

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	7
1. ОСНОВНЫЕ ТЕРМИНЫ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ МЕТРОЛОГИИ	9
1.1. Базовые определения	9
1.2. Поверка и калибровка средств измерений	11
1.3. Средства измерений, их элементы и характеристики	13
1.4. Погрешности средств измерений	20
1.5. Нормируемые метрологические характеристики средств измерений	25
1.6. Вопросы для самоконтроля	29
2. ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ	31
2.1. Расчет методических и инструментальных погрешностей измерения напряжения	32
2.1.1. Условия задачи	32
2.1.2. Задание	33
2.1.3. Методические указания по решению задачи	38
2.2. Расчет методических и инструментальных погрешностей измерения сопротивлений методом амперметра и вольтметра	49
2.2.1. Условия задачи	49
2.2.2. Задание	49
2.2.3. Методические указания по решению задачи	55
2.3. Обработка результатов многократных равноточных измерений. Определение случайной погрешности измерений	63
2.3.1. Условия задачи	63
2.3.2. Задание	63
2.3.3. Теоретические сведения и методические указания по решению задачи	66
2.3.4. Последовательность решения задачи и требования по оформлению	81

2.4. Поверка амперметров и вольтметров (расчетная часть процедуры)	85
2.4.1. Условия задачи	85
2.4.2. Задание	86
2.4.3. Теоретические сведения	100
2.4.4. Методические указания по решению задачи.....	112
2.5. Разработка комбинированного прибора	123
2.6. Измерение токов, напряжений и мощности цепи переменного тока с использованием измерительных трансформаторов	131
2.7. Измерение активной мощности трехфазной цепи методом двух ваттметров. Определение погрешности трехфазного счетчика активной энергии	136
2.8. Измерения электронно-лучевым осциллографом	146
3. ТЕСТЫ.....	153
3.1. Метрология : физические величины, методы и средства их измерений	155
3.1.1. Основные определения	155
3.1.2. Физические величины, системы ФВ	155
3.1.3. Размерность физической величины.....	157
3.1.4. Шкалы физических величин	158
3.1.5. Единицы физических величин, системы единиц	160
3.1.6. Измерения, виды измерений	162
3.1.7. Методы измерений	165
3.1.8. Средства измерений	166
3.1.9. Метрологические характеристики средств измерений	169
3.2. Метрология: основы обеспечения единства измерений.....	171
3.2.1. Единство измерений, метрологическое обеспечение, основы метрологического обеспечения.....	171
3.2.2. Нормативные документы по метрологии	174
3.2.3. Государственный метрологический контроль и надзор.....	175

3.2.4. Метрологические службы	177
3.2.5. Эталоны, поверочные схемы.....	180
3.2.6. Поверка (и калибровка) средств измерений	183
3.3. Метрология: погрешности измерений, обработка результатов, выбор средств измерений	186
3.3.1. Виды погрешностей	186
3.3.2. Обработка результатов измерений	188
3.4. Метрология: методы, средства и автоматизация измерений	188
3.4.1. Измерение неэлектрических величин	188
3.4.2. Цифровые измерительные приборы.....	190
3.4.3. Информационно-измерительные системы (ИИС) и информационно-вычислительные комплексы (ИВК)	191
3.4.4. Электрический сигнал и его формы	193
3.5. Стандартизация	194
3.5.1. Основные положения стандартизации	194
3.5.2. Международные организации по стандартизации и их деятельность.....	196
3.5.3. Основы стандартизации.....	201
3.5.4. Виды и методы стандартизации	203
3.5.5. Нормативные документы по стандартизации, категории и виды стандартов	206
3.5.6. Организации по стандартизации, службы стандартизации	208
3.6. Сертификация.....	210
3.6.1. Основные положения сертификации	210
3.6.2. Знаки соответствия.....	214
3.6.3. Виды сертификации	215
3.6.4. Системы сертификации	216
3.6.5. Основные стадии сертификации.....	218
3.6.6. Органы по сертификации и испытательные лаборатории	221

3.6.7. Сертификация производства и систем менеджмента качества	222
3.6.8. Аккредитация органов по сертификации и испытательных лабораторий	224
3.7. ОТВЕТЫ НА ВОПРОСЫ ТЕСТОВ	228
Библиографический список.....	233
Приложение 1. ЕДИНИЦЫ МЕЖДУНАРОДНОЙ СИСТЕМЫ СИ ВМЕСТЕ С ИХ ПРИСТАВКАМИ	234
Приложение 2. ОБОЗНАЧЕНИЯ ДЛЯ МАРКИРОВКИ ПРИБОРОВ И... ВСПОМОГАТЕЛЬНЫХ ЧАСТЕЙ.....	235
Приложение 3. УСЛОВНЫЕ ГРАФИЧЕСКИЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ ЭЛЕКТРОИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ ПРИБОРОВ, ПРИМЕНЯЕМЫЕ В СХЕМАХ.....	239
Приложение 4. УСЛОВНЫЕ ГРАФИЧЕСКИЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ ЭЛЕМЕНТОВ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЦЕПИ.....	241

Введение

Метрология (от греч. «metron» – мера, «logos» – учение) – наука об измерениях, методах и средствах обеспечения их единства и способах достижения требуемой точности.

Метрология как наука и область практической деятельности человека имеет древние корни. На протяжении развития человеческого общества измерения были основой взаимоотношений людей между собой, с окружающими предметами, природой. Известно о попытках создания узаконенных мер длины в Греции в VI веке до н. э. Неоднократно такие попытки предпринимались в средние века в странах Европы.

В России измерения развивались также достаточно динамично. Единообразие мер и весов в державе (одна вера, один вес, одна мера) пытались обеспечить и Иван Грозный и Петр I.

Основателем российской метрологии считается Д. И. Менделеев (1834–1907 гг.). Он так определял значение измерений: «В природе мера и вес суть, главное оружие познания. Наука начинается с тех пор, как начинают измерять, точная наука немыслима без меры». В 1893 г. была основана Главная палата мер и весов, директором которой был назначен Д. И. Менделеев. В задачи палаты входило хранение эталонов и обеспечение поверки по ним средств измерений, а также проведение научных исследований в области метрологии.

В современном обществе метрология как область науки и практики играет большую роль. Это связано с тем, что фактически нет ни одной сферы человеческой деятельности, где бы ни использовались результаты измерений. В нашей стране ежедневно производится от 50 до 200 млрд измерений, свыше 4 млн человек считают измерения своей профессией. Доля затрат на измерения составляет 15...20 % затрат общественного труда, а в отраслях промышленности, производящих сложную технику (радиоэлек-

троники, электротехника, электроэнергетика и др.) она достигает 50...70 %.

Таким образом, измерения являются важнейшим инструментом познания объектов и явлений окружающего мира и играют огромную роль в развитии всех видов промышленности. Повышение качества измерений и успешное внедрение новых методов измерения зависят от уровня развития метрологии как науки.

Метрология отражает общую теорию измерений физических величин, устанавливает и регламентирует единицы физических величин и их системы, порядок передачи размеров единиц от эталонов рабочим средствам измерений, методы и средства измерений, общие методы обработки результатов измерений и оценки их точности.

В предлагаемом учебном пособии представлены и расшифрованы основные метрологические термины и определения, рассмотрен ряд вопросов, связанных с учетом погрешностей, обработкой результатов измерений и др., приведены задачи по основным темам дисциплины, тесты с вариантами ответов, вопросы для самоконтроля. При решении включенных в пособие задач, помимо прочего, потребуется умение правильно подбирать по справочникам нужные электроизмерительные приборы.

1. ОСНОВНЫЕ ТЕРМИНЫ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ МЕТРОЛОГИИ

В первой главе приведены основные установленные Законом РФ «Об обеспечении единства измерений» [1] и другими нормативными документами метрологические термины и определения. Знание их необходимо для понимания условий, предлагаемых далее в пособии для самостоятельного решения задач и тестов.

Ряд терминов сопровождается развернутыми комментариями, показан внешний вид циферблатов широко применяемых аналоговых приборов для измерения тока, напряжения, сопротивления.

В конце главы предложены вопросы для самоконтроля усвоения изложенного материала.

1.1. Базовые определения

Метрология – наука об измерениях, методах и средствах обеспечения их единства и способах достижения требуемой точности.

Измерение – совокупность операций, выполняемых для определения количественного значения величины.

Единство измерений – состояние измерений, при которых их результаты выражены в узаконенных единицах величин, и погрешности измерений не выходят за установленные границы.

Метрологическая служба – служба, организующая и (или) выполняющая работы по обеспечению единства измерений и (или) оказывающая услуги по обеспечению единства измерений.

Принцип измерений – физическое явление или эффект, положенное в основу измерений (научная основа метода измерений).

Метод измерений – прием или совокупность приемов сравнения измеряемой величины с ее единицей в соответствии с реализованным принципом измерений.

Методика выполнения измерений (МВИ) – совокупность конкретно описанных операций, выполнение которых обеспечивает получение результатов измерений с установленными показателями точности.

МВИ – это технологический процесс измерений (устанавливает метод и процедуру измерений, условия проведения измерений, требования к оператору, правила обработки результатов измерений, определения погрешностей).

Прямое измерение – измерение, при котором искомое значение величины получают непосредственно от средства измерений, например, нахождение напряжения по показанию вольтметра.

Косвенное измерение – измерение, при котором искомое значение величины находят на основании известной зависимости между этой величиной и величинами, подвергаемыми прямым измерениям (например, нахождение сопротивления по измеренным напряжению и току).

Физическая величина – свойство, общее в качественном отношении для множества объектов, но индивидуальное в количественном отношении для каждого из них (например: ток; напряжение).

Единица физической величины – фиксированное значение величины, которое принято за единицу данной величины и применяется для количественного выражения однородных с ней величин.

Размер физической величины – количественное содержание физической величины в данном объекте.

Результат измерения – значение физической величины, полученное путем ее измерения.

Значение физической величины – выражение размера физической величины в виде некоторого конкретного числа принятых для нее единиц измерения.

Неправильно говорить и писать «величина тока», «величина напряжения», поскольку ток и напряжение сами являются физическими величинами. Правильным будет применение терминов «значение тока», «значение напряжения».

1.2. Поверка и калибровка средств измерений

Средство измерений (СИ) – техническое средство, предназначенное для измерений, имеющее нормированные метрологические характеристики.

Метрологическая характеристика СИ – характеристика одного из свойств СИ, влияющая на результат измерений и на его погрешность.

Передача единицы величины – приведение единицы величины, хранимой средством измерений, к единице величины, воспроизводимой эталоном данной единицы величины или стандартным образцом.

Поверка СИ – установление органом государственной метрологической службы (ГМС) пригодности СИ к применению на основании экспериментально определяемых метрологических характеристик и подтверждения их соответствия установленным обязательным требованиям. Поверке подвергаются СИ, подлежащие государственному метрологическому контролю и надзору.

Калибровка СИ – совокупность операций, устанавливающих соотношение между значением величины, полученным с помощью данного СИ и соответствующим значением величины, определяемым с помощью эталонного прибора с целью определения действительных метрологических характеристик этого СИ.

Результаты калибровки позволяют определить действительные значения измеряемой величины, показываемые СИ, или поправки к его показаниям и оценить погрешности этих СИ. При калибровке могут быть определены и другие метрологические характеристики.

Калибровке подвергаются СИ, не подлежащие государственному метрологическому контролю и надзору. Соответствующая метрологическая служба по результатам калибровки СИ может принять заключение о его пригодности к эксплуатации.

Поверка (калибровка) каждого прибора в общем случае разделяется на две части. В первую часть входит осмотр и все испытания, устанавливающие исправность прибора по внешним признакам и исправность изоляции. Во вторую часть – определение погрешностей прибора и других нормированных характеристик.

Поверку (калибровку) электроизмерительных приборов производят при выпуске их из производства или ремонта, при ввозе по импорту и эксплуатации.

Основную погрешность чаще всего определяют путем сравнения показаний испытуемого прибора с показаниями эталонного прибора. Погрешность эталонного прибора для амперметров и вольтметров не должна превышать $1/5$ предела допускаемой основной погрешности испытуемого прибора. При отсутствии требуемых эталонных приборов допускается использовать эталонный прибор меньшей точности, но с условием, чтобы погрешность этого прибора не превышала $1/3$ предела допускаемой основной погрешности испытуемого прибора.

Основную погрешность определяют только на числовых отметках шкалы. Конечные значения шкал эталонного и поверяемого приборов не должны отличаться более чем на 25 %.

Поверочная схема (для СИ) – нормативный документ, устанавливающий соподчинение СИ, участвующих в передаче размера единицы от эталона рабочим СИ с указанием методов и погрешности при передаче.

Государственная поверочная схема – поверочная схема, распространяющаяся на все СИ данной физической величины, имеющиеся в стране.

Локальная поверочная схема – поверочная схема, распространяющаяся на СИ данной физической величины, применяемые в регионе, отрасли, ведомстве или на отдельном предприятии (в организации).

Эталон единицы величины – техническое средство, предназначенное для воспроизведения, хранения и передачи единицы величины другим СИ.

Рабочий эталон – эталон (эталонный прибор), предназначенный для передачи размера единицы рабочим СИ.

1.3. Средства измерений, их элементы и характеристики

Измерительный прибор (прибор) – СИ, предназначенное для получения значений измеряемой физической величины в установленном диапазоне.

Аналоговый измерительный прибор – прибор, показания которого являются непрерывной функцией измеряемой величины.

Показывающий прибор – измерительный прибор, снабженный устройством для визуального отсчитывания значений измеряемой величины в любое время без регистрации значения этой величины.

Показывающий прибор прямого действия – прибор, в котором отсчетное устройство механически соединено с измерительным механизмом и непосредственно приводится им в действие.

Цифровой измерительный прибор – прибор, в котором в процессе измерения осуществляется автоматическое преобразование непрерывной измеряемой величины в дискретную с последующей индикацией результата измерений в цифровой форме в виде числа или кода.

Стационарный прибор – прибор, предназначенный для постоянного монтирования к другим устройствам и для подключения к внешней(им) цепи(ям) с помощью неподвижно закрепленных проводов.

Переносной прибор – прибор, специально выполненный для переноса вручную.

Магнитоэлектрический прибор – прибор, действие которого основано на взаимодействии магнитного поля, создаваемого током в подвижной катушке (рамке), с полем неподвижного постоянного магнита.

Электромагнитный прибор – прибор, действие которого основано на притяжении между подвижным сердечником из магнитомягкого материала и полем, создаваемым током, протекающим в неподвижной катушке.

Электродинамический прибор – прибор, действие которого основано на взаимодействии магнитного поля, создаваемого током подвижной катушки, с магнитным полем, создаваемым током в одной или более неподвижных катушках.

Ферродинамический прибор – электродинамический прибор с ферромагнитным сердечником.

Измерительная цепь аналогового прибора – совокупность элементов, обеспечивающих требуемые преобразования измеряемой величины (например: ослабление или усиление, фильтрацию).

Измерительный механизм аналогового прибора – совокупность элементов СИ, которые обеспечивают необходимое перемещение указателя (стрелки, светового пятна и т. д.) относительно шкалы.

Подвижная часть – движущаяся часть измерительного механизма.

Отсчетное устройство – часть измерительного прибора, которая показывает значение измеряемой величины.

Указатель – часть показывающего устройства, положение которой относительно отметок шкалы определяет показания СИ.

Циферблат – поверхность, на которую нанесена шкала, условные обозначения и символы (см. рис. 1.1–1.5. и Приложения 1, 2).

Табло прибора – показывающее устройство цифрового измерительного прибора.

Шкала – часть показывающего устройства СИ, представляющая собой упорядоченный ряд отметок вместе со связанной с ними нумерацией.

Отметка шкалы – знак на шкале СИ (черточки, зубец, точка и др.), соответствующий некоторому значению физической величины.

Числовая отметка шкалы – отметка шкалы СИ, у которой проставлено число.

Нулевая отметка – отметка на циферблате, связанная с цифрой «0».

Деление шкалы – промежуток между двумя соседними отметками шкалы СИ.

Цена деления шкалы – разность значений величины, соответствующих двум соседним отметкам шкалы СИ.

Длина шкалы – длина линии, проходящей через центры всех самых коротких отметок шкалы СИ и ограниченной начальной и конечной отметками.

Начальное значение шкалы – наименьшее значение измеряемой величины, которое может быть отсчитано по шкале СИ.

Конечное значение шкалы – наибольшее значение измеряемой величины, которое может быть отсчитано по шкале СИ.

