольжения:

$$\varphi = \arctg f. \quad (1)$$

Величина коэффициента трения  $f$  винтовой пары, определенная опытным путем: для винтовых пар «*бронза по стали*»  $f=0,09...0,12$ ; «*сталь по стали*»  $f=0,15...0,20$ . В винтах с треугольным и трапецеидальным профилем угол профиля  $\alpha$  для треугольной дюймовой

### Метрическая



$$d_2 = d - 0,75H$$

Рабочая высота витка

$$t_2 = 0,625H$$

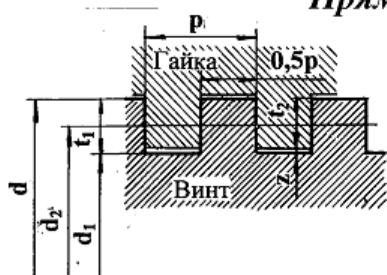
Глубина резьбы

$$t_1 = 0,708H$$

$$H = 0,5p / \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$$

$$p = 4,5 \text{ мм}$$

### Прямоугольная



$$d_2 = d - 0,5p$$

Рабочая высота витка

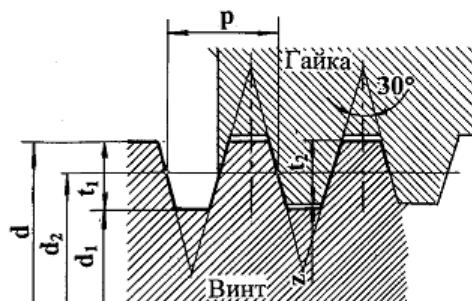
$$t_2 = 0,5p - z$$

Глубина резьбы

$$t_1 = 0,5p$$

Зазор  $z = 0,5$

### Тrapeцеидальная



$$d_2 = d - 0,5p$$

Рабочая высота витка

$$t_2 = 0,5p$$

Глубина резьбы

$$t_1 = 0,5p + z$$

Зазор  $z = 0,5$

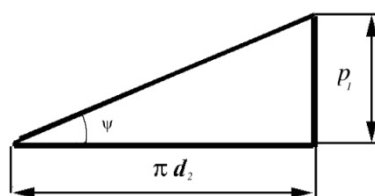
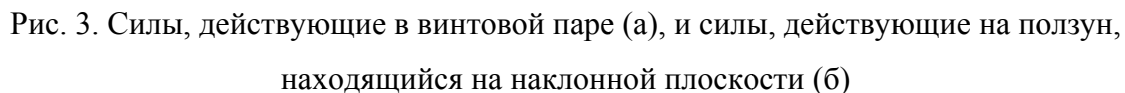


Рис. 2. Развертка винтовой линии резьбы

$$\varphi' = \arctg f' = \arctg (f / \cos \beta), \quad (2)$$

где  $\beta = 0,5\alpha$ .



84

Пусть на гайку  $A$  действует некоторая сила  $Q$  и некоторая пара сил в плоскости, перпендикулярной к оси винта (рис. 3,б). Чтобы гайка двигалась равномерно вдоль оси  $z - z$  в направлении, противоположном направлению силы  $Q$ , необходимо, чтобы момент  $M$  этой пары был представлен в виде момента силы  $F_K$ , приложенной на расстоянии  $r'$  от оси  $z - z$ , т.е.  $M = F_K r' = 0,5 F d_2$ .

Запишем векторное уравнение равновесия сил, действующих на гайку  $A$ :

$$\overline{Q} + \overline{F} + \overline{N} + \overline{F}_T = 0, \quad (3)$$

где  $N$  – нормальная реакция,  $Q$  – сила тяжести, действующая на гайку  $A$ ,  $F$  – сила, необходимая для равномерного перемещения тела  $A$  (гайки) по наклонной плоскости  $B$  (рис. 3,а).

Из плана сил (рис. 4,б) следует, что величина движущей силы  $F$  равна

$$F = Q \operatorname{tg}(\psi + \varphi), \quad (4)$$

где  $\varphi$  – угол трения (угол между нормальной реакцией  $N$  и равнодействующей силой  $R$ ).

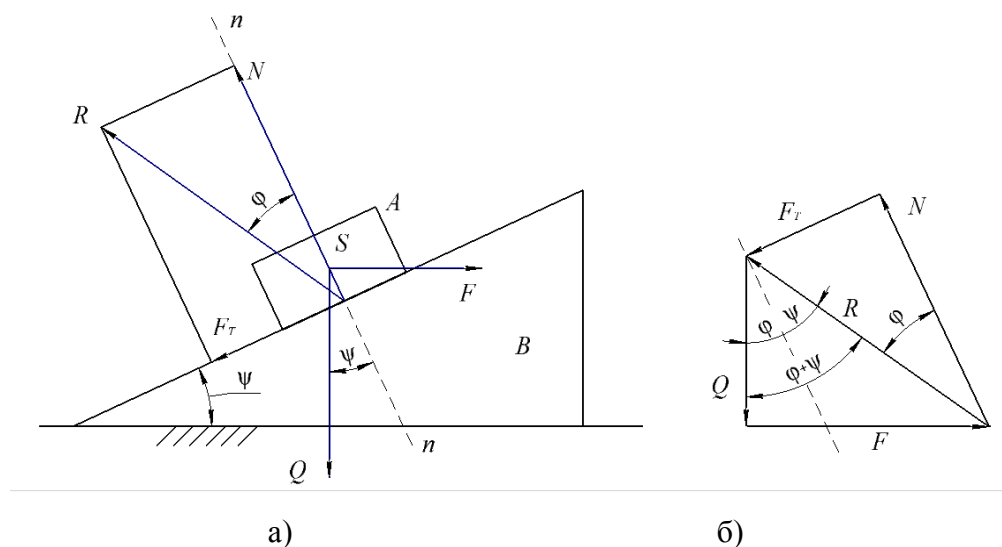


Рис. 4. Силы, действующие на ползун, поднимающийся по наклонной поверхности

В случае движения гайки по направлению, совпадающему с направлением силы  $Q$  формула (4) приобретает вид

$$F = Q \operatorname{tg}(\psi - \varphi). \quad (5)$$

При  $\psi < \varphi$  двухзвенный механизм, состоящий из винта и гайки, является самотормозящимся, т.е. гайка под действием силы  $Q$  не будет вращаться и скользить вдоль оси  $z - z$ .

Из плана сил (рис. 4,б) имеем, что сила трения равна

$$F_T = R \sin \varphi. \quad (6)$$

Так как равнодействующая  $R = \frac{F}{\sin(\psi + \varphi)}$ , то, подставляя это значение в равенство (6) и учитывая, что  $f = \operatorname{tg} \varphi$ , получаем силу трения

$$F_T = \frac{F \sin \varphi}{\sin(\psi + \varphi)} = F \frac{\operatorname{tg} \varphi}{\sin \psi + \cos \psi \operatorname{tg} \varphi} = F \frac{f}{\sin \psi + f \cos \psi}. \quad (7)$$

Аналогично, сила трения при движении гайки по направлению, совпадающему с направлением силы  $Q$  равна

$$F_T = F \frac{f}{\sin \psi - f \cos \psi}. \quad (8)$$

Выведенными соотношениями можно пользоваться при определении сил трения в винтовых парах с прямоугольной резьбой. В случае с метрической резьбой (рис. 1,а) приближенно считают, что движение гайки аналогично движению клинового ползуна по желобу, у которого угол между вертикалью и стенками желоба равен  $(90^\circ - 0,5\alpha)$ . Тогда приведенный коэффициент трения  $\beta = 0,5\alpha$

$$f' = \frac{f}{\cos \beta}, \quad (9)$$

следовательно, формула (8) для определения силы трения принимает вид

$$F_T = F \frac{f'}{\sin \psi + f' \cos \psi} . \quad (10)$$

Так как коэффициент трения  $f' > f$ , то трение в винтовой паре с треугольной резьбой больше, чем в винтовой паре с резьбой прямоугольной.

Определим кинематический КПД винтовой пары. Полезная работа при подъеме гайки на величину хода винта  $p_1$  определяется по формуле

$$A_{\text{пс}} = Qp_1 = Q\pi d_2 \operatorname{tg} \psi . \quad (11)$$

Затраченная при этом работа равна работе движущей силы за один оборот гайки

$$A_{\text{дв}} = F\pi d_2 = Q\operatorname{tg}(\psi + \varphi)\pi d_2 . \quad (12)$$

Определим значение теоретического КПД

$$\eta_T = \frac{A_{\text{пс}}}{A_{\text{дв}}} = \frac{\operatorname{tg} \psi}{\operatorname{tg}(\psi + \varphi)} . \quad (13)$$

Аналогично, КПД при движении гайки по направлению, совпадающему с направлением силы  $Q$  равен

$$\eta_T = \frac{\operatorname{tg}(\psi - \varphi)}{\operatorname{tg} \psi} . \quad (14)$$

В случае с треугольной резьбой в формулах (13) и (14) вместо угла трения  $\varphi$  подставляется приведенный угол трения  $\varphi'$ .

## 2. ОСНОВНЫЕ ПРАВИЛА ПО ТЕХНИКЕ БЕЗОПАСНОСТИ

1. Лабораторные работы проводятся под наблюдением преподавателя или лаборанта. Начинать работу можно только после ознакомления с методикой ее проведения. Студентам запрещается самостоятельно включать и выключать машины, проводить какие-либо операции на них и оставлять их без наблюдения в процессе работы.



2. К выполнению лабораторных работ студенты допускаются только после прослушивания инструктажа по технике безопасности и противопожарным мерам. После инструктажа каждый студент расписывается в специальном журнале.

3. В случае потери пособий, порчи инструментов или испытательных приборов студенты несут материальную ответственность за них.

4. При нарушении требований техники безопасности студент отстраняется от дальнейшего выполнения лабораторной работы.

5. Если действия студента не привели к серьезным последствиям, то он может быть вновь допущен к лабораторным занятиям после повторного инструктажа.

### 3. ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ УСТАНОВКИ

Установка ТММ–33М (рис. 5) предназначена для экспериментального определения КПД винтовых пар с различными параметрами резьбы для различных материалов и осевых нагрузок. Определение вращающего момента производится методом замера реактивного момента с помощью пластинчатой пружины и индикатора.

Основанием установки является станина 11. В верхней части станины установлен кронштейн с подшипниковым узлом, на котором установлен электродвигатель с встроенным редуктором 1. Верхний конец вала подшипникового узла соединяется с валом редуктора. Реактивный момент от электродвигателя с редуктором передается на станину через пластинчатую пружину, деформация которой пропорциональна крутящему моменту на винте и определяется по индикатору часового типа 2.

Верхний конец вала подшипникового узла соединяется с помощью муфты 13 с вертикально установленным винтом 5 и передает ему вращение от редуктора. Опорой винта является подшипниковый узел, встроенный в кронштейн 12, который воспринимает вес винта и осевую нагрузку на него, позволяя ему свободно вращаться. По винту 5

поступательно перемещается гайка 6, вставленная в обойму 7. На обойму 7 подвешивается траверса 10 с платформой 8, на которую устанавливаются сменные грузы 9.

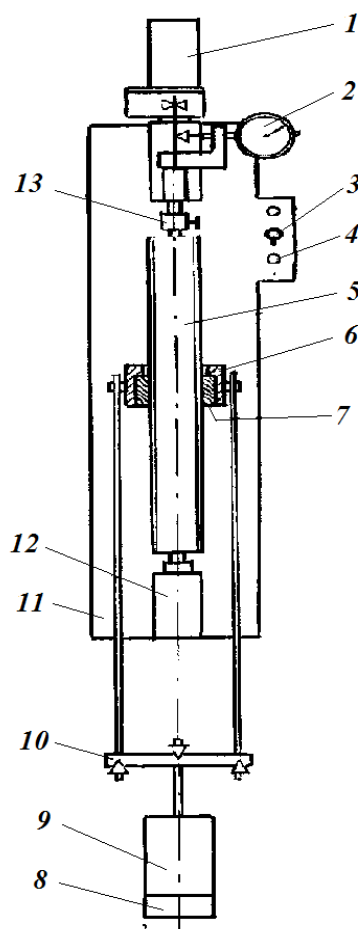


Рис.5. Схема установки ТММ–33М для экспериментального определения КПД винтовых пар

Двигатель установки реверсивный, поэтому определение КПД винтовой пары может производиться как при подъеме груза, так и при опускании (для несамотормозящихся резьб только при подъеме). Включение питания производится тумблером 3, пуск установки в действие осуществляется нажатием кнопки 4. От каждого нажатия кнопки происходит рабочий ход гайки вверх, реверсирование двигателя, ход гайки вниз и самовыключение двигателя. Установка снабжена винтами с разными резьбами, и для каждого винта двумя гайками из разных материалов.

Работа сил полезного сопротивления при подъеме груза  $Q$  равна

$$A_{\text{ис}} = Qp_1.$$

Работа движущих сил определяется как

$$A_{\text{дс}} = 2\pi M, \quad (15)$$

где  $M$  – вращающий момент на шкиве.

Экспериментальный КПД винтовой пары в этом случае равен

$$\eta_{\text{в}} = \frac{A_{\text{дс}}}{A_{\text{ис}}} = \frac{Qp_1}{2\pi M} \quad (16)$$

Таблица 1

**Основные параметры установки ТММ-33М**

1	Скорость вращения винтов, об/мин	60	
2	Рабочий ход по винту, мм	300	
3	Осевая нагрузка, Н	30,40,50,60,70	
4	Питание переменным током, В	220	
5	Мощность двигателя, Вт	50	
6	Максимальный момент на выходном валу редуктора, Нсм	100	
Характеристики винтов			
	Винт	диаметр $d$ , мм	шаг $p$ , мм
1	с метрической резьбой	42	4,5
2	с прямоугольной резьбой	42	4,5
3	с прямоугольной трехзаходной резьбой	42	8
4	с трапецеидальной резьбой	42	6
5	с трапецеидальной четырехзаходной резьбой	42	10
	Материал винтов – Сталь 45		
	Материал гаек – Сталь 20, Бронза ОЦС4-4-2,5		

#### 4. ПОРЯДОК ИСПЫТАНИЯ

Для проведения лабораторной работы на установке ТММ-33М необходимы набор винтов, грузов, график тарировки шкалы пружины с индентором. Лабораторная установка всегда готова к проведению эксперимента, если винтовая пара собрана и установлена в опорах. В противном случае необходимо:

1. Гайку 7 вставить в обойму 6, соблюдая совпадения рисок на гайке и обойме, и закрепить винтом (см. рис. 2).
2. Навинтить обойму с гайкой на испытуемый винт 5 (обойма не должна доходить до верхнего края резьбы винта на 40...50 мм).
3. Установить винт в гнездо нижней опоры 12 так, чтобы сухарь обоймы 6 попал в направляющую прорезь станины 11, затем опустить муфту 13 верхней опоры, чтобы прорези муфты охватили штифт винта и закрепить муфту винтом.
4. Включить вилку питания установки в розетку электрической сети.
5. Включить тумблер 3, нажать кнопку 4 «Пуск» и подождать пока обойма не остановится. Установка работает автоматически: при нажатии кнопки «Пуск» обойма 6, достигнув верхнего положения, начнет опускаться и остановится в нижнем - исходном положении.
6. Подвести к обойме траверсу 10 с тягами и постоянным грузом 8 (общий вес обоймы с гайкой, траверсы, груза – 30 Н).
7. Установить лимб индикатора на «0».
8. Нажать кнопку «Пуск».
9. В момент прохождения обоймой красных меток на станине, снять показания индикатора (при больших нагрузках следить за показаниями малой стрелки индикатора).
10. Пункты 7, 8, 9 повторить, увеличивая груз до 40, 50, 60, 70 Н.

11. Каждый винт испытывается с двумя гайками – стальной и бронзовой.
12. При замене гайки необходимо снять переменные грузы, траверсу вместе с тягами, винт с установки.
13. Свинтить обойму (с гайкой) с винта, заменить гайку. Запрещается снимать обойму 6 с гайки 7 прежде, чем обойма (вместе с гайкой) не будет свинчена с винта.
14. Операции 1, 2, 3, 6, 7, 8, 9, 10 повторить.
15. Показания (средние из трех) индикатора перевести с учетом цены деления индикатора в моменты сопротивления и занести их значения в таблицу (при 30, 40, 50, 60, 70 Н нагрузки).
16. Рассчитать коэффициент полезного действия  $\eta$ , винтовой пары по экспериментальным данным (по формуле 3). Значения занести в табл. 2.
17. Рассчитать значение углов трения  $\varphi$  и  $\varphi'$  по формулам (5) и (6), значения теоретического КПД винтовой пары по формуле (16).
18. Выключить питание, снять с траверсы переменные грузы, установив их на скобах, заделанных в стене.
19. Построить график зависимости  $\eta = \eta(Q)$  от осевой нагрузки.
20. В протоколе отчета необходимо также представить выводы:
  - о влиянии нагрузки на экспериментальный КПД винтовой пары;
  - о влиянии материала гайки на КПД винтовой пары;
  - о влиянии профиля резьбы на КПД винтовой пары;
  - о влиянии числа заходов на КПД винтовой пары;
  - о соотношениях экспериментального и теоретического КПД винтовой пары.

Таблица 2

## Результаты исследований КПД винтовой пары

Винт	Материал гайки	$d_2$	$p$	$p_1$	$M, \text{Н} \cdot \text{мм}$					$\eta$					$\psi$	$\phi$	$\eta$
					$\text{при } Q(H)$					$\text{при } Q(H)$							
		мм	мм	мм	30	40	50	60	70	30	40	50	60	70	град	град	—
М42	сталь																
	бронза																
прям 42x4,5	сталь																
	бронза																
прям 42x8	сталь																
	бронза																
трап 42x6	сталь																
	бронза																
трап 42x10	сталь																
	бронза																

## 5. ВЫВОДЫ ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ

По результатам лабораторной работы сделать выводы:

- о влиянии нагрузки на экспериментальный КПД винтовой пары;
- о влиянии материала гайки на КПД винтовой пары;
- о влиянии числа заходов на КПД винтовой пары;
- о влиянии профиля резьбы на КПД винтовой пары;
- о соотношениях экспериментального и теоретического КПД винтовой пары.

## 6. ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ НАУЧНОГО ИССЛЕДОВАНИЯ

1. Рассчитать теоретический КПД механизма при опускании гайки и сравнить его с КПД, полученным для случая подъема гайки. Проверить выполнение условия самоторможения.

2. Исследовать влияние шага резьбы и числа заходов на КПД винтовой пары.

3. Рассчитать теоретический КПД для трапецеидальной и упорной

резьбы по данным, указанным преподавателем. Сравнить полученные результаты с КПД метрической и прямоугольной.

## 7. СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА И АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ ВЫПОЛНЕННОЙ РАБОТЫ

Отчет должен быть выполнен на отдельном листе со стандартной рамкой текстового документа. Рисунки оформляются карандашом, а текст и таблицы ручкой.

Отчет по выполненной работе должен включать: цель работы, краткие сведения из теории винтовой пары, схему лабораторной установки с кратким ее описанием; табл. 2, графики зависимости КПД от величины осевой нагрузки, выводы.

## 8. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что называется коэффициентом полезного действия механизма?
2. Что называется шагом, ходом винта?
3. Как на винте определять число заходов?
4. Назовите движущие силы и силы сопротивления движению в винтовой паре в лабораторной установке.
5. В каких пределах изменяется КПД для самотормозящихся и несамотормозящихся винтовых пар?
6. Назовите условия возникновения явления самоторможения.
7. Приведите примеры самотормозящихся и несамотормозящихся винтовых пар в машинах и механизмах.
8. Что такое угол трения, конус трения скольжения?
9. К какому классу относится винтовая кинематическая пара? Почему?

