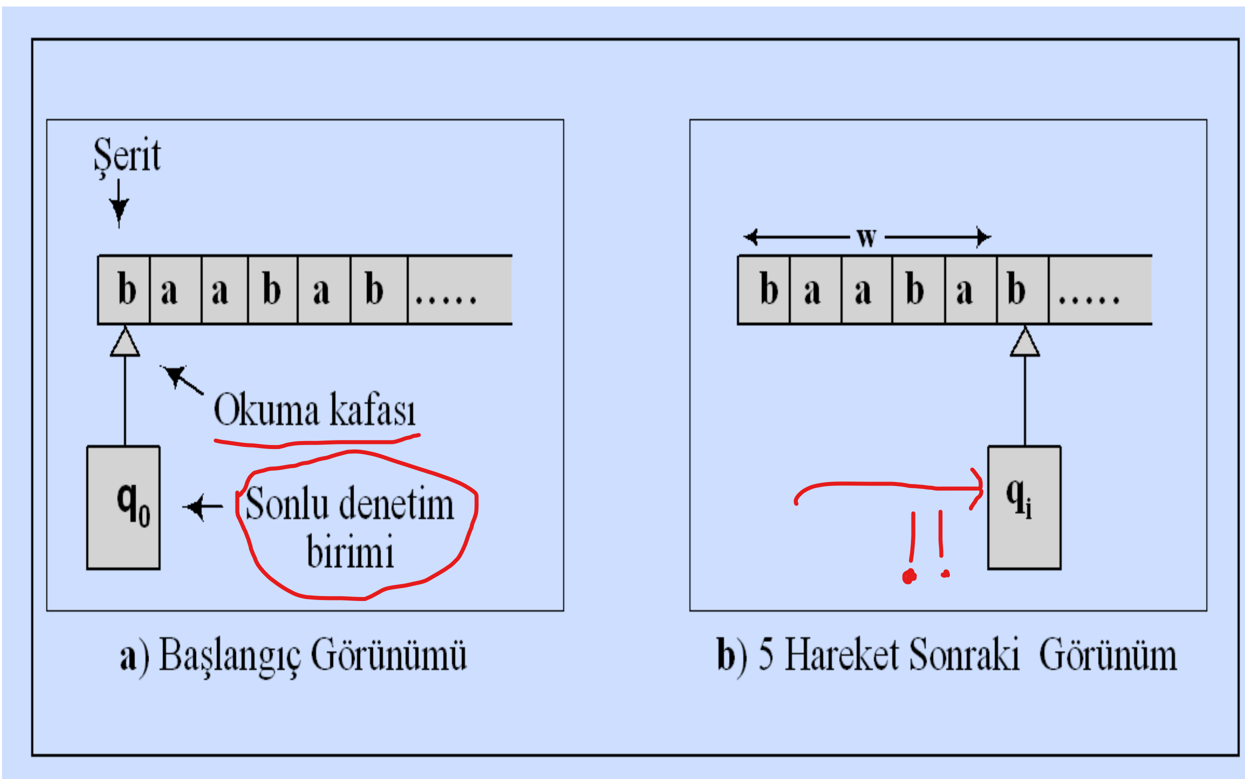
Hafta 3

DFA’nın Şerit Makine Modeli

Tanımlandığı biçimiyle deterministik sonlu özdevinir modeli matematiksel bir modeldir. Deterministik bir sonlu özdevinir oluşturmak için bir durumlar kümesi ile bir giriş alfabesi oluşturmak durumlardan birini başlangıç durumu olarak seçmek durumların bir kesimini uç (tanıyan durumlar olarak nitelemek ve bir geçiş işlevi tanımlamak yeterlidir. Oluşturulan DFA soyut bir makine olarak görülebilir ve kısaca “makine” olarak adlandırılır. Ancak makine adlandırılmasının tamamen simgesel olduğu oluşturulan sonlu özdevinirin makine ile hiç benzerliği olmayan bir şey de olabileceği unutulmamalıdır.