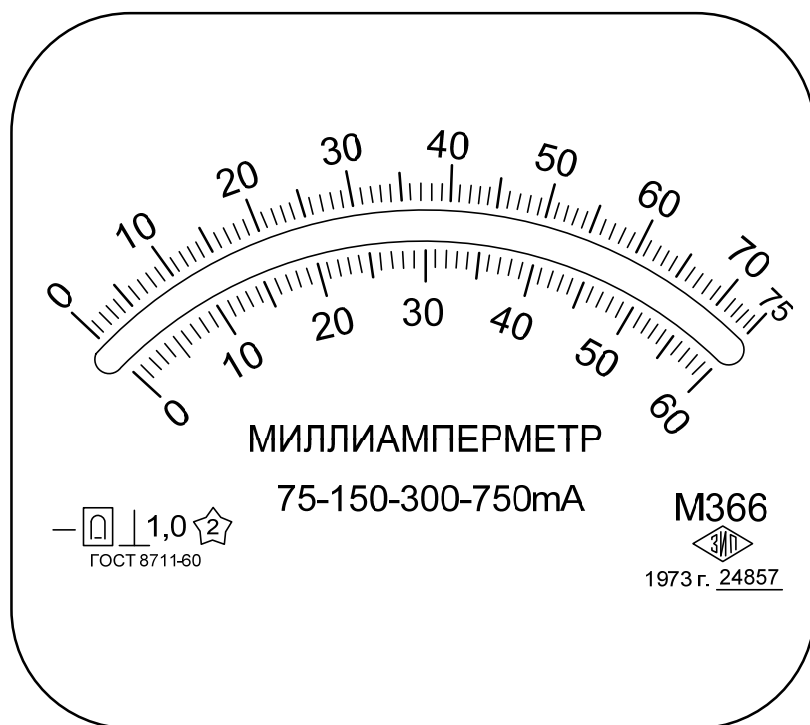


Рис. 1.1. Циферблат магнитоэлектрического миллиамперметра

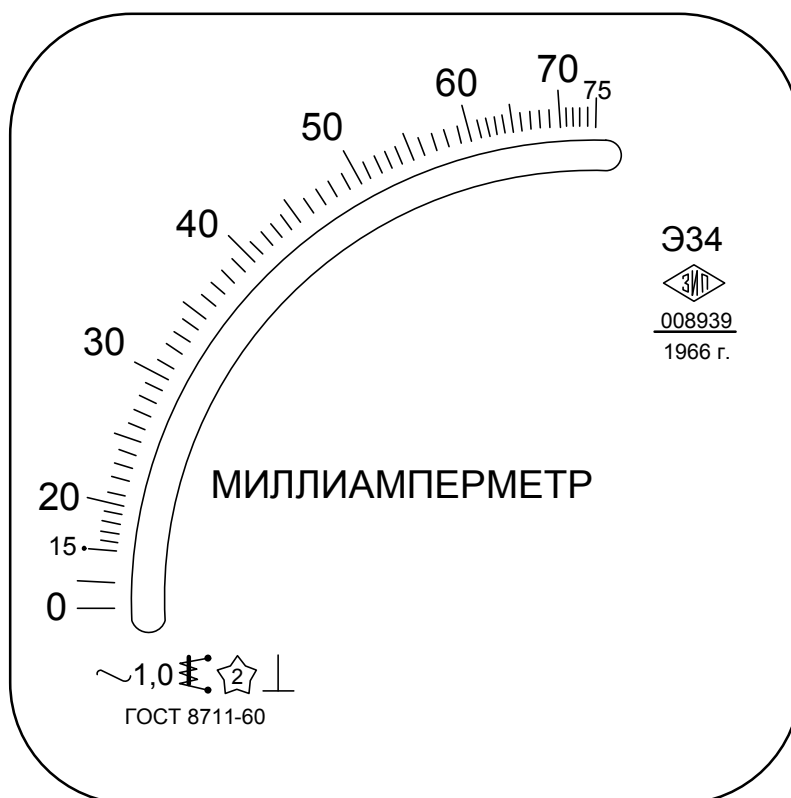


Рис. 1.2. Циферблат электромагнитного миллиамперметра

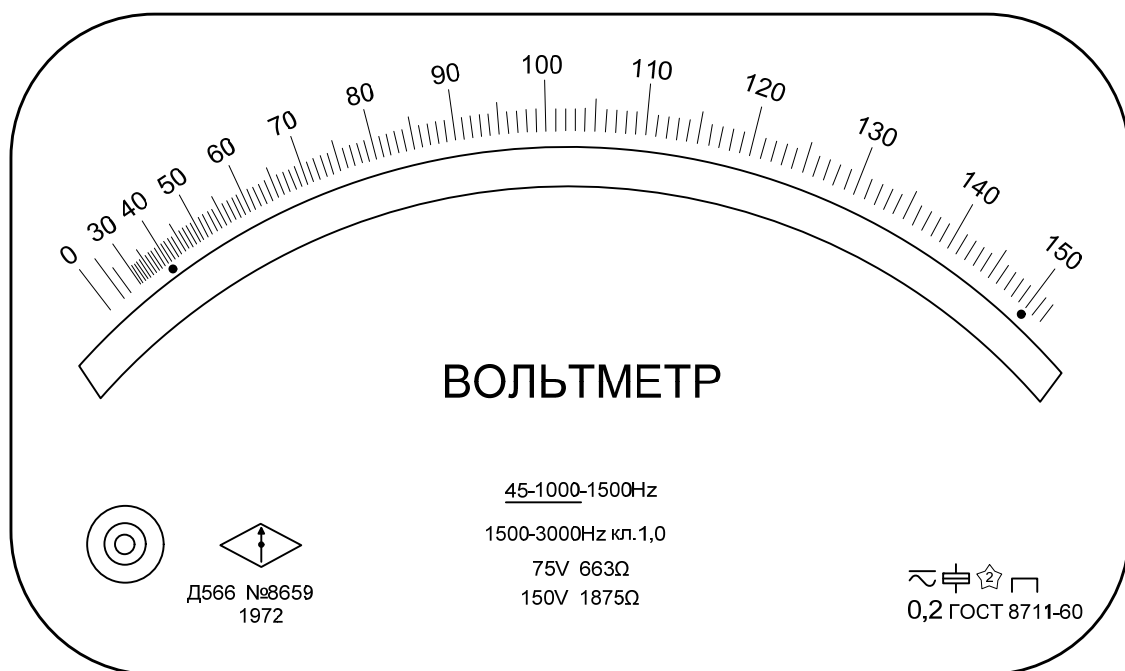


Рис. 1.3. Циферблат электродинамического вольтметра

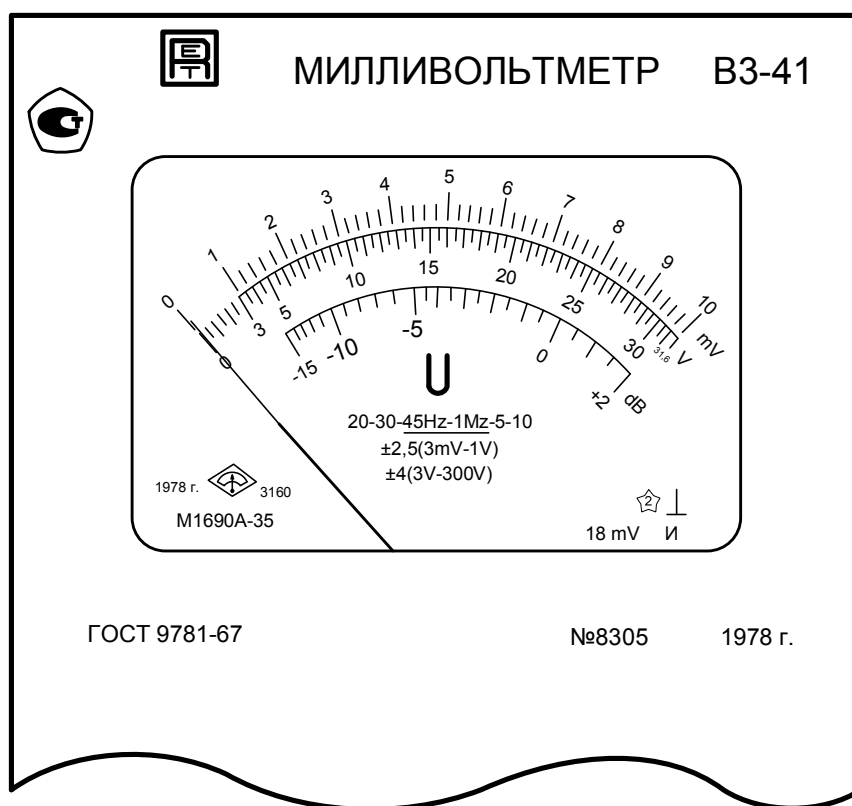


Рис. 1.4. Циферблат электронного аналогового милливольтметра

Чувствительность – свойство СИ, определяемое отношением изменения $\Delta\alpha$ выходного сигнала этого СИ к вызывающему его изменению Δx измеряемой величины. Для показывающего прибора со шкалой и указателем:

$$S = \frac{\Delta\alpha}{\Delta X}, \quad (1.1)$$

где $\Delta\alpha$ – изменение положения указателя в миллиметрах или делениях шкалы;

ΔX – изменение измеряемой величины, вызвавшее перемещение указателя на $\Delta\alpha$.

Для СИ с равномерной шкалой:

$$S = \frac{a}{X} \text{ или } S = \frac{N}{X_H}, \quad (1.2)$$

где a – положение указателя в миллиметрах или делениях шкалы;

X – значение измеряемой величины;

N – число делений шкалы;

X_H – нормирующее значение шкалы прибора (за нормирующее значение у амперметров и вольтметров принимается верхний предел измерений СИ).

Порог чувствительности СИ – характеристика СИ в виде наименьшего значения физической величины, начиная с которого может осуществляться ее измерение данным средством. На физическую величину меньшего размера СИ не реагирует.

Порог чувствительности для показывающего прибора – значение величины, соответствующее толщине указателя, для цифрового измерительного прибора – значение единицы младшего разряда табло прибора для выбранного предела измерения.

1.4. Погрешности средств измерений

Точность СИ – это качество, характеризующее близость показываемого (измеренного) значения к истинному значению.

Численно точность оценивается через погрешность.

Погрешность СИ – разность между показанием СИ (измеренным значением) и истинным (действительным) значением измеряемой величины.

Погрешности СИ делятся на:

- в зависимости от условий возникновения – основные и дополнительные;
- в зависимости от изменения во времени измеряемой величины – статические и динамические;
- в зависимости от значения измеряемой величины – аддитивные и мультипликативные;
- по закономерности проявления – систематические и случайные.

Погрешность СИ можно численно выразить как абсолютную, относительную, приведенную.

Действительное значение – значение физической величины, полученное экспериментально и настолько близкое к истинному значению, что может быть использовано вместо него. Действительное значение может быть получено по показанию эталонного прибора (погрешность эталонного прибора должна быть значительно меньше погрешности прибора, с помощью которого определено значение X).

Влияющая величина – любая величина, обычно внешняя по отношению к измерительному прибору, которая может оказать влияние на его метрологические характеристики.

Нормальные условия – совокупность установленных значений и установленных областей значений влияющих величин, при которых нормируются допускаемые основные погрешности прибора.

Рабочая область применения – заданная область значений, которые может принимать влияющая величина, не вызывая изменений показаний, превышающих установленное значение.

Основная погрешность – погрешность СИ, при его применении в нормальных для него условиях.

Дополнительная погрешность – составляющая погрешности СИ, возникающая дополнительно к основной погрешности при его применении в условиях, когда хотя бы одна из влияющих величин выходит за установленные границы.

Статическая погрешность – погрешность СИ, применяемого при измерении физической величины, принимаемой за неизменную во время измерений.

Динамическая погрешность – погрешность СИ, возникающая при измерении изменяющейся во времени физической величины.

Аддитивная погрешность a – составляющая абсолютной погрешности СИ, остающаяся постоянной во всем диапазоне измерений (не зависит от размера измеряемой величины).

Мультипликативная погрешность $(b \cdot X)$ – составляющая абсолютной погрешности СИ, линейно зависящая от значения измеряемой величины X (растет с увеличением X).

Систематическая погрешность – составляющая погрешности СИ, которая остается постоянной или закономерно изменяется. К систематическим погрешностям относят погрешности градуировки шкалы, погрешности, обусловленные неточностью меры и т. п.

Случайная погрешность – составляющая погрешности СИ, изменяющаяся случайным образом. Случайные погрешности вызываются

большим числом отдельных (в том числе и неизвестных) причин, действующих независимо друг от друга, поэтому нельзя заранее предвидеть их появление и исключить опытным путем.

Значение случайной погрешности можно определить с помощью статической обработки результатов многократных равноточных (с одинаковой точностью) измерений.

Абсолютная погрешность – погрешность СИ, выраженная в единицах измеряемой величины.

Абсолютная погрешность Δ есть разность между показанием прибора X и истинным (действительным) значением X_D измеряемой величины:

$$\Delta = X - X_D. \quad (1.3)$$

Поправка – абсолютная погрешность, взятая с обратным знаком. При сложении поправки с показанием прибора X получается действительное значение X_D .

Относительная погрешность δ – погрешность СИ, выраженная отношением абсолютной погрешности Δ СИ к результату измерений X или к действительному значению X_D измеряемой величины. Выражается в процентах.

$$\delta = \frac{\Delta}{X} \cdot 100 \text{ или } \delta = \frac{\Delta}{X_D} \cdot 100. \quad (1.4)$$

Приведенная погрешность γ – погрешность СИ, выраженная отношением абсолютной погрешности СИ к нормирующему значению X_H . Выражается в процентах.

$$\gamma = \frac{\Delta}{X_H} \cdot 100. \quad (1.5)$$

За нормирующее значение у вольтметров и амперметров принимается их верхний предел измерения.

Класс точности СИ – обобщенная характеристика, отражающая уровень точности СИ, выражаемая пределами допускаемых основной и дополнительных погрешностей, а также другими характеристиками, влияющими на точность.

Класс точности может выражаться одним числом или двумя числами (в виде их отношения).

Если мультипликативная составляющая погрешности отсутствует (или $b \cdot X \ll a$), абсолютная погрешность прибора оказывается постоянной в любой точке шкалы: $\Delta_{max} = \pm a$. В этом случае класс точности K выражается одним числом, в процентах, т. е.

$$K \geq |\gamma_{max}| = \pm \frac{\Delta_{max}}{X_H} \cdot 100. \quad (1.6)$$

Класс точности устанавливается из стандартного ряда. Это ближайшее к γ_{max} большее ее число.

К приборам, у которых класс точности выражается одним числом, относятся электромеханические аналоговые (стрелочные) и самопишущие приборы. Для электромеханических амперметров и вольтметров установлены следующие классы точности: 0,05; 0,1; 0,2; 0,3; 0,5; 1,0; 1,5; 2,0; 2,5; 3,0; 4,0; 5,0.

Зная класс точности, можно рассчитать пределы допускаемой относительной погрешности измерений (в процентах) для любого показания прибора по формуле:

$$\delta_{max} = \pm K \frac{X_H}{X}, \quad (1.7)$$

где K и X_H – класс точности и нормирующее значение (обозначены на циферблате прибора);

X – измеренное значение (показание прибора).

Если аддитивная и мультипликативная составляющие основной абсолютной погрешности соизмеримы (близки по значениям друг к другу), то абсолютная погрешность $\Delta_{\max} = \pm(a + b \cdot X)$ и класс точности обозначается в виде отношения двух чисел c/d , например, класс точности 0,1/0,05. В этом случае предельное значение основной относительной погрешности (в процентах) определяется по формуле:

$$\delta_{\max} = \pm \left[c + d \cdot \left(\frac{X_K}{X} - 1 \right) \right], \quad (1.8)$$

где X_K – конечное значение выбранного диапазона измерений;

X – измеренное значение;

c и d – числа, обозначающие класс точности.

К приборам, класс точности которых выражается двумя числами, относятся цифровые приборы, а так же измерительные мосты и компенсаторы.

Вариация показаний – разность между показаниями ИП, соответствующими одному и тому же действительному значению измеряемой величины при двух направлениях медленных изменений значения измеряемой величины в процессе подхода к данной точке диапазона измерений (первый раз – приближением снизу шкалы, второй раз – приближением сверху).

Предел допускаемой вариации показаний не должен превышать предела допускаемой основной погрешности.

1.5 Нормируемые метрологические характеристики средств измерений

Для обеспечения единства измерений и взаимозаменяемости СИ их метрологические характеристики нормируют. **Основная нормируемая метрологическая характеристика СИ – погрешность.**

Метрологические характеристики нормируют для нормальных условий эксплуатации СИ. Нормальными считают условия, при которых изменением метрологических характеристик под действием влияющих величин можно пренебречь. Для многих СИ нормальными условиями являются: температура окружающей среды (20 ± 10) °С; атмосферное давление от 97,4 до 104 кПа; отсутствие электрических и магнитных полей (наводок).

При поверке (калибровке) СИ определяются действительные значения метрологических характеристик и сравниваются с установленными нормами.

Помимо погрешностей на практике используются следующие метрологические характеристики СИ:

Время установления показаний и переброс указателя (рис. 1.6). После включения измерительного прибора в цепь или изменения измеряемой величины подвижная часть измерительного механизма не сразу занимает положение равновесия, а совершает затухающие колебания около него. Чтобы ускорить процесс установления показаний, измерительный механизм снабжается приспособлением – успокоителем, поглощающим кинетическую энергию подвижной части. По конструкции и принципу действия успокоители подразделяются на воздушные, жидкостные и магнитно-индукционные.

При различных значениях момента трения возможны три варианта движения стрелки (указателя) прибора (рис. 1.6): 1 и 2 – колебательные

затухающие (с переходом установившегося в итоге значения $\alpha_{уст}$) и 3 – апериодическое.

Под временем установления показаний t_y прибора понимается время, прошедшее с момента подключения или изменения измеряемой величины до момента, когда отклонение указателя α от установившегося значения $\alpha_{уст}$ не превышает 1,5 % от предельного значения шкалы (α_H). Время установления показаний t_y для большинства аналоговых приборов не должно превышать 4 секунды. При превышении прибор считается метрологически неисправным.

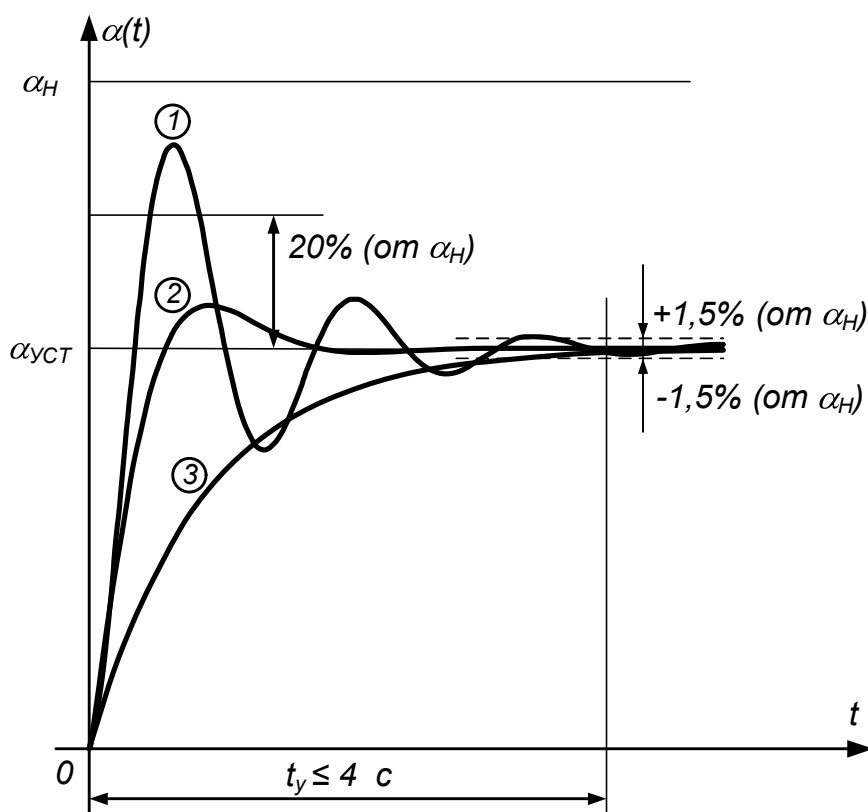


Рис. 1.6. Графики перемещения указателя измерительного прибора от нулевой отметки до $\alpha_{уст}$ при различной степени успокоения

Переброс указателя определяется по первому, наибольшему отклонению указателя за установившееся значение $\alpha_{уст}$. Переброс метрологиче-

ски исправного прибора не должен превышать $\alpha_{уст}$ более чем на 20 % от α_H . При проверке $\alpha_{уст}$ следует выбирать так, чтобы первое наибольшее отклонение указателя было близко к α_H , но его не превышало.

Собственная мощность потребления. При включении электроизмерительного прибора в цепь, находящуюся под напряжением, прибор потребляет из этой цепи некоторую энергию. Энергию, потребляемую за единицу времени (скорость потребления энергии), называют мощностью. С помощью этой величины принято оценивать энергопотребление приемников. В большинстве случаев мощность собственного потребления энергии мала с точки зрения экономии электроэнергии. Но при измерении в маломощных цепях в результате потребления приборами энергии может измениться режим работы цепи, что приведет к увеличению методической погрешности измерения. Поэтому малое потребление энергии от цепи, в которой осуществляется измерение, является достоинством прибора. Для различных конструкций и систем мощность потребления колеблется в широких пределах от 10^{-12} до 15 Вт. Ориентировочные значения для некоторых измерительных приборов:

- | | |
|------------------------------------|-----------|
| – магнитоэлектрической системы, Вт | 0,01...2; |
| – электромагнитной системы, В·А | 0,1...5; |
| – электродинамической системы, В·А | 0,1...2. |

Электронные приборы (цифровые и аналоговые) практически не потребляют энергии из контролируемой цепи – они работают от вспомогательных источников энергии.

Область рабочих частот (диапазон частот). На циферблате (рис. 1.3, 1.4) или в эксплуатационной документации предназначенного для измерений в цепях переменного тока прибора указывается номинальное значение частоты измеряемого напряжения или тока или номинальная область частот, а также расширенные области частот, в которых допускается использование прибора.

Отклонение частоты от номинального значения, для работы на которой предназначен прибор, вызывает изменение показаний, т. е. дополнительную погрешность из-за несоответствия частоты. Предел допускаемой дополнительной погрешности приборов переменного тока равен пределу допускаемой основной погрешности при отклонении частоты на $\pm 10\%$ от номинальной. Если на приборе указана номинальная область частот, для работы в которой он предназначен, его погрешность не должна выходить за пределы основной.

В расширенной области частот устанавливаются увеличенные пределы допускаемой погрешности.

К нормируемым метрологическим характеристикам аналоговых приборов относят также (определения см. в 1.3):

- **диапазон показаний;**
- **диапазон измерений;**
- **предел измерений;**
- **чувствительность.**

Важной характеристикой СИ, определяющей безопасность пользования им, является **сопротивление изоляции**. В соответствии со стандартом сопротивление изоляции между корпусом и изолированными электрическими цепями прибора для рабочих напряжений до 500 В должно быть не менее 20 МОм при нормальных условиях эксплуатации.