10. Какие допущения используются при расчете КПД винтовой пары?
11. Как влияет изменение угла подъема винтовой линии на величину КПД винтовой пары?
12. Объясните принцип работы установки ТММ-33М?
13. Назовите алгоритм определения КПД на установке ТМ-33М.
14. Как определить угол подъема винтовой линии?
15. Приведите примеры, когда трение является негативным фактором при работе машин.
16. Приведите примеры, когда трение является необходимым фактором при работе машин.
17. Что оценивает коэффициент трения скольжения?
18. Какие факторы оказывают влияние на коэффициент трения скольжения в кинематических парах?
19. Как изменяется величина КПД в винтовой паре при изменении соотношения углов  $\psi$  и  $\phi$ .
20. Как определить, при каком значении угла  $\psi$  величина КПД будет максимальной?
21. Что учитывает приведенный коэффициент трения скольжения в остроугольной резьбе?
22. Запишите выражение для определения силы трения скольжения.
23. Можно ли считать коэффициент трения скольжения величиной постоянной при любом диапазоне скоростей и нагрузок?
24. Назовите способы снижения коэффициента трения?
25. Почему в настоящее время широко применявшаяся ранее в винтовых механизмах прямоугольная резьба почти вытеснена трапецеидальной?
26. Как влияет уменьшение шага на высоту профиля резьбы и угол подъема винтовой линии?



27. Объясните, как влияет изменение коэффициента трения скольжения на величину КПД винтовой пары.
28. Как различают резьбы по направлению винтовой линии?
29. Будет ли работать машина, если КПД равен нулю?
30. Как будет выглядеть график  $\eta=\eta(Q)$  при дальнейшем увеличении нагрузки? Что определяется по этому графику?
31. Чем отличается профиль обычной трапецеидальной резьбы от профиля трапецеидальной упорной?

#### **Список рекомендуемой литературы.**

1. Артоболевский И.И. Теория механизмов и машин. – М.: Наука, 1988. – 640 с.
2. Юдин В.А., Петрокас Л.В. Теория механизмов и машин. – Киев : «Вища школа», 1976. – 444 с.
3. Фролов К.В. и др. Теория механизмов и машин. – М.: Высшая школа, 1987. – 496 с.
4. Теория механизмов и машин : Методические указания к лабораторным работам по ТММ. Ч. 3 / сост. Г.В.Гурьев ; под ред. Ю.П. Кислова ; Волгоград. политехн. ин-т. – Волгоград, 1977. – 52 с.

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 8

### СТАТИЧЕСКОЕ И ДИНАМИЧЕСКОЕ УРАВНОВЕШИВАНИЕ РОТОРА

Цель работы: определение величины и расположения противовесов в двух произвольно выбранных плоскостях исправления с последующей экспериментальной проверкой правильности уравновешенности вращающегося ротора.

#### 1. КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Ротором (по ГОСТ 1953-74) называется вращающееся в опорах тело, независимо от его назначения. К роторам относят, например, якорь электродвигателя, диск циркульной пилы с валом, шпиндель токарного станка, рабочее колесо турбины и т.д.

В машиностроении большинство роторов являются жесткими, скорость вращения которых меньше критического значения  $\omega_K = \sqrt{c/m}$ , где  $c$  – жесткость вала ротора;  $m$  – масса ротора.

Жесткий ротор рассматривается как твердое тело, к которому при его исследовании применимы законы механики твердого тела. Расчеты по уравновешиванию роторов производят методом кинетостатики.

Неуравновешенность сил инерции роторов может возникнуть вследствие погрешности изготовления, сборки, ремонта, деформации и других причин. Неуравновешенность сил инерции вызывает дополнительные деформации валов, перегрузку опорных подшипников, колебания системы.

Для исключения этих явлений необходимо, чтобы главный вектор  $\Phi_s$  и главный момент  $M_\Phi$  центробежных сил инерции были равны нулю.

Рассмотрим неуравновешенный ротор (рис. 1) как совокупность элементарных масс  $m_i$ , расположенных на расстоянии  $r_i$  от оси вращения ротора.

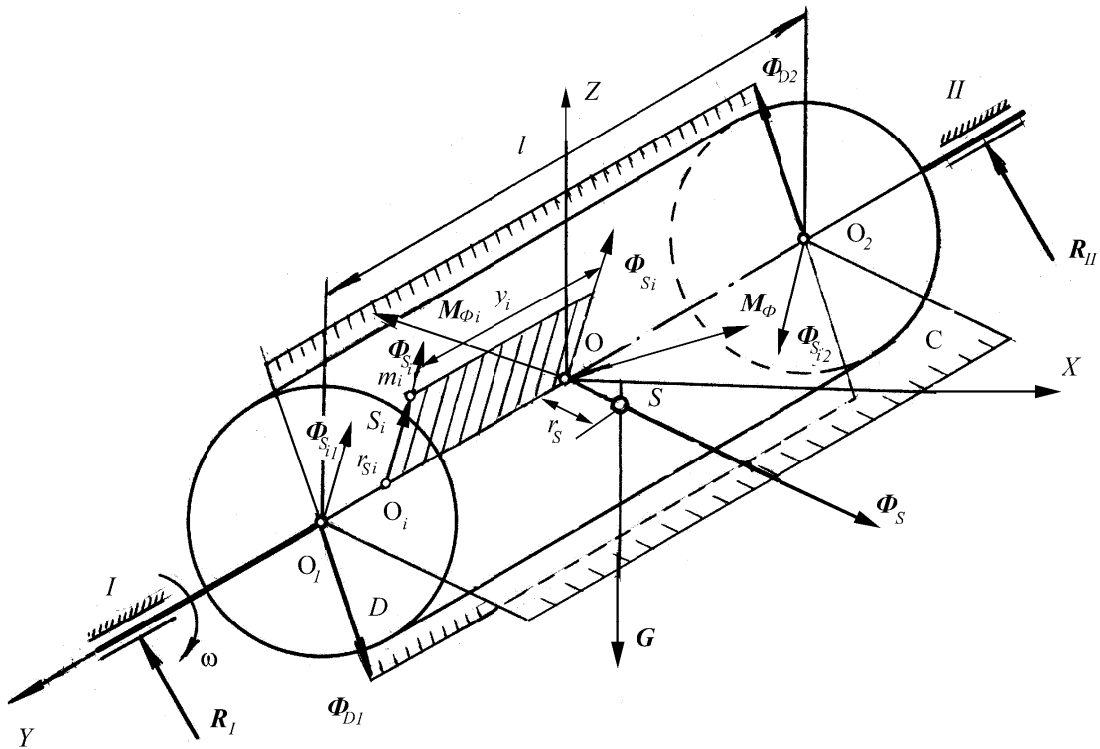


Рис. 1. Силы, действующие на неуравновешенный ротор

Каждая масса  $m_i$  находится в некоторой плоскости, перпендикулярной оси  $Y$  и отстоящей на расстоянии  $y_i$  от координатной плоскости  $XOZ$ , проходящей через центр масс (точка  $S$ ) всего ротора.

Пространственная система координат является неподвижной, а ось  $Y$  проходит через подшипники  $I$  и  $II$ . Угловую скорость ротора примем постоянной.

Векторное уравнение приложенных к ротору сил

$$\vec{R}_I + \vec{G} + \vec{R}_{II} = -\vec{\Phi}_S, \quad (1)$$

где  $R_I$  и  $R_{II}$  – полные реакции подшипников  $I$  и  $II$ ,  $G$  – сила тяжести ротора,  $\Phi_S$  – главный вектор сил инерции ротора.

Каждая элементарная сила инерции  $\Phi_{Si}$  вращающейся массы  $m_i$  направлена радиально (по прямой  $O_i S_i$ ) и равна:

$$\vec{\Phi}_{Si} = -m_i \vec{a}_{Si} = \omega^2 \overline{m_i} \vec{r}_{Si}. \quad (2)$$

После параллельного переноса всех элементарных радиальных сил  $\Phi_{Si}$  в точку 0 и векторного их сложения получим главный вектор  $\Phi_S$  ротора

$$\vec{\Phi}_S = \sum \vec{\Phi}_{Si} = \omega^2 \sum \bar{m}_i \bar{r}_{Si} \quad (3)$$

Векторная сумма  $\sum \bar{m}_i \bar{r}_{Si}$  – вектор статического момента массы всего ротора относительно его оси вращения

$$\sum \bar{m}_i \bar{r}_{Si} = mr_S, \quad (4)$$

где  $r_S$  – вектор радиального смещения центра масс  $S$  ротора.

Физически статический момент массы характеризует величину центробежной силы инерции, развиваемой массой  $m$  при её вращении на радиусе  $r_S$ .

Обозначим:  $D = mr_S$ .

Вектор  $D$  называется главным вектором дисбалансов ротора. Тогда

$$\Phi_S = \omega^2 D. \quad (5)$$

На рис. 1 осевая полуплоскость расположения вектора  $\Phi_S$  частично заштрихована и обозначена буквой  $C$  (статическая).

Статическая неуравновешенность свойственна такому ротору, центр масс которого смещен относительно оси вращения ротора, но главная центральная ось инерции параллельна оси вращения.

Момент пары, полученный при параллельном переносе каждой элементарной силы  $\Phi_{Si}$  в точку  $O$

$$M_{\Phi i} = \Phi_{Si} l_i = \omega^2 m_i r_{Si} y_i. \quad (6)$$

Произведение  $m_i r_{Si} y_i$  можно рассматривать как момент элементарного статического момента  $m_i r_{Si}$  массы  $m_i$  с плечом  $y_i$  относительно точки  $O$ . Плоскость действия этого момента является осевая плоскость. Произведение  $m_i r_{Si} l_i$  можно представить в виде элементарного

центробежного момента инерции  $(J_{rl}) = (J_{ry})_i$ , относящегося к той же осевой плоскости:

$$m_i r_{Si} y_i = (J_{ry})_i. \quad (7)$$

Одна координата  $r_{Si}$  элементарной массы  $m_i$  перпендикулярна к оси  $Y$ , а другая  $y_i$  параллельна оси  $Y$  и определяет расстояние массы  $m_i$  от плоскости  $XOZ$ , проходящей через центр масс. Тогда

$$M_{\Phi i} = \omega^2 (\vec{J}_{ry})_i. \quad (8)$$

Главный момент  $M_{\Phi}$  всего ротора определится векторным суммированием элементарных моментов  $M_{\Phi i}$ .

$$\vec{M}_{\Phi} = \sum M_{\Phi i} = \omega^2 \sum (\vec{J}_{ry})_i = \omega^2 \vec{J}_{ry} \text{ или } \vec{M}_{\Phi} = \omega^2 \vec{M}_D, \quad (9)$$

где  $M_{\Phi}$  – главный центробежный момент сил инерции всего ротора относительно его осевой плоскости;

$M_D$  – главный момент дисбалансов ротора;

$J_{ry}$  – центробежный момент инерции всего ротора относительно его осевой плоскости.

Центробежный момент инерции характеризует величину статического момента центробежных сил инерции, развиваемых ротором при его вращении.

Направление вектора  $J_{ry}$  совпадает с вектором  $M_{\Phi}$ . Главный момент характеризует динамическую неуравновешенность ротора. На рис. 1 главный момент  $M_{\Phi}$  изображен в виде пары сил  $\Phi_{D1}$  и  $\Phi_{D2}$  с плечом  $O_1O_2 = l$ . Эта пара расположена в осевой плоскости  $D$  ротора. Вектор момента  $M_{\Phi}$  перпендикулярен к плоскости  $D$ .

Статическая неуравновешенность пропорциональна статическому моменту  $mr_S$  массы ротора, а динамическая – его центробежному моменту инерции  $J_{ry}$ . В обоих случаях коэффициентом пропорциональности является множитель  $\omega^2$ .

Геометрические параметры  $mr_S$  и  $J_{ry}$  выражают физическую неуравновешенность ротора и являются мерой двух видов этой неуравновешенности.

В дальнейшем неуравновешенность ротора количественно характеризуется не через  $\Phi_S$  и  $M_\Phi$ , а через пропорциональные, им главный вектор  $D$  дисбалансов и главный момент  $M_D$  дисбалансов ротора.

Рассмотрим случай уравнивания жесткого ротора с тремя известными по величине и расположению неуравновешенными массами (рис. 2, а).

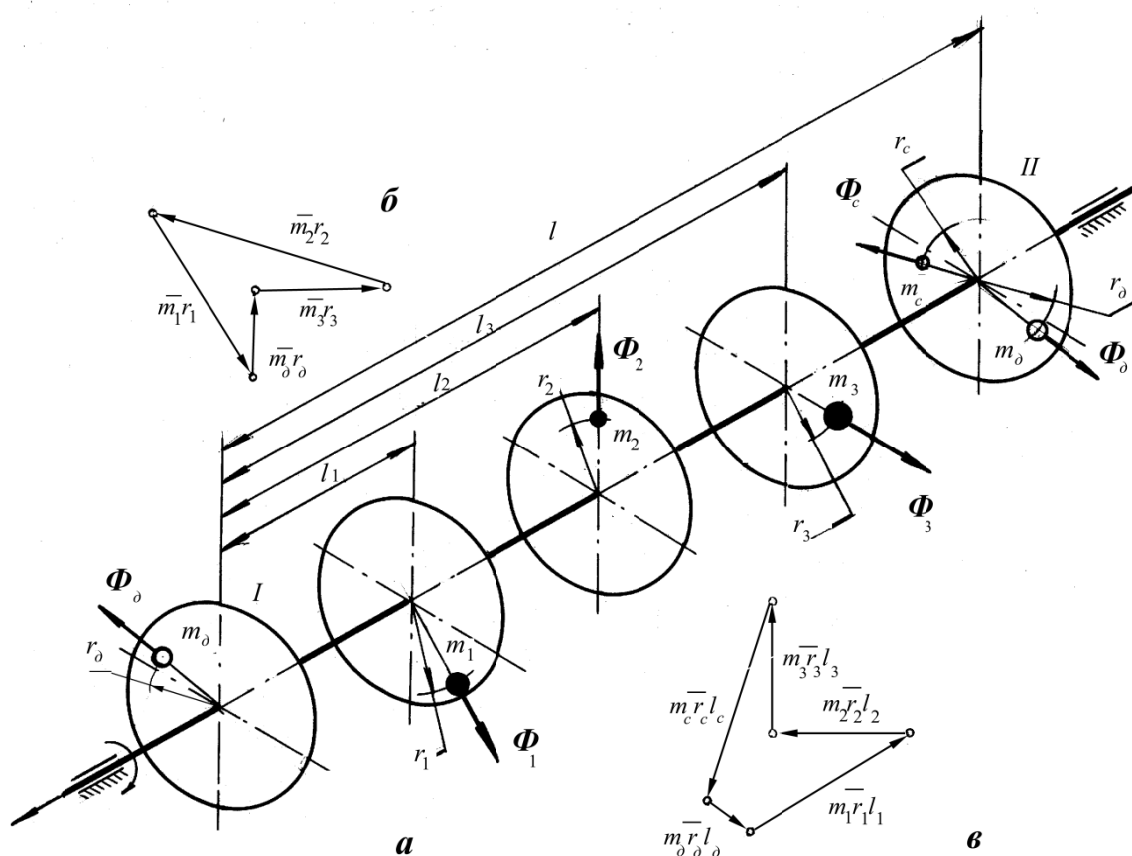


Рис. 2. Уравнивание жесткого ротора с тремя известными по величине и расположению неуравновешенными массами: а – схема ротора; б – план дисбалансов; в – план центробежных моментов

Массы  $m_1, m_2, m_3$  расположены в трех плоскостях, перпендикулярных к оси вращения и находящихся на расстояниях  $r_1, r_2, r_3$  от оси ротора.

Центробежные силы инерции, развиваемые этими массами при вращении ротора с постоянной угловой скоростью  $\omega$

$$\Phi_1 = \omega^2 m_1 r_1, \Phi_2 = \omega^2 m_2 r_2, \Phi_3 = \omega^2 m_3 r_3. \quad (10)$$

Условие равновесия сил инерции вместе с уравнивающей силой, создаваемой противовесом  $m_C$ , можно представить уравнением

$$\overline{\Phi}_1 + \overline{\Phi}_2 + \overline{\Phi}_3 + \overline{\Phi}_C = 0, \quad (11)$$

или, сокращая на общий множитель  $\omega^2$ , получим:

$$m_1 \overline{r}_1 + m_2 \overline{r}_2 + m_3 \overline{r}_3 + m_C \overline{r}_C = 0. \quad (12)$$

Строим план дисбалансов (рис. 2, б). Замыкающий вектор характеризует дисбаланс ротора. Уравнивающая масса  $m_C$  может быть установлена в любой точке по оси ротора и на любом расстоянии от его оси вращения. Массу  $m_C$  располагаем в плоскости  $II$ . Постановкой противовеса  $m_C$  на радиусе  $r_C$  устраняется смещение центра масс вращающегося ротора с оси вращения.

Вторым этапом является уравнивание момента центробежных сил инерции. Переноса центробежные силы инерции в плоскость исправления  $I$ , необходимо дополнительно приложить пары центробежных сил инерции.

$$M_1 = \omega^2 m_1 r_1 l_1, M_2 = \omega^2 m_2 r_2 l_2, M_3 = \omega^2 m_3 r_3 l_3, M_C = \omega^2 m_C r_C l_C. \quad (13)$$

Векторное уравнение при уравнивающем моменте  $M_\delta$  имеет вид

$$\overline{M}_1 + \overline{M}_2 + \overline{M}_3 + \overline{M}_C + \overline{M}_\delta = 0. \quad (14)$$

или, сокращая на общий множитель  $\omega^2$ , получим

$$m_1 \overline{r}_1 \overline{l}_1 + m_2 \overline{r}_2 \overline{l}_2 + m_3 \overline{r}_3 \overline{l}_3 + m_C \overline{r}_C \overline{l}_C + m_\delta \overline{r}_\delta \overline{l} = 0. \quad (15)$$

Строим план центробежных моментов инерции (рис. 2, в). Замыкающий вектор  $m_\delta \overline{r}_\delta \overline{l}$  – главный момент дисбалансов ротора.

Дополнительные массы, образующие уравнивающую пару сил, располагаются в плоскостях:  $I$  и  $II$ .

Расположенные в плоскости  $II$  массы противовесов  $m_C$  и  $m_D$  могут быть сведены к одной, им эквивалентной, по векторному уравнению

$$m_{II} \overline{r_{II}} = m_D \overline{r_D} + m_C \overline{r_C}, \quad (16)$$

откуда и находят величину искомой массы  $m_{II}$ . Плоскость, в которой расположена масса  $m_{II}$ , определяется вектором, полученным графически.

Любое количество неуравновешенных масс ротора, расположенных в разных плоскостях может быть уравновешено двумя противовесами, помещенными в выбранных плоскостях исправления.

Описанный метод устранения неуравновешенности ротора может быть изменен и упрощен при решении задачи одновременного устранения обоих дисбалансов ротора.

Полная неуравновешенность ротора характеризуется величинами статического и динамического дисбалансов.

Принимаем за плоскости исправления две плоскости  $I$  и  $II$ , перпендикулярных оси вращения (рис. 3, а).