Şekil 1 DFA’nın şerit makine modeli

Şekil 1 a da görüldüğü gibi;

Hücrelerden oluşan ve her hücresinde bir giriş simgesi bulunan bir mıknatıslı şerit. Yalnız okunabilen şeridin sağ ucu sonsuzdur. Başlangıçta şerit üzerinde giriş simgelerinde oluşabilen bir dizgi kayıtlıdır.

Bir sonlu denetim birimi (SDB). Sonlu sayıda durumu vardır. Bu durumlardan biri başlangıç durumdur ve SDB başlangıçta bu durumda bulunur.

Bir okuma kafası şeridinin okunması soldan sağa doğru tek yönlü gerçekleşir. Belirli bir anda okuma kafası şeridin hücrelerinden biri üzerinde bulunur ve üzerinde bulunduğu kayıtlı simgeyi okuyabilir.

Şekil1 de verilen DFA makinesi aşağıdaki gibi çalışır:

Başlangıçta şerit üzerinde bir giriş dizgisi kayıtlıdır ve okuma kafası şeridin ilk (en soldaki) hücresi üzerindedir.

Makinenin her hareketi aşağıdaki gibi yapılır:

- Şerit bir simge okunur
- Okuma kafası bir sağdaki hücreye geçer
- Sonlu denetim birimi bir sonraki duruma geçer

Belirli sayıda hareket okuma kafası belirli bir hücrenin üzerinde sonlu denetim birimi ise belirli bir durumda (q_i) bulunur. Okuma kafasının üzerinde bulunduğu hücrenin solundaki hücrelerde yer alan dizgiyi w olarak adlandıralım.

Eğer q_i bir uç durum ise makine w'yi tanır.

Deterministik Olmayan Sonlu Özdevinirler (NFA)

Deterministik modelin kulanım güçlüğü nedeniyle kullanım daha kolay olan ve daha esnek bir model olan deterministic olmayan (non deterministic) model geliştirilmiştir. Deterministik olmayan sonlu özdevinir modeli olan NFA aşağıdaki gibi geliştirilmiştir.

$\text{NFA} = < Q, \Sigma, \delta, q_0, F >$

Q : Sonlu Sayıda Durum İçeren Durumlar Kümesi

Σ : Sonlu Sayıda Giriş Simgesinden Oluşan Giriş Alfabesi

q_0 : Başlangıç Durumu ($q_0 \in Q$)

Başlangıç durumu durumlar kümesinin bir elemanı olduğuna göre Q boş olmayan (içinde en az q_0 bulunan) bir kümedir.

F : Uç durumlar kümesi

Durumlar kümesinin bir alt kümesidir.

NFA ve DFA modelleri arasındaki tek fark geçiş işlevinin tanımıdır. Deterministik modelde geçiş işlevi

$(Q \times \Sigma)$'dan Q'ya

Bir eşleme olarak tanımlanırken deterministik olmayan modelde geçiş işlevi

$(Q \times \Sigma)$'dan Q'nun alt kümelerine

Bir eşleme olarak tanımlanır. **Buna göre deterministik modelde her durumda her giriş simgesi ile bir ve yalnız bir duruma geçilirken deterministik olmayan modelde bir durumdan bir giriş simgesi ile geçilebilecek durum sayısı sıfır bir yada bir çok olabilmektedir.**

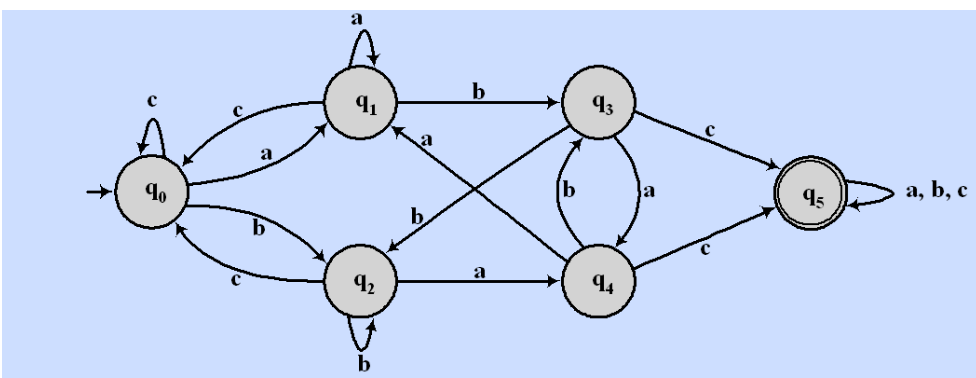
Neden NFA ya ihtiyaç duyarız:

$\{a, b, c\}$ **alfabesinde** içinde abc ve bac alt dzigilerinden en az biri en az birkez bulunan dizgiler kümesini düşünelim ve bu DFA yı $M_{1,2}$ olarak adlandıralım;

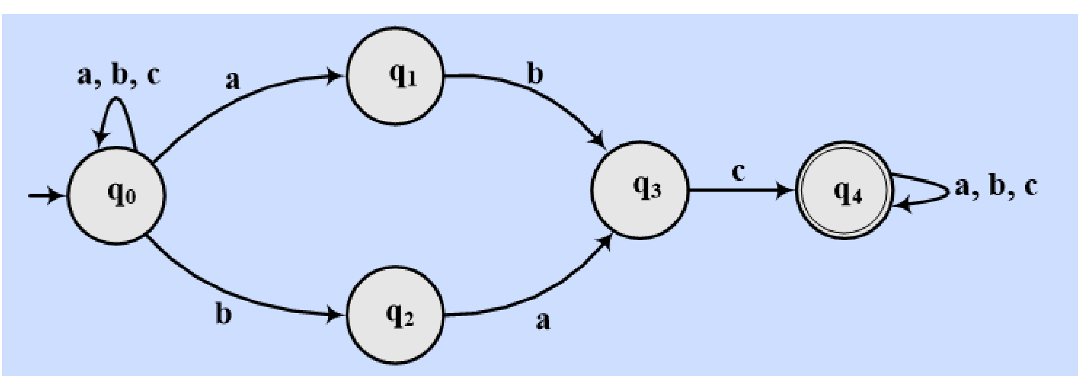
$M_{1,2}$ nin tanıdğı dizgilerden birkaç örnek aşağıda gösterilmiştir;