Еще одним испытанием, которому подвергается каждый измерительный прибор, является **проверка электрической прочности** его изоляции. Изоляция между корпусом и изолированными от корпуса электрическими цепями, на которых во время работы устанавливается напряжение более 42 В и доступ к которым возможен без вскрытия прибора, должна выдержать в течение одной минуты действие испытательного напряжения переменного тока частотой 50 Гц, значение которого должно соответствовать указанному в табл. 1.1.

Таблица 1.1

Рабочее напряжение, В (действующее значение)	Испытательное напряжение, кВ (действующее значение)
От 42 до 50	0,5
Свыше 50 до 250	1,5
Свыше 250 до 650	2,0
Свыше 650 до 1000	3,0
Свыше 1000 до 2000	5,0

После успешного проведения испытания на циферблат прибора наносится условный знак в виде звездочки, внутри которой написано значение испытательного напряжения в киловольтах (например, 2 кВ: ☆).

1.6. Вопросы для самоконтроля

1. В чем разница между эталонными и рабочими средствами измерений?
2. Чем поверка СИ отличается от калибровки?
3. Чем отличаются друг от друга: отсчетное устройство, циферблат, шкала?
4. Как определяются диапазон показаний и диапазон измерений прибора? Чем они отличаются?
5. Что такое чувствительность и цена деления прибора? Как их определить?
6. Какие обозначения должны быть нанесены на циферблате прибора?
7. Что такое класс точности прибора?

8. Какие классы точности установлены для амперметров и вольтметров и что означают числовые значения класса точности?

9. Как обозначается класс точности у цифровых приборов?

10. Дайте определение термина «вариация» прибора и объясните сущность этого явления.

11. Что такое абсолютная, относительная и приведенная погрешности?

12. Перечислите основные метрологические характеристики аналоговых измерительных приборов.

2. Задачи для самостоятельной работы

Самостоятельное решение студентом задач является важным этапом в процессе изучения дисциплины «Метрология».

В данный раздел учебного пособия включен набор из восьми задач для самостоятельной работы по всем основным темам дисциплины. Помимо условий задач и заданий представлены методические указания по их решению. У первых четырех задач, вследствие большого объема, необходимые для решения теоретические сведения и методические указания выделены в отдельные подразделы. Рассмотрение методик решения некоторых задач может быть вынесено преподавателем на аудиторные (практические) занятия.

В связи с тем, что одной из важных задач обучения является овладение студентами навыками работы со справочниками по электроизмерительным приборам, в большинстве представленных задач, помимо расчетов, требуется или выбрать из справочника подходящее средство измерений или определить технические характеристики заданного прибора.

Исходные данные для задач следует выбирать из соответствующих таблиц по номеру варианта, указанного преподавателем.

Решение задачи нужно оформлять в отдельной тетради, которую преподаватель сможет брать на проверку. При оформлении следует соблюдать следующие требования:

1. Оставлять справа поля 3 см для замечаний преподавателя.
2. Условия задачи записывать полностью. Все действия по решению выполнять в той же последовательности и под теми же номерами, как указано в тексте задачи.

3. Расчеты сопровождать пояснениями, условные обозначения расшифровывать. Для численных значений ответов и промежуточных результатов указывать единицы измерения.

4. Схемы электрических цепей выполнять при помощи чертежных инструментов и с использованием стандартных условно-графических обозначений, приведенных в Приложении 2 пособия.

5. Размеры диаграмм, графиков и их масштабы должны быть приемлемы для визуального восприятия.

2.1. Расчет методических и инструментальных погрешностей измерения напряжения

2.1.1. Условия задачи

К зажимам цепи, состоящей из двух последовательно соединенных резисторов с сопротивлениями R_1 и R_2 (рис. 2.1) приложено напряжение U . Для измерения напряжения на участке ab в цепь параллельно резистору R_1 сначала включается электромеханический аналоговый вольтметр с измерительным механизмом магнитоэлектрической системы (магнитоэлектрический вольтметр), а затем цифровой вольтметр.

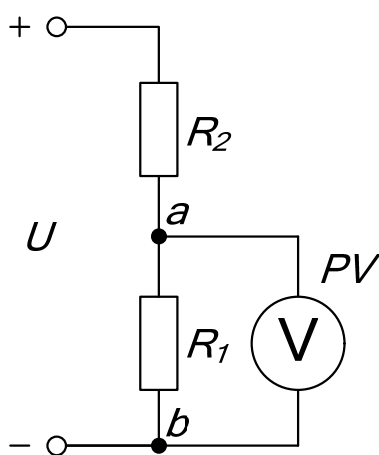


Рис. 2.1

Характеристики магнитоэлектрического вольтметра – класс точности K_V , предел измерения U_H , ток полного отклонения измерительного механизма I_H , а также тип цифрового вольтметра приведены в табл. 2.1, а характеристики цифрового вольтметра содержатся в справочнике по измерительным приборам [2].

2.1.2. Задание

1. Определить относительную методическую погрешность δ_I измерения напряжения на резисторе R_I , обусловленную подключением магнитоэлектрического вольтметра к зажимам a и b . Объяснить, от чего в данном случае зависит методическая погрешность, и каким образом можно сделать эту погрешность меньше.

2. Определить наибольшую допустимую погрешность измерения $\pm\delta_2$, обусловленную основной погрешностью магнитоэлектрического вольтметра (классом точности).

3. Рассчитать абсолютные погрешности измерения: методическую Δ_I , инструментальную $\pm\Delta_2$.

4. Записать результат измерения в виде $U = U_{V_{мэ}} \pm \Delta_2$ (В), округлив по правилам рассчитанную абсолютную погрешность $\pm\Delta_2$ и показания вольтметра магнитоэлектрической системы $U_{V_{мэ}}$.

5. Для указанного в задании типа цифрового вольтметра выписать из справочника его технические характеристики:

- тип прибора;
- класс точности (c/d);
- предельное значение поддиапазона напряжения U_K , наиболее подходящего для измерения напряжения на R_I ;
- входное сопротивление прибора, соответствующее выбранному поддиапазону;

– формулу для расчета максимальной относительной погрешности $\pm\delta_{MAX}$.

Примечания:

а) для комбинированных приборов (мультиметров) выписывать данные, относящиеся только к измерению постоянного напряжения и только для выбранного поддиапазона;

б) данные оформить в виде таблицы.

6. Определить относительную методическую погрешность δ_3 , измерения напряжения на резисторе R_I , обусловленную подключением цифрового вольтметра к точкам a и b и сравнить с погрешностью δ_I , полученной в п. 1.

7. Определить предел допустимой основной относительной погрешности измерения $\pm\delta_4$ для выбранного поддиапазона цифрового вольтметра, используя выписанные из справочника характеристики.

8. Рассчитать максимальную абсолютную погрешность $\pm\Delta_4$ цифрового вольтметра и записать результат аналогично п. 4 ($U=U_{Vq} \pm \Delta_4$ (В)).

9. Построить графики зависимости мультипликативной и аддитивной составляющих абсолютной погрешности цифрового вольтметра в диапазоне напряжений от 0 до U_K (где U_K – выбранный в п. 5 предел измерения цифрового вольтметра). На графике отметить значения $\pm\Delta_4$ при измеренном значении напряжения.

Таблица 2.1

№ Вар.	Дано						
	R_1 , кОм	R_2 , кОм	U , В	Кл. т. K_V	U_H , В	I_H , мА	Тип ЦВ
1	1	2	200	0,5	150	30	Щ1516
2	10	10	100	1	100	1	Щ1526
3	50	50	150	2,5	100	1	Щ1513
4	10	5	300	1,5	300	5	Ф4214
5	5	10	5	1	3	0,1	Щ1413
6	10	10	500	2,5	300	10	Щ304
7	10	20	100	1,5	100	2	Ф4830
8	50	100	120	1	100	1	Щ1313
9	1	3	120	0,5	50	10	Ф283
10	30	20	100	2,5	150	3	Ф283
11	40	20	100	1,5	100	2	В7-16
12	50	20	140	1	150	5	Щ1513
13	5	5	8	0,5	5	0,2	В7-35
14	4	5	10	1	5	0,2	В7-16
15	3	5	10	1,5	5	0,2	Щ1513
16	2	5	10	2,5	5	0,2	В7-35
17	20	10	50	0,5	50	1	Щ1516
18	10	10	30	1	30	1	Щ1526
19	5	10	10	0,5	15	0,5	Щ1513
20	2	10	15	2,5	5	0,1	Ф4214
21	20	30	100	0,5	50	0,5	Щ1413
22	25	30	100	1	50	0,5	Щ304
23	15	30	100	1,5	50	1	Ф4830
24	10	30	50	2,5	15	0,5	Щ1313
25	5	10	100	0,5	50	2	В7-35
26	4	6	250	1,5	150	10	Щ1516
27	12	8	100	1	100	5	Щ1526
28	70	90	160	2,5	100	2	Щ1513
29	10	15	300	1,5	200	5	Ф4214

Продолжение табл. 2.1

№ Вар.	Дано						
	R_1 , кОм	R_2 , кОм	U , В	Кл. т. K_V	U_H , В	I_H , мА	Тип ЦВ
30	5	10	50	1	30	0,5	Щ1413
31	20	20	500	2,5	300	10	Щ304
32	15	25	100	1,5	100	2	Ф4830
33	50	100	80	1	50	0,5	Щ1313
34	2	4	120	0,5	50	5	Ф283
35	30	30	160	2,5	100	3	Ф283
36	40	20	120	1,5	100	1	В7-16
37	50	30	160	1	150	3	Щ1513
38	6	4	10	0,5	10	0,5	В7-35
39	7	5	12	1	15	1	В7-16
40	4	10	28	1,5	10	1	Щ1513
41	2	6	16	2,5	5	0,5	В7-35
42	15	35	100	0,5	50	1	Щ1516
43	100	100	300	1	200	1	Щ1526
44	6	10	12	1,5	10	0,5	Щ1513
45	7	8	15	2,5	10	0,3	Ф4214
46	22	28	90	1	50	0,5	Щ1413
47	15	30	120	1	50	0,5	Щ304
48	30	20	150	1,5	100	1	Ф4830
49	10	25	50	1	15	0,3	Щ1313
50	8	12	100	0,5	50	2	В7-35
51	2	4	300	2,5	150	20	Щ1516
52	15	15	100	1,5	100	1	Щ1526
53	40	40	180	1	100	0,5	Щ1513
54	20	10	200	2,5	200	4	Ф4214
55	10	20	10	1,5	5	0,1	Щ1413
56	30	30	300	1	200	2	Щ304
57	20	40	140	0,5	100	1	Ф4830
58	25	50	130	2,5	100	1	Щ1313

Продолжение табл. 2.1

№ Вар.	Дано						
	R_1 , кОм	R_2 , кОм	U , В	Кл. т. K_V	U_H , В	I_H , мА	Тип ЦВ
59	2	6	110	1,5	30	5	Ф283
60	60	40	100	1	100	1,5	Ф283
61	20	10	80	0,5	100	2	В7-16
62	25	10	180	1	150	2	Щ1513
63	2,5	2,5	12	1,5	10	0,5	В7-35
64	8	10	10	2,5	5	0,1	В7-16
65	6	10	20	0,5	10	0,2	Щ1513
66	4	10	12	1	5	0,2	В7-35
67	40	20	55	1,5	50	0,5	Щ1516
68	7	6	40	2,5	30	0,5	Щ1526
69	10	20	25	0,5	15	0,2	Щ1513
70	4	20	18	1	5	0,2	Ф4214
71	25	35	110	1,5	50	0,5	Щ1413
72	50	70	90	2,5	50	0,2	Щ304
73	7	18	100	0,5	30	0,5	Ф4830
74	15	30	50	0,5	15	0,5	Щ1313
75	8	15	100	1,5	50	1	В7-35
76	1,5	2,5	210	0,5	100	20	Щ1516
77	12	8	120	1	100	2	Щ1526
78	60	50	140	2,5	100	0,5	Щ1513
79	12	5	340	1,5	300	5	Ф4214
80	6	9	6	1	3	0,05	Щ1413
81	11	9	500	2,5	300	5	Щ304
82	12	18	120	1,5	100	1	Ф4830
83	50	100	120	1	100	1	Щ1313
84	2	4	130	0,5	50	5	Ф283
85	40	30	140	2,5	150	2	Ф283

№ Вар.	Дано						
	R_1 , кОм	R_2 , кОм	U , В	Кл. т. K_V	U_H , В	I_H , мА	Тип ЦВ
86	50	10	110	1,5	100	1	В7-16
87	40	10	130	1	150	2	Щ1513
88	4	6	9	0,5	5	0,5	В7-35
89	5	7	11	1	5	0,2	В7-16
90	6	10	12	1,5	5	0,2	Щ1513
91	3	7	12	2,5	5	0,5	В7-35
92	22	11	40	0,5	50	0,5	Щ1516
93	15	12	35	1	30	0,75	Щ1526
94	4	9	26	0,5	15	0,5	Щ1513
95	3	12	15	2,5	5	0,2	Ф4214
96	24	36	110	0,5	50	0,5	Щ1413
97	21	27	90	1	50	0,5	Щ304
98	16	32	115	1,5	50	1	Ф4830
99	12	34	40	2,5	15	0,2	Щ1313
100	6	9	120	0,5	50	1	В7-35

2.1.3. Методические указания по решению задачи

Рассматриваемая цепь из резисторов R_1 , R_2 , представляет собой делитель напряжения, к входу которого приложено напряжение питания U . Выходное напряжение на резисторе R_1 измеряется (рис. 2.2) вольтметром PV с внутренним сопротивлением R_V .

Погрешность метода измерения (методическая погрешность) – это составляющая систематической погрешности измерений, обусловленная несовершенством принятого метода измерений.

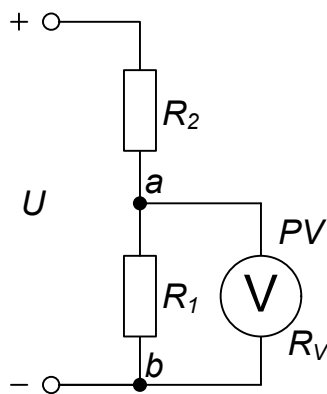


Рис. 2.2. К определению методической погрешности измерения напряжения

В данном случае методическая погрешность возникает из-за сделанного допущения, что вольтметр обладает бесконечно большим внутренним сопротивлением и при измерении не потребляет энергии из цепи, к которой подключен. На самом деле для работы измерительных механизмов вольтметров магнитоэлектрической, электромагнитной, электродинамической систем необходим ток для возникновения взаимодействующих магнитных полей, создания вращающего момента и отклонения подвижной части с указателем (стрелкой). Ток присутствует также и на входе электронных приборов, но благодаря использованию усилителей в этих приборах входной ток меньше на несколько порядков, чем у электромеханических, хотя нулю он не равен. Минимальную методическую погрешность измерения напряжения можно получить с использованием других приборов с большим входным сопротивлением, например компенсатора постоянного тока или вольтметра электростатической системы.

При включении вольтметра параллельно участку цепи с сопротивлением R_1 , вольтметр с конечным сопротивлением оказывает шунтирующее влияние, сопротивление участка ab становится меньше, чем R_1 , происходит

изменение режима работы цепи, изменяются токи и перераспределяются напряжения. Таким образом, измеренное значение напряжения всегда оказывается меньше, чем действительное (погрешность измерения имеет знак «–», то есть показания вольтметра занижены).

Относительную погрешность измерения находят по формуле:

$$\delta = \frac{U_{II} - U_{Д}}{U_{Д}} \cdot 100, \quad (2.1)$$

где U_{II} – измеренное напряжение при подключении вольтметра;

$U_{Д} = U \frac{R_I}{R_I + R_2}$ – действительное значение напряжения на R_I (когда

вольтметр еще не подключен к точкам a и b).

$$U_{II} = U \frac{R_{ab}}{R_{ab} + R_2}, \quad (2.2)$$

где $R_{ab} = \frac{R_I \cdot R_V}{R_I + R_V}$ – сопротивление участка цепи ab с подключенным вольтметром.

Внутреннее сопротивление вольтметра (входное сопротивление) указывается в справочниках по измерительным приборам. Для электромеханических вольтметров различных систем сопротивление может быть рассчитано как отношение предела измерения по напряжению к току полного отклонения измерительного механизма:

$$R_V = \frac{U_H}{I_H}. \quad (2.3)$$

Значение методической погрешности определяется только соотношением сопротивления участка цепи, на котором производится измерение напряжения, и сопротивления вольтметра. Погрешность уменьшается при $R_V \gg R_I$ и стремится к нулю при $R_V \rightarrow \infty$.

Таким образом, **уменьшить данную погрешность можно, выбрав для измерения вольтметр с гораздо большим, чем R_I сопротивлением.**

В большинстве случаев выбор электронного вольтметра позволяет получить пренебрежимо малые значения методической погрешности (существенно меньшие, чем инструментальные).

Инструментальная погрешность – это составляющая погрешности измерения, обусловленная погрешностью применяемого средства измерений.

Инструментальные погрешности измерения могут быть определены исходя из классов точности применяемых средств измерений.

Класс точности – обобщенная характеристика типа средств измерений, как правило, отражающая уровень их точности, выражаемая пределами допускаемых основной и дополнительных погрешностей, а также другими характеристиками, влияющими на точность.

Класс точности может выражаться одним числом или двумя числами (в виде дроби) в зависимости от соотношения входящих в состав абсолютной погрешности составляющих.

В общем случае максимальная абсолютная погрешность Δ_{max} средства измерения состоит из двух составляющих и определяется уравнением:

$$\pm \Delta_{max} = \pm |a + b \cdot X|, \quad (2.4)$$

где X – измеряемая величина;

a – аддитивная погрешность (погрешность нуля);

$b \cdot X$ – мультипликативная погрешность (погрешность чувствительности).

Аддитивные погрешности не зависят от значения измеряемой величины напряжения X (при любом X одинаковые), а мультипликативные – пропорциональны значению X (увеличиваются с ростом значения измеряемой величины).

Аддитивная погрешность, зависящая от нестабильности во времени и смещения нуля прибора, трения в опорах, шумов усилителей, вибрации и т. п., является одним из показателей качества прибора. От аддитивной по-

грешности зависит наименьшее значение физической величины, которое может быть измерено прибором.

Причина мультипликативной погрешности – действие влияющих величин на параметры элементов и узлов средства измерений.

Для приборов, измеряющих напряжение, формула (2.4) примет вид:

$$\pm \Delta_{max} = \pm |a + b \cdot U|, \text{ (В)}. \quad (2.5)$$

Выражение (2.5) определяет область значений, за границы которой не должна выходить абсолютная погрешность любых измерений, выполненных метрологически исправным вольтметром: $\Delta_i \in [-\Delta_{max}; +\Delta_{max}]$ (рис. 2.3, 2.4).

– Если аддитивная составляющая абсолютной погрешности вольтметра оказывается гораздо большей, чем мультипликативная ($a \gg bU$), то максимальную абсолютную погрешность прибора можно считать постоянной в любой точке шкалы $\Delta_{max} = \pm a$ (рис. 2.3), а для обозначения класса точности достаточно одного числа.