Составляем два векторных уравнения для решения задачи уравновешивания ротора. Векторное уравнение статических дисбалансов ротора:

$$m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2 + m_3 \vec{r}_3 + m_I \vec{r}_I + m_{II} \vec{r}_{II} = 0. \quad (17)$$

Векторное уравнение моментов дисбалансов ротора:

$$m_1 \overline{r_1 l_1} + m_2 \overline{r_2 l_2} + m_3 \overline{r_3 l_3} + m_{II} \overline{r_{II} l} = 0. \quad (18)$$

Поскольку второе уравнение имеет один неизвестный вектор, оно решается первым. Для решения уравнений применим графический метод построения планов. Выбрав масштабный коэффициент  $\mu_{MD} \left[ \frac{\text{Г} \cdot \text{мм}^2}{\text{мм}} \right]$ , строим план моментов дисбалансов ротора (рис. 3, б). Замыкающий вектор позволяет определить массу противовеса  $m_{II}$  и координаты его установки в



плоскости  $II$ . Затем строят план статических дисбалансов ротора (рис.3,  $в$ ) с учетом масштабного коэффициента  $\mu_D$ . Замыкающий вектор позволяет определить массу противовеса  $m_I$  и координаты его установки в плоскости  $I$ .

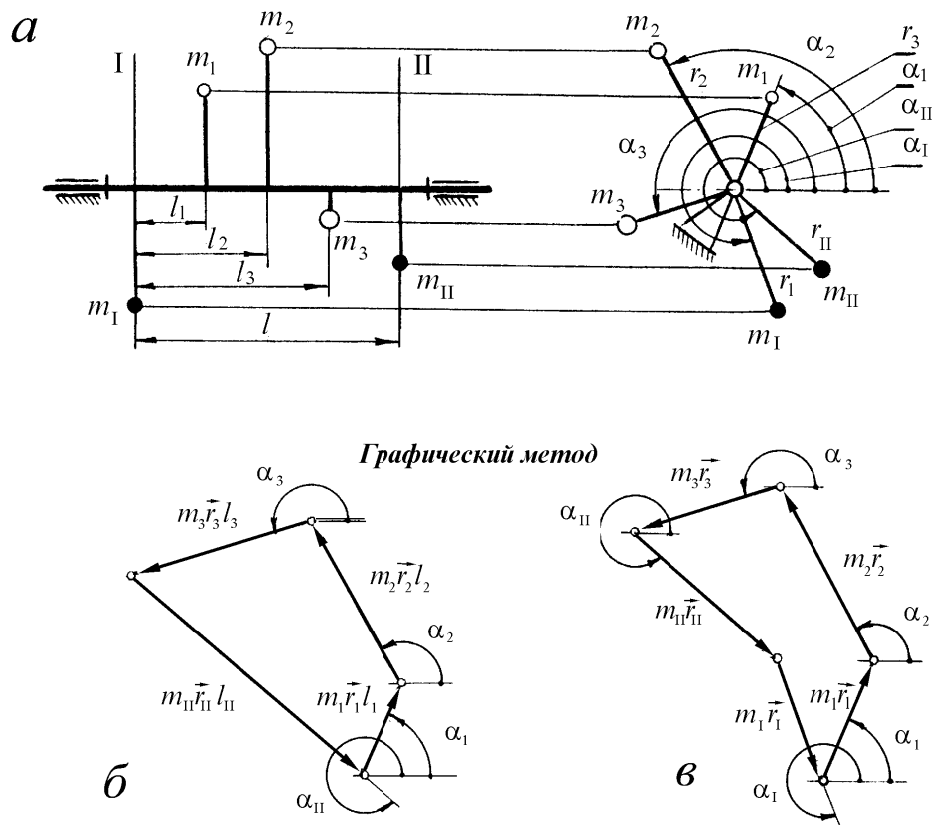


Рис. 3. Решение задачи одновременного устранения дисбалансов ротора:  
 $a$  – схема ротора;  $б$  – план моментов дисбаланса ротора;  $в$  – план статических дисбалансов ротора

Установкой двух противовесов массами  $m_I$  и  $m_{II}$  в плоскостях исправления  $I$  и  $II$  соответственно достигается полное уравнивание масс  $m_1$ ,  $m_2$ ,  $m_3$  ротора.

Задачу уравнивания ротора можно решить и аналитически, исходя из уравнений:

$$m_{II}r_{II} = \frac{\sum m_i r_i l_i \cdot \sin \alpha_i}{l \cdot \sin \alpha_{II}}, \quad m_I r_I = \frac{\sum m_i r_i \cdot \sin \alpha_i - m_{II} r_{II} \cdot \sin \alpha_{II}}{\sin \alpha_I}$$

$$\operatorname{tg} \alpha_{II} = \frac{\sum m_i r_i l_i \cdot \sin \alpha_i}{\sum m_i r_i l_i \cdot \cos \alpha_i}, \quad \operatorname{tg} \alpha_I = \frac{\sum m_i r_i \cdot \sin \alpha_i - m_{II} r_{II} \cdot \sin \alpha_{II}}{\sum m_i r_i \cdot \cos \alpha_i - m_{II} r_{II} \cdot \cos \alpha_{II}}. \quad (19)$$

## 2. ОСНОВНЫЕ ПРАВИЛА ПО ТЕХНИКЕ БЕЗОПАСНОСТИ

1. Лабораторные работы проводятся под наблюдением преподавателя или лаборанта. Начинать работу можно только после ознакомления с методикой ее проведения. Студентам запрещается самостоятельно включать и выключать машины, проводить какие-либо операции на них и оставлять их без наблюдения в процессе работы.

2. К выполнению лабораторных работ студенты допускаются только после прослушивания инструктажа по технике безопасности и противопожарным мерам. После инструктажа каждый студент расписывается в специальном журнале.

3. В случае потери пособий, порчи инструментов или испытательных приборов студенты несут материальную ответственность за них.

4. При нарушении требований техники безопасности студент отстраняется от дальнейшего выполнения лабораторной работы.

5. Если действия студента не привели к серьезным последствиям, то он может быть вновь допущен к лабораторным занятиям после повторного инструктажа.

## 3. ПОРЯДОК ИСПЫТАНИЯ

1. Выбрать по таблице значения  $m_{1,2,3}$ ,  $r_{1,2,3}$ ,  $\alpha_{1,2,3}$  в зависимости от начальной буквы фамилии и последней цифры номера зачетной книжки.

2. Рассчитать значения моментов дисбалансов  $\vec{M}_{D1} = m_i \overline{r_i l_i}$ , пропорциональных значениям моментов центробежных сил инерции  $\overline{M}_i = \omega^2 (m_i \overline{r_i l_i})$  неуравновешенных масс и построить план моментов

дисбалансов ротора с масштабным коэффициентом  $\mu_{MD} \left[ \frac{\Gamma \cdot \text{мм}^2}{\text{мм}} \right]$ .

Определить модуль замыкающего вектора моментов дисбаланса

$$\vec{M}_D = m_{II} \overline{r_{II} l}, \text{ его направление и угол наклона } \alpha_{II}.$$

3. Определить массу противовеса в плоскости исправления  $II$ , задавшись значением  $m_{II}$  из числа имеющихся в наличии грузов.

4. Определить значение  $r_{II}$ , соблюдая условие  $40 \leq r_{II} \leq 90$  мм.

5. Рассчитать значения дисбалансов  $\vec{D}_i = m_i \vec{r}_i$ , пропорциональных значениям центробежных сил инерции  $\vec{\Phi}_i = \omega^2 (\overline{m_i r_i})$  и построить план дисбалансов  $\vec{D}$  с масштабным коэффициентом  $\mu_D \left[ \frac{\text{Г} \cdot \text{мм}^2}{\text{мм}} \right]$ . Определить модуль замыкающего вектора дисбаланса

$$\vec{D}_I = m_I \vec{r}_I, \text{ его направление и угол наклона } \alpha_I.$$

6. Определить массу противовеса в плоскости исправления  $I$ , задавшись значением  $m_I$  из числа имеющихся в наличии грузов.

7. Определить  $r_I$ , соблюдая условие  $40 \leq r_I \leq 90$  мм.

8. Определенные значения противовесов, радиусы и углы их установки в плоскостях исправления занести в табл. 1.

Таблица 1

Параметры противовесов

№ плоск.	$m$ г	$r$ мм	$\alpha$ град	$l$ мм	$mr$ г·мм	$mr l$ г·мм <sup>2</sup>		$I$	$II$
$I$				80			$m, \text{ Г}$		
2				160			$r, \text{ мм}$		
3				240			$\alpha,$ град		
$II$				320					

9. Установить заданные грузы и определенные противовесы на соответствующих дисках лабораторной установки и проверить

правильность балансировки. Для проверки статической уравновешенности в статическом режиме ротор с грузами и противовесами, находящийся в состоянии покоя, повернуть на угол  $90^\circ$  относительно оси и плавно отпустить. Безразличное равновесие ротора при повороте на угол  $90^\circ$  свидетельствует о статической уравновешенности. Для проверки динамической уравновешенности в динамическом режиме необходимо разогнать ротор. Для этого нужно плавно нажать на рычаг, обеспечив контакт шкива электродвигателя с диском ротора, и включить на 3...5 с тумблер электродвигателя. После этого выключить тумблер и отпустить рычаг. Отсутствие колебаний вала ротора при выбеге свидетельствует о динамической уравновешенности ротора.

10. Снять с дисков все грузы, свинтить их и передать преподавателю.

11. Рассчитать радиусы и массы противовесов аналитическим способом по формулам (19) и занести в табл. 2.

Таблица 2

Параметры противовесов

№ плоскости	$mrsin\alpha$	$mrcos\alpha$	$mrlsin\alpha$	$mrlcos\alpha$		<i>I</i>	<i>II</i>
					$m$ , г		
<i>1</i>					$r$ , мм		
<i>2</i>					$\alpha$ , град		
<i>3</i>							
$\Sigma$							

#### 4. ВЫВОДЫ ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ

По результатам лабораторной работы определить:

- массу, радиус и угол установки противовеса в плоскости исправления  $I$ ;
- массу, радиус и угол установки противовеса в плоскости исправления  $II$ .

#### 5. СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА И АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ ВЫПОЛНЕННОЙ РАБОТЫ

1. Отчет должен быть выполнен на отдельном листе. Рисунки оформляются карандашом, а текст и таблицы ручкой.
2. Отчет должен включать: цель работы; схему экспериментальной установки; таблицу полученных экспериментальных данных; выводы.

#### 6. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Назовите цель уравнивания вращающихся звеньев механизма
2. Какое тело называется ротором?
3. Запишите условия статического, динамического и полного уравнивания ротора.
4. Какой ротор называется жестким? Гибким?
5. Какие параметры являются мерой статической и динамической неуравновешенности ротора?
6. Назовите минимальное количество противовесов, необходимых только для статического и только для динамического уравнивания одной неуравновешенной массы ротора.
7. Как выбираются плоскости исправления при балансировке роторов?

8. От каких факторов зависит количество и расположение плоскостей исправления при балансировке роторов?
9. Почему при выборе места расположения плоскостей исправления их стараются расположить ближе к опорам?
10. Каково минимальное число плоскостей исправления должно быть выбрано при балансировке роторов?
11. Каким образом два противовеса (один для статического, другой для динамического уравнивания) в плоскости исправления свести к одному им эквивалентному, расположенному на том же радиусе?
12. Когда при балансировке роторов можно ограничиться вместо полного уравнивания только статическим или только динамическим?
13. Сколько необходимо поставить противовесов для полного уравнивания 4-х неуравновешенных масс, лежащих в одной плоскости?
14. Неуравновешенность ротора представлена пятью массами, лежащими в разных плоскостях. Сколько противовесов в плоскостях исправления уравновесят эти массы?
15. Что означает термин "безразличное равновесие" при балансировке роторов?
16. Какая балансировка ротора называется статической? Почему?
17. Будет ли ротор, уравновешенный статически, одновременно уравновешенным динамически? Или уравновешенный динамически – одновременно уравновешенным статически?
18. Останется ли жесткий ротор, уравновешенный при угловой скорости  $\omega$  уравновешенным при угловой скорости  $\omega_1 > \omega$ ?
19. За счет каких факторов возникает неуравновешенность ротора?
20. Запишите выражение для главного вектора сил инерции ротора.
21. Запишите выражение для главного момента сил инерции ротора.

22. Какая величина называется главным вектором дисбалансов ротора?
23. Какая величина называется главным моментом дисбалансов ротора?
24. Как будет уравновешен ротор, если ось вращения его является одной из главных осей инерции?
25. Как называется ось, проходящая через центр масс ротора?
26. Какова физическая суть статического момента массы ротора?
27. Что характеризует центробежный момент сил инерции ротора?
28. Как будет уравновешен ротор, если ось вращения его является главной центральной осью инерции?

#### **Список рекомендуемой литературы**

1. Артоболевский И. И. Теория механизмов и машин. – М.: Наука, 1988. – 640 с.
2. Теория механизмов и машин : учеб. для втузов / К. В. Фролов и др. ; под ред. К. В. Фролова. – М: Высш. шк., 1987.– 496 с.
3. Левитский Н. И. Теория механизмов и машин :учеб. пособие для вузов. – М.: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1990.– 592 с.
4. Гавриленко В. А. Теория механизмов : учеб. для втузов. – М.: Высш. шк., 1973. – 510 с.

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 9

### ПОЛНОЕ УРАВНОВЕШИВАНИЕ ВРАЩАЮЩИХСЯ МАСС

Цель работы: определение величины и расположения противовесов в двух произвольно выбранных плоскостях исправления с последующей экспериментальной проверкой правильности уравновешенности вращающегося ротора.

#### 1. КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Ротором (по ГОСТ 1953-74) называется вращающееся в опорах тело, независимо от его назначения. К роторам относят, например, якорь электродвигателя, диск циркульной пилы с валом, шпиндель токарного станка, рабочее колесо турбины и т.д.

В машиностроении большинство роторов являются жесткими, скорость вращения которых меньше критического значения  $\omega_K = \sqrt{c/m}$ , где  $c$  – жесткость вала ротора;  $m$  – масса ротора.

Жесткий ротор рассматривается как твердое тело, к которому при его исследовании применимы законы механики твердого тела. Расчеты по уравновешиванию роторов производят методом кинетостатики.

Неуравновешенность сил инерции роторов может возникнуть вследствие погрешности изготовления, сборки, ремонта, деформации и других причин. Неуравновешенность сил инерции вызывает дополнительные деформации валов, перегрузку опорных подшипников, колебания системы.

Для исключения этих явлений необходимо, чтобы главный вектор  $\Phi_s$  и главный момент  $M_\phi$  центробежных сил инерции были равны нулю.

Рассмотрим неуравновешенный ротор (рис. 1) как совокупность элементарных масс  $m_i$ , расположенных на расстоянии  $r_i$  от оси вращения ротора.



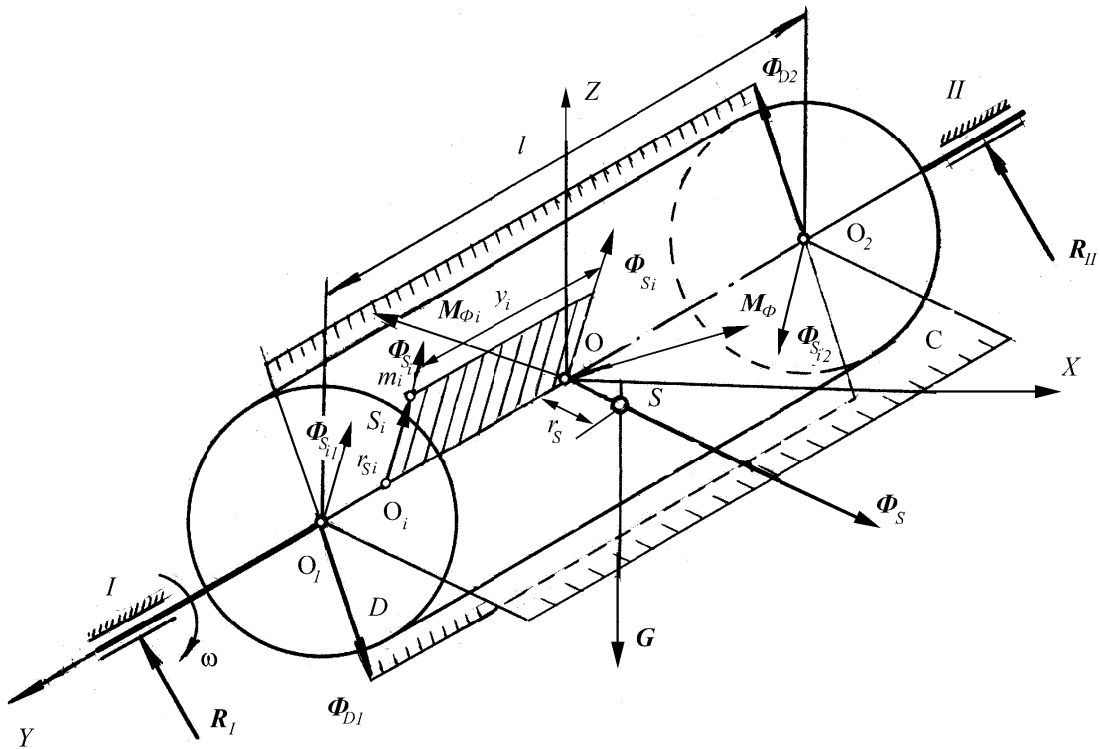


Рис. 1. Силы, действующие на неуравновешенный ротор

Каждая масса  $m_i$  находится в некоторой плоскости, перпендикулярной оси  $Y$  и отстоящей на расстоянии  $y_i$  от координатной плоскости  $XOZ$ , проходящей через центр масс (точка  $S$ ) всего ротора.

Пространственная система координат является неподвижной, а ось  $Y$  проходит через подшипники  $I$  и  $II$ . Угловую скорость ротора примем постоянной.

Векторное уравнение приложенных к ротору сил

$$\vec{R}_I + \vec{G} + \vec{R}_{II} = -\vec{\Phi}_s, \quad (1)$$

где  $R_I$  и  $R_{II}$  – полные реакции подшипников  $I$  и  $II$ ,  $G$  – сила тяжести ротора;  $\Phi_S$  – главный вектор сил инерции ротора.

Каждая элементарная сила инерции  $\Phi_{Si}$  вращающейся массы  $m_i$  направлена радиально (по прямой  $O_i S_i$ ) и равна:

$$\vec{\Phi}_{Si} = -m_i \vec{a}_{Si} = \omega^2 \bar{m}_i \bar{r}_{Si}. \quad (2)$$

После параллельного переноса всех элементарных радиальных сил  $\Phi_{Si}$  в точку  $O$  и векторного их сложения получим главный вектор  $\Phi_S$  ротора

$$\vec{\Phi}_S = \sum \vec{\Phi}_{Si} = \omega^2 \sum \bar{m}_i \bar{r}_{Si} . \quad (3)$$

Векторная сумма  $\sum \bar{m}_i \bar{r}_i$  – вектор статического момента массы всего ротора относительно его оси вращения

$$\sum \bar{m}_i \bar{r}_{Si} = m r_S , \quad (4)$$

где  $r_S$  – вектор радиального смещения центра масс  $S$  ротора.

Физически статический момент массы характеризует величину центробежной силы инерции, развиваемой массой  $m$  при её вращении на радиусе  $r_S$ .

Обозначим:  $D = m r_S$ .

Вектор  $D$  называется главным вектором дисбалансов ротора. Тогда

$$\Phi_S = \omega^2 D . \quad (5)$$

На рис. 1 осевая полуплоскость расположения вектора  $\Phi_S$  частично заштрихована и обозначена буквой  $C$  (статическая).