$$T(M_{1,2}) = \{abc, bac, cbabcb, bccaabcbac, ...\}$$

Makinenin deterministic geçiş çizeneği



Deterministik olamayan geçiş çizeneği



$M_{1,1} =< Q, \sum, \delta, q_0, F >$

$Q : \{q_0, q_1, q_2\}$

$\sum : \{0,1\}$

$F : \{q_2\}$

$\delta : \delta(q_0, 0) = q_0$

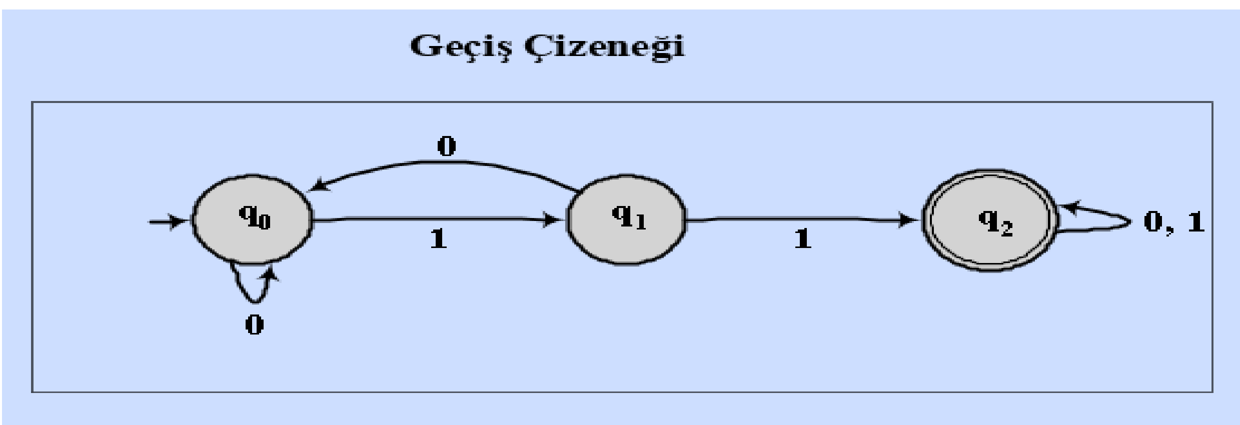
$\delta(q_0, 1) = q_1$

$\delta(q_1, 0) = q_0$

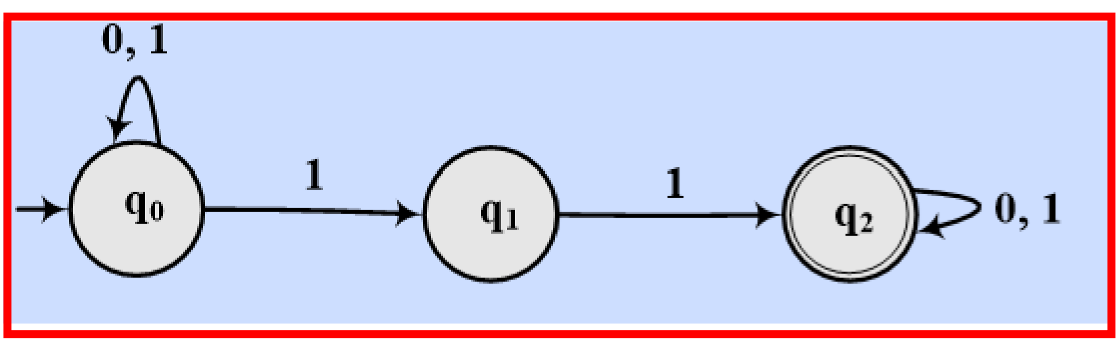
$\delta(q_1, 1) = q_2$

$\delta(q_2, 0) = q_2$

$\delta(q_2, 1) = q_2$



Deterministik olmayan geçiş çizneği



Örnek 1: Aşağıda M makinasının geçiş işlevinin matematiksel yapısı verilmektedir.