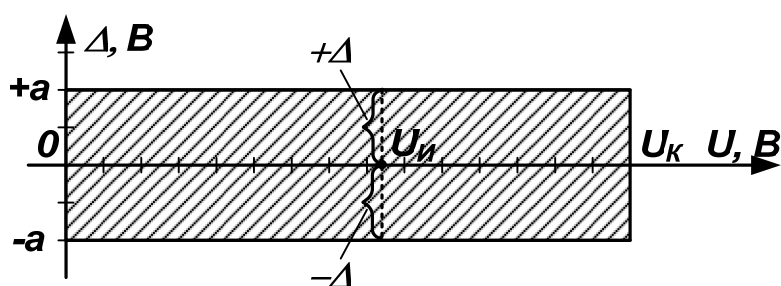


Рис. 2.3. График допустимых значений абсолютной погрешности вольтметра (для условия $a \gg b \cdot U$)

К приборам, у которых класс точности выражается одним числом, относится большинство электромеханических приборов со шкалой и указателем (стрелочных), в том числе и магнитоэлектрические вольтметры.

Класс точности K в этом случае – это максимальное значение основной *приведенной* погрешности, выраженное в процентах.

Приведенная погрешность – отношение абсолютной погрешности средства измерения к его *нормирующему* значению X_N (U_N для вольтметров), выраженное в процентах:

$$\gamma = \frac{\Delta}{X_N} \cdot 100, (\%); \quad \gamma = \frac{\Delta}{U_N} \cdot 100, (\%). \quad (2.6)$$

Нормирующее значение – неизменная характеристика средства измерения, к которой приводится его абсолютная погрешность. В большинстве случаев – это значение верхнего предела диапазона (или поддиапазона) измерения средства измерения.

Число K для обозначения класса точности в общем случае выбирается из ряда:

$$(1; 1,5; 2; 2,5; 4; 5) \cdot 10^n; \quad n = 1; 0; -1; -2; \dots$$

Для отдельных видов средств измерений ряд классов точности приводится в предусмотренных для них нормативных документах, и может отличаться от общего ряда. Так, например, ГОСТ 8711-93 «Приборы аналоговые показывающие электроизмерительные прямого действия и вспомогательные части к ним» в части 2 – «Особые требования к амперметрам и вольтметрам» устанавливает для этих приборов ряд из двенадцати классов точности 0,05; 0,1; 0,2; 0,3; 0,5; 1,0; 1,5; 2,0; 2,5; 3,0; 4,0 и 5,0.

По размерности класс точности – это число в процентах, хотя не циферблатах приборов символ «%» рядом с классом точности не изображается.

Класс точности присваивают средству измерения после его разработки и изготовления и после определения фактических значений приве-

денной погрешности во всем диапазоне измерения. Число из стандартного ряда классов точности выбирается ближайшим большим относительно максимальной полученной приведенной погрешности вне зависимости от ее знака (по модулю). С учетом того, что средство измерений в диапазоне измерения может иметь как положительные, так и отрицательные приведенные погрешности, присвоенный прибору класс точности дает диапазон от $-K$ до $+K$, за границы которого не должна выходить приведенная погрешность средства измерения в состоянии метрологической исправности.

Таким образом, класс точности в общем случае:

$$K \geq |\gamma_{max}| = \pm \frac{\Delta_{max}}{X_H} \cdot 100, (\%), \quad (2.7)$$

для приборов, измеряющих напряжение:

$$K \geq |\gamma_{max}| = \pm \frac{\Delta_{max}}{U_H} \cdot 100, (\%). \quad (2.8)$$

Класс точности средства измерения по своей сути является характеристикой, позволяющей оценивать (и сравнивать между собой) по точности приборы, выбираемые для измерения.

Выполненное измерение и его результат наряду с абсолютной погрешностью характеризует погрешность *относительная* – отношение абсолютной погрешности измерения к результату этого измерения:

$$\delta = \frac{X_H - X_D}{X_D} \cdot 100 = \frac{\Delta}{X_D} \cdot 100 \approx \frac{\Delta}{X_H} \cdot 100, (\%). \quad (2.9)$$

Из выражений (2.7) и (2.9) можно определить интервал максимально допустимой относительной погрешности измерения $\pm \delta_{max}$, не зная действительного значения и абсолютной погрешности, опираясь на присвоенный средству измерения класс точности:

$$\pm \delta_{max} = K \frac{X_H}{X_H}, (\%), \quad (2.10)$$

где K – указанный на циферблате класс точности;
 X_H – нормирующее значение шкалы прибора;
 X_H – измеренное значение (показания прибора при измерении).

Для вольтметра:

$$\pm \delta_{max} = K \frac{U_H}{U_H}, (\%). \quad (2.11)$$

На практике необходимость определения $\pm \delta_{max}$ по классу точности возникает для оценки точности отдельного измерения.

По известной максимальной относительной погрешности можно определить максимальную абсолютную, что следует из выражения (2.9). В общем виде:

$$\pm \Delta_{max} = \frac{\pm \delta_{max} X_H}{100}, \quad (2.12)$$

для вольтметра:

$$\pm \Delta_{max} = \frac{\pm \delta_{max} U_H}{100}. \quad (2.13)$$

Пределы абсолютной погрешности $\pm \Delta_{max}$ используются для записи результата измерения в виде $X = X_H \pm \Delta$ (для вольтметра $U = U_H \pm \Delta$, (В)).

При расчете абсолютной погрешности по формуле (2.13) результат может получиться в виде числа с большим количеством знаков. **При представлении результата используют следующие правила:**

1. Погрешность принято округлять до одной значащей цифры, если эта цифра не 1 (*первая значащая цифра* – это первая отличная от нуля цифра в числе слева, позиция десятичной запятой при этом значения не имеет). Если первая значащая цифра равна единице, то погрешность округляют до двух значащих цифр. Округление производится в меньшую сторону, если цифра в отбрасываемой позиции 0, 1, 2, 3, 4, в других случаях (5, 6, 7, 8, 9) – в большую.

2. После округления погрешности округляется и полученный результат. Результат округляют до той позиции в десятичной разрядной сетке, в какой находится последняя значащая цифра округленной погрешности. Если в результате изначально было меньше знаков после десятичной запятой, чем в округленной погрешности, справа дописываются незначащие нули.

Примеры округления и записи результатов измерения (X – любая величина):

1. $X=4,873\pm0,12778 (\dots) \rightarrow X=4,87\pm0,13 (\dots)$
2. $X=10,25\pm0,76 (\dots) \rightarrow X=10,3\pm0,8 (\dots)$
3. $X=6942\pm0,54 (\dots) \rightarrow X=6942,0\pm0,5 (\dots)$
4. $X=167756\pm3458 (\dots) \rightarrow X=168000\pm3000 (\dots)$

Класс точности приборов, у которых аддитивная и мультипликативная составляющие основной погрешности соизмеримы, обозначается в виде отношения двух чисел c/d , например, класс точности $0,1/0,05$.

К приборам, класс точности которых выражается двумя числами, относятся цифровые приборы, а также мосты и компенсаторы с ручным и с автоматическим уравниванием.

Предельное значение основной относительной погрешности в процентах определяется по формуле:

$$\pm \delta_{max} = \pm \left[c + d \left(\frac{X_K}{X_H} - 1 \right) \right], (\%). \quad (2.14)$$

$$\pm \delta_{max} = \pm \left[c + d \left(\frac{U_K}{U_H} - 1 \right) \right], (\%), \quad (2.15)$$

где X_K, U_K – конечное значение выбранного поддиапазона измерений;
 c и d – постоянные числа из стандартного ряда, обозначающие класс точности.

Существует связь между коэффициентами c и d в выражениях (2.14) и (2.15) и значениями коэффициентов a и b в формуле (2.5).

Подстановкой в (2.9) выражения (2.5) получим предельное значение относительной погрешности прибора:

$$\pm \delta'_{max} = \pm \left(\frac{\Delta_{max}}{X_H} \cdot 100 \right) = \pm \left(\frac{a}{X_H} + b \right) \cdot 100. \quad (2.16)$$

Так как предельное значение $|\delta_{max}|$, определенное исходя из классов точности прибора (2.14), всегда больше или равно предельному значению реальной основной погрешности $|\delta'_{max}|$, то при сопоставлении (2.14) и (2.16) получим:

$$\begin{aligned} \left(\frac{a}{X_H} + b \right) \cdot 100 &\leq \left[c + d \cdot \left(\frac{X_K}{X_H} - 1 \right) \right], \\ \left(\frac{a}{X_H} + b \right) \cdot 100 &\leq (c - d) + \frac{X_K}{X_H} \cdot d, \\ \left(\frac{a}{X_H} \cdot 100 \right) + (b \cdot 100) &\leq \left(\frac{X_K}{X_H} \cdot d \right) + (c - d), \end{aligned} \quad (2.17)$$

откуда очевидно, что:

$$a \leq \frac{X_K \cdot d}{100}; \quad b \leq \frac{c - d}{100}. \quad (2.18)$$

Для построения графиков (рис. 2.4) берутся предельные значения

$$a = \frac{X_K \cdot d}{100}; \quad b = \frac{c - d}{100}. \quad (2.19)$$

При этом число a имеет размерность измеряемой величины (при измерении напряжения $a = \frac{U_K \cdot d}{100}$, (В)), b – безразмерный коэффициент.

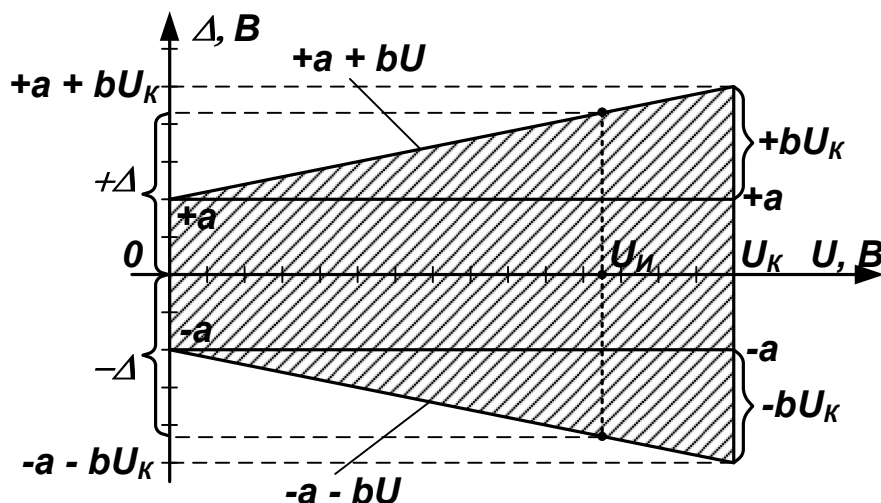


Рис. 2.4. Графики аддитивных и мультипликативных погрешностей средства измерений (вольтметра)

Примечание: в справочниках по измерительным приборам формула максимальной относительной погрешности $\pm \delta_{\max}$ может быть представлена в преобразованном виде и сразу с конкретными числовыми значениями, например:

$$\pm \delta_{\max} = \pm \left[0,1 + 0,05 \left(\frac{U_K}{U_H} \right) \right], (\%). \quad (2.20)$$

Такая форма записи является простым математическим преобразованием выражения (2.15):

$$\pm \delta_{\max} = \pm \left[c + d \left(\frac{U_K}{U_H} - 1 \right) \right] = \pm \left[(c - d) + d \left(\frac{U_K}{U_H} \right) \right].$$

Таким образом, в приведенном примере (2.20) число $0,05 = d$, а число $0,1 = c - d$, откуда $c = 0,1 + d = 0,1 + 0,05 = 0,15$.

Максимальная абсолютная погрешность для измерения, выполненного цифровым вольтметром, находится по формуле:

$$\pm \Delta_{\max} = \pm |a + b \cdot U_H|, (\text{В}). \quad (2.21)$$

2.2. Расчет методических и инструментальных погрешностей измерения сопротивлений методом амперметра и вольтметра

2.2.1. Условия задачи

С помощью метода амперметра и вольтметра измерены прямое ($R_{ПР}$) и обратное ($R_{ОБР}$) сопротивления диода в номинальном режиме. Определить методические и инструментальные погрешности измерения $R_{ПР}$ и $R_{ОБР}$. Данные для решения задачи – значения токов ($I_{ПР}$, $I_{ОБР}$) и напряжений ($U_{ПР}$, $U_{ОБР}$), являющиеся показаниями амперметров A_1 , A_2 и вольтметров V_1 , V_2 приведены в табл. 2.2.

2.2.2. Задание

1. Рассчитать по показаниям приборов измеренное значение прямого сопротивления диода $R_{ПР}^{ИЗМ}$.

2. Подобрать по справочнику [2] измерительные приборы A_1 и V_1 , подходящие для измерения заданных значений тока и напряжения ($I_{ПР}$, $U_{ПР}$). Для каждого прибора указать: тип, систему, предел измерения, класс точности, сопротивление (или напряжение при номинальном токе для амперметра, ток полного отклонения для вольтметра).

3. Изобразить схему цепи для измерения прямого сопротивления $R_{ПР}$, обеспечивающую минимальную методическую погрешность. Цепь должна состоять из источника постоянного тока (произвольного) с указанием полярности, амперметра A_1 , вольтметра V_1 и диода (полярность включения диода должна соответствовать прямому смещению). Обосновать выбор схемы включения амперметра и вольтметра, сравнив измеренное значение прямого сопротивления (п. 1) с сопротивлением выбранных амперметра и вольтметра (п. 2).

4. Рассчитать действительное значение прямого сопротивления диода $R_{ПР}^Д$ в соответствии с выбранной схемой включения приборов.

5. Определить относительную методическую погрешность δ_{M1} измерения прямого сопротивления диода $R_{пр}$.

6. Определить относительную инструментальную погрешность косвенного измерения прямого сопротивления диода $\pm\delta_{И1}$, обусловленную классами точности примененных амперметра A_1 и вольтметра V_1 .

7. Записать результат косвенного измерения прямого сопротивления диода в виде $R_{пр} = R_{пр}^{ИЗМ} \pm \Delta R_{И1}$ (Ом), предварительно рассчитав абсолютную инструментальную погрешность $\pm\Delta R_{И1}$.

8. Рассчитать измеренное значение обратного сопротивления диода $R_{обр}^{ИЗМ}$.

9. Подобрать по справочнику амперметр и вольтметр A_2 и V_2 аналогично п. 2 но для измерения тока и напряжения $I_{обр}$, $U_{обр}$.

10. Изобразить схему цепи для измерения обратного сопротивления $R_{обр}$, обеспечивающую минимальную методическую погрешность. Полярность включения диода должна соответствовать обратному смещению. Обосновать выбор схемы включения амперметра и вольтметра, сравнив измеренное значение обратного сопротивления (п. 6) с сопротивлением выбранных амперметра и вольтметра (п. 7).

11. Рассчитать действительное значение обратного сопротивления диода $R_{обр}^Д$ в соответствии с выбранной схемой включения приборов.

12. Определить относительную методическую погрешность δ_{M2} измерения обратного сопротивления диода $R_{обр}$.

13. Определить относительную инструментальную погрешность косвенного измерения сопротивления $\pm\delta_{И2}$, обусловленную классами точности примененных амперметра A_2 и вольтметра V_2 .

14. Записать результат косвенного измерения обратного сопротивления диода в виде $R_{обр} = R_{обр}^{ИЗМ} \pm \Delta R_{И2}$ (Ом), предварительно рассчитав абсолютную инструментальную погрешность $\pm\Delta R_{И2}$.

15. Перечислить достоинства и недостатки косвенного измерения сопротивлений диода методом амперметра и вольтметра в сравнении с другими методами измерения сопротивлений.

Таблица 2.2

Вар.	$I_{пр}, A$	$U_{пр}, B$	$I_{обр}, mA$	$U_{обр}, B$
1	0,3	0,9	0,012	190
2	0,3	0,7	0,052	270
3	0,4	0,8	0,052	350
4	0,4	0,85	0,056	430
5	0,52	0,75	0,16	210
6	0,52	1,2	0,054	220
7	0,7	1,1	0,14	140
8	0,7	0,9	0,12	420
9	1,4	1,3	0,058	120
10	1,3	1,2	0,18	230
11	1,5	1,1	0,16	130
12	1,7	1,4	0,057	170
13	1,7	1,2	0,058	860
14	3,3	0,3	1,3	155
15	5,3	0,9	0,8	58
16	5,9	1,5	3,2	130
17	4,9	0,35	2,4	120
18	5,1	1,5	3,3	290
19	5,7	0,9	0,8	340
20	5,2	1,4	0,3	440
21	4,8	0,9	0,8	610
22	5,2	0,65	1,5	820
23	8,2	0,3	2,5	56
24	8,4	1,2	3	110
25	8,6	1,05	3,2	230

Продолжение табл. 2.2

Вар.	$I_{ПР}, А$	$U_{ПР}, В$	$I_{ОБР}, МА$	$U_{ОБР}, В$
26	0,3	1,2	3,4	140
27	0,3	1,2	2,2	260
28	0,4	1,4	3,6	330
29	0,4	1,2	0,8	410
30	0,6	0,3	0,3	260
31	0,6	0,9	0,8	240
32	0,7	1,5	1,5	120
33	0,7	0,45	2,5	460
34	0,9	1,5	3,1	110
35	0,9	0,9	3,3	230
36	1,5	1,4	0,012	170
37	1,7	0,9	0,051	180
38	1,7	0,82	0,053	820
39	3	0,35	0,055	160
40	6	1,2	0,11	60
41	6,4	0,76	0,057	190
42	6,6	0,9	0,13	180
43	6,8	0,88	0,15	270
44	6,2	0,8	0,059	370
45	6,3	0,75	0,12	470
46	6,5	0,6	0,14	620
47	6,8	1,2	0,052	840
48	9,2	1,25	0,054	70
49	9,4	0,9	1,1	180
50	9,5	0,74	0,8	280

Продолжение табл. 2.2

Вар.	$I_{ПР}, A$	$U_{ПР}, B$	$I_{ОБР}, mA$	$U_{ОБР}, B$
51	0,65	1,2	0,8	140
52	0,65	0,64	0,22	240
53	0,6	1,2	0,32	350
54	0,6	1,1	0,08	450
55	0,7	0,5	0,03	260
56	0,7	0,8	0,08	260
57	0,9	1,3	0,15	150
58	0,9	0,4	0,25	460
59	1,2	1,1	0,3	155
60	1,2	0,6	0,3	255
61	1,2	1,8	0,0012	145
62	1,5	0,6	0,0052	135
63	1,5	1,7	0,0054	570
64	2,2	0,55	0,56	160
65	4,2	1,1	0,016	490
66	4,4	1,5	0,54	185
67	4,6	0,8	0,018	165
68	4,8	1,2	0,14	265
69	4,5	0,7	0,58	365
70	6,1	1,2	0,013	420
71	6,3	0,6	0,015	550
72	6,5	1,1	0,56	850
73	8,1	0,8	0,54	540
74	8,3	0,6	0,22	140
75	8,5	1,2	0,062	285

Окончание табл. 2.2

Вар.	$I_{ПР}, А$	$U_{ПР}, В$	$I_{ОБР}, мА$	$U_{ОБР}, В$
76	0,4	0,85	0,015	125
77	0,4	1,1	0,054	220
78	0,55	0,7	0,052	350
79	0,55	1,1	0,054	440
80	0,6	1,2	0,12	230
81	0,7	1,2	0,056	260
82	0,8	1,1	0,12	140
83	0,8	0,9	0,12	410
84	0,9	1,3	0,052	180
85	0,9	1,2	0,13	210
86	1,4	1,1	0,12	140
87	1,6	1,2	0,06	180
88	1,6	1,3	0,06	820
89	3,2	0,35	1,2	160
90	5,4	0,9	0,8	70
91	5,4	1,2	3,2	120
92	5,6	0,45	2,4	115
93	5,8	1,5	3,6	230
94	5,8	0,8	0,8	360
95	5,2	1,3	0,34	480
96	5,2	0,95	0,82	650
97	5,4	1,05	1,5	820
98	10,5	0,38	2,6	55
99	10,5	1,15	3,8	160
100	10,8	1,1	3,3	240

2.2.3. Методические указания по решению задачи

В задаче определяются методические и инструментальные погрешности косвенного измерения сопротивления методом амперметра и вольтметра.