Статическая неуравновешенность свойственна такому ротору, центр масс которого смещен относительно оси вращения ротора, но главная центральная ось инерции параллельна оси вращения.

Момент пары, полученный при параллельном переносе каждой элементарной силы  $\Phi_{Si}$  в точку  $O$

$$M_{\Phi i} = \Phi_{Si} l_i = \omega^2 m_i r_{Si} y_i . \quad (6)$$

Произведение  $m_i r_{Si} y_i$  можно рассматривать как момент элементарного статического момента  $m_i r_{Si}$  массы  $m_i$  с плечом  $y_i$  относительно точки  $O$ . Плоскость действия этого момента является осевая плоскость. Произведение  $m_i r_{Si} l_i$  можно представить в виде элементарного

центробежного момента инерции  $(J_{rl}) = (J_{ry})_i$ , относящегося к той же осевой плоскости:

$$m_i r_{Si} y_i = (J_{ry})_i. \quad (7)$$

Одна координата  $r_{Si}$  элементарной массы  $m_i$ ; перпендикулярна к оси  $y_i$ , а другая  $y_i$  параллельна оси  $Y$  определяет расстояние массы  $m_i$  от плоскости XOZ, проходящей через центр масс. Тогда

$$M_{\Phi i} = \omega^2 (\vec{J}_{ry})_i. \quad (8)$$

Главный момент  $M_{\Phi}$  всего ротора определится векторным суммированием элементарных моментов  $M_{\Phi i}$ .

$$\vec{M}_{\Phi} = \sum M_{\Phi i} = \omega^2 \sum (\vec{J}_{ry})_i = \omega^2 \vec{J}_{ry} \text{ или } \vec{M}_{\Phi} = \omega^2 \vec{M}_D, \quad (9)$$

где  $M_{\Phi}$  – главный центробежный момент сил инерции всего ротора относительно его осевой плоскости;

$J_{ry}$  – центробежный момент инерции всего ротора относительно его осевой плоскости.

Центробежный момент инерции характеризует величину статического момента центробежных сил инерции, развиваемых ротором при его вращении.

Направление вектора  $J_{ry}$  совпадает с вектором  $M_{\Phi}$ . Главный момент характеризует динамическую неуравновешенность ротора. На рис. 1 главный момент  $M_{\Phi}$  изображен в виде пары сил  $\Phi_{D1}$  и  $\Phi_{D2}$  с плечом  $O_1 O_2 = l$ . Эта пара расположена в осевой плоскости  $D$  ротора. Вектор момента  $M_{\Phi}$  перпендикулярен к плоскости  $D$ .

Статическая неуравновешенность пропорциональна статическому моменту  $mr_S$  массы ротора, а динамическая – его центробежному моменту инерции  $J_{ry}$ . В обоих случаях коэффициентом пропорциональности является множитель  $\omega^2$ .

Геометрические параметры  $mr_S$  и  $J_{ry}$  выражают физическую неуравновешенность ротора и являются мерой двух видов этой неуравновешенности.

В дальнейшем неуравновешенность ротора количественно характеризуется не через  $\Phi_S$  и  $M_\Phi$ , а через пропорциональные им главный вектор  $D$  дисбалансов и главный момент  $M_D$  дисбалансов ротора.

Рассмотрим случай уравнивания жесткого ротора с тремя известными по величине и расположению неуравновешенными массами (рис. 2, а).

Массы  $m_1, m_2, m_3$  расположены в трех плоскостях, перпендикулярных к оси вращения и находящихся на расстояниях  $r_1, r_2, r_3$  от оси ротора.

Центробежные силы инерции, развиваемые этими массами при вращении ротора с постоянной угловой скоростью  $\omega$

$$\Phi_1 = \omega^2 m_1 r_1, \quad \Phi_2 = \omega^2 m_2 r_2, \quad \Phi_3 = \omega^2 m_3 r_3. \quad (10)$$

Условие равновесия сил инерции вместе с уравнивающей силой, создаваемой противовесом  $m_C$ , можно представить уравнением

$$\overline{\Phi}_1 + \overline{\Phi}_2 + \overline{\Phi}_3 + \overline{\Phi}_C = 0, \quad (11)$$

или, сокращая на общий множитель  $\omega^2$ , получим:

$$m_1 \bar{r}_1 + m_2 \bar{r}_2 + m_3 \bar{r}_3 + m_C \bar{r}_C = 0. \quad (12)$$

Строим план дисбалансов (рис. 2, б). Замыкающий вектор характеризует дисбаланс ротора. Уравнивающая масса  $m_C$  может быть установлена в любой точке по оси ротора и на любом расстоянии от его оси вращения. Массу  $m_C$  располагаем в плоскости  $II$ . Постановкой противовеса  $m_C$  на радиусе  $r_C$  устраняется смещение центра масс вращающегося ротора с оси вращения.

Вторым этапом является уравнивание момента центробежных сил инерции. Переносим центробежные силы инерции в плоскость

исправления  $I$ , необходимо дополнительно приложить пары центробежных сил инерции.

$$M_1 = \omega^2 m_1 r_1 l_1, \quad M_2 = \omega^2 m_2 r_2 l_2, \quad M_3 = \omega^2 m_3 r_3 l_3, \quad M_C = \omega^2 m_C r_C l_C. \quad (13)$$

Векторное уравнение при уравнивающем моменте  $M_\delta$  имеет вид

$$\overline{M}_1 + \overline{M}_2 + \overline{M}_3 + \overline{M}_C + \overline{M}_\delta = 0, \quad (14)$$

или, сокращая на общий множитель  $\omega^2$ , получим

$$m_1 \overline{r_1 l_1} + m_2 \overline{r_2 l_2} + m_3 \overline{r_3 l_3} + m_C \overline{r_C l_C} + m_\delta \overline{r_\delta l_\delta} = 0. \quad (15)$$

Строим план центробежных моментов инерции (рис. 2, в).  
Замыкающий вектор  $m_\delta \overline{r_\delta l_\delta}$  – главный момент дисбалансов ротора.

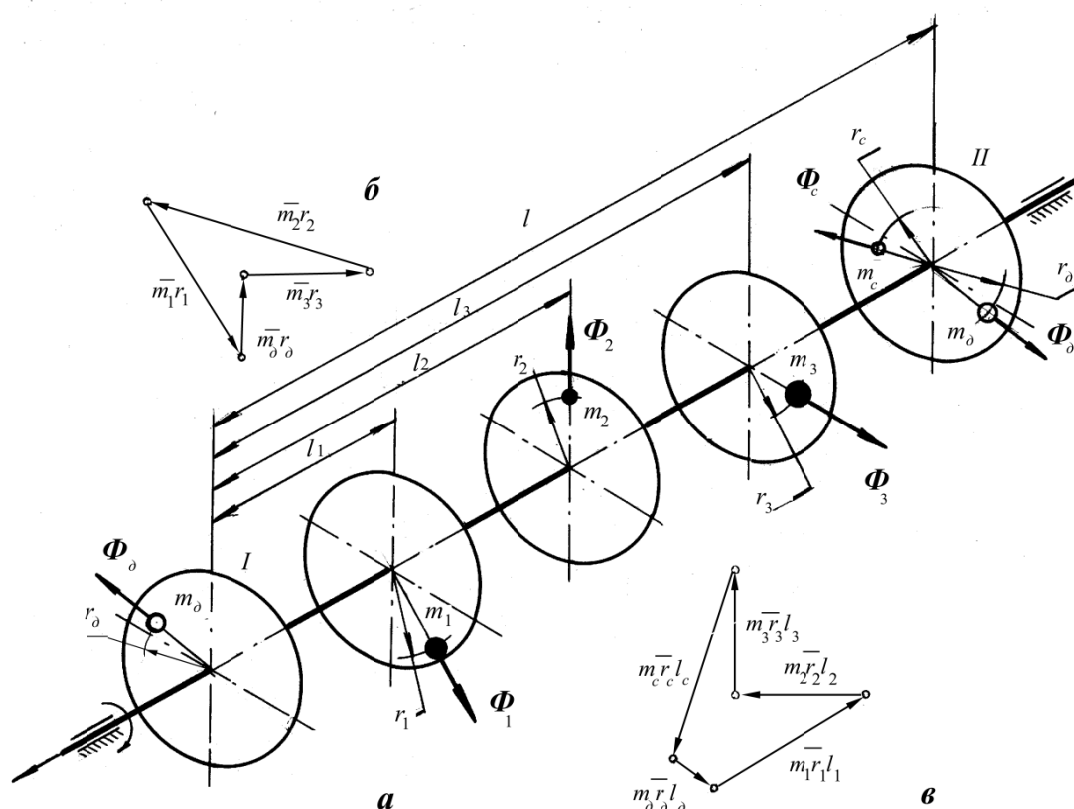


Рис. 2. Уравнивание жесткого ротора с тремя известными по величине и расположению неуравновешенными массами: а – схема ротора; б – план дисбалансов; в – план центробежных моментов

Дополнительные массы, образующие уравнивающую пару сил, располагаются в плоскостях:  $I$  и  $II$ .

Расположенные в плоскости  $II$  массы противовесов  $m_C$  и  $m_D$  могут быть сведены к одной, им эквивалентной, по векторному уравнению

$$m_{II} \overline{r_{II}} = m_D \overline{r_D} + m_C \overline{r_C}, \quad (16)$$

откуда и находят величину искомой массы  $m_{II}$ . Плоскость, в которой расположена масса  $m_{II}$ , определяется вектором, полученным графически.

Любое количество неуравновешенных масс ротора, расположенных в разных плоскостях может быть уравновешено двумя противовесами, помещенными в выбранных плоскостях исправления.

Описанный метод устранения неуравновешенности ротора может быть изменен и упрощен при решении задачи одновременного устранения обоих дисбалансов ротора.

В данной лабораторной работе полная неуравновешенность ротора может быть условно представлена двумя точечными массами  $m_1$  и  $m_2$ , расположенными в плоскостях исправления  $I$  и  $II$ . Для балансировки ротор устанавливается в подшипниках рамы таким образом, чтобы одна из плоскостей исправления (в данном случае  $II$ ) совпала с плоскостью, содержащей ось колебаний рамы станка. В этом случае амплитуда колебаний рамы, измеряемая при резонансе, зависит только от дисбаланса в плоскости исправления  $I$ .

Ротор приводится во вращение приводным устройством (электромотор со шкивом), которое после разгона отключается.

Возмущающий момент от силы инерции  $\Phi_1$  относительно оси вращения рамы:  $M = \Phi_1 l \sin \varphi = \omega^2 m_1 r_1 l \sin \varphi$ , где  $\omega$  – угловая скорость ротора.

Из теории известно, что при совпадении частот вынужденных и собственных колебаний амплитуда колебаний системы максимальна.

Максимальная амплитуда пропорциональна возмущающему фактору, в данном случае дисбалансу  $m_1 r_1$ .  $A = \mu m_1 r_1$ .

Следовательно, если замерить амплитуду при резонансе и знать  $\mu$ , то можно определить дисбаланс, действующий в плоскости  $I$ . Статический момент массы противовеса:  $m_{II}\vec{r}_{II} = -m_1\vec{r}_1$ .

Статические моменты противовесов можно определить лишь опытным путем, замеряя колебания рамы с ротором.

Разгоняют ротор до большого числа оборотов, отключают приводное устройство, переводят ротор в режим выбега. По индикатору фиксируют максимальную амплитуду  $A_1$  колебаний рамы. В плоскости  $I$  устанавливают добавочную массу  $m_\delta$  на радиусе  $r_1$  от оси ротора. Разгоняют ротор и замеряют амплитуду  $A_2$  колебаний рамы. Затем плоскость  $I$  поворачивают на угол  $180^\circ$  (не снимая массы), приводят ротор во вращение и замеряют амплитуду  $A_3$  колебаний рамы.

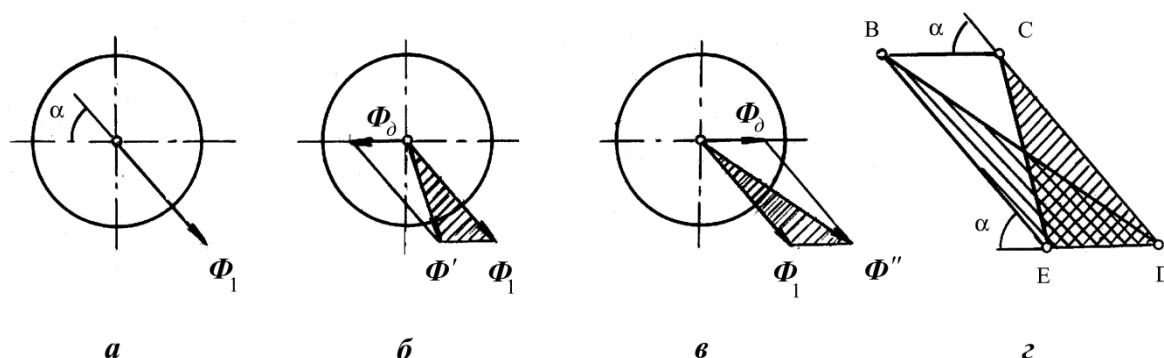


Рис. 3. График изменения силы инерции в процессе проведения испытания:  
 $a$  – сила инерции, вызывающая колебания рамы при первом испытании;  
 $b$  – силы инерции после установки добавочной массы;  $c$  – сила инерции после поворота плоскости  $I$  вместе с массой на угол  $180^\circ$ ;  $d$  – совокупность изменения силы инерции

На рис. 3,  $a$  показана сила инерции  $\Phi_1$ , вызывающая колебания рамы при первом испытании

$$\vec{\Phi}_1 = \omega^2 m_1 \vec{r}_1. \quad (17)$$

На рис. 3,  $b$  – сила инерции  $\Phi'$  после установки добавочной массы

$$\vec{\Phi}' = \vec{\Phi}_1 + \vec{\Phi}_\delta = m_1 \vec{r}_1 + m_\delta \vec{r}_\delta. \quad (18)$$

На рис. 3, в – сила инерции  $\vec{\Phi}''$ , полученная после поворота плоскости  $I$  вместе с массой на угол  $180^\circ$ :

$$\vec{\Phi}'' = \vec{\Phi}_1 + \vec{\Phi}_\partial = m_1 \vec{r}_1 + m_\partial \vec{r}_\partial. \quad (19)$$

Совмещая заштрихованные треугольники, чтобы их равные стороны совпали, параллелограмм BCDE (рис. 4, з).

Стороны и диагонали параллелограмма составлены из векторов дисбалансов, то есть пропорциональны амплитудам.

Из треугольника BDE можно записать  $2BC^2 + 2BE^2 = BD^2 + CE^2$ , откуда находим

$$BC = \sqrt{0,5(BD^2 + CE^2 - 2BE^2)}. \quad (20)$$

Но, поскольку  $A_1 = \mu \Phi_1$ ,  $A_2 = \mu \Phi_2$ ,  $A_3 = \mu \Phi_3$ ,  $A_\partial = \mu \Phi_\partial$ , то

$$A_\partial = \sqrt{0,5(A_3^2 + A_2^2 - A_1^2)} = \mu m_\partial r_\partial. \quad (21)$$

Определив экспериментально амплитуды  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$ , можно подсчитать значение  $A_\partial$  и определить  $\mu = A_\partial / m_\partial r_\partial$ .

Дисбаланс в плоскости  $I$  составит  $m_1 r_1 = A_1 / \mu = m_\Pi r_\Pi$ .

Задавшись массой  $m_\Pi$  противовеса, определяют радиус  $r_\Pi$  его установки  $r_\Pi = m_1 r_1 / m_\Pi$ .

Угол установки противовеса определяют из треугольника BDE (рис. 3, з)

$$\cos \alpha_\Pi = (A_1^2 + A_2^2 - A_3^2) / 2 A_1 A_\partial. \quad (22)$$

Решая последнее уравнение, получают два значения угла установки противовеса  $\alpha$  и  $-\alpha$ . Однако эти углы не определяют сторону диаметра, где должен быть поставлен противовес. Поэтому находят еще два угла  $180^\circ - \alpha$ ,  $180^\circ + \alpha$ . Вопросы о пригодности того или иного значения угла решаются испытанием на станке. Противовес  $m_\Pi$  на радиусе  $r_\Pi$  устанавливают



последовательно под углами  $\alpha$ ,  $(-\alpha)$ ,  $180^\circ - \alpha$ ,  $180^\circ + \alpha$ . Углом установки противовеса является тот, при котором отсутствует вибрация рамы.

Определение противовеса в плоскости  $I$  проводится аналогично определению противовеса в плоскости  $I$ , но для этого следует ротор установить на раме, предварительно повернув его на  $180^\circ$  относительно первоначального положения.

После определения и установки противовесов  $m_{\text{пI}}$  и  $m_{\text{пII}}$  в соответствующих плоскостях исправления ротор будет полностью уравновешен.

## 2. ОСНОВНЫЕ ПРАВИЛА ПО ТЕХНИКЕ БЕЗОПАСНОСТИ

1. Лабораторные работы проводятся под наблюдением преподавателя или лаборанта. Начинать работу можно только после ознакомления с методикой ее проведения. Студентам запрещается самостоятельно включать и выключать машины, проводить какие-либо операции на них и оставлять их без наблюдения в процессе работы.

2. К выполнению лабораторных работ студенты допускаются только после прослушивания инструктажа по технике безопасности и противопожарным мерам. После инструктажа каждый студент расписывается в специальном журнале.

3. В случае потери пособий, порчи инструментов или испытательных приборов студенты несут материальную ответственность за них.

4. При нарушении требований техники безопасности студент отстраняется от дальнейшего выполнения лабораторной работы.

5. Если действия студента не привели к серьезным последствиям, то он может быть вновь допущен к лабораторным занятиям после повторного инструктажа.

### 3. ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ УСТАНОВКИ

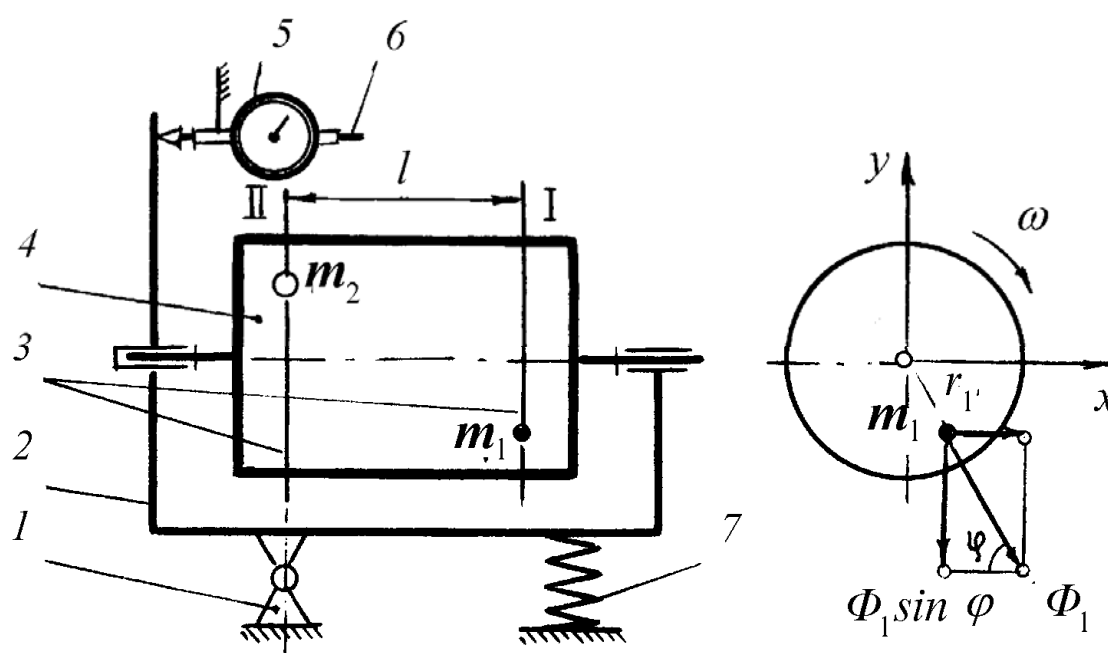


Рис. 4. Балансировка ротора на примере станка В.В. Шитикова

Рассмотрим процесс балансировки ротора на станке конструкции В. В. Шитикова, схема которого представлена на рис. 4. Балансируемый ротор 4 установлен в подшипниках на жесткой раме 2, которая шарниром связана с неподвижным основанием 1. Рама 2 подпружинена упругим элементом 7, выполненным в виде упругой балки, благодаря которой ротор 4 вместе с рамой 2 может колебаться в вертикальной плоскости. Эти колебания могут быть зафиксированы индикатором 5 через шток 6.