$$M_{1,2} =< Q, \sum, \delta, q_0, F>$$

$$Q:\{q_0, q_1, q_2, q_3\}$$

$$\sum:\{0,1\}$$

$$F:\{q_3\}$$

$$\delta: \delta(q_0,0) = \{q_0, q_1\}$$

$$\delta(q_0,1) = \{q_0, q_2\}$$

$$\delta(q_1,0) = q_3$$

$$\delta(q_1,1) = \{\ \} = \varnothing$$

$$\delta(q_2,0) = \varnothing$$

$$\delta(q_2,1) = \{q_3\}$$

$$\delta(q_3,0) = \{q_3\}$$

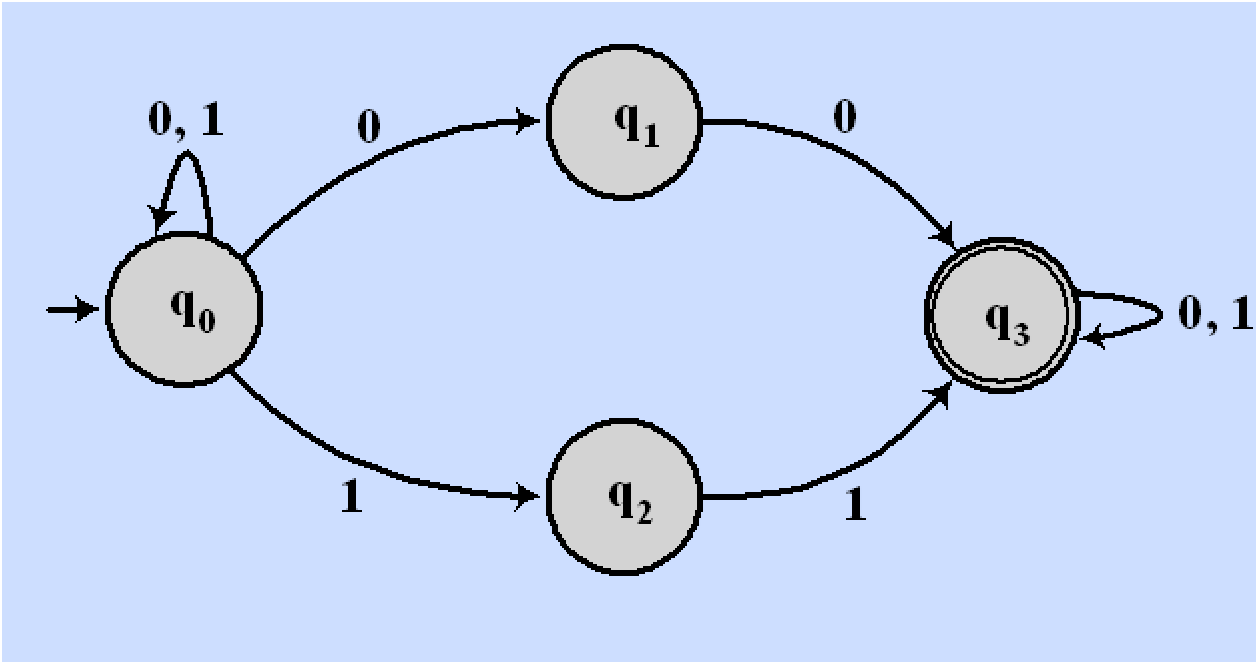
$$\delta(q_3,1) = \{q_3\}$$

Geçişleri gösterilen makinada da olduğu gibi deterministik olmayan modelde bazı durumlarda bazı giriş simgeleri ile birden çok duruma geçilebilmektedir. Bazı durumlardan bazı giriş simgeleri ile hiçbir duruma geçilememektedir. Bu nedenle deterministik modelde başlangıç durumu ve uygulanan giriş dizgisi bilindiğinde makinenin hangi durumda bulunacağı kesin olarak bellidir. Fakat deterministik olmayan modelde başlangıç durumu ve uygulanan giriş dizgisi bilinen makinenin son durumu belirsiz olabilir. Örneğin makineye

w=000 uygulandığında makine q0, q1 veya q3 durumlarında birinde bulunabilir.

w=10001 dizgilerinin makine tarafından tanınıp tanınmadığını inceleyelim.

w=010



Lambda (λ) Geçişi

Geçiş işlevinde tanımlanan “sonraki durum”deterministic modelde tek bir durumdur. Detreministik olmayan model de ise sonraki durum durumlar kümesinin bir alt kümesi olup bu alt kümede sıfır bir yada birçok durum bulunabilir.

Yapılan tanımlamara göre DFA veya NFA modeline uygun bir makine girşi simgesi uygulanmadığı sürece bulunduğu durumu korur.

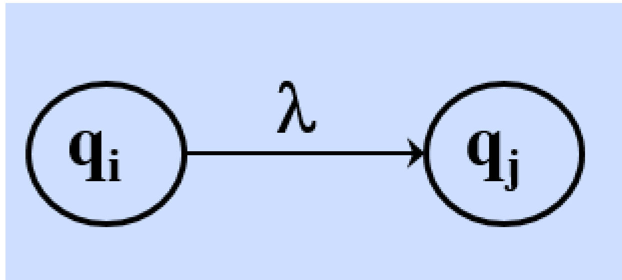
Lambda (λ) geçişi ile deterministic olamyan modelle genişletilen ve kullanımı kolaylaştıran sonlu özdevinir tanımı daha da genişletilir.

Lambda (λ) geçişi aslında soyut bir kavramdır. Lambda boş simge olarak düşünülebilir.

Lambda geçişi hiç bir giriş simgesi uygulanmadan gerçekleşen durum geçişine karşılık gelir.

$\delta(q_1, \lambda) = q_2$

Qi durumundaki makinenin hiçbir giriş uygulanamdan qj durumuna geçişini gösterir.