Косвенное измерение – это определение искомого значения физической величины на основании результатов прямых измерений других физических величин, функционально связанных с искомой величиной.

В отличие от прямых измерений, где результат получают сразу по измерительному прибору, предназначенному для искомой величины, в косвенных измерениях результат получают путем расчета, используя результаты прямых измерений связанных величин и константы.

При выполнении расчета возможны допущения и упрощения, приводящие к методической погрешности измерения в целом.

В качестве *принципа измерения* в методе амперметра и вольтметра используется закон Ома. Для получения значения сопротивления необходимо одновременно измерить напряжение на исследуемом элементе и ток через него. С этой целью собирается электрическая цепь, содержащая источник питания постоянного (или переменного) тока, амперметр, вольтметр и исследуемый элемент. Параметры источника питания в большинстве случаев подбираются в соответствии с номинальным или рабочим режимом исследуемого элемента, что особенно актуально для элементов с нелинейной вольтамперной характеристикой, когда сопротивление элемента не постоянно и сильно зависит от тока и напряжения в реализуемом режиме работы (полупроводниковые элементы, лампа накаливания и др.).

Пределы измерения выбираемых приборов должны соответствовать напряжению и току в цепи (ближайшие большие значения из стандартного ряда пределов относительно измеряемого тока и напряжения), что позволяет минимизировать инструментальную погрешность измерения.

В предложенной задаче в качестве *объекта измерений* рассматривается полупроводниковый диод. Так как вольтамперная характеристика (ВАХ) диода (рис. 2.5) нелинейна, его сопротивление для любых двух несовпадающих режимов работы (разное напряжение и ток) будет также различным.

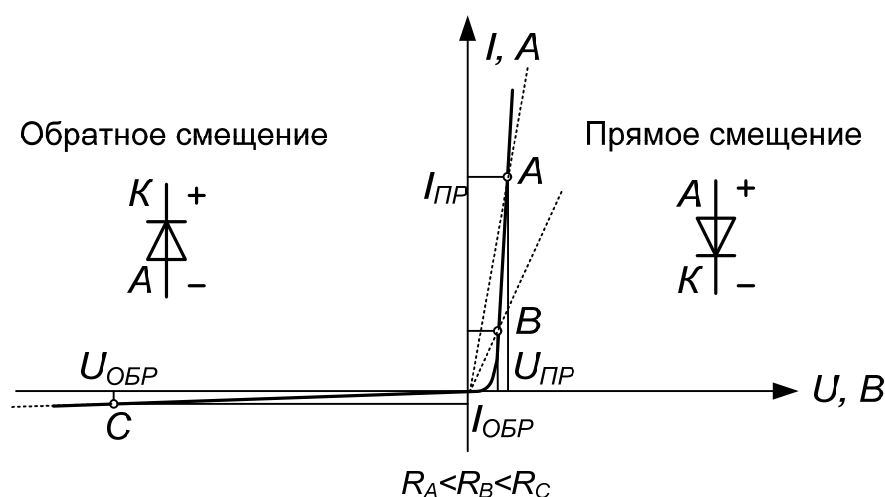


Рис. 2.5. Вольтамперная характеристика диода

Особенно сильно отличаются сопротивления при прямом смещении диода (потенциал анода больше потенциала катода) и обратном смещении (обратная полярность напряжения). Различия в значениях сопротивления диода визуально можно оценить по ВАХ. Если провести прямую через рабочую точку элемента на ВАХ и начало координат, угол наклона будет иметь однозначную связь с сопротивлением. Прямые, проведенные через разные рабочие точки (рис. 2.5), проходят под разными углами к оси напряжения ВАХ.

В большинстве случаев при нахождении сопротивления по показаниям приборов для упрощения расчетов делаются допущения, что внутреннее сопротивление вольтметра равно бесконечности ($R_V = \infty$), а амперметра — нулю ($R_A = 0$), и их включение не влияет на результат измерения.

Фактически же, в зависимости от чувствительности и предела измерения приборов, сопротивление милливольтметров и вольтметров может находиться в диапазоне от 10^2 до 10^8 Ом (ориентировочно), а амперметров, миллиамперметров и микроамперметров – в диапазоне от 10^{-4} до 10^5 Ом. В этом случае оправданность допущений необходимо проверять, сопоставляя сопротивления выбранных приборов с предварительно оцененным значением измеряемого сопротивления. Если сопротивления приборов оказываются соразмеримы с сопротивлением исследуемого элемента, может возникнуть существенная методическая составляющая погрешности измерения.

Влияние сопротивления приборов на процесс измерения может быть определено при анализе схем включения измерительных приборов в цепь. Так как показания с приборов необходимо снимать одновременно, возможно две схемы включения (рис. 2.6).

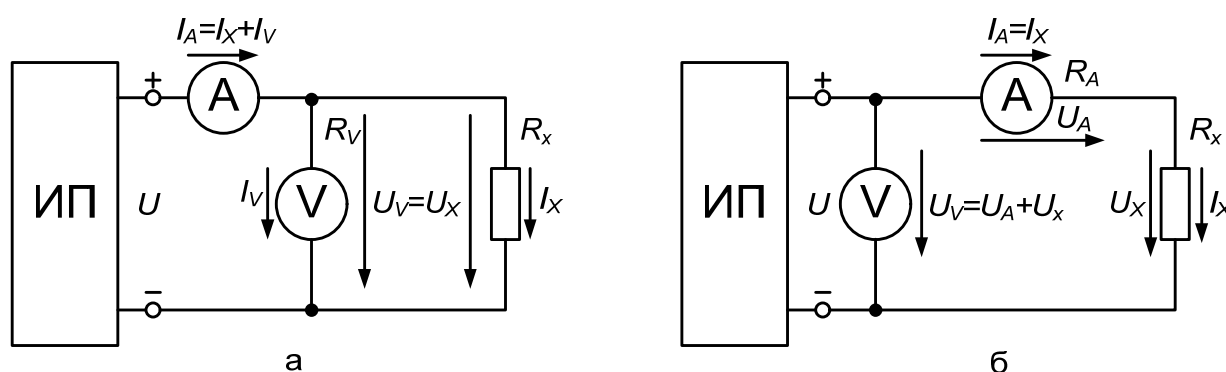


Рис. 2.6. Схемы цепей для измерения сопротивления методом амперметра и вольтметра (исследуемый элемент – резистор)

Измеренное значение сопротивления чаще всего определяется по показаниям приборов U_V и I_A независимо от схемы их включения (приближенная формула):

$$R_X^{изм} = \frac{U_V}{I_A}. \quad (2.22)$$

Действительное значение сопротивления, не содержащее методической погрешности, может быть определено через напряжение и ток непосредственно на исследуемом элементе U_X и I_X :

$$R_X^D = \frac{U_X}{I_X}. \quad (2.23)$$

Неучтенное при измерении влияние потребления измерительными приборами энергии из цепи приводит к расхождению измеренного и действительного значений и возникновению методической погрешности:

$$\delta_M = \frac{R_X^{ИЗМ} - R_X^D}{R_X^D} \cdot 100 \%. \quad (2.24)$$

В схеме рис. 2.6 а напряжение на вольтметре и на исследуемом элементе совпадают ($U_V = U_X$), но ток через амперметр отличается от тока через элемент на значение тока через вольтметр ($I_A \neq I_X$; $I_A = I_X + I_V$; $I_X = I_A - I_V$). Действительное значение сопротивления в этом случае выражается через показания приборов следующим образом:

$$R_X^D = \frac{U_V}{I_A - I_V}. \quad (2.25)$$

Ток через вольтметр зависит от напряжения на вольтметре и его сопротивления R_V (определяется по справочным данным непосредственно или расчетом с использованием предела измерения вольтметра и тока полного отклонения):

$$I_V = \frac{U_V}{R_V}. \quad (2.26)$$

Примечание: сопротивление вольтметра R_V определяется по справочным данным непосредственно или расчетом по закону Ома с использованием предела измерения вольтметра U_H и тока полного отклонения измерительного механизма I_H (приводятся в справочнике).

В рассматриваемом случае при измерении вольтметр оказывается включенным параллельно исследуемому элементу. Вследствие этого фактически измеряется эквивалентное сопротивление участка цепи, содержащего исследуемый элемент и вольтметр, и измеренное значение будет всегда меньше действительного. Методическая погрешность всегда отрицательна. Влияние вольтметра на результат будет минимальным при выполнении условия $R_V \gg R_X$. При этом ток вольтметра будет существенно меньше, чем ток через исследуемый элемент, и им можно пренебречь. Параметры амперметра на результат и методическую погрешность в этом случае не влияют.

В схеме рис. 2.6 б амперметр и исследуемый элемент находятся в одной ветви ($I_A = I_X$), но напряжение на вольтметре не совпадает с напряжением на исследуемом элементе ($U_V \neq U_X$). Разница в напряжениях равна напряжению на амперметре ($U_V = U_X + U_A$; $U_X = U_V - U_A$). Действительное значение сопротивления, не содержащее методической погрешности:

$$R_X^D = \frac{U_V - U_A}{I_A}. \quad (2.27)$$

Напряжение на амперметре находится с использованием тока через амперметр (показание амперметра) и сопротивления R_A :

$$U_A = I_A \cdot R_A. \quad (2.28)$$

Сопротивление амперметра R_A приводится в справочниках непосредственно или вычисляется по отношению напряжения на амперметре U_0 при номинальном токе (справочные данные), к собственно номинальному току I_H .

При измерении сопротивления по рассматриваемой схеме включения фактически измеряется суммарное сопротивление исследуемого элемента и амперметра, в результате чего измеренное значение всегда будет больше действительного, а методическая погрешность всегда положительна. Влияние амперметра на результат будет минимальным при выполнении

условия $R_A \ll R_X$, так как соотношение сопротивлений при последовательном соединении определяет распределение напряжений, и напряжение на амперметре будет гораздо меньше, чем на исследуемом элементе. В рассмотренной цепи на результат и методическую погрешность не влияет сопротивление вольтметра.

При практическом применении метода амперметра-вольтметра целесообразно перед выбором схемы включения приборов:

- а) предварительно оценить значение сопротивления исследуемого элемента;
- б) осуществить выбор приборов, исходя из требуемых пределов измерения тока и напряжения;
- в) **определить сопротивления приборов и рассчитать соотношения R_V/R_X и R_X/R_A .**

Если соотношение R_V/R_X будет больше, чем второе R_X/R_A , то меньшую методическую погрешность будет давать схема рис. 2.6 а, в противном случае схема рис. 2.6 б.

Если выбрана схема включения, в которой в указанных соотношениях сопротивления будут отличаться в 100 и более раз, то в большинстве измерительных задач можно пренебречь методической погрешностью, и результат получать по приближенной формуле (2.22).

Предложенный подход позволяет минимизировать методическую погрешность при расчете по приближенной формуле.

Если при расчете сопротивления производить учет сопротивления приборов, не делая допущений (расчет по точным формулам (2.25) и (2.27)), то методическая погрешность при включении приборов по любой из рассмотренных схем будет исключена.

Расчеты по точным формулам с учетом сопротивлений приборов дают результат без методической погрешности независимо от выбранной схемы включения.

Инструментальная погрешность косвенных измерений в данном случае определяется погрешностями примененных амперметра и вольтметра.

При косвенных измерениях результат является функцией от результатов прямых измерений величин X_1, X_2, \dots, X_m , т. е. $Y = f(X_1, X_2, \dots, X_m)$.

Для двух наиболее часто встречающихся функций $Y_1 = X_1 \cdot X_2$ и $Y_1 = X_1 / X_2$ относительная погрешность обычно вычисляется по формуле:

$$\delta_Y = \pm \sqrt{\left(\frac{\Delta X_1}{X_1}\right)^2 + \left(\frac{\Delta X_2}{X_2}\right)^2} = \pm \sqrt{\delta_{x1}^2 + \delta_{x2}^2}, \quad (2.29)$$

где ΔX_1 и ΔX_2 – абсолютные, а δ_{x1} и δ_{x2} – относительные погрешности прямых измерений величин X_1 и X_2 .

Применительно к методу амперметра-вольтметра выражение (2.29) примет вид:

$$\delta_R = \pm \sqrt{\delta_A^2 + \delta_V^2} = \pm \sqrt{\left(K_A \cdot \frac{I_H}{I_{ИЗМ}}\right)^2 + \left(K_V \cdot \frac{U_H}{U_{ИЗМ}}\right)^2}, \quad (2.30)$$

где δ_A и δ_V – относительные погрешности прямых измерений тока амперметром и напряжения вольтметром, определяемые исходя из класса точности, предела измерения и показаний соответствующего прибора;

K_A, K_V – классы точности амперметра и вольтметра.

Абсолютная погрешность при этом $\pm \Delta R = \delta_R R_{ИЗМ} / 100$ (Ом).

Достоинства метода амперметра-вольтметра:

1. Метод позволяет при выполнении измерения моделировать рабочий режим элемента в реальной электрической цепи, что особенно важно при измерении сопротивлений нелинейных элементов.

2. При возможности выбора параметров источника питания и пределов измерения приборов в широком диапазоне, метод позволяет измерять как малые сопротивления (порядка 10^{-6} Ом) так и большие (до 10^9 Ом).

3. Измерение может быть выполнено без применения прибора для измерения сопротивления (омметра).

4. При использовании источника переменного тока и приборов на переменный ток метод позволяет определить полное сопротивление элемента Z .

5. Может использоваться для измерения мощности участка цепи. В цепи с источником постоянного тока активная мощность $P=UI$ (Вт), с источником переменного тока – полная мощность $S=UI$ (ВА).

Недостатки метода амперметра-вольтметра:

1. Требуется дополнительный источник питания с регулируемыми параметрами.

2. При измерении необходим отсчет показаний с двух приборов и последующий расчет сопротивления.

3. При уже выбранных приборах диапазон измерения сопротивления ограничен пределами измерения амперметра и вольтметра.

4. При неучтенном влиянии сопротивления приборов и неудачном выборе схемы включения может возникнуть значительная методическая погрешность.

5. Инструментальная погрешность измерения сопротивления зависит от инструментальных погрешностей и амперметра, и вольтметра.

2.3. Обработка результатов многократных равноточных измерений. Определение случайной погрешности измерений

2.3.1. Условия задачи

С помощью моста постоянного тока произведено 20 равноточных измерений сопротивления резистора R_i . Данные для своего варианта взять в табл. 2.3. Систематические погрешности в приведенном ряду отсутствуют, а случайные погрешности распределены по нормальному закону (закону Гаусса). Требуется выполнить обработку результатов многократных равноточных измерений.

2.3.2. Задание

1. Вычислить среднее арифметическое значение ряда отдельных измерений R_{CP} (Ом) (математическое ожидание, результат измерения).
2. Рассчитать остаточные погрешности α_i (Ом).
3. Рассчитать среднюю квадратическую погрешность σ (Ом) результатов единичных измерений в данном ряду.
4. С помощью правила «трех σ » проверить исходные данные на наличие грубых погрешностей (промахов). В случае их обнаружения исключить результаты измерения с грубой погрешностью, и **провести вновь расчет для нового значения числа измерений $n'=n-m$** (где $n = 20$, m – количество промахов) начиная с п. 1.
5. Рассчитать среднюю квадратическую погрешность S (Ом) среднего арифметического.
6. Рассчитать доверительный интервал $\pm \Delta R$ (Ом) ($\Delta R = S \cdot t_n(n, P)$) при заданной доверительной вероятности P (табл. 2.3). Коэффициент Стьюдента $t_n(n, P)$ взять из справочных данных (табл. 2.4) по заданной доверительной вероятности P и числу измерений n .

7. Записать результат измерения в виде:

$$R=R_{CP} \pm \Delta R \text{ (Ом), при } P = \text{(значение из табл. 2.3).}$$

8. Построить для ряда результатов, **не содержащего промахов**, гистограмму распределения остаточных (случайных) погрешностей, взяв ширину интервалов $\Delta\alpha = 0,5\sigma$. В этой же системе координат, для сравнения, построить кривую распределения плотности вероятности по нормальному закону.

Примечание: при построении графиков используются значения α_i , σ , n , полученные после исключения промахов.

9. Сделать вывод о соответствии реального закона распределения случайной погрешности (представленного в виде гистограммы) нормальному закону распределения (закону Гаусса) при числе измерений $n \leq 20$.

Таблица 2.3

В	Измеренные значения сопротивления, Ом																				Р
	R ₁	R ₂	R ₃	R ₄	R ₅	R ₆	R ₇	R ₈	R ₉	R ₁₀	R ₁₁	R ₁₂	R ₁₃	R ₁₄	R ₁₅	R ₁₆	R ₁₇	R ₁₈	R ₁₉	R ₂₀	
1	99,9	99,8	101,0	100,0	100,0	99,4	100,0	99,8	99,7	100,0	100,0	101,0	100,0	100,0	99,9	120,0	100,0	99,8	100,0	100,0	0,9
2	9,80	9,90	10,50	10,10	10,20	9,40	15,00	9,80	9,70	10,10	10,30	10,70	9,60	9,90	9,80	10,00	9,70	10,20	10,10	10,30	0,95
3	19,90	19,80	20,50	20,10	20,20	19,40	20,00	29,80	19,70	20,10	20,30	20,60	19,90	19,80	20,00	19,90	20,10	20,00	19,80	19,70	0,99
4	1,990	1,980	2,050	2,010	2,020	1,940	2,000	1,980	1,970	2,910	2,030	2,070	1,980	1,990	1,970	2,020	1,990	2,010	2,000	1,980	0,9
5	49,90	49,80	50,50	50,10	50,20	49,40	50,00	49,80	49,70	50,10	50,30	59,60	49,90	50,00	49,80	50,20	50,00	49,90	50,10	50,00	0,95
6	101,0	100,0	95,0	104,0	107,0	92,0	99,0	96,0	105,0	102,0	121,0	106,0	99,0	98,0	99,0	100,0	97,0	101,0	98,0	100,0	0,99
7	10,10	10,00	9,50	10,40	10,70	9,20	9,90	9,60	10,50	10,20	10,10	10,60	9,80	9,90	16,00	9,90	10,10	9,70	10,00	9,80	0,9
8	206,0	200,0	200,0	199,0	201,0	198,0	201,0	198,0	263,0	197,0	205,0	197,0	199,0	198,0	202,0	198,0	200,0	199,0	198,0	201,0	0,95
9	492,0	505,0	496,0	498,0	500,0	566,0	500,0	502,0	503,0	504,0	495,0	500,0	497,0	498,0	502,0	503,0	499,0	499,0	500,0	501,0	0,99
10	998	990	991	997	999	1000	1008	1001	1202	1007	1000	1012	1000	1002	999	1000	1002	998	1002	1002	0,9
11	5,000	5,100	5,300	4,800	4,000	4,700	5,000	4,800	5,200	5,100	5,500	1,800	4,700	5,000	4,900	5,100	4,500	5,200	5,100	5,300	0,95
12	50,00	54,00	53,00	48,00	49,00	47,00	50,00	48,00	52,00	51,00	55,00	48,00	47,00	58,00	49,00	51,00	45,00	52,00	51,00	53,00	0,99
13	6,000	6,100	6,300	5,800	5,900	5,700	6,000	5,800	6,200	6,100	6,500	5,800	5,700	6,900	5,900	6,100	5,500	6,200	6,100	6,300	0,9
14	60,00	61,00	63,00	58,00	59,00	57,00	68,00	58,00	52,00	61,00	65,00	58,00	57,00	60,00	59,00	61,00	55,00	62,00	61,00	63,00	0,95
15	70,00	70,00	73,00	68,00	69,00	67,00	70,00	68,00	72,00	71,00	75,00	68,00	67,00	79,00	69,00	71,00	65,00	72,00	71,00	73,00	0,99
16	7,000	7,100	7,300	6,800	6,000	6,700	7,000	6,800	7,200	7,100	7,500	6,800	6,700	7,000	6,900	7,100	6,500	7,200	7,100	7,300	0,9
17	8,000	8,100	8,300	7,800	7,900	7,700	8,000	7,800	8,200	8,100	8,500	7,800	7,700	8,000	7,000	8,100	7,500	8,200	8,100	8,300	0,95
18	80,00	81,00	83,00	78,00	79,00	77,00	89,00	78,00	82,00	81,00	85,00	78,00	77,00	80,00	79,00	81,00	75,00	82,00	81,00	83,00	0,99
19	9,000	9,100	9,300	8,800	8,000	8,700	9,000	8,800	9,200	9,100	9,500	8,800	8,700	9,000	8,900	9,100	8,500	9,200	9,100	9,300	0,9
20	90,00	91,00	93,00	88,00	89,00	87,00	90,00	88,00	92,00	91,00	95,00	88,00	87,00	99,00	89,00	91,00	85,00	92,00	91,00	93,00	0,95