### 4. ПОРЯДОК ИСПЫТАНИЯ

1. Привести систему в исходное положение. Для этого плоскость исправления  $I$  установить на ноль и закрепить винтом.

2. Разогнать ротор. Для этого плавно нажать на шаровую рукоятку рычага, благодаря чему включается электродвигатель, и шкив прижимается к ротору. Разгон ротора производится до тех пор, пока не исчезнут колебания рамы 2 станка. После этого рычаг опустить в исходное положение.

3. Нажать на шток 6 индикатора 5 до упора. Вращая лимб индикатора, совместить 0 шкалы индикатора со стрелкой.
4. Дождавшись остановки ротора, отсчитать амплитуду  $A_1$ . Измерение проводится три раза и вычисляется среднее значение. Данные заносятся в табл. 1.
5. Установить в плоскости  $I$  добавочный груз  $m_0$  на радиусе  $r_0$ . Значения  $m_0$  и  $r_0$  задает преподаватель.
6. Измерить амплитуду  $A_2$ . Измерение повторить три раза. Данные занести в табл. 1.
7. Ослабив винты крепления диска на валу, повернуть груз  $m_0$  с плоскостью на  $180^\circ$ . Завернуть винты.
8. Измерить амплитуду  $A_3$ . Измерение повторить три раза. Данные занести также в табл. 1.
9. По формулам табл. 2, задавшись массой  $m_{\text{п}}$  противовеса, рассчитать радиус  $r_{\text{п}}$  его установки, а также четыре значения угла  $\alpha$ . Следует иметь в виду, что  $m_{\text{п}} = 16, 20, 30$  г.;  $40 \leq r_{\text{п}} \leq 80$  мм.
10. Снять добавочный груз.
11. Установить в плоскости исправления  $I$  противовес  $m_{\text{п}}$  на радиусе  $r_{\text{п}}$ .
12. Измерить амплитуду  $A_4$  колебаний ротора при четырех значениях угла  $\alpha$  установки противовеса. Данные занести в табл. 3.
13. Определить относительную величину остаточной неуравновешенности ротора. Для этого из четырех значений угла  $\alpha$  установки противовеса выбрать значение, при котором амплитуда колебаний ротора минимальна. Измерение повторить четыре раза. Данные занести в табл. 4.
14. Снять с диска противовес и передать преподавателю.
15. Сделать выводы о результатах проведенных исследований.

Таблица 1

## Измеренная амплитуда

Амплитуда	Измерения			Среднее	$m_{\delta} =$ Г; $r_{\delta} =$ ММ
	1	2	3	ММ	
$A_1$					
$A_2$					
$A_3$					

Таблица 2

## Параметры противовеса

Формула, величина	Результат	Размерность
$A_{\delta} = \sqrt{\frac{A_3^2 + A_2^2 - 2A_1^2}{2}}$		ММ
$\mu = \frac{A_{\text{Д}}}{m_{\text{Д}} r_{\text{Д}}}$		Г <sup>-1</sup>
$m_1 r_1 = \frac{A_1}{\mu}$		Г·ММ
$m_{\text{п}}$		Г
$r_{\text{п}} = m_1 r_1 / m_{\text{п}}$		ММ
$\cos \alpha_{\text{п}} = \frac{A_1^2 + A_{\delta}^2 - A_3^2}{2A_1 \cdot A_{\delta}}$		
$\alpha_{\text{п}}$		град

Таблица 3

**Измеренная амплитуда колебаний ротора**

$\alpha$	$\alpha_n$	$360^0 - \alpha_n$	$180^0 - \alpha_n$	$180^0 + \alpha_n$
град				
$A_4$ , мм				

Таблица 4

**Амплитуда колебаний ротора при угле с минимальной амплитудой**

Амплитуда	Измерения					$\delta = \frac{A_{\kappa}}{A_{\partial}}$
	1	2	3	4	Среднее	
$A_{\kappa}$ , мм						

**5. ВЫВОДЫ ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ**

По результатам лабораторной работы определить:

- в плоскости исправления  $I$  массу  $m_n$ , радиус  $r_n$  и угол  $\alpha$  установки противовеса;
- относительную величину остаточной неуравновешенности ротора.

**6. СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА И АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ ВЫПОЛНЕННОЙ РАБОТЫ**

1. Отчет должен быть выполнен на отдельном листе. Рисунки оформляются карандашом, а текст и таблицы ручкой.
2. Отчет должен включать: цель работы; схему экспериментальной установки; таблицу полученных экспериментальных данных; выводы.

## 7. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Какое основное преимущество рамных (люлечных) балансировочных станков типа станка В.В. Шитикова?
2. Сколько вариантов решения возможно, если необходимо уравновесить статически одну неуравновешенную массу постановкой противовеса на линии, проходящей через центр масс, но по другую сторону от оси ротора.
3. Ротор уравновешен статически. Окажется ли он одновременно уравновешенным и динамически?
4. Ротор уравновешен динамически. Окажется ли он одновременно уравновешенным и статически?
5. При каком числе оборотов следует уравнивать ротор, который при работе меняет свою форму или положение?
6. Почему рекомендуют, по возможности, плоскости исправления при балансировке роторов располагать ближе к опорам?
7. От каких факторов зависит количество и расположение плоскостей исправления при балансировке роторов?
8. Как следует уравнивать ротор, у которого длина значительно больше диаметра?
9. Как будет уравновешен ротор, если ось вращения ротора является главной осью инерции?
10. Какое минимальное число противовесов необходимо только для статического уравнивания одной неуравновешенной массы ротора?
11. Какова размерность статического момента массы ротора?
12. Какое, в общем случае, минимальное число плоскостей должно быть выбрано при балансировке ротора?
13. Какое тело называется ротором?

14. Какое условие соответствует статически уравновешенному ротору?
15. Объясните понятие "безразличное равновесие" ротора.
16. Чем обусловлен блуждающий дисбаланс в полых роторах?
17. Для какой цели при статической балансировке роторов сверлят отверстие в теле ротора со стороны неуравновешенной массы на линии, проходящей через центр масс?
18. Какова физическая суть статического момента массы ротора?
19. Запишите условие, соответствующее полному уравновешиванию ротора
20. Назовите цель уравновешивания вращающихся роторов.
21. Какие параметры являются мерой статической и динамической неуравновешенности ротора?
22. Останется ли жесткий ротор, полностью уравновешенный при угловой скорости  $\omega$ , уравновешенным и при скорости  $\omega_1 > \omega$ ?
23. Какой ротор называется гибким?
24. Какая величина называется главным моментом дисбалансов ротора?
25. Как называется ось, проходящая через центр масс ротора?

#### **Список рекомендуемой литературы**

1. Артоболевский И. И. Теория механизмов и машин. – М.: Наука, 1988. – 640 с.
2. Теория механизмов и машин : учеб. для втузов / К. В. Фролов, и др. ; под ред. К. В. Фролова. – М.: Высш. шк., 1987. – 496 с.
3. Левитский Н. И. Теория механизмов и машин : учеб. пособие для вузов. – М.: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1990. – 592 с.
4. Гавриленко В. А. Теория механизмов : учеб. для втузов. – М.: Высш. шк., 1973 – 510 с.

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 10

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ КИНЕМАТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК И КОЭФФИЦИЕНТА ПОЛЕЗНОГО ДЕЙСТВИЯ ПЛАНЕТАРНОГО РЕДУКТОРА

Цель работы: теоретическое и экспериментальное определение коэффициента полезного действия планетарного редуктора; определение передаточного отношения планетарного редуктора и его кинематических характеристик; сравнение экспериментальных и теоретических результатов. Исследование влияния частоты вращения входного вала и момента на выходном валу на КПД редуктора.

#### 1. КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Механизмы со степенью свободы равной единице ( $W = 1$ ), называются планетарными передачами. Передачи, понижающие угловую скорость и увеличивающие крутящий момент, называются редукторами. Передачи, увеличивающие угловую скорость и уменьшающие крутящий момент, называются мультипликаторами. Механизмы, обладающие степенью свободы  $W \geq 2$ , называются *дифференциальными*.

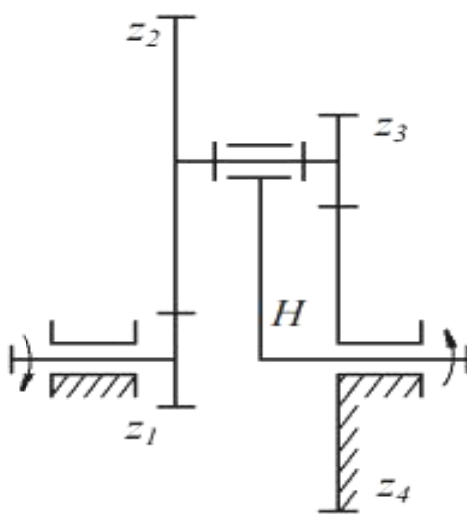


Рис. 1. Планетарный редуктор Давида:

$z_1, z_2, z_3, z_4$  – числа зубьев;  $H$  – водило



Колеса 2 и 3 (рис. 1), совершающие сложное движение, называются сателлитами. Звено  $H$ , образующее с сателлитом вращательную пару, называется водилом. Зубчатые колеса 1 и 2 называются центральными. При этом колесо 1 часто является ведущим и его называют центральной солнечной шестерней.

Дифференциальные и планетарные механизмы получили широкое распространение в технике благодаря следующим преимуществам:

- малый вес и габариты за счет передачи мощности параллельными потоками;
- более высокий коэффициент полезного действия при рационально выбранной схеме;
- большое передаточное отношение в одной ступени;
- отсутствуют радиальные усилия основных звеньев, за счет чего разгружаются их опоры;
- возможность получения дифференциального движения.

К недостаткам планетарных механизмов относят:

- сложность выбора рациональной кинематической схемы;
- повышенную сложность изготовления и сборки механизмов.

Планетарный редуктор с внешними зубчатыми передачами (рис.1) носит название редуктор Давида. Он появился в технике раньше других, что объясняется отсутствием передач с внутренним зацеплением, для которых требуется более высокий уровень технологии. Передачу применяют для получения больших передаточных отношений (до нескольких тысяч), когда к.п.д. не имеет значения. Используют при одном сателлите в несиловых передачах, например, в приборостроении.

При применении таких передач необходимо помнить, что увеличение передаточного отношения резко снижает к.п.д., а при выходном звене – водиле, начиная с некоторых значений, возможно самоторможение.

Передаточное отношение будем обозначать буквой  $U$  с тремя

индексами. Нижние индексы обозначают звенья, между которыми определяется передаточное отношение, а порядок их записи – направление движения. Верхний индекс – номер остановленного (заторможенного) звена. Например,  $U_{1H}^4$  означает передаточное отношение от зубчатого колеса  $1$  к водилу  $H$  при остановленном звене  $4$ .

Коэффициентом полезного действия механизма  $\eta$  называется отношение абсолютной величины работы моментов (сил) полезного сопротивления  $A_{\text{ПС}}$  к работе движущих моментов (сил)  $A_{\text{Д}}$  за время цикла установившегося движения  $t_{\text{ц}}$

$$\eta = \frac{|A_{\text{ПС}}|}{|A_{\text{Д}}|}. \quad (1)$$

Так как работы всех моментов (сил) совершаются за один и тот же промежуток времени, то они могут быть заменены средними значениями соответствующих мощностей

$$P_{\text{cp}} = \frac{A_{\text{ц}}}{t_{\text{ц}}} = M_{\text{cp}} \omega_{\text{cp}},$$

тогда

$$\eta = \frac{|P_{\text{ПС}}|_{\text{CP}}}{|P_{\text{Д}}|_{\text{CP}}}. \quad (2)$$

Коэффициент полезного действия исследуемого в работе планетарного редуктора может быть найден расчетным и экспериментальным путем как отношение мощностей на выходе  $P_H$  и входе  $P_1$  редуктора

$$\eta = \frac{P_H}{P_1} = \frac{M_H \cdot \omega_H}{M_1 \cdot \omega_1} = \frac{M_H}{M_1 \cdot U_{1H}^4} \quad (3)$$

где  $M_1$  – среднее за цикл значение приведенного к входному валу  $1$

планетарного редуктора вращающего момента движущих сил;  $M_H$  – среднее за цикл значение приведенного к выходному валу  $H$  (водителю) планетарного редуктора момента сил сопротивления;  $\omega_1, \omega_H$  – среднее за цикл значение угловых скоростей входного и выходного валов;  $U_{1H}^4 = \frac{\omega_1}{\omega_H}$  – передаточное отношение планетарного редуктора.

Теоретический коэффициент полезного действия данного редуктора можно найти по формуле:

$$\eta = \frac{1}{U_{1H}^4} [1 - (1 - U_{1H}^4) \cdot \eta_0] \quad , \quad (4)$$

где  $\eta_0 = \eta_{зп}^2 \cdot \eta_{п}^3 \cdot \eta_{зм}^2$  – коэффициент полезного действия обращенного механизма;  $\eta_{зп}$  – к.п.д. зубчатой передачи ( $\eta_{зп} = 0,97..0,98$ );  $\eta_{п}$  – к.п.д. двух подшипников качения ( $\eta_{п} = 0,98..0,995$ );  $\eta_{зм}$  – к.п.д. эластичной муфты ( $\eta_{зм} = 0,98$ ).

К.п.д. любого механизма зависит от нагрузки. На холостом ходу полезная работа равна нулю и к.п.д.  $\eta=0$ . Когда полезная работа небольшая, величина к.п.д. также мала, так как большая часть затрачиваемой энергии идет на преодоление потерь в механизме. С увеличением полезной работы к.п.д. растет до достижения номинальной нагрузки.

Дальнейшее увеличение полезной нагрузки приводит к падению к.п.д. из-за увеличения деформаций и нарушения условий смазки в передаче, что обуславливает рост потерь энергии. Значение к.п.д., найденное расчетным путем по формуле (4), соответствует номинальной нагрузке.

Для кинематического анализа планетарных механизмов обычно используют метод остановки водителя (*метод Виллиса*). При этом всему

планетарному механизму сообщается (мысленно) вращение с угловой скоростью водила ( $-\omega_H$ ), т.е. водило мысленно останавливается, а другие остановленные звенья растормаживаются. Полученный механизм с обычной передачей называется *обращенным*. Мысленная остановка водила равноценна вычитанию его угловой скорости из угловых скоростей подвижных колес. Тогда угловые скорости звеньев любого планетарного (дифференциального) механизма можно связать зависимостью:

$$U_{ab}^H = \frac{\omega_a - \omega_H}{\omega_b - \omega_H}, \quad (5)$$

где  $\omega_a$  и  $\omega_b$  – угловые скорости двух любых зубчатых колес  $a$  и  $b$  планетарного механизма;  $\omega_H$  – угловая скорость водила  $H$ ;  $U_{ab}^H$  – передаточное отношение обращенного механизма (вычисляется с учетом знака).

Так для планетарного механизма, изображенного на рис. 1, согласно формуле (5)

$$U_{14}^H = \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_4 - \omega_H}, \quad (6)$$

где  $U_{14}^H$  – передаточное отношение обращенного механизма, которое еще называют внутренним передаточным отношением.

Более удобную форму уравнения (6) получим, решив его относительно  $\omega_1$ :

$$\omega_1 = \omega_H (1 - U_{14}^H) + \omega_4 U_{14}^H. \quad (7)$$

Уравнение (7) является основным кинематическим уравнением трехзвенного дифференциального механизма, устанавливающим связь между угловыми скоростями его основных звеньев.

Принято считать, что передаточное отношение колес с внешним

зацеплением является отрицательным (колеса вращаются в противоположные стороны), а передаточное отношение колес с внутренним зацеплением – положительным (направление вращения совпадает).

$$U_{14}^H = U_{12}^H \cdot U_{34}^H = \left[ -\frac{z_2}{z_1} \right] \cdot \left[ -\frac{z_4}{z_3} \right] = \frac{z_2 z_4}{z_1 z_3}. \quad (8)$$

Так как в планетарном редукторе по рис. 1 остановленным звеном будет звено 4 ( $\omega_4 = 0$ ), то уравнение (7) примет вид

$$\omega_1 = \omega_H (1 - U_{14}^H). \quad (9)$$

Тогда передаточное отношение планетарного редуктора

$$U_{1H}^4 = \frac{\omega_1}{\omega_H} = 1 - U_{14}^H. \quad (10)$$

Рассчитав  $\omega_1 = \pi n_1 / 30$ , из (10) определим угловую скорость водила

$$\omega_H = \frac{\omega_1}{1 - U_{14}^H}. \quad (11)$$

Угловые скорости сателлитов можно определить с помощью формулы Виллиса, записанной для колес  $z_1, z_2$

$$U_{12}^H = \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_2 - \omega_H}, \quad (12)$$

где  $U_{12}^H = -\frac{z_2}{z_1}$ .

Абсолютная угловая скорость сателлитов определяется из (12)

$$\omega_{2,3} = \frac{\omega_1 + \omega_H (U_{12}^H - 1)}{U_{12}^H}. \quad (13)$$

Для выбора подшипников сателлитов при проектировании планетарных механизмов из (12) определим относительную скорость сателлитов:

$$\omega_{2,3\text{отн}} = \omega_2 - \omega_H = \frac{\omega_1 - \omega_H}{U_{12}^H} \quad (14)$$

### 1.1. Особенности проектирования планетарных передач

Известно, что в планетарных механизмах нельзя произвольно назначать числа зубьев центральных колес и сателлитов. Обычно с целью упрощения определения чисел зубьев допускается (где это возможно) отклонение значения передаточного отношения от заданного в пределах 1 – 5 %.

Расчет чисел зубьев планетарных передач связан с рядом особенностей.

Они должны быть соосными. Условие соосности требует, чтобы геометрические оси водила и центральных колес располагались на одной геометрической оси. Условие соосности выражается через радиусы начальных окружностей. Для передачи на рис. 1 условие соосности

$$\frac{d_{w1}}{2} + \frac{d_{w2}}{2} = \frac{d_{w3}}{2} + \frac{d_{w4}}{2} \quad (15)$$

или для передачи с нулевыми колесами при одинаковых модулях

$$z_1 + z_2 = z_3 + z_4 \quad (16)$$

Должно соблюдаться условие сборки, которое заключается в том, чтобы зубья каждого сателлита могли одновременно войти в зацепление с обоими центральными колесами. Проще всего правильная сборка осуществляется, если сателлиты равномерно располагать по окружности водила. Это упрощает изготовление и позволяет избежать противовесов.

