

- Linear Cebir -

Ödev-2: DETERMINANT

Soru 1-)

$$A = \begin{bmatrix} 2020 & 2019 & 2018 \\ 2017 & 2016 & 2015 \\ 2014 & 2013 & 2012 \end{bmatrix} \begin{matrix} R_1 \\ R_2 \\ R_3 \end{matrix}$$

3×3

$$\det A = ?$$

- A) 0 B) 3 C) 6
D) 9 E) 12

Çözüm

$$\begin{aligned} -R_3 + R_2 &\rightarrow R_2 \\ -R_2 + R_1 &\rightarrow R_1 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 3 & 3 & 3 \\ 3 & 3 & 3 \\ 2014 & 2013 & 2012 \end{bmatrix}$$

Biz biliyoruz ki bir matrisde bir satır veya sütun, başka bir satır veya sütunun aynısı veya katı ise $\det A = 0$ 'dır.

Soru 2-) B, A 3×3 bir kare matris olmak üzere ve $k \in \mathbb{R}$ olmak üzere $\det A = 15$, $\det B = 120$ olduğuna göre A matrisi B'nin

Kaç Katıdır? A) 2 B) $1/2$ C) 3 D) $1/3$ E) 5

Çözüm

Yukarı $B = k \cdot A$

Bana $(A = k \cdot B)$ yi soruyor $(A \cdot k = B)$ değil!

$$|B| = k^n \cdot |A| \Rightarrow k^n |B| = |A| \Rightarrow n=3 \Rightarrow k^3 \cdot 120 = 15$$

$$k^3 = \frac{1}{8}$$

$$\boxed{k = 1/2}$$

6201210101

Yunus Emre AKINCI

Soru 3-) $a, b, c \in \mathbb{Z}^+$ olmak üzere $a^2 + b^2 = c^2$ dir.

$$|A| = \begin{vmatrix} a & 1 & b \\ 2 & 0 & 2 \\ 1 & c & 1 \end{vmatrix} = 10$$

Aşağıdakilerden hangisi A matrisidir?

A) $\begin{pmatrix} -3 & 1 & 4 \\ 2 & 0 & 2 \\ 1 & 10 & 1 \end{pmatrix}$ B) $\begin{pmatrix} 4 & 1 & 3 \\ 2 & 0 & 2 \\ 1 & 5 & 1 \end{pmatrix}$ C) $\begin{pmatrix} 3 & 1 & 4 \\ 2 & 0 & 2 \\ 1 & 5 & 1 \end{pmatrix}$ D) $\begin{pmatrix} 6 & 1 & 8 \\ 2 & 0 & 2 \\ 1 & 10 & 0 \end{pmatrix}$

Çözüm: A şıkkında $a < 0$ olduğu için A şıkkı olamaz

$$\begin{vmatrix} a & 1 & b \\ 2 & 0 & 2 \\ 1 & c & 1 \end{vmatrix} = (a \cdot 0 \cdot 1 + 2 \cdot c \cdot b + 1 \cdot 1 \cdot 2) - (b \cdot 0 \cdot 1 + 2 \cdot a \cdot c + 1 \cdot 1 \cdot 2) = 10$$

$$2bc + 2 - 2ac - 2 = 10$$

$$2bc - 2ac = 10$$

$$2c(b - a) = 10$$

$$c(b - a) = 5$$

+ ise + olmalı

$$\begin{aligned} b - a &> 0 \\ b &> a \end{aligned}$$

$a, b, c \in \mathbb{Z}^+$ olduğundan 5 asal çarpanlarına ayrılır

$$c(b - a) = 5 \cdot 1$$

$$c = 5$$

$$b - a = 1 \Rightarrow a^2 + b^2 = c^2 \text{ den}$$

$$\begin{cases} a = 3 \\ b = 4 \\ c = 5 \end{cases}$$

6201210101

Yunus Emre Akinci

Soru 4-)

$$A = \begin{pmatrix} R_1 \\ R_2 \\ R_3 \\ R_4 \end{pmatrix} \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} = ?$$

A) 10 B) -10 C) 4! D) -4!

Çözüm: Herhangi 2 satır veya 2 sütun aralarında yer değiştirilirse determinanın değeri -1 ile çarpılır. $|A| = x$ olsun

R_1 ile R_4 , R_2 ile R_3 yer değiştirsin.
-1 . -1 . $x = x$

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Köşegen matriste determinant, köşegen üzerindeki elemanların çarpımına eşittir.

$$|A| = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 4! = 24$$

Soru 5-) Aşağıdakilerden Kaç tanesi doğrudur?

- $m \times n$ tipinde bir matrisin determinanti olması için $m \neq n$ olmalıdır.
- $B = k \cdot A$ olmak üzere $|B| = k^n \cdot |A|$ dir.
- $A = [a]_{1 \times 1}$ det $A = a^2$ dir.
- Bir matrise herhangi 2 sütun veya 2 satır yer değiştirilirse determinant değişmez.

Çözüm A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

1 → Sadece $n \times n$ tipindeki matrislerin determinanti vardır. X

2 → Kuraldır. Doğrudur ✓

3 → 1×1 tipindeki matrislerde determinant matrisindeki elemana eşittir X

$$\left. \begin{aligned} \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} &= 1 \cdot 4 - 2 \cdot 3 = 4 - 6 = -2 \\ \begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} &= 3 \cdot 2 - 1 \cdot 4 = 2 \end{aligned} \right\} 2 \neq -2 \quad X$$

b201210101

Yunus Emre Akıncı