В	Измеренные значения сопротивления, Ом																				P
	R ₁	R ₂	R ₃	R ₄	R ₅	R ₆	R ₇	R ₈	R ₉	R ₁₀	R ₁₁	R ₁₂	R ₁₃	R ₁₄	R ₁₅	R ₁₆	R ₁₇	R ₁₈	R ₁₉	R ₂₀	
21	12,00	12,10	12,30	11,80	11,90	11,70	12,00	11,80	12,20	14,10	12,50	11,80	11,70	12,00	11,90	12,10	11,50	12,20	12,10	12,30	0,99
22	120,0	121,0	123,0	118,0	119,0	107,0	120,0	118,0	122,0	121,0	125,0	118,0	117,0	120,0	119,0	121,0	115,0	122,0	121,0	123,0	0,9
23	14,00	14,10	14,30	13,80	18,90	13,70	14,00	13,80	14,20	14,10	14,50	13,80	13,70	14,00	13,90	14,10	13,50	14,20	14,10	14,30	0,95
24	140,0	141,0	143,0	138,0	139,0	137,0	190,0	138,0	142,0	141,0	145,0	138,0	137,0	140,0	139,0	141,0	135,0	142,0	141,0	143,0	0,99
25	150,0	155,0	159,0	145,0	141,0	146,0	154,0	150,0	151,0	152,0	147,0	153,0	147,0	150,0	156,0	154,0	142,0	148,0	181,0	149,0	0,9
26	99,6	99,9	101,0	101,0	100,0	99,4	100,6	99,8	99,7	100,0	98,0	101,0	100,0	100,0	99,8	80,6	100,0	99,8	100,0	100,3	0,9
27	9,70	9,80	10,70	10,30	10,20	9,50	13,00	9,80	9,60	10,20	10,30	10,40	9,70	9,80	9,90	10,00	9,90	10,30	10,10	10,30	0,95
28	19,60	19,90	20,60	20,40	20,50	19,70	20,10	27,30	19,50	20,30	20,60	20,40	19,70	19,90	20,10	19,60	20,20	20,40	19,90	19,50	0,99
29	1,970	1,990	2,060	2,030	2,010	1,930	2,020	1,940	1,980	2,890	2,010	2,050	1,970	1,970	1,950	2,050	1,980	2,060	2,020	1,960	0,9
30	49,60	49,70	50,30	50,60	50,10	49,60	50,20	49,60	49,60	50,30	50,20	57,30	49,60	50,20	49,90	50,10	50,30	49,80	50,60	50,20	0,95
31	102,0	103,0	92,0	102,0	105,0	96,0	98,0	97,0	104,0	106,0	128,0	107,0	98,0	94,0	97,0	102,0	99,0	100,0	99,0	101,0	0,99
32	10,20	10,30	9,60	10,60	10,30	9,40	9,80	9,70	10,40	10,60	10,30	10,40	9,80	9,90	15,00	9,80	10,60	9,80	10,40	9,90	0,9
33	202,0	204,0	201,0	198,0	202,0	197,0	200,0	199,0	271,0	196,0	204,0	199,0	196,0	199,0	201,0	197,0	203,0	196,0	199,0	202,0	0,95
34	494,0	507,0	498,0	495,0	502,0	571,0	501,0	501,0	505,0	503,0	494,0	503,0	499,0	493,0	507,0	501,0	498,0	497,0	504,0	500,0	0,99
35	991	995	997	994	998	1003	1002	1005	1199	1006	1004	1009	1004	1001	995	1005	1000	996	1001	1004	0,9
36	5,100	5,200	5,000	4,700	4,700	4,900	5,100	4,700	5,300	5,000	5,400	1,800	4,600	5,300	4,800	5,000	4,700	5,100	5,200	5,100	0,95
37	51,00	53,00	52,00	49,00	48,00	46,00	51,00	49,00	51,00	50,00	54,00	49,00	46,00	59,00	48,00	52,00	47,00	53,00	50,00	52,00	0,99
38	7,000	7,100	7,300	6,800	6,900	6,700	7,000	6,800	7,200	7,100	7,500	6,800	6,700	7,900	6,900	7,100	6,500	7,200	7,100	7,300	0,9
39	50,00	51,00	53,00	48,00	49,00	47,00	58,00	48,00	42,00	51,00	55,00	48,00	47,00	50,00	49,00	51,00	45,00	52,00	51,00	53,00	0,95
40	80,00	80,00	83,00	78,00	79,00	77,00	80,00	78,00	82,00	81,00	85,00	78,00	77,00	89,00	79,00	81,00	75,00	82,00	81,00	83,00	0,99

В	Измеренные значения сопротивлений, Ом																				Р	
	R ₁	R ₂	R ₃	R ₄	R ₅	R ₆	R ₇	R ₈	R ₉	R ₁₀	R ₁₁	R ₁₂	R ₁₃	R ₁₄	R ₁₅	R ₁₆	R ₁₇	R ₁₈	R ₁₉	R ₂₀		
41	9,000	9,100	9,300	8,800	8,000	8,700	9,000	8,800	9,200	9,100	9,500	8,800	8,700	9,000	8,900	9,100	8,500	9,200	9,100	9,300	0,9	
42	11,00	11,10	11,30	10,80	10,90	10,70	11,00	10,80	11,20	11,10	11,50	10,80	10,70	11,00	10,00	11,10	10,50	11,20	11,10	11,30	0,95	
43	70,00	71,00	73,00	68,00	69,00	67,00	79,00	68,00	72,00	71,00	75,00	68,00	67,00	70,00	49,00	71,00	65,00	72,00	71,00	73,00	0,99	
44	9,600	9,400	9,200	8,900	8,500	8,900	9,300	8,900	9,100	9,300	9,600	8,700	8,900	9,100	8,800	9,000	8,700	9,100	9,500	9,100	0,9	
45	91,00	92,00	94,00	89,00	87,00	88,00	91,00	86,00	93,00	92,00	97,00	89,00	82,00	94,00	88,00	92,00	87,00	91,00	92,00	90,00	0,95	
46	13,00	13,10	13,30	12,80	12,90	12,70	13,00	12,80	13,20	16,10	13,50	13,80	12,70	13,00	12,90	13,10	12,50	13,20	13,10	13,30	0,99	
47	130,0	131,0	133,0	128,0	129,0	127,0	130,0	128,0	132,0	131,0	135,0	128,0	127,0	130,0	129,0	131,0	125,0	132,0	131,0	133,0	0,9	
48	17,00	17,10	17,30	16,80	19,90	17,70	17,00	17,80	17,20	17,10	17,50	17,80	16,70	17,00	17,90	17,10	17,50	17,20	17,10	17,30	0,95	
49	190,0	191,0	193,0	188,0	189,0	197,0	121,0	188,0	192,0	191,0	195,0	188,0	187,0	190,0	189,0	191,0	185,0	192,0	191,0	193,0	0,99	
50	155,0	155,0	157,0	149,0	148,0	148,0	156,0	154,0	153,0	150,0	148,0	155,0	148,0	152,0	146,0	155,0	146,0	149,0	121,0	151,0	0,9	
51	100,0	101,0	100,0	100,0	99,9	125,0	100,0	99,8	100,0	100,0	99,9	99,8	101,0	100,0	100,0	99,4	100,0	99,8	99,7	100,0	0,9	
52	10,30	10,70	9,60	9,90	9,80	10,00	9,70	10,20	10,10	10,30	9,80	9,90	10,50	10,10	10,20	9,40	15,20	9,80	9,70	10,10	0,95	
53	20,30	20,60	19,90	19,80	20,00	19,90	20,10	20,00	19,80	19,70	19,90	19,80	20,50	20,10	20,20	19,40	20,00	28,60	19,70	20,10	0,99	
54	2,030	2,070	1,980	1,990	1,970	2,020	1,990	2,010	2,000	1,980	1,990	1,980	2,050	2,010	2,020	1,940	2,000	1,980	1,970	2,830	0,9	
55	50,30	39,60	49,90	50,00	49,80	50,20	50,00	49,90	50,10	50,00	49,90	49,80	50,50	50,10	50,20	49,40	50,00	49,80	49,70	50,10	0,95	
56	119,0	106,0	99,0	98,0	99,0	100,0	97,0	101,0	98,0	100,0	101,0	100,0	95,0	104,0	107,0	92,0	99,0	96,0	105,0	102,0	0,99	
57	10,10	10,60	9,80	9,90	16,10	9,90	10,10	9,70	10,00	9,80	10,10	10,00	9,50	10,40	10,70	9,20	9,90	9,60	10,50	10,20	0,9	
58	205,0	197,0	199,0	198,0	202,0	198,0	200,0	199,0	198,0	201,0	206,0	200,0	200,0	199,0	201,0	198,0	201,0	198,0	268,0	197,0	0,95	
59	495,0	500,0	497,0	498,0	502,0	503,0	499,0	499,0	500,0	501,0	492,0	505,0	496,0	498,0	500,0	596,0	500,0	502,0	503,0	504,0	0,99	
60	1000	1012	1000	1002	999	1000	1002	998	1002	1002	998	990	991	997	999	1000	1008	1001	1222	1007	0,9	

В	Измеренные значения сопротивления, Ом																				P
	R ₁	R ₂	R ₃	R ₄	R ₅	R ₆	R ₇	R ₈	R ₉	R ₁₀	R ₁₁	R ₁₂	R ₁₃	R ₁₄	R ₁₅	R ₁₆	R ₁₇	R ₁₈	R ₁₉	R ₂₀	
61	5,500	2,500	4,700	5,000	4,900	5,100	4,500	5,200	5,100	5,300	5,000	5,100	5,300	4,800	4,000	4,700	5,000	4,800	5,200	5,100	0,95
62	55,00	48,00	47,00	58,00	49,00	51,00	45,00	52,00	51,00	53,00	50,00	54,00	53,00	48,00	49,00	47,00	67,00	48,00	52,00	51,00	0,99
63	6,500	5,800	5,700	6,900	5,900	6,100	5,500	6,200	6,100	6,300	6,000	6,100	6,300	5,800	5,900	5,700	6,000	5,800	6,200	6,100	0,9
64	65,00	58,00	57,00	60,00	59,00	61,00	55,00	62,00	61,00	63,00	60,00	61,00	63,00	58,00	59,00	57,00	68,00	58,00	52,00	61,00	0,95
65	75,00	68,00	67,00	79,00	69,00	71,00	65,00	92,00	71,00	73,00	70,00	70,00	73,00	68,00	69,00	67,00	70,00	68,00	72,00	71,00	0,99
66	7,500	6,800	6,700	7,000	6,900	7,100	6,500	7,200	7,100	7,300	7,000	7,100	7,300	6,800	6,000	6,700	7,000	6,800	7,200	7,100	0,9
67	8,500	7,800	7,700	8,000	7,000	8,100	7,500	8,200	8,100	8,300	8,000	8,100	8,300	7,800	7,900	7,700	8,000	7,800	8,200	8,100	0,95
68	85,00	78,00	77,00	63,00	79,00	81,00	75,00	82,00	81,00	83,00	80,00	81,00	83,00	78,00	79,00	77,00	89,00	78,00	82,00	81,00	0,99
69	9,500	8,800	8,700	9,000	8,900	9,100	8,500	9,200	9,100	9,300	9,000	9,100	9,300	8,800	8,000	8,700	9,000	8,800	9,200	9,100	0,9
70	95,00	88,00	87,00	99,00	89,00	91,00	85,00	92,00	91,00	93,00	90,00	91,00	93,00	88,00	89,00	87,00	90,00	88,00	92,00	91,00	0,95
71	12,50	11,80	11,70	12,00	11,90	12,10	11,50	12,20	12,10	12,30	12,00	12,10	12,30	11,80	11,90	11,70	12,00	11,80	12,20	14,20	0,99
72	125,0	118,0	117,0	120,0	119,0	121,0	115,0	122,0	121,0	123,0	120,0	121,0	123,0	118,0	119,0	109,0	120,0	118,0	122,0	121,0	0,9
73	14,50	13,80	13,70	14,00	13,90	14,10	13,50	14,20	14,10	14,30	14,00	14,10	14,30	13,80	16,90	13,70	14,00	13,80	14,20	14,10	0,95
74	145,0	138,0	137,0	140,0	139,0	141,0	135,0	142,0	141,0	143,0	140,0	141,0	143,0	138,0	139,0	137,0	167,0	138,0	142,0	141,0	0,99
75	147,0	153,0	147,0	150,0	156,0	154,0	142,0	148,0	172,0	149,0	150,0	155,0	159,0	145,0	141,0	146,0	154,0	150,0	151,0	152,0	0,9
76	99,8	99,7	100,8	100,0	101,0	100,0	100,0	99,9	115,0	100,0	99,8	99,9	100,0	99,9	99,8	101,0	100,3	100,0	99,4	100,0	0,95
77	9,80	9,70	10,10	10,30	10,70	9,70	9,90	9,80	10,20	9,70	10,20	10,10	10,30	9,80	9,90	10,50	10,10	14,30	9,40	10,20	0,99
78	20,30	19,70	20,10	27,70	20,60	19,70	19,80	20,00	19,90	20,10	20,00	19,80	19,70	19,90	19,80	20,50	20,30	20,20	19,40	19,90	0,9
79	1,980	1,970	2,830	2,030	2,070	1,980	1,990	1,970	2,020	1,990	2,010	2,040	1,980	1,990	1,980	2,050	2,010	2,020	1,960	2,010	0,95
80	49,80	49,70	50,10	50,30	58,80	49,90	50,30	49,80	50,20	50,60	49,90	50,10	50,20	49,90	49,80	50,50	50,10	50,20	49,40	50,00	0,99

В	Измеренные значения сопротивления, Ом																				P
	R ₁	R ₂	R ₃	R ₄	R ₅	R ₆	R ₇	R ₈	R ₉	R ₁₀	R ₁₁	R ₁₂	R ₁₃	R ₁₄	R ₁₅	R ₁₆	R ₁₇	R ₁₈	R ₁₉	R ₂₀	
81	96,00	105,00	102,00	119,00	106,00	99,00	98,00	99,00	102,00	97,00	101,00	98,00	100,00	101,00	99,00	96,00	104,00	108,00	92,00	99,00	0,9
82	9,70	10,50	10,20	10,10	10,50	9,80	9,90	17,20	9,90	10,10	9,70	9,70	9,80	10,10	10,00	9,50	10,40	10,70	9,20	9,90	0,95
83	198,0	223,0	201,0	205,0	197,0	199,0	194,0	202,0	198,0	205,0	199,0	198,0	201,0	206,0	200,0	203,0	199,0	201,0	198,0	201,00	0,99
84	502,0	503,0	504,0	495,0	501,0	497,0	498,0	502,0	503,0	499,0	499,0	497,0	501,0	492,0	505,0	496,0	498,0	500,0	554,0	500,0	0,9
85	1001	1005	1007	1000	1012	1000	1002	999	1110	1002	998	1011	1002	998	990	991	997	999	1001	1008	0,95
86	4,800	5,200	5,100	5,500	2,800	4,700	5,000	4,900	5,100	4,700	5,200	5,100	5,300	5,000	5,100	5,100	4,800	4,200	4,700	5,100	0,99
87	48,00	52,00	51,00	55,00	48,00	47,00	55,00	49,00	51,00	46,00	52,00	51,00	53,00	50,00	54,00	53,00	48,00	49,00	47,00	50,00	0,9
88	5,900	6,300	6,100	6,500	5,800	5,700	6,800	5,900	6,100	5,500	6,200	6,100	6,300	6,100	6,100	6,300	5,800	5,900	5,700	6,300	0,95
89	58,00	53,00	61,00	64,00	58,00	57,00	60,00	59,00	61,00	56,00	62,00	61,00	63,00	61,00	61,00	63,00	58,00	59,00	57,00	67,00	0,99
90	67,00	72,00	71,00	74,00	68,00	67,00	78,00	69,00	71,00	65,00	72,00	71,00	73,00	71,00	72,00	73,00	68,00	69,00	67,00	69,00	0,9
91	6,900	7,100	7,100	7,400	6,800	6,700	7,100	6,900	7,100	6,500	7,200	7,100	7,300	7,200	7,100	7,300	6,800	6,200	6,700	7,100	0,95
92	7,900	8,300	8,100	8,600	7,800	7,700	8,100	7,300	8,100	7,800	8,200	8,100	8,300	8,200	8,100	8,300	7,800	7,900	7,700	8,400	0,99
93	79,00	82,00	81,00	84,00	78,00	77,00	83,00	79,00	81,00	76,00	82,00	81,00	83,00	81,00	81,00	83,00	78,00	79,00	77,00	89,00	0,9
94	8,700	9,200	9,300	9,500	8,800	8,600	9,000	8,900	9,100	8,500	9,400	9,100	9,300	9,000	9,100	9,300	8,800	8,100	8,700	9,200	0,95
95	88,00	92,00	91,00	95,00	88,00	89,00	97,00	89,00	91,00	85,00	92,00	91,00	93,00	91,00	91,00	93,00	89,00	89,00	86,00	92,00	0,99
96	11,90	12,10	15,10	12,30	11,80	11,70	12,00	11,90	12,10	11,50	12,20	12,10	12,30	12,20	12,10	12,30	11,80	11,90	11,70	12,00	0,9
97	116,0	122,00	123,0	125,0	118,0	117,0	120,0	119,0	121,0	115,0	122,0	121,0	123,0	121,0	122,0	123,0	118,0	119,0	103,0	123,0	0,95
98	13,90	14,30	14,10	14,50	13,80	13,70	14,10	13,90	14,10	13,50	14,20	14,10	14,30	14,00	14,10	14,40	13,80	17,70	13,70	14,00	0,99
99	138,0	142,0	140,0	146,0	138,0	137,0	140,0	139,0	141,0	137,0	142,0	141,0	143,0	140,0	141,0	143,0	138,0	139,0	137,0	173,0	0,9
100	151,0	150,0	152,0	147,0	153,0	147,0	152,0	156,0	154,0	142,0	147,0	176,0	149,0	150,0	155,0	155,0	145,0	141,0	146,0	154,0	0,95

2.3.3. Теоретические сведения и методические указания по решению задачи

По определению *случайная погрешность измерения* – это составляющая погрешности результата измерения, изменяющаяся случайным образом (по знаку и значению) при повторных, проведенных с одинаковой тщательностью, измерениях одной и той же физической величины.

Таким образом, в отличие от систематической погрешности, проявляющейся закономерно, случайная погрешность не может быть определена по результату одного измерения. Для оценки случайной погрешности необходимо осуществить *многократные равноточные измерения* одной и той же величины.

Равноточные измерения – это ряд измерений какой-либо физической величины, выполненных:

- а) одинаковыми по точности средствами измерений;
- б) в одних и тех же условиях;
- в) с одинаковой тщательностью.