Условие сборки имеет следующий вид:

$$\frac{z_1 \cdot z_3 - z_4 \cdot z_2}{z_3 k} = C, \quad (17)$$

где  $k$  – число сателлитов;

$C$  – произвольное целое число.

Условие соседства требует, чтобы при многосателлитной конструкции

соседние сателлиты не касались своими зубьями друг друга. При двухвенцовом сателлите опасность касания более вероятна у большего венца сателлита. Допустим  $z_2 > z_3$ . Тогда условие соседства для пары колес внешнего зацепления

$$(z_1 + z_2) \sin \frac{\pi}{k} \geq z_2 + 2 \quad (18)$$

## 2. ОСНОВНЫЕ ПРАВИЛА ПО ТЕХНИКЕ БЕЗОПАСНОСТИ

1. Лабораторные работы проводятся под наблюдением преподавателя или лаборанта. Начинать работу можно только после ознакомления с методикой ее проведения. Студентам запрещается самостоятельно включать и выключать машины, проводить какие-либо операции на них и оставлять их без наблюдения в процессе работы.

2. К выполнению лабораторных работ студенты допускаются только после прослушивания инструктажа по технике безопасности и противопожарным мерам. После инструктажа каждый студент расписывается в специальном журнале.

3. Перед включением установок необходимо проверить заземление и положение тумблеров в положении «Выкл.».

4. При работе установке нельзя прикасаться к токоведущим частям, а также к электрощитам и электрорубильникам.

5. Во избежание ожогов нельзя трогать вращающиеся детали установок.

6. При проведении лабораторных испытаний нельзя находиться в непосредственной близости от движущихся частей машины. Имеющиеся кожухи на установках должны быть плотно закрыты.

7. Запрещается проводить ремонтные мероприятия, устранять неисправности электрооборудования и чистить машины и установки во время работы или когда они находятся под напряжением.

8. В случае потери пособий, порчи инструментов или испытательных

приборов студенты **несут материальную ответственность** за них.

9. При нарушении требований техники безопасности студент **отстраняется от дальнейшего выполнения лабораторной работы.**

10. Если действия студента не привели к серьезным последствиям, то он может быть вновь допущен к лабораторным занятиям после повторного инструктажа.

### 3. ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ УСТАНОВКИ

Установка состоит (рис. 2) из узла электродвигателя с тахометром, нагрузочного устройства и испытуемого редуктора, закрепленных на общем основании 18.

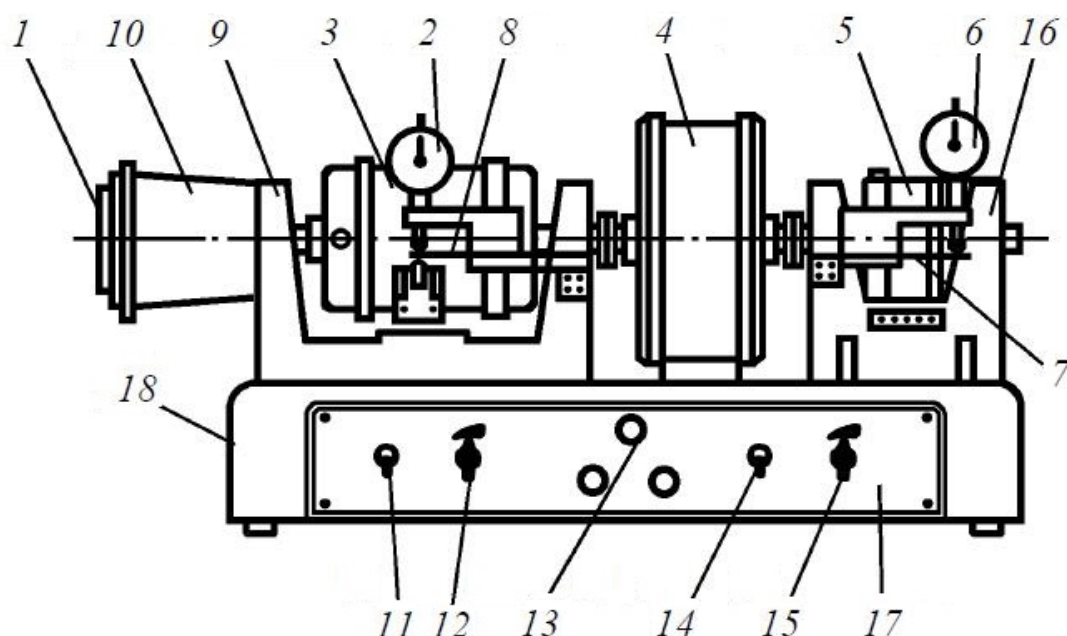


Рис. 2. Схема установки

На узле электродвигателя и нагрузочном устройстве установлены измерительные приборы.

Узел электродвигателя смонтирован на литом кронштейне 9, закрепленном на основании 18. Слева на кронштейне имеется цилиндрический корпус 10, в который вмонтирован тахометр 1, показывающий частоту вращения электродвигателя  $n_1$ . На кронштейне установлено также измерительное устройство, позволяющее определять



крутящий момент на валу электродвигателя  $M_1$ . Состоит оно из индикатора часового типа 2, шток которого упирается в плоскую пружину 8.

Так как двигатель балансирного типа, то есть его статор может вращаться вокруг общей оси вместе с якорем, то при включенном электродвигателе реактивный момент статора (равный по абсолютному значению моменту на валу якоря  $M_1$ ) поворачивает статор. Закрепленный на статоре кронштейн давит на пружину 8, которая, деформируясь, перемещает шток индикатора 2. Стрелка индикатора показывает величину  $M_1$  (цена деления шкалы индикатора 0,032 Н·мм).

Якорь электродвигателя эластичной муфтой соединен с входным валом редуктора 4, а ведомое звено редуктора ( $H$ ) эластичной муфтой соединено с ротором нагрузочного устройства 5.

Редуктор имеет съемную крышку, позволяющую изучить его конструкцию и определить числа зубьев колес.

Нагрузочное устройство 5, закрепленное на кронштейне 16, представляет собой магнитный порошковый тормоз, который создает тормозной момент, имитирующий рабочую нагрузку на ведомом звене редуктора  $M_H$ .

На кронштейне 16 закреплено также измерительное устройство, состоящее из плоской пружины 7 и индикатора часового типа 6, шток которого упирается в пружину.

При подаче тока в обмотку электродвигателя магнитная смесь оказывает сопротивление вращению ротора нагрузочного устройства, создавая тормозной момент и поворачивая его статор. Закрепленный на статоре кронштейн давит на пружину 7, которая, деформируясь, перемещает шток индикатора 6. Стрелка индикатора показывает величину момента сопротивления  $M_H$  (цена деления шкалы индикатора 0,2 Н·мм).

На основании 18 закреплена панель управления 17, на которой размещены:

- тумблеры 11 и 14, включающие, соответственно, электродвигатель и нагрузочное устройство;
- рукоятки 12 и 15 потенциометров, позволяющие бесступенчато изменять частоту вращения двигателя  $n_1$  и силу тока в электромагните нагрузочного устройства;
- контрольная лампочка 13, загораясь, указывает, что двигатель находится под напряжением.

#### 4. ПОРЯДОК ИСПЫТАНИЯ

1. Ознакомиться с установкой и конструкцией планетарного редуктора. Снять крышку планетарного редуктора 4 и определить количество сателлитов  $k$  и эластичных муфт, а также выяснить, какие подшипники установлены в редукторе.

2. Тумблерами 11 и 14 включить электродвигатель 3 и нагрузочное устройство 5.

3. Поворотом рукоятки 12 потенциометра установить стрелку тахометра 1 на заданную частоту вращения  $n_1$ .

4. Плавно поворачивая рукоятку 15, установить на индикаторе 6 заданные значения тормозного момента  $M_H$ , поддерживая при этом заданную частоту вращения электродвигателя по тахометру 1 с помощью рукоятки 12 и определить значения момента  $M_1$  по индикатору 2. Полученные результаты для пяти заданных значений  $M_H$  занести в табл. 1.

5. Изменяя частоту вращения двигателя поворотом рукоятки 12, для заданной величины тормозного момента  $M_H = const$  по индикатору 2 определить значения момента  $M_1$  для пяти заданных значений  $n_1$ . Полученные значения занести в табл. 2.

6. Выключить тумблеры 11 и 14.
7. Для случаев  $n_1 = const$  и  $M_H = const$  по формулам (11), (13), (3) и (4) определить угловую скорость электродвигателя  $\omega_1$ , водила  $\omega_H$ , сателлитов  $\omega_{2,3}$  и к.п.д. планетарного редуктора. Результаты расчетов занести в табл. 1 и 2.
8. По результатам расчетов построить графики:  
 $\eta_{\Sigma} = \eta_{\Sigma}(M_H)$  при  $n_1 = const$ ;  
 $\eta_{\Sigma} = \eta_{\Sigma}(n_1)$  при  $M_H = const$ .

Таблица 1

## Результаты расчетов

Число оборотов $n_1 = const$									
№	$M_H$ , Н·мм	$M_1$ , Н·мм	$n_1$ , об/мин	$n_H$ , об/мин	$\omega_1$ , с <sup>-1</sup>	$\omega_H$ , с <sup>-1</sup>	$\omega_{2,3}$ , с <sup>-1</sup>	$\eta_{\Sigma}$	$\eta_T$
1									
2									
3									
4									
5									

Таблица 2

## Результаты расчетов

$M_H = const$									
№	$M_H$ , Н·мм	$M_1$ , Н·мм	$n_1$ , об/мин	$n_H$ , об/мин	$\omega_1$ , с <sup>-1</sup>	$\omega_H$ , с <sup>-1</sup>	$\omega_{2,3}$ , с <sup>-1</sup>	$\eta_{\Sigma}$	$\eta_T$
1									
2									
3									
4									
5									

## 5. ВЫВОДЫ ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ

По результатам лабораторной работы проанализировать:

- зависимость коэффициента полезного действия  $\eta$  планетарного редуктора от числа оборотов ведущего (быстроходного) вала  $n_1$ ;
- зависимость коэффициента полезного действия  $\eta$  планетарного редуктора от тормозного момента  $M_H$ .

## 6. СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА И АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ ВЫПОЛНЕННОЙ РАБОТЫ

Отчет должен быть выполнен на отдельном листе.

Рисунки, графики и таблицы выполняют карандашом, а текст ручкой.

Отчет должен включать: цель работы, расчетные формулы, результаты расчетов и табл. 1, 2 результатов расчетов и экспериментальных данных; графики влияния числа оборотов  $n_1$  и тормозного момента  $M_H$  на коэффициент полезного действия  $\eta$  планетарного редуктора: выводы по результатам работы.

## 8. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что такое планетарный механизм? Планетарный редуктор? Дифференциальный механизм?
2. Как называются звенья планетарного механизма?
3. Что такое обращенный механизм?
4. Как осуществить переход от планетарного механизма к обращенному?
5. Как осуществить переход от дифференциального механизма к планетарному редуктору?
6. Напишите формулу Виллиса для обращенного механизма.
7. Является ли обращенный механизм планетарным?

8. Напишите формулы для определения передаточного отношения планетарного редуктора и обращенного механизма.
9. Каковы достоинства и недостатки планетарных передач?
10. Каким условиям должны удовлетворять числа зубьев колес планетарного редуктора?
11. Начиная с какого количества сателлитов необходимо проверять на условия соосности, сборки и соседства?
12. Цель кинематического исследования планетарного редуктора.
13. Что такое коэффициент полезного действия механизма (физический смысл, формула)?
14. Пределы изменения к.п.д. любого механизма.
15. Что такое явление “самоторможения”? Влияние этого явления на к.п.д. механизма.
16. Чему равен общий к.п.д. последовательно и параллельно соединенных механизмов? Какое из этих соединений обеспечивает больший к.п.д.?
17. Как можно определить к.п.д. обращенного не планетарного редуктора?
18. Что такое абсолютная угловая скорость сателлита?
19. Для чего определяется относительная угловая скорость сателлита?

#### **Список рекомендуемой литературы**

1. Артоболевский И. И. Теория механизмов и машин. – М.: Наука, 1988. – 640 с.
2. Теория механизмов и машин : учеб. для втузов / К. В. Фролов и др. ; под ред. К. В. Фролова. – М.: Высш. шк., 1987. – 496 с.
3. Левитский Н. И. Теория механизмов и машин : учеб. пособие для вузов. – М.: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1990. – 592 с.
4. Гавриленко В. А. Теория механизмов : учеб. для втузов. – М.: Высш. шк., 1973. – 510 с.
5. Кудрявцев В. Н. Планетарные передачи. – М. – Л.: Машиностроение, 1966. – 306 с.
6. Кирдяшев Ю. Н. Многопоточные передачи дифференциального типа. – Л.: Машиностроение, 1981. – 224 с.

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №11

### ПРОСТРАНСТВЕННЫЕ НЕЗАМКНУТЫЕ КИНЕМАТИЧЕСКИЕ ЦЕПИ (РОБОТЫ, МАНИПУЛЯТОРЫ)

Цель работы: Изучение теории вопроса о пространственных механизмах (роботы манипуляторы). Определение степени свободы пространственных механизмов.

#### 1. КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

В современном машиностроении находят применение пространственные механизмы различных типов. Эти механизмы могут быть образованы звеньями, входящими в кинематические пары всех классов.

В некоторых машинах используются плоские и пространственные механизмы, образованные из незамкнутых кинематических цепей. Такие цепи применяются в манипуляторах, роботах, шагающих машинах и т.д.

Промышленный робот (ПР) – автоматическая машина, состоящая из исполнительного устройства в виде манипулятора, имеющего несколько степеней свободы и устройства программного управления для выполнения в производственном процессе двигательных и управляющих функций (ГОСТ 25686-85). Промышленные роботы используют для транспортных, погрузочно-разгрузочных, сборочных и некоторых технологических операций в условиях, исключающих возможность присутствия человека (радиоактивность, вакуум, повышенное давление, вредное химическое производство).

Основными составными частями ПР являются: устройство управления I; исполнительное устройство II и рабочий орган III (рис. 1) (ГОСТ 25686-83).

Устройство управления I предназначено для формирования программ и управления приводами, осуществляющими движение исполнительного устройства.

Рабочий орган III служит для непосредственного выполнения транспортной или технологической операций (захватное устройство, распылитель краски, сборочный или режущий инструмент).

Исполнительное устройство II реализует двигательные функции. В него входит устройство передвижения 2, предназначенное для транспортирования манипулятора 1. Манипулятором называется механизм, образованный из незамкнутой кинематической цепи и предназначенный для воспроизведения двигательных функций руки человека. На рис. 2 представлена кинематическая схема простейшего манипулятора.

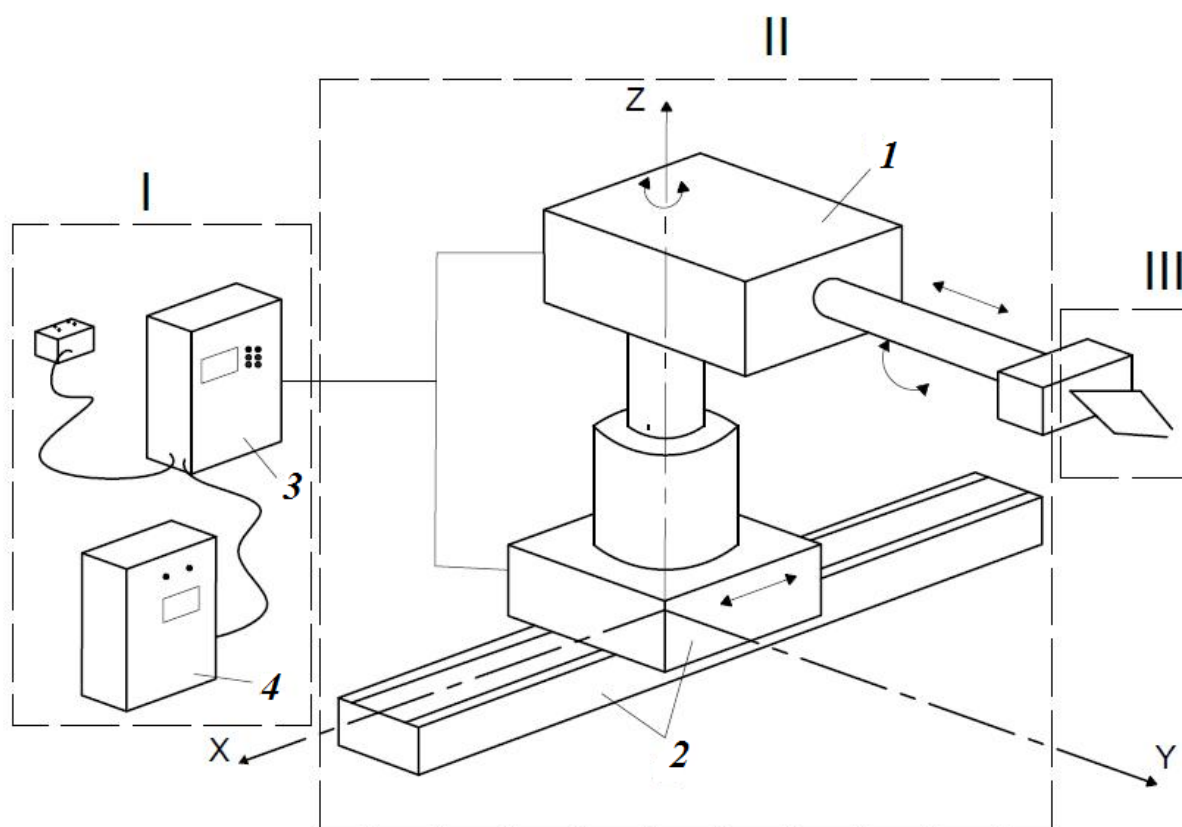


Рис. 1. Компоновка промышленного робота

Манипуляторы с автоматическим управлением, используемые для выполнения определенных технологических и транспортных операций, называются промышленными роботами.

Работоспособность манипулятора и промышленного робота характеризуется рядом технических показателей, среди которых основные:

1. Число степеней свободы.
2. Манёвренность.
3. Рабочее пространство и зона обслуживания.
4. Угол и коэффициент сервиса.

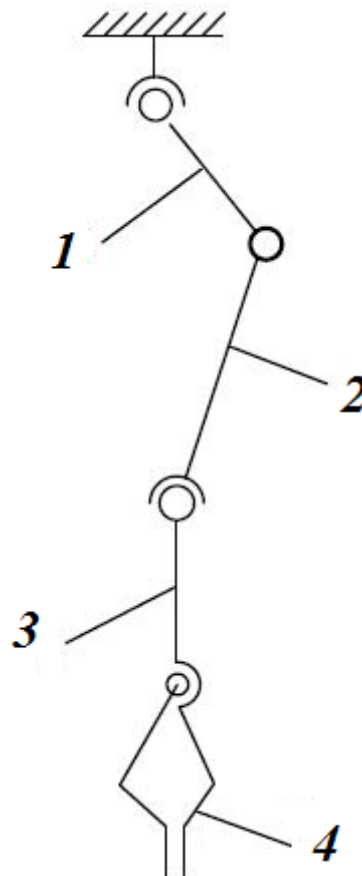


Рис. 2. Кинематическая схема манипулятора:

1 – плечо; 2 – предплечье; 3 – кисть (схват); 4 – палец

### *1.1. Число степеней свободы*

Манипулятор – многоцелевая система. Число степеней свободы должно выбираться в соответствии с той целью, которая требует максимальной свободы захвата. Число степени свободы манипулятора –



сумма возможных координатных движений объекта манипулирования относительно неподвижной стойки без учета движения зажима.

