CSE 321 - HW2

1) Enigma, kırılamaz olarak bilinen makina olmasına rağmen Alan Turing uzun uğraşlar sonucu onu kırmıştır. Turing bunun için, çok çok fazla miktarda kombinasyonu insanlar yerine deneyebilecek ve bunu hızlıca yapabilecek olan makineyi yaptı. Her ne kadar çalışsa da, Almanlar kodu her gün değiştirdiği için şifreyi kırmak yine çok zordu. Turing, olasılığı yüksek durumları ön planda düşünmüştür. Örneğin; mesajın başında "Hitler" ve "Hava" kelimeleri her zaman geçtiği önceden bilindiğinden, makineye bunları verir ve şifreyi kırması kolaylaşır. Turing, makinelerin insanlar gibi düşünebileceğini öngörmüştür. Aslında yapay zekanın olabilirliğini düşünen ilk insanlardandır.

2. $x_1(n) = 0.5\, x_1\left(\frac{n}{2}\right) + \frac{1}{n}$

$\boxed{a = 0.5 < 1}$ X $\quad$ $a \geq 1$ olmadığından

$b = 2$ $\quad$ máster teorem ile

çözülemez!

$x_2(n) = 3x_2\left(\frac{n}{4}\right) + n\log n$

$a = 3$ $\quad$ $n^{\log_b a} = \boxed{n^{\log_4 3} < n\log n}$

$b = 4$ $\quad$ $\boxed{3.\text{kural}}$

$T(n) = \Theta(f(n)) = \boxed{\Theta(n\log n)}$

$x_3(n) = 3x_3\left(\frac{n}{3}\right) + \frac{n}{2}$ $\to d$

$a = 3$ $\quad$ $n^{\log_3 3} = n$

$b = 3$

2. kural

$\boxed{T(n) = \Theta(n^{1} \cdot \log n)}$

$x_4(n) = 6x_4\left(\frac{n}{3}\right) + n^2\log n$

$a = 6$ $\quad$ $n^{\log_3 6} = n^{1.65} < n^2\log n$

$b = 3$ $\quad$ 3. kural

$T(n) = \Theta(f(n)) = \Theta(n^2\log n)$

$x_5(n) = 4x_5\left(\frac{n}{2}\right) + \frac{n}{\log n}$ $\quad$ $a = 4$, $b = 2$ $\quad$ $n^{\log_2 4} > \frac{n}{\log n}$ $\to$ 1. kural

$\to \boxed{\Theta(n^2)}$

$x_6(n) = 2^n x_6\left(\frac{n}{2}\right) + n^n$

2^n constant değil, dolayısıyla çözülemez.

3) a) $T(n) = T(n-1) + 2n-1$

$T(2) = \overset{1}{T(1)} + 3$

$T(3) = T(2) + 5$

$T(4) = T(3) + 7$

$\vdots$

$T(n) = T(n-1) + n$

$T(n) = 1+3+5+\dots n$

$\boxed{T(n) = n^2}$

b) $T(n) = T(n-1) + 1$

$T(2) = \overset{1}{T(1)} + 1$

$T(3) = T(2) + 1$

$\vdots$

$T(n) = T(n-1) + 1$

$T(n) = (n-1).1 + 1$

$\boxed{T(n) = n}$

c) $T(n) = T(n-1) + 2$

$T(2) = \overset{1}{T(1)} + 2$

$T(3) = T(2) + 2$

$\vdots$

$T(n) = T(n-1) + 2$

$T(n) = 1 + (n-1).2$

$\boxed{T(n) = 2n-1}$

5) Eğer listenin size'ı çift ise ortadan ikiye bölüp, toplamı küçük olan tarafa doğru recursive call yapıyorum. Yalnızca sağa giderken size/2 ile topluyorum. Listenin size'ı tek ise ortadakini dahil etmeyip sol yarı ve sağ yarıyı kıyaslıyorum. Eşitler ise ortadakinin indexi (size/2) return edip devam ediyorum. Tek sayılılarda return ederken +1 ekliyorum, çünkü bunu yapmazsam 1 eksik hesaplayabiliyo

$$T(n) = T(n/2) + O(1)$$

$a = 1$
$b = 2$

$n^{\log_2 1} = 1 = O(1)$

2. Kural $= n^{\log_2 1} \cdot \log n$ $\boxed{= \Theta(\log n)}$

worst case: $O(\log n)$

best case: size tek ve çözüm ortada ise
$O(1)$

Scanned by CamScanner

6) a) $T_1(n) = 3T_1(n-1)$ for $n>1$ $T_1(1)=4$

$T_1(2) = 3T_1(1) \to T_1(2) = 3.4$

$T_1(3) = 3^2.4.$

$T_1(4) = 3^3.4$

assume that $\boxed{T_1(n) = 3^{n-1}.4}$

Prove

$T_1(1)=4$ ✓

$T_1(n-1) = 3^{n-2}.4$ ✓

$T_1(n) = 3T_1(n-1) = 3.3^{n-2}.4 = \boxed{3^{n-1}.4}$ ✓

$T_2(n) = T_2(n-1) + n$ for $n>1$, $T_2(0)=0$

$T_2(1) = T_2(0) + 1$

$T_2(2) = T_2(1) + 2$

$T_2(3) = T_2(2) + 3$

$\vdots$

$T_2(n) = T_2(n-1) + n$

$\boxed{T_2(n) = \frac{n(n+1)}{2}}$

$T_3(n) = T_3(n/2) + n$ for $n>1$, $T_3(1)=0$ $(n=2^k)$

$T_3(\cancel{2}) = T_3(\cancel{1}) + 2$

$T_3(\cancel{4}) = T_3(\cancel{2}) + 4$

$T_3(\cancel{8}) = T_3(\cancel{4}) + 8$

$\vdots$

$T_3(n) = T_3(\cancel{n/2}) + n$

$T_3(n) = 2+4+8+\dots 2^{k-1} + 2^k + 1 - 1$

$\frac{1-2^k}{1-2} + 2^k - 1$

$T(2^k) = 2^{k+1} - 2$

$\boxed{T(n) = 2n-2}$

6) b)

$T_1(n) = 6T_1(n-1) - 3T_1(n-2)$, $T_1(0) = 1$, $T_1(1) = 6$

$x^2 - 6x + 3 = 0$

$(x-3)(x-3) = 0$

$T(n) = c_1 3^n + c_2 . n 3^n$

$T(0) = \boxed{c_1 = 1}$

$T(1) = 3c_1 + 3c_2 = 6 \Rightarrow \boxed{c_2 = 1}$

$$\boxed{T(n) = 3^n + n.3^n}$$

$T_2(n) = 5T_2(n-1) - 6T_2(n-2) + 7^n$

T_h / $x^2 - 5x + 6 = 0$ $\quad T_h(n) = 2^n c_1 + 3^n . c_2$

$x = 2 \quad x = 3$

$\alpha . 7^n$

T_p / $\alpha . 7^{n+2} - 5 7^{n+1} . \alpha + 6\alpha 7^n = 7^n$

$(n=0)$

$49\alpha - 35\alpha + 6\alpha = 1$

$\boxed{\alpha = 1/20} \longrightarrow \alpha . 7^n = 7^n/20$

$T(n) = T_h + T_p$

$= \boxed{c_1 2^n + c_2 3^n + 7^n/20}$