Выполнение всех трех условий позволяет обеспечить одинаковую систематическую составляющую погрешности каждого отдельного измерения в ряду. В этом случае разброс результатов в ряду будет объясняться только влиянием случайных процессов, а математическая обработка такого ряда значений позволит оценить именно случайную составляющую погрешности. Следовательно, перед обработкой ряда измерений, необходимо убедиться в том, что все измерения этого ряда являются равноточными.

Случайные погрешности при измерении возникают по многим причинам. Некоторые незначительные отклонения (*флуктуации*) изначально могут присутствовать в самой измеряемой величине. *Измерительный сигнал* может суммироваться с различного рода помехами при его передаче по *измерительной цепи*. В самом приборе могут возникать процессы, приво-

дящие к разбросу показаний (например, шумы усилителей, нестабильность источников питания и параметров элементов прибора).

При измерении сопротивления мостом постоянного тока разброс результатов можно объяснить, например, незначительными изменениями переходных сопротивлений контактов переключателей в магазине сопротивлений при изменении их положения, особенностями функционирования механических частей гальванометра, невозможностью идеального уравнивания моста (получения абсолютного нуля тока через гальванометр).

В любом случае, на процесс измерения в целом или измерительный прибор в частности воздействует сочетание факторов, закономерности проявления которых при измерении не известны. Следовательно, при любом количестве выполненных измерений физической величины предсказать значение любых последующих результатов измерения той же самой величины можно только с некоторой вероятностью.

В различных измерительных задачах разброс результатов и случайная погрешность могут сильно отличаться. В измерениях средней и низкой точности с использованием приборов с низкой *чувствительностью* возможный разброс результатов в ряду может быть просто неразличим. В этом случае случайную погрешность определить невозможно. При использовании достаточно чувствительных приборов с высоким *разрешением* может быть получен ряд, пригодный для определения случайной погрешности.

После получения ряда результатов измерения, имеющих определенный разброс, необходимо определить, что считать результатом измерения, и какими показателями характеризовать случайную погрешность результата.

Для получения количественных значений, характеризующих случайные процессы, используют математический аппарат теории вероятностей и математической статистики. Поведение случайной величины принято опи-

сывать *законом распределения* случайной величины $p(X)$ – *плотность вероятности* случайной величины X . Такой закон распределения является дифференциальным, а плотность вероятности следует понимать как производную вероятности dP/dx попадания значения случайной величины X в интервал значений dx около какого-то конкретного значения x на числовой прямой, при этом $dx \rightarrow 0$.

Интегрируя закон распределения в установленных пределах от x_1 до x_2 получают вероятность попадания значения случайной величины в интервал с такими границами (рис. 2.7 а):

$$P\{X \in [x_1; x_2]\} = \int_{x_1}^{x_2} p(X) dx. \quad (2.31)$$

При $x_1 = -\infty$, $x_2 = +\infty$ вероятность попадания значения величины на всю числовую прямую равна 1 или 100 % (рис. 2.7 б):

$$P\{X \in (-\infty; +\infty)\} = \int_{-\infty}^{+\infty} p(X) dx = 1. \quad (2.32)$$

Если левую и правую границы интервала приравнять друг к другу $x_1 = x_2 = x$, то вероятность совпадения случайной величины с любым конкретным числом $X = x$ равна 0 (рис. 2.7 в):

$$P\{X \in [x; x]\} = \int_x^x p(X) dx = 0. \quad (2.33)$$

Реальный закон распределения случайной величины может быть получен экспериментально, а затем описан аналитически каким-либо математическим выражением. В большинстве случаев для описания случайных погрешностей используют *нормальный закон распределения* (*закон Гаусса*).

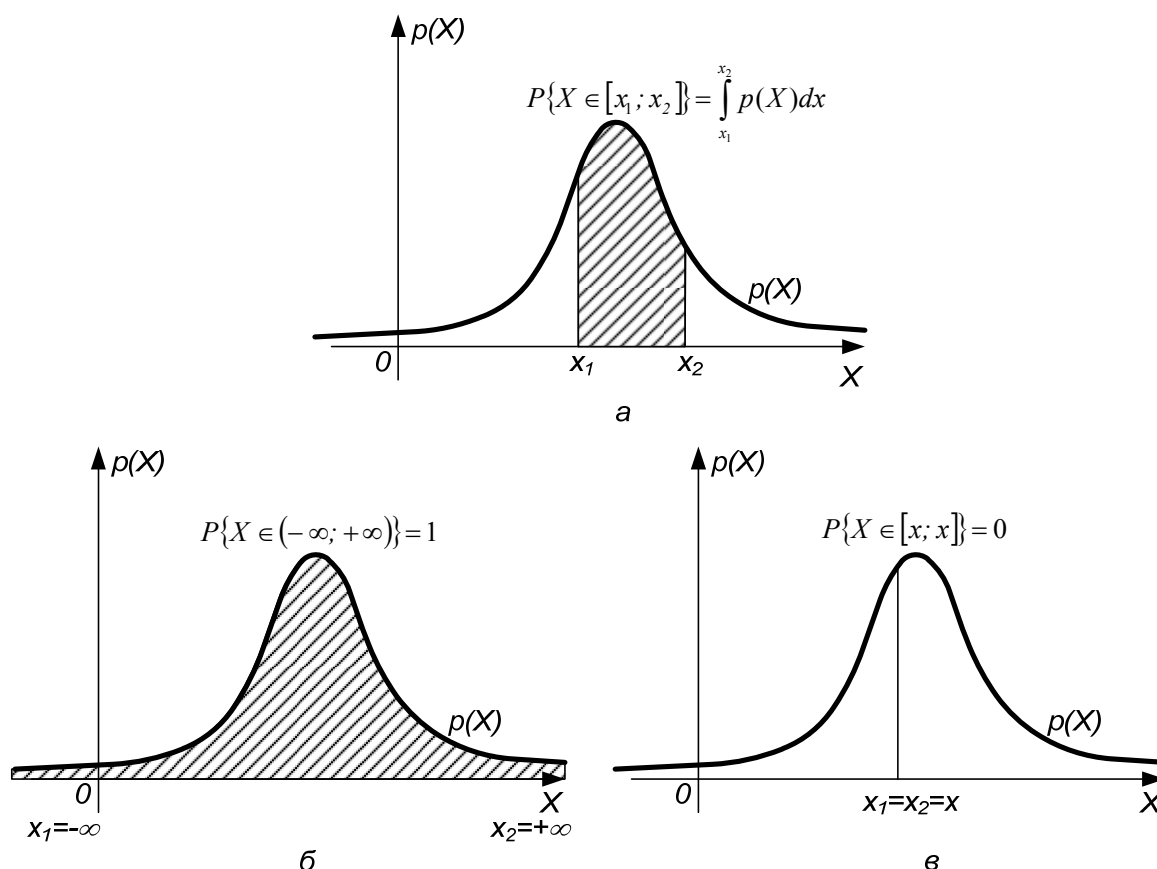


Рис. 2.7. Связь плотности вероятности случайной величины с вероятностью попадания случайной величины в интервал значений

Для экспериментального получения закона распределения производят конечное число n экспериментов по определению значений случайной величины (ряд равноточных измерений). Результаты этих измерений распределяются по числовой прямой в соответствии с их значениями. Если числовую прямую разбить на равные интервалы Δx , то можно подсчитать количество вхождений результатов n_j в каждый из интервалов. Отношение n_j/n для каждого интервала позволяет примерно оценить плотность вероятности для значений в этом интервале. Чем больше измерений выполнено, тем меньше можно сделать ширину интервалов. При $n \rightarrow \infty$ и $\Delta x \rightarrow dx$ может быть получена непрерывная функция закона распределения случайной величины $p(X)$. При ограниченном числе измерений реальный закон рас-

пределения можно изобразить в виде *гистограммы*, высота каждого столбика которой равна отношению n_j/n (рис. 2.8).

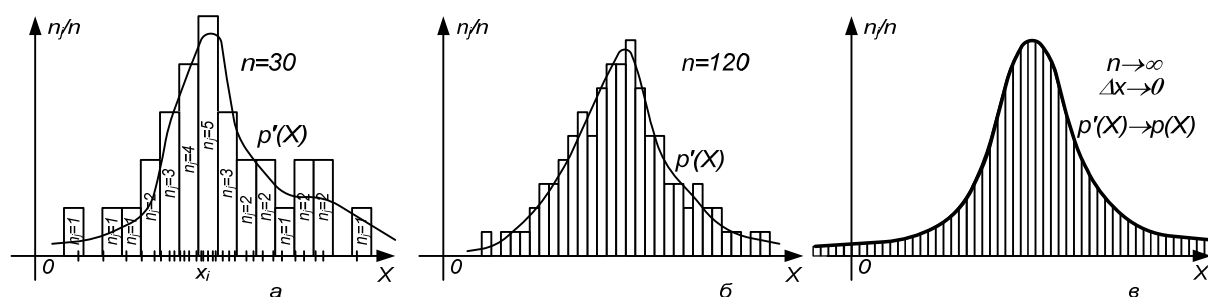


Рис. 2.8. Экспериментальное определение закона распределения случайной величины X

Для определения параметров случайной погрешности осуществляют переход от случайного результата измерения X к случайной погрешности этого результата Δ . По определению погрешности для каждого результата в полученном ряду:

$$\Delta_i = X_i - X_{\text{ИСТ}}, \quad (2.34)$$

где X_i – результат отдельного измерения в ряду;

$X_{\text{ИСТ}}$ – истинное значение измеряемой величины.

При условии, что из исходного ряда заранее были исключены систематические погрешности, погрешности Δ_i являются случайными.

Так как истинное значение измеряемой величины неизвестно, на практике его заменяют наиболее вероятным средним значением X_{CP} (математическим ожиданием, центром тяжести распределения случайной величины X). Среднее значение находится как среднее арифметическое исходного ряда значений:

$$X_{\text{CP}} = \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_n}{n}, \quad (2.35)$$

где X_1, X_2, \dots, X_n – результаты отдельных измерений;

n – число измерений в ряду.

При числе измерений в ряду $n \rightarrow \infty$, $X_{CP} \rightarrow X_{ИСТ}$. Так как на практике число n всегда конечно $n \neq \infty$, то $X_{CP} \approx X_{ИСТ}$.

После замены истинного значения средним и вычитания среднего значения из результатов каждого отдельного измерения, происходит *центрирование случайной величины* и переход от случайной величины X к случайной величине Δ . После такого перехода закон распределения случайной величины можно условно считать симметричным относительно вертикальной оси, так как положительные и отрицательные отклонения значений равновероятны (встречаются одинаково часто) (рис. 2.9).

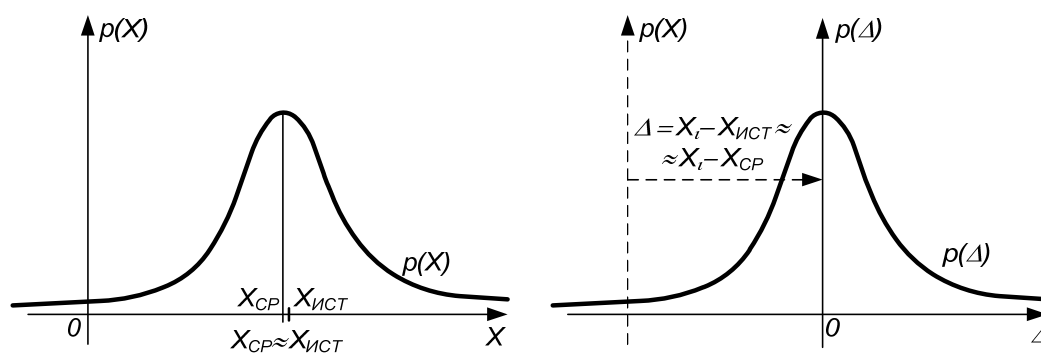


Рис. 2.9. Переход от закона распределения случайной величины X к закону распределения случайной погрешности Δ

Также следует отметить, что при центрировании величина Δ не будет содержать *систематической составляющей*, даже если из исходного ряда X_i эта составляющая исключена не была. Так как измерения в исходном ряду являлись равноточными и имели одинаковую систематическую погрешность, найденное по формуле (2.35) среднее значение, очевидно, будет включать в себя точно такую же по значению систематическую составляющую погрешности. При нахождении разности $X_i - X_{CP}$ систематическая составляющая, входящая и в каждое X_i , и в X_{CP} взаимно уничтожится.

Для дальнейшей обработки случайной погрешности необходимо перейти от закона распределения случайной погрешности, полученного экспериментально и представленного графически, к аналитическому описанию закона распределения, что позволит рассчитать количественные показатели случайной погрешности.

Наиболее часто в практике электрических измерений проявление случайной погрешности может быть описано простым, но достаточно точно отображающим действительность, так называемым *нормальным законом* распределения (законом Гаусса). Математическое выражение закона имеет вид:

$$p(\Delta) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{\left(-\frac{\Delta^2}{2\sigma^2}\right)}, \quad (2.36)$$

где $p(\Delta)$ – плотность вероятности случайной погрешности Δ ;

σ – средняя квадратическая погрешность (среднее квадратическое отклонение) результатов единичных измерений в ряду измерений;

$\Delta = X_i - X_{ИСТ}$ – случайная абсолютная погрешность;

$X_i, X_{ИСТ}$ – измеренное и истинное значения измеряемой величины.

Выражение (2.36) является *аппроксимирующей* функцией для реального закона распределения. Параметр σ при *аппроксимации* (приближении) получают расчетным путем с использованием значений из исходного ряда измерений. Полученное значение σ индивидуально для каждого ряда измерений и обеспечивает минимальное расхождение экспериментальных данных (закона распределения) с аппроксимирующей функцией (рис. 2.10).

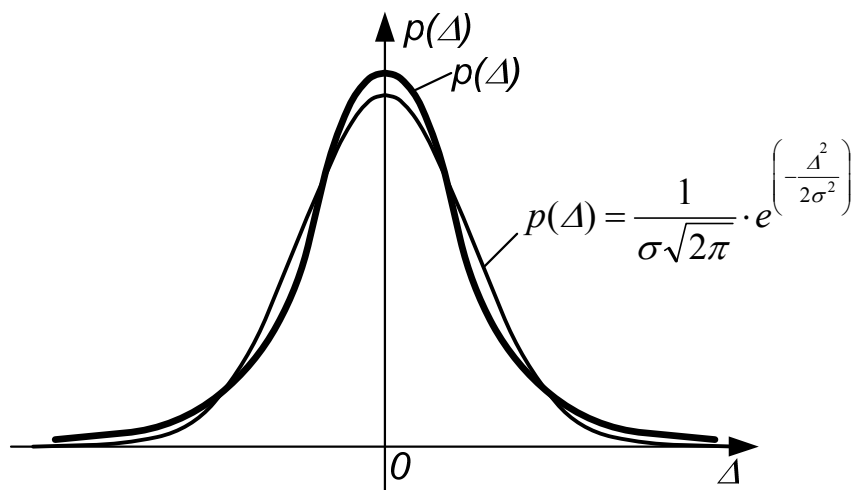


Рис. 2.10. Замена закона распределения случайной погрешности аналитическим выражением закона распределения Гаусса

Параметр σ является не только коэффициентом, определяющим форму графика закона распределения, но и имеет определенный математический смысл. **Численное значение σ позволяет оценить, насколько вероятны (часто встречаются) большие и малые случайные погрешности при измерении.** При малых значениях σ большие значения погрешностей встречаются реже, чем малые, при больших σ количество больших и малых погрешностей соразмерно (рис. 2.11).

Итак, обработка результатов многократных равноточных измерений начинается с нахождения наиболее достоверного значения, которое можно приписать измеряемой величине на основании ряда измерений – *среднего арифметического* полученных значений X_{CP} по формуле (2.35).

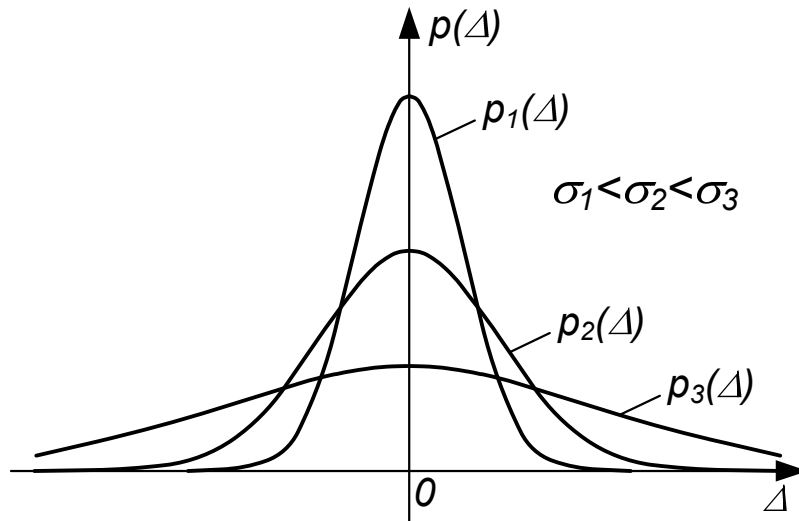


Рис. 2.11. Графики нормального закона распределения случайной погрешности при различных значениях σ

Зная X_{CP} , определяют случайные абсолютные погрешности:

$$\begin{aligned}\alpha_1 &= X_1 - X_{CP}, \\ \alpha_2 &= X_2 - X_{CP}, \\ &\dots\dots\dots \\ \alpha_n &= X_n - X_{CP}.\end{aligned}\tag{2.37}$$

Так как при вычислении погрешностей истинное значение $X_{ИСТ}$, которое не может быть известно, заменяется средним значением ($X_{CP} \approx X_{ИСТ}$), вычисленные погрешности называются *остаточными*, и обозначаются α . Правильность вычисления остаточных погрешностей для исходного ряда результатов можно проверить, вычислив сумму $\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \dots + \alpha_n$. Результат вычисления суммы должен быть равен нулю:

$$\sum_{i=1}^n \alpha_i = 0.\tag{2.38}$$

По известным значениям α_i рассчитывают среднюю квадратическую погрешность (СКП) σ , одновременно получая значение параметра для аппроксимирующей функции (закона распределения Гаусса):

$$\sigma = \sqrt{\frac{\alpha_1^2 + \alpha_2^2 + \dots + \alpha_n^2}{n-1}}. \quad (2.39)$$

Полученное аналитическое выражение закона Гаусса позволяет посредством интегрирования получать вероятность попадания случайной погрешности, аппроксимированной данным выражением, в конкретный числовой интервал:

$$P\{\Delta \in [\Delta_1; \Delta_2]\} = \int_{\Delta_1}^{\Delta_2} \left(\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{\left(-\frac{\Delta^2}{2\sigma^2}\right)} \right) d\Delta. \quad (2.40)$$

Если пределы интегрирования брать равными или кратными значению σ , полученного для конкретного случая, то для любого случайного процесса, описанного законом Гаусса, будут получены одинаковые значения вероятности (рис. 2.12):

$$\begin{aligned} P\{\Delta \in [-\sigma; +\sigma]\} &= 0,68, \\ P\{\Delta \in [-3\sigma; +3\sigma]\} &= 0,9973. \end{aligned} \quad (2.41)$$

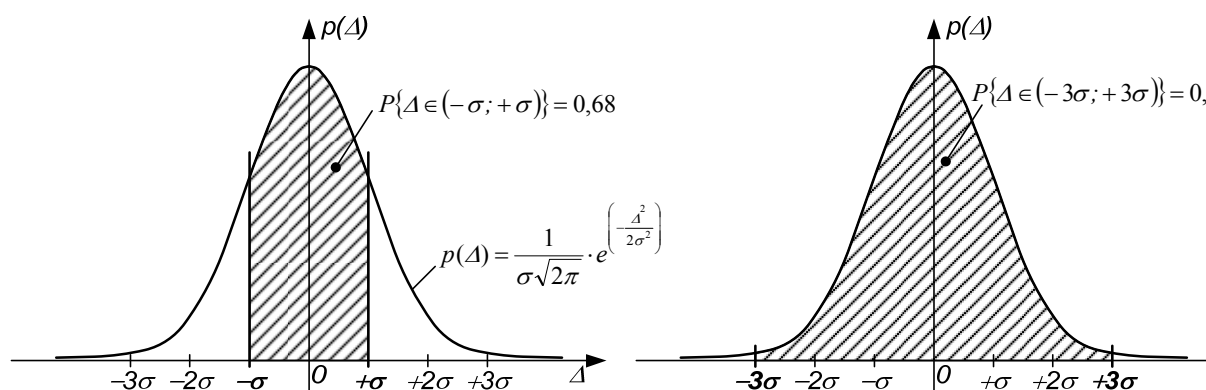


Рис. 2.12. Определение вероятности нахождения случайной погрешности в интервалах с границами, кратными σ

Как видно из расчета, примерно только одно из трех измерений будет иметь погрешность, большую чем σ по модулю. Вероятность же попадания значения случайной погрешности в интервал от -3σ до $+3\sigma$ практически равна 1 или 100 %. Вероятность появления погрешности, большей 3σ по модулю, равна $0,0027 \approx \frac{1}{370}$. Это значит, что из 370 случайных погрешностей в среднем только одна погрешность по абсолютному значению может быть больше 3σ . Другими словами, вероятность выхода погрешности за эти интервалы крайне мала. Если при обработке ряда измерений все же есть значения, для которых остаточная погрешность α превышает 3σ , то они подозрительны на *промах*.