В общем случае число степеней свободы кинематической цепи определяют по формул Сомова – Малышева для пространственной кинематической цепи (структурной формуле общего вида):

$$W = 6n - 5p_5 - 4p_4 - 3p_3 - 2p_2 - p_1, \quad (1)$$

где  $n$  – общее число подвижных звеньев;

$p_1, \dots, p_5$  – число кинематических пар соответственно I – V класса.

Условные обозначения кинематических пар, используемые для соединения звеньев в кинематических цепях, представлены в Приложении 1.

### *1.2. Маневренность*

Для обхода препятствий, выполнения сложных движений, расположения в более удобной позиции при фиксированном схвате необходимо предусмотреть дополнительные возможности кинематической цепи манипулятора. Эти возможности можно оценить маневренностью  $W_m$ .

Маневренность – это число степеней свободы кинематической цепи при неподвижном захвате. На рис. 3 изображены схемы манипуляторов, у которых захваты зажимают неподвижные объекты. Легко убедиться, что кинематическая схема манипулятора (рис. 3,а) потеряла всякую подвижность и превратилась в ферму, а кинематическая схема (рис. 3,б) имеет возможность менять свою конфигурацию, благодаря применению предплечья переменной длины.

Маневренность зависит не только от вида и числа кинематических пар цепи, но и от их расположения; чем больше маневренность, тем больше возможностей для выполнения операций наиболее оптимальным путём.

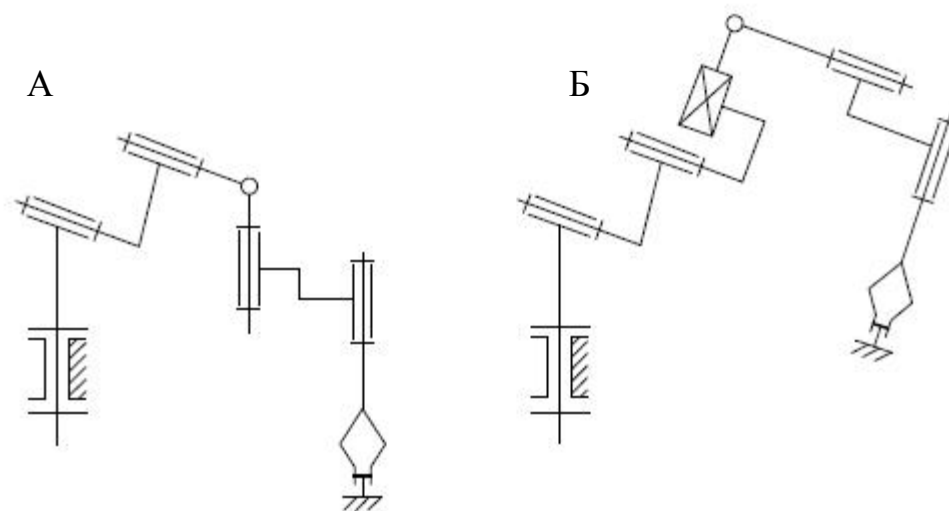


Рис. 3. Различные кинематические схемы манипуляторов

### *1.3. Рабочее пространство. Виды систем координат и зона обслуживания*

Рабочим пространством манипулятора называют пространство, в котором может находиться исполнительное устройство при работе манипулятора. Часть рабочего пространства, в котором находится рабочий орган механизма, называется рабочей зоной. Вид рабочей зоны (плоскость, поверхность, параллелепипед, цилиндр, шар) зависит от класса кинематических пар и их взаимного расположения.

Форму рабочей зоны определяет система координат. Виды систем координат и форма рабочих зон приведены на рис. 4. Кинематическая схема манипулятора в прямоугольной (декартовой) системе координат (рис. 4, а) имеет три степени свободы с тремя поступательными кинематическими парами  $A$ ,  $B$ ,  $C$ . Рабочая зона представляет собой параллелепипед с размерами  $a \times b \times h$ . Кинематическая схема манипулятора в цилиндрической системе координат (рис. 4, б) имеет три степени свободы с тремя кинематическими парами:  $A$  – вращательная,  $B$ ,  $C$  – поступательные. Рабочая зона в этом случае имеет форму цилиндра (с параметрами  $R$  и  $h$ ). Кинематическая схема манипулятора в сферической

системе координат (рис. 4, в) имеет три степени свободы с тремя кинематическими парами:  $A, B$  – вращательные,  $C$  – поступательная.

Манипуляторы, работающие в сложных плоских, полярных и сферических системах координат (комбинированных системах координат) объединяют в одну группу и называют ангулярными.

Зоной обслуживания называется часть рабочей зоны, в которой рабочий орган выполняет свои функции в соответствии с назначением манипулятора.

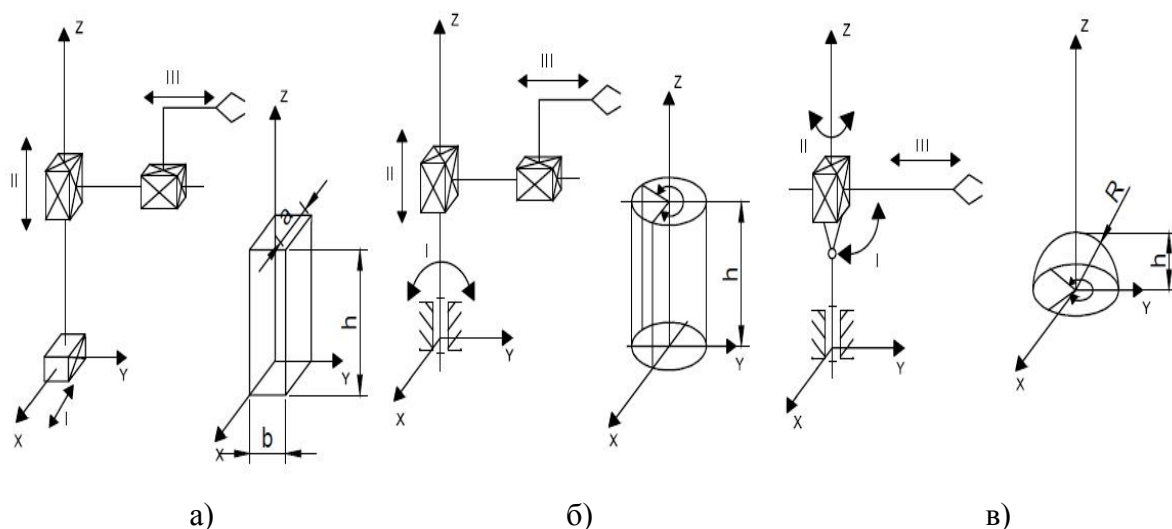


Рис. 4. Виды систем координат и форма рабочих зон

#### 1.4. Угол и коэффициент сервиса.

Эти показатели характеризуют возможность подхода рабочего органа к точке с разных направлений, т. е. дают представление о двигательных возможностях кинематической цепи ПР.

Для каждой точки рабочей зоны манипулятора существует некоторый телесный угол  $\psi$  – угол сервиса, внутри которого схват может подойти к этой точке. Максимальное значение телесного угла  $\psi_{MAX} = 4\pi$  стеридиан.

Для определения качества схемы введен коэффициент сервиса. Числовое значение коэффициента сервиса определяется: ( $0 \leq K_c \leq 1$ )

$$K_c = \frac{\psi}{\psi_{MAX}} = \frac{\psi}{4\pi}.$$

## 2. ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАДАЧ СТРУКТУРНОГО АНАЛИЗА ПРОСТРАНСТВЕННЫХ МЕХАНИЗМОВ

2.1. Кинематические схемы манипуляторов для индивидуальных заданий выдаются преподавателем (см. Приложение 4) .

2.2. Показать число степеней свободы элементов кинематических пар, обозначив их стрелками. Условные изображения наиболее распространенных кинематических пар приведены в Приложении 1.

2.3. Определить степень свободы манипулятора

Степень свободы определяется по формуле Сомова – Малышева (структурная формула кинематической цепи общего вида):

$$W = 6n - 5P_5 - 4P_4 - 3P_3 - 2P_2 - P_1,$$

где  $n$  – число подвижных звеньев;

$p_1$ – $p_5$  – число кинематических пар соответствующих классов.

2.4. Определить маневренности манипулятора.

## 3. ПРИМЕР РАСЧЕТА

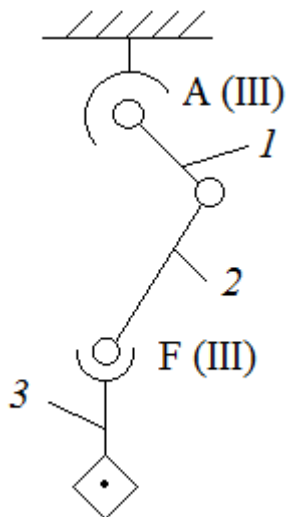


Рис. 5. Пространственный копирующий манипулятор

3.1 Простейший пространственный копирующий манипулятор, структурная схема которого приведена на рис. 5, содержит три подвижных звена, образующих последовательно сферическую пару А, вращательную

В и сферическую F. Нумерация подвижных звеньев и кинематических пар аналогична нумерации в плоских механизмах:

количество подвижных звеньев:  $n = 3$ ;

число кинематических пар:  $p_3 = 2$ ;  $p_5 = 1$ .

3.2. Определение степени свободы манипулятора согласно формуле свободы:

$$W = 6 \cdot 3 - 3 \cdot 2 - 5 \cdot 1 = 18 - 11 = 7.$$

Таким образом, схват манипулятора обладает семью степенями свободы.

3.3. У механизмов вида незамкнутых кинематических цепей нет избыточных и пассивных связей.

#### 4. ВЫВОДЫ ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ

По результатам лабораторной работы :

- определить расчетную степень свободы пространственного механизма;
- определить маневренность плоского механизма.

#### 5. СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА И АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ ВЫПОЛНЕННОЙ РАБОТЫ

Отчет должен быть выполнен на отдельном листе. Рисунки оформляются карандашом, а текст ручкой.

Отчет должен включать: цель работы; схему пространственного заданного механизма; расчет степени свободы.

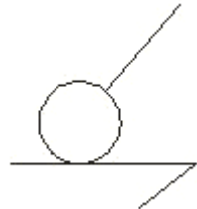
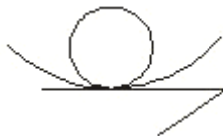
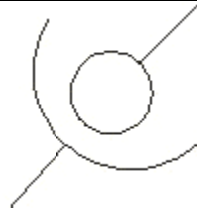
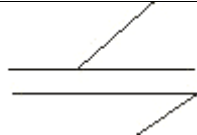
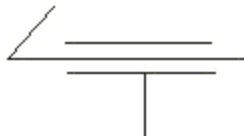
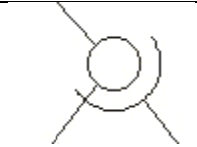
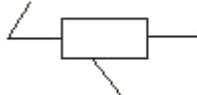

#### 6. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

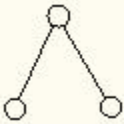
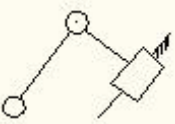
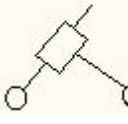
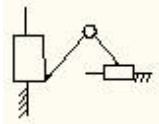
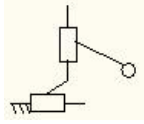
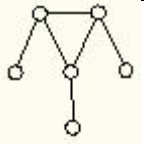
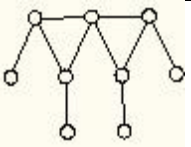
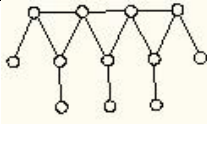
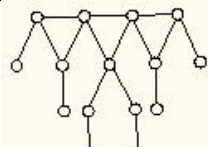
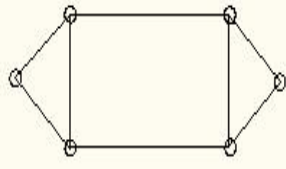
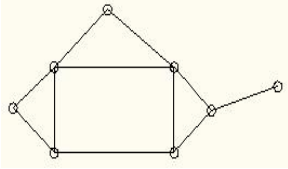
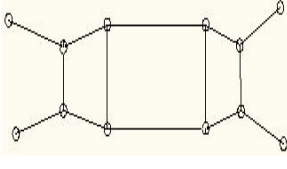
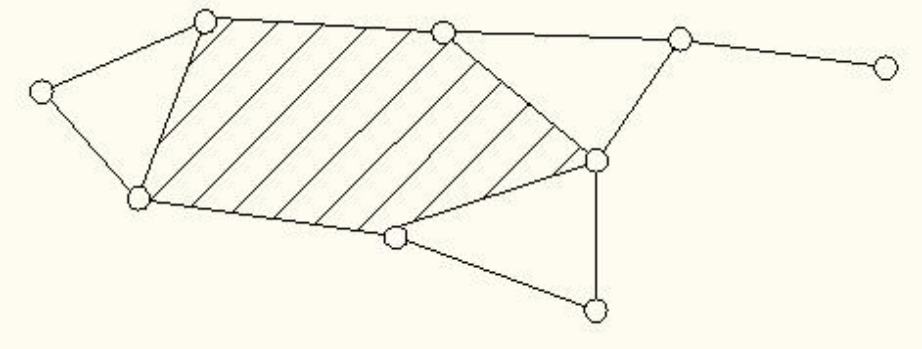
1. Что называется манипулятором, промышленным роботом?
2. Основные составные части промышленных роботов?
3. Основные составные части манипулятора.

4. Какого вида кинематическая цепь применяется в основном механизме манипулятора?
5. Какова область применения промышленных роботов
6. Что называется степенью свободы манипулятора? Записать формулу подвижности манипулятора.
7. Что называется маневренностью манипулятора?
8. Рабочее пространство и зона обслуживания манипулятора.
9. Угол и коэффициент сервиса.
10. Отличие манипуляционного робота от обычных автоматов.
11. Поколения роботов.
12. Рабочая зона, зона обслуживания. Что определяет форму рабочей зоны?
13. Рассчитать степень свободы схемы манипулятора, заданной преподавателем.

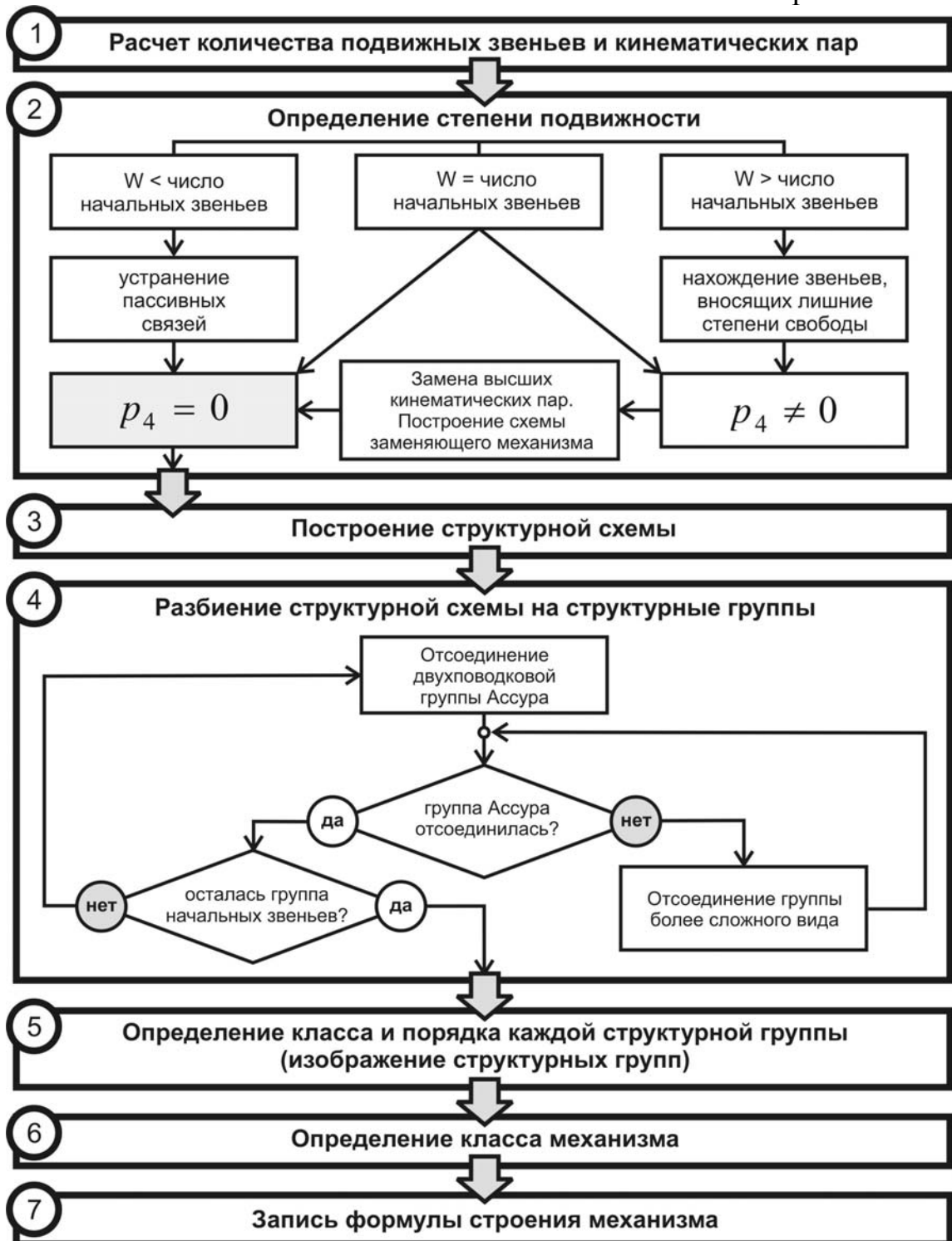
#### **Список рекомендуемой литературы.**

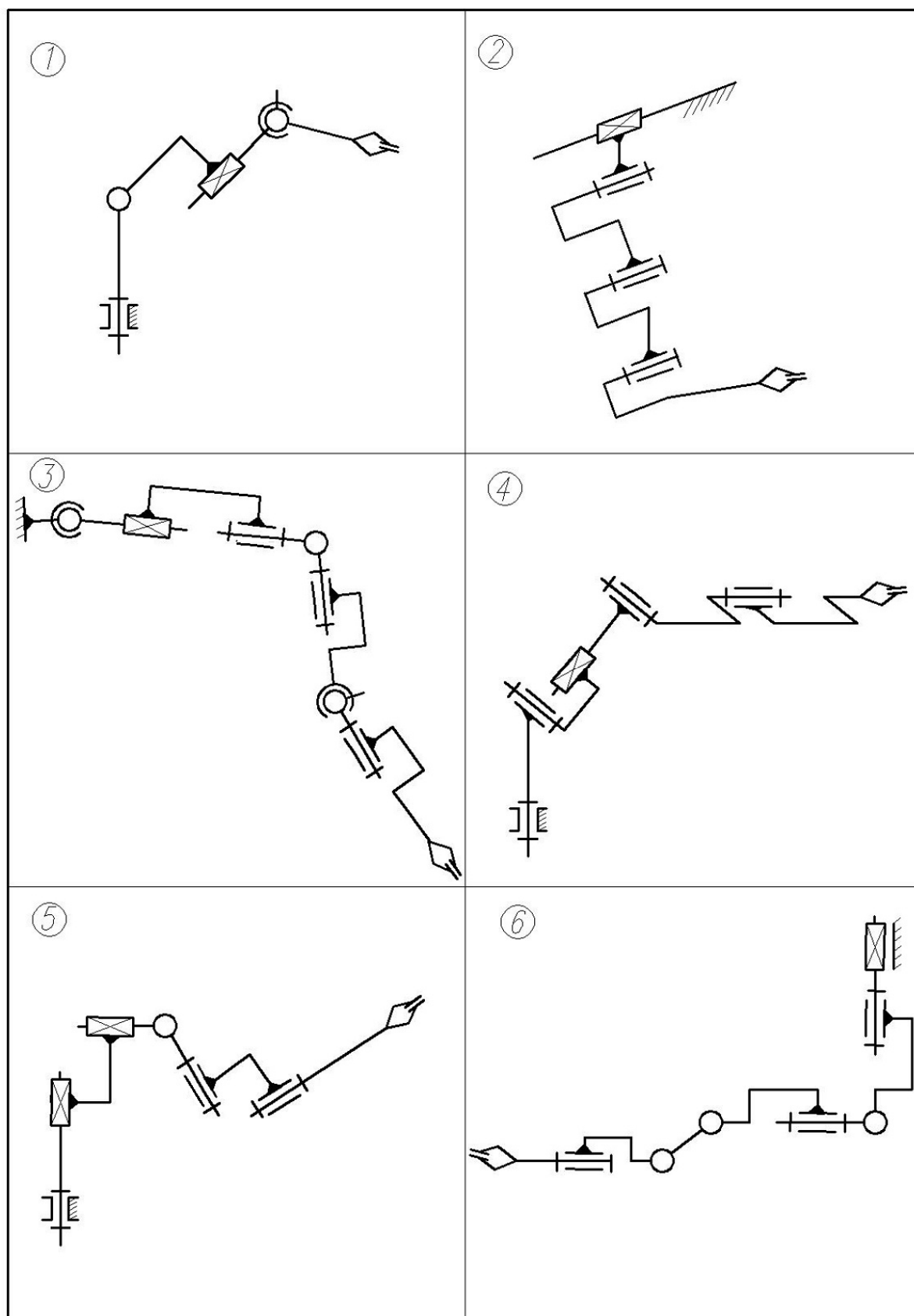
1. Артоболевский И. И. Теория механизмов и машин. – М.: Наука, 1988. – 640 с.
2. Теория механизмов и машин : учеб. для втузов / К. В. Фролов и др. ; под ред. К. В. Фролова. – М.: Высш. шк., 1987. – 496 с.
3. Левитский Н. И. Теория механизмов и машин : учеб. пособие для вузов. – М.: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1990. – 592 с.
4. Соколовский В. И. Динамический анализ и синтез механизмов. – Свердловск : УПИ, 1979. – 80 с.