Промах (*грубая погрешность измерений*) – это погрешность результата отдельного измерения, входящего в ряд измерений, которая для данных условий резко отличается от остальных результатов этого ряда. Результат с такой погрешностью так же часто называют промахом.

Причиной появления промахов в ряду являются непредсказуемые явления, не имеющие явной связи со случайными процессами, приводящими к разбросу большинства значений в ряду (например, ошибка оператора при записи результата одного или нескольких результатов). При обработке промахи влияют на среднее значение X_{CP} , остаточные погрешности α_i , значение σ . Правило «трех сигма» позволяет отделить подозрительные на промах значения и повысить достоверность определения случайной погрешности. Лучше пойти на сокращение ряда значений на одно или несколько чисел, чем принять промах за проявление анализируемого случайного процесса.

Значения в ряду, имеющие остаточные погрешности

$$|\alpha_i| > 3\sigma \quad (2.42)$$

считаются промахами и при обработке результатов измерений **исключаются** из исходного ряда. После исключения из ряда измерений промахов **расчет повторяют для нового значения n'** , меньшего исходного числа измерений в ряду на число исключенных промахов. Вновь находят X_{CP} (X'_{CP}), α'_i , σ' и вновь проверяют сокращенный ряд по правилу «трех сигма», сравнивая значения α'_i и $3\sigma'$. Циклический процесс проверок на промахи и новых расчетов повторяют, пока все промахи не будут исключены.

Как указывалось ранее, среднее арифметическое X_{CP} ряда измерений является наиболее достоверным значением измеряемой величины. Так как при измерении ряда значений количество опытов конечно ($n \neq \infty$), при повторных сериях измерений будут получены ряды с другими значениями отдельных измерений X_i , и, соответственно, отличающиеся значения X_{CP} . Доказано, что если результаты в ряду измерений подчиняются нормальному закону, а количество значений в ряду n достаточно велико ($n > 50$), то и распределение средних значений нескольких серий рядов также может быть описано нормальным законом. Разброс значений X_{CP} можно оценить *средней квадратической погрешностью среднего арифметического значения*, используя исходный ряд измерений с исключенными промахами:

$$S = \sqrt{\frac{\alpha_1^2 + \alpha_2^2 + \dots + \alpha_n^2}{n \cdot (n-1)}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}. \quad (2.43)$$

Значение средней квадратической погрешности S среднего арифметического значения является численной характеристикой, позволяющей оценить точность определения X_{CP} .

При анализе выражения (2.43) можно проследить математическую связь СКП σ отдельных измерений в ряду и СКП S среднего арифметического значения этого ряда. Так же из выражения видно, что увеличение количества измерений в ряду n приводит к повышению точности результата измерений.

Конечным результатом определения случайной погрешности является интервал $\pm \Delta X$, за границы которого погрешность не выходит с некоторой вероятностью P . Этот интервал называется *доверительным интервалом*, а вероятность нахождения погрешности в нем – *доверительной вероятностью*. При нахождении границ доверительного интервала задаются заранее известным значением доверительной вероятности (например, 0,9; 0,95, 0,99 и т. д.) (рис. 2.13).

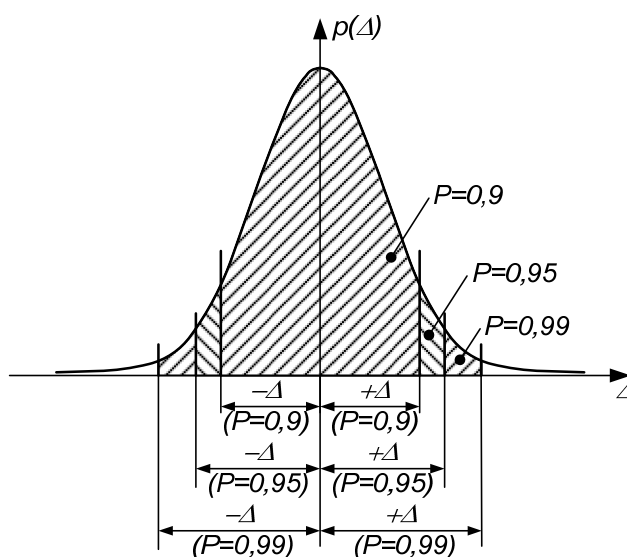


Рис. 2.13. Определение границ доверительного интервала по заданной доверительной вероятности

Так как в соответствии с выражением:

$$P\{\Delta \in [\Delta_1; \Delta_2]\} = \int_{\Delta_1}^{\Delta_2} p(\Delta) d\Delta \quad (2.44)$$

вероятность и границы интервала математически связаны, можно решить и обратную задачу – по известному результату интегрирования найти границы, для которых интеграл с таким значением был вычислен. Расчет выполняют, пользуясь выражением:

$$\Delta X = \sigma \cdot t(P), \quad (2.45)$$

где $t(P)$ – коэффициент, значение которого соответствует выбранной доверительной вероятности P .

Указанный способ определения доверительных интервалов справедлив только при $n > 30$. На практике часто количество измерений бывает меньше. В этом случае фактически переходят от нормального закона распределения случайной погрешности к закону распределения Стьюдента с тем же средним арифметическим значением.

Для определения доверительного интервала пользуются коэффициентами Стьюдента $t_n(n, P)$, которые зависят не только от выбранной доверительной вероятности P , но и от количества измерений n (табл. 2.4).

Использование коэффициента Стьюдента дает поправку для границ доверительного интервала с учетом того, что ($n \neq \infty$). Доверительный интервал становится шире при уменьшении числа измерений в ряду.

Зная S , n и P , определяют доверительный интервал $\pm \Delta X$, в который с заданной вероятностью P и при количестве измерений n входит истинное значение измеряемой величины:

$$\Delta X = t_n(n, P) \cdot S. \quad (2.46)$$

Окончательный результат измерения записывают так:

$$X = X_{CP} \pm \Delta X \quad (2.47)$$

при $P =$ (заданная доверительная вероятность).

Запись читается: истинное значение X находится в интервале от $(X_{CP} - \Delta X)$ до $(X_{CP} + \Delta X)$ с доверительной вероятностью $P = \dots$, наиболее достоверное значение равно X_{CP} .

Таблица 2.4

Значения коэффициентов Стьюдента t_n

Количество значений в ряду, n	Доверительная вероятность, P			
	0,90	0,95	0,99	0,999
1	6,314	12,706	63,657	636,619
2	2,920	4,303	9,925	31,598
3	2,353	3,182	5,841	12,941
4	2,132	2,776	4,604	8,610
5	2,015	2,571	4,032	6,859
6	1,943	2,447	3,707	5,959
7	1,895	2,365	3,499	5,405
8	1,860	2,306	3,355	5,041
9	1,833	2,262	3,250	4,781
10	1,812	2,228	3,169	4,587
11	1,796	2,201	3,106	4,437
12	1,782	2,179	3,055	4,318
13	1,771	2,160	3,012	4,221
14	1,761	2,145	2,977	4,140
15	1,753	2,131	2,947	4,073
16	1,746	2,120	2,921	4,015
17	1,740	2,110	2,898	3,965
18	1,734	2,101	2,878	3,922
19	1,729	2,093	2,861	3,883
20	1,725	2,086	2,845	3,850

2.3.4. Последовательность решения задачи и требования по оформлению

Решение задачи выполняется в последовательности, указанной в задании. **Расчеты по пунктам 1, 2, 3, 4** следует повторять столько раз, сколько необходимо для устранения всех промахов из исходного ряда измерений (в некоторых вариантах задания промахов может и не быть).

Пункты 5, 6, 7, 8 выполняются для ряда результатов измерений, не содержащего промахов (с исключенными промахами).

Предложенная последовательность вычислений может быть представлена в виде алгоритма (рис. 2.14).

При выполнении каждого пункта задания необходимо записать расчетные формулы в общем виде, с подстановкой чисел, затем вычисленный результат с указанием размерности. При вычислении нескольких результатов по одной формуле приводится пример расчета первого значения, остальные результаты заносятся в табл. 2.5.

В пункте 8 осуществляется проверка гипотезы о возможности описания распределения случайных погрешностей в обрабатываемом ряду законом Гаусса. С этой целью в одной системе координат строится гистограмма распределения и график закона Гаусса для рассчитанного значения σ .

При построении гистограммы на горизонтальной оси отмечаются интервалы с шириной $\Delta\alpha = 0,5\sigma$ в пределах от -3σ до $+3\sigma$ (по 6 интервалов в сторону положительных и отрицательных значений). После вычисления граничных значений всех интервалов выполняют сравнение с ними значений остаточных погрешностей α_i , определяя, в какой из интервалов входит конкретная α_i . После распределения всех α_i по интервалам считают количество вхождений остаточных погрешностей в каждый интервал n_j .

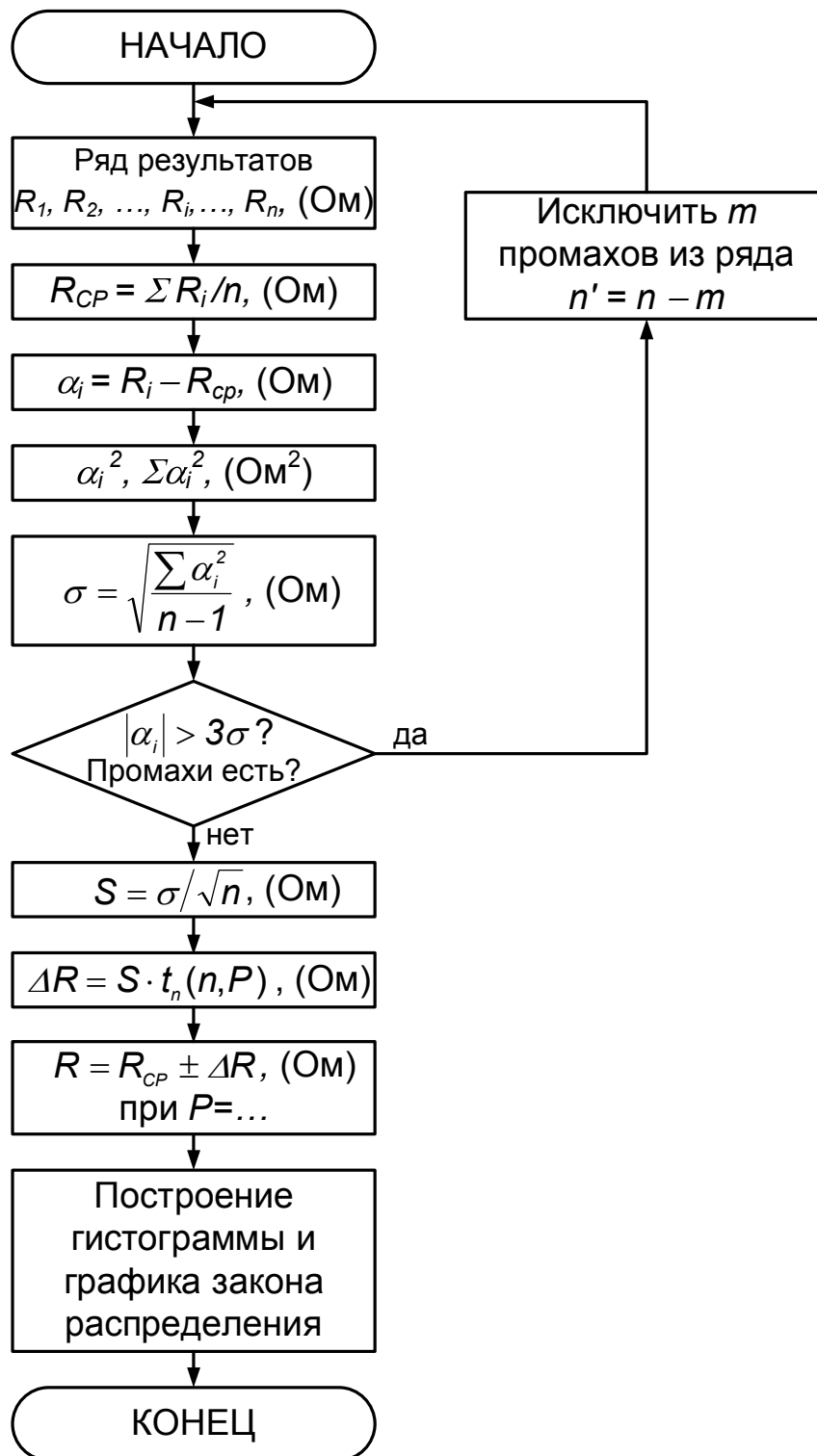


Рис. 2.14. Алгоритм обработки результатов многократных измерений

Таблица 2.5

i	$R_{i, OM}$	$\alpha_{i, OM}$	$\alpha_{i, OM}^2$	σ, OM		i	$R_{i, OM}$	$\alpha'_{i, OM}$	$\alpha_{i, OM}^2$	σ', OM				S, OM	$t_n(n, P)$	$\Delta R, OM$	R, OM
1				$\sigma = \dots, (OM); 3\sigma = \dots, (OM)$	Исключение промахов	1				$\sigma' = \dots, (OM); 3\sigma' = \dots, (OM)$	Исключение промахов			$S = \dots, (OM)$	$t_n(n, P) = \dots, (OM)$ (при $n = \dots, P = \dots$)	$\pm \Delta R = St_n(n, P) = \dots, (OM)$ $R = R_{CP} \pm \Delta R = \dots \pm \dots, (OM)$ при $P = \dots$	
2						2											
3						3											
4						4											
5						5											
6						6											
7						7	Промех исключен										
8						8											
9						9											
10						10											
11						11											
12						12											
...						...											
20						20											
$n=20$	$R_{CP} = \dots, (OM)$	$\Sigma \alpha_i = \dots, (OM)$	$\Sigma \alpha_i^2 = \dots, (OM)$			$n = \dots$	$R_{CP} = \dots, (OM)$	$\Sigma \alpha_i = \dots, (OM)$	$\Sigma \alpha_i^2 = \dots, (OM)$								
Расчет для исходного ряда					Расчет для ряда после первого исключения промахов, если проверка показала их наличие. Например, исключен результат с номером 7					Дальнейшее исключение промахов, если они будут обнаружены			Представление результата обработки многократных равноотстоящих измерений				

Если значение α_i точно совпадает с граничным значением, то его включают в один из граничащих интервалов. Для проверки того, все ли остаточные погрешности распределены по интервалам, можно вычислить сумму n_j , которая должна равняться количеству измерений в ряду ($\Sigma n_j = n$). После определения n_j для каждого интервала определяют значения n_j / n , по которым для каждого интервала гистограммы изображается прямоугольник с рассчитанной высотой (n_j / n).

Значения плотности вероятности по закону Гаусса рассчитываются по выражению (2.36), в которое в качестве параметра подставляется значение σ , а в качестве переменной – значения Δ (целесообразно выбрать Δ , равные граничным значениям интервалов).

Для удобства построения графиков, рассчитанные значения для гистограммы и закона Гаусса следует занести в табл. 2.6.

Таблица 2.6

Границы интервалов	-3σ	$-2,5\sigma$	-2σ	$-1,5\sigma$	-1σ	$-0,5\sigma$	0	$+0,5\sigma$	$+1\sigma$	$+1,5\sigma$	$+2\sigma$	$+2,5\sigma$	$+3\sigma$
Значения границ, Ом													
Остаточные погрешности α_i , входящие в интервал (перечислить номера α_i)													
Число вхождений, n_j													
$\frac{n_j}{n \cdot 0,5 \cdot \sigma}$, (Ом-1)													
Значение плотности вероятности по закону Гаусса $p(\Delta)$, (Ом-1) (для значений Δ , соответствующих границам интервалов)													

Пример построения гистограммы и графика закона распределения Гаусса показан рис. 2.15.

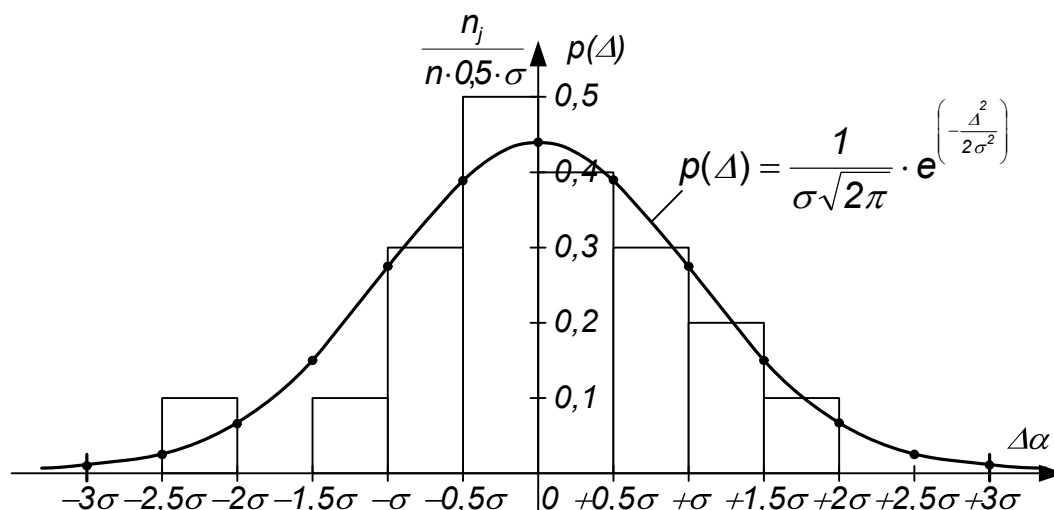


Рис. 2.15. Пример построения гистограммы
и графика закона распределения Гаусса

В пункте 9 на основании анализа построенных графиков необходимо сделать вывод о допустимости представления (аппроксимации) закона распределения случайной погрешности законом Гаусса в условиях ограниченного числа измерений в ряду.

2.4. Поверка амперметров и вольтметров (расчетная часть процедуры)

2.4.1. Условия задачи

С целью определения метрологической исправности прибора проведена его поверка методом непосредственного сличения с эталоном. Тип поверяемого магнитоэлектрического прибора и предел измерения для соответствующего варианта заданы в табл. 2.7. Значения числовых отметок поверяемого прибора, и полученные в ходе поверки показания эталонного прибора (действительные значения) для числовых отметок поверяемого прибора приведены в табл. 2.8.