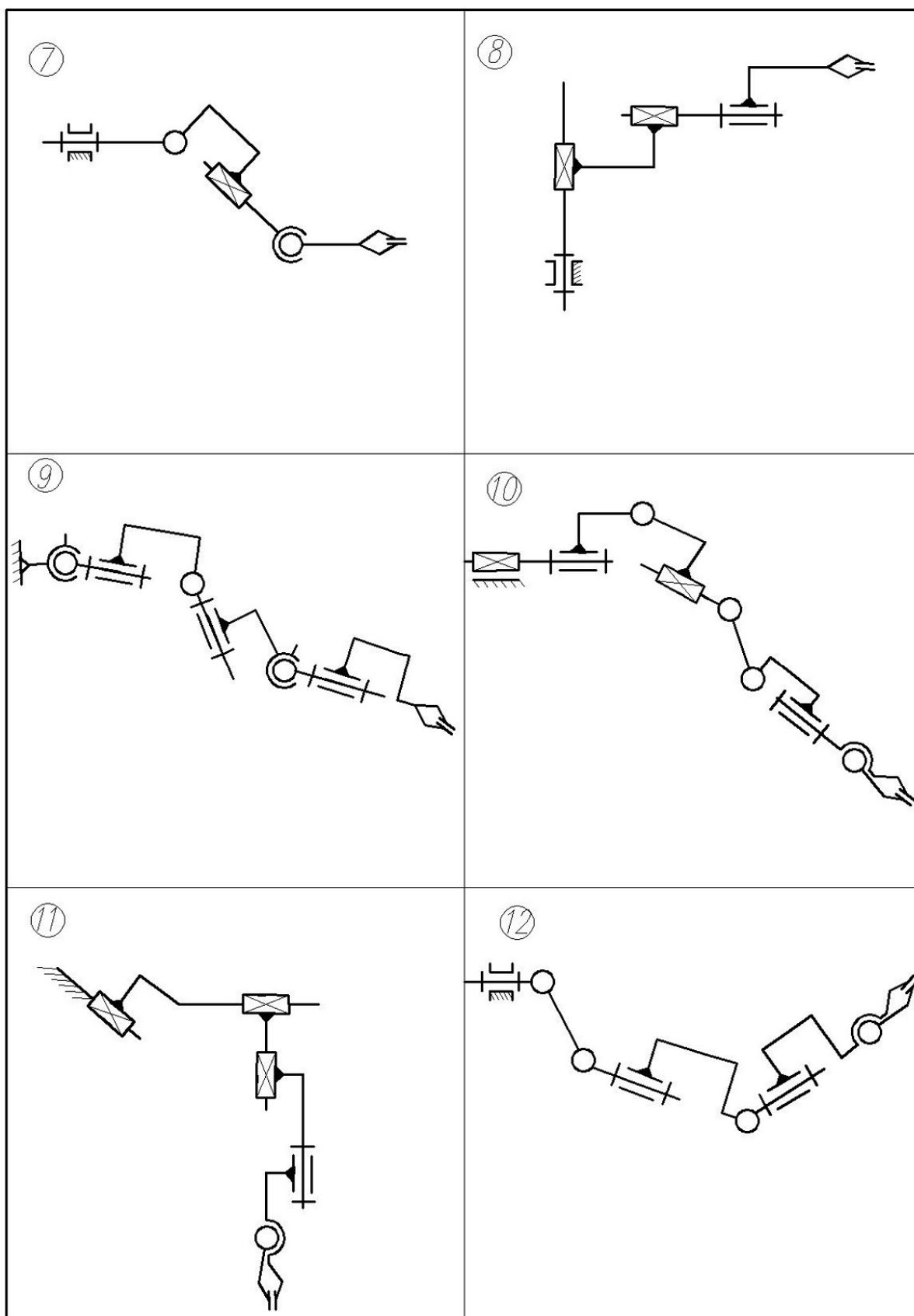
Класс пары	Число условий связи	Число степеней свободы	Название пары	Условное обозначение
I	1	5	Шар-плоскость	
II	2	4	Цилиндр-плоскость	
III	3	3	Сферическая	
III	3	3	Плоскостная	
IV	4	2	Цилиндрическая	
IV	4	2	Сферическая с пальцем	
V	5	1	Поступательная	
V	5	1	Вращательная	

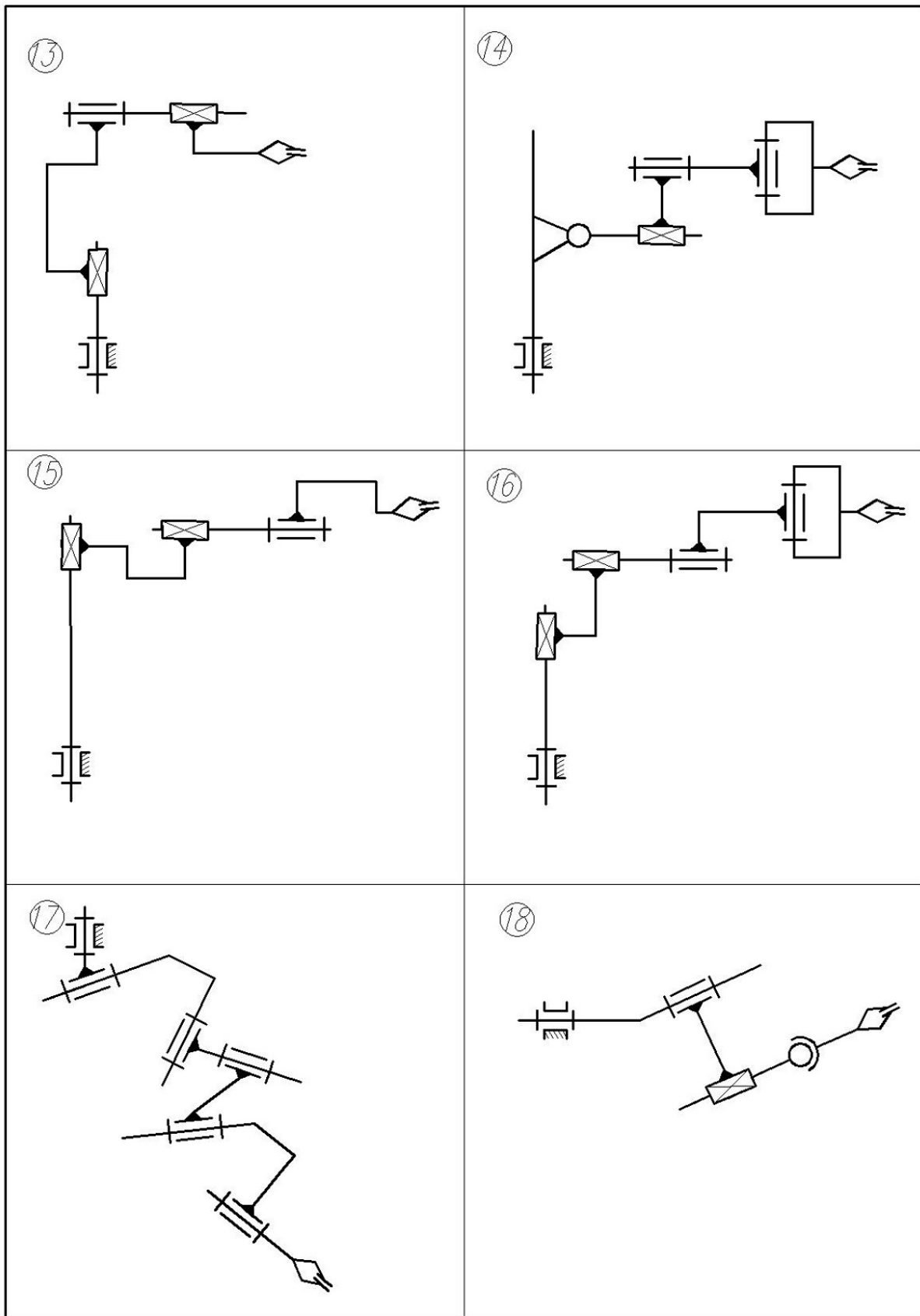
Класс	Отличительный признак	Примеры групп				
		порядок групп по числу элементов кинем. пар				
II	Двух-поводковая группа	2	2	2	2	2
						
III	Наличие в группе замкнутого контура с тремя парами	3	4	5	6	
						
IV	Наличие в группе замкнутого контура с четырьмя парами	2	3	4		
						
V	Наличие в группе замкнутого контура с пятью парами	3				
						

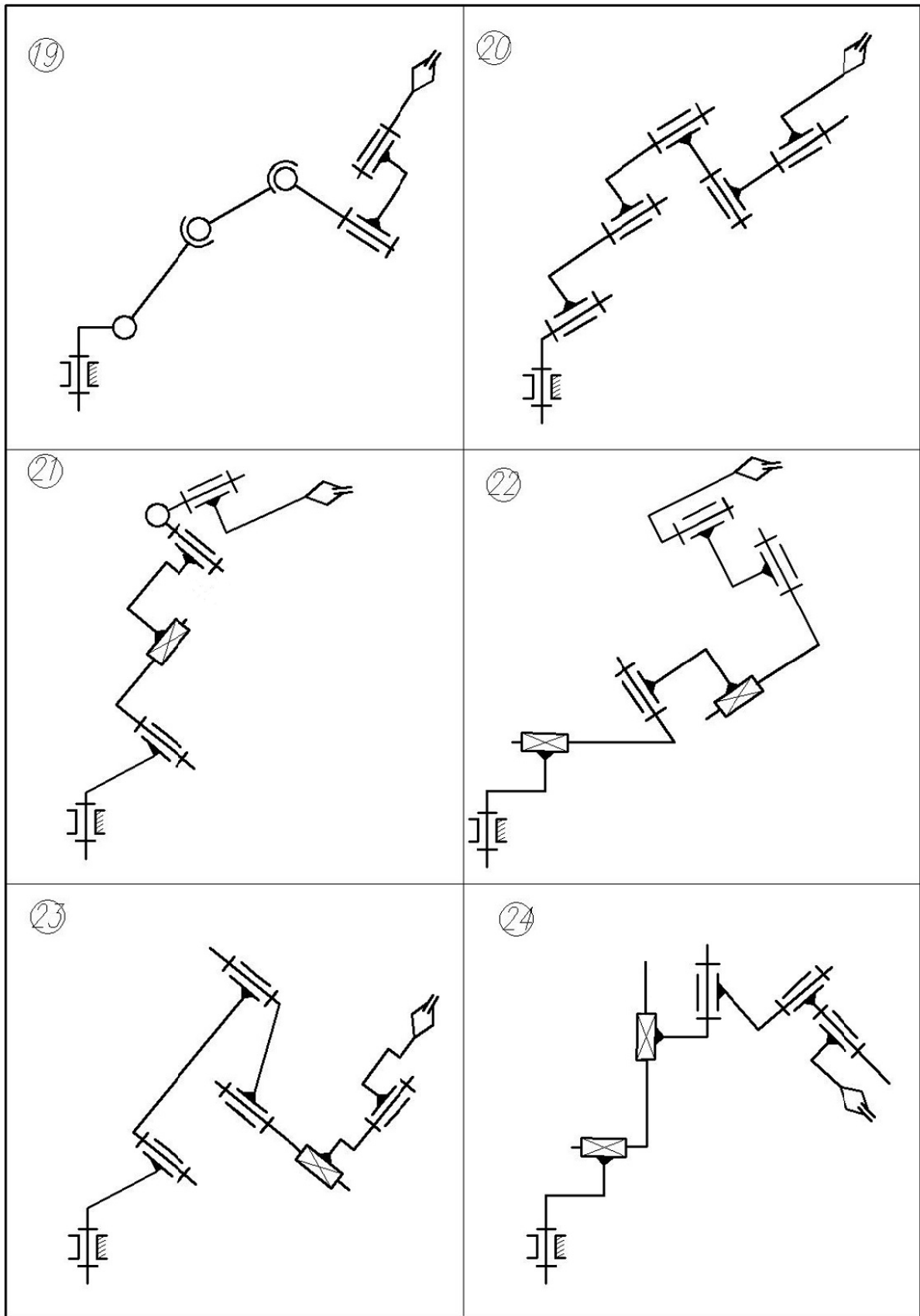


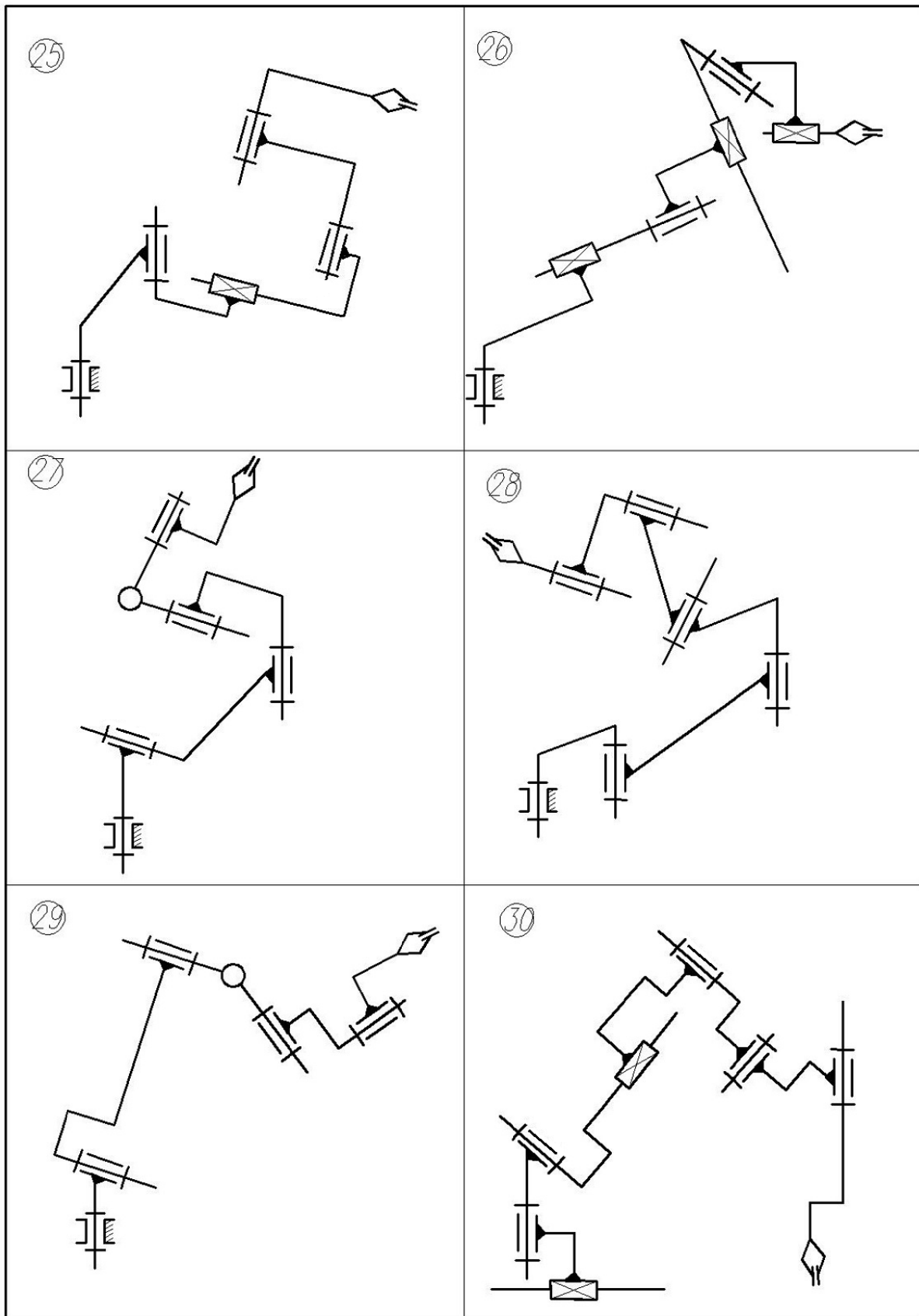












Учебное издание

Наталья Геннадьевна Дудкина  
Елена Николаевна Казанкина  
Владимир Андреевич Казанкин  
Владимир Александрович Костюков

**ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ  
ПО ТЕОРИИ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН**

**Моменты инерции тел, приведенные моменты инерции,  
планетарные механизмы, уравновешивание роторов**

*Учебное пособие*

Редактор Л. Н. Рыжих

Темплан 2017 г. (учебники и учебные пособия). Поз. № 114.  
Подписано в печать 10.10.2017. Формат 60×84 1/16. Бумага газетная.  
Гарнитура Times. Печать офсетная. Усл. печ. л. 9,30. Уч.-изд. л. 6,87.  
Тираж 500 экз. Заказ

Волгоградский государственный технический университет.  
400005, г. Волгоград, просп. В. И. Ленина, 28, корп. 1.

Отпечатано в типографии ИУНЛ ВолгГТУ.  
400005, г. Волгоград, просп. В. И. Ленина, 28, корп. 7.