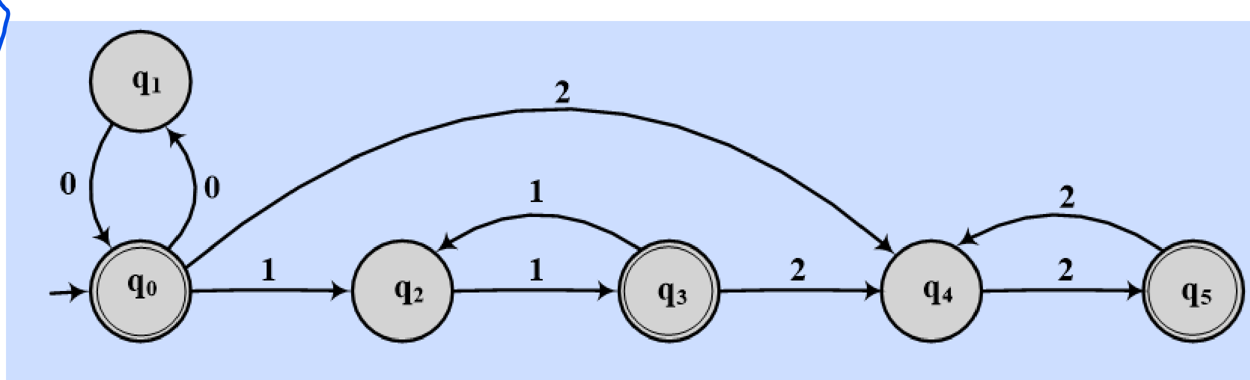
Bu durumda qi durumunda bulunan makinanın qj durumundada bulunduğu anlamı çıkar. Ancak tersi doğru değildir. Qi den qj ye λ **geçmesi varsa qi başlangıç durum ise qj de başlangıç durumudur. Qi uç durum ise qj uç durumdur.**

Örnek2: Tanıdığı küme 0,1 alfabesinde olan aşağıda tanımı verilen makineyi için lambda geçişsiz ve lambda geçişli makine modelini elde etmeye çalışalım.

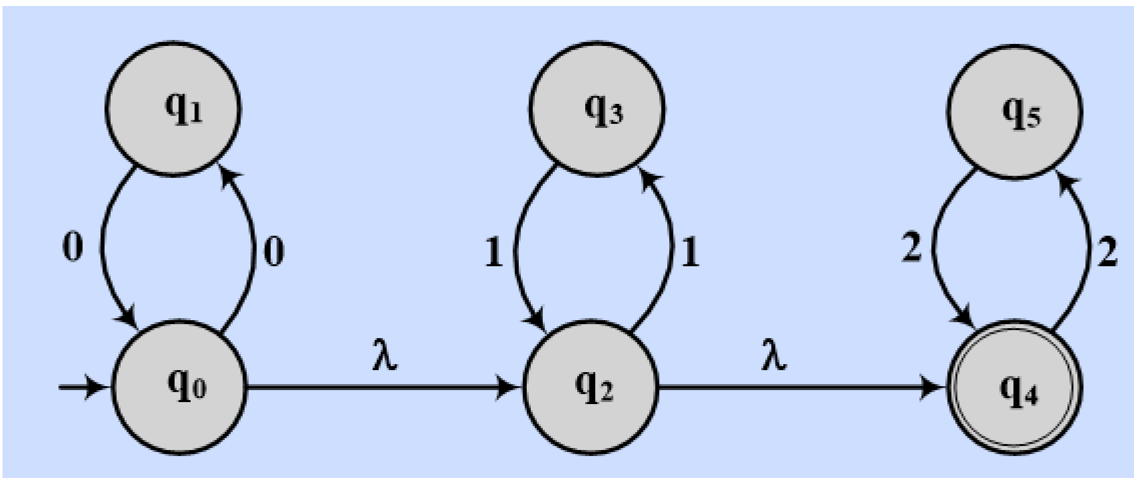
$$T(M_{1,4}) = \left\{0^{2n}1^{2m}2^{2k} \mid n \geq 0, m \geq 0, k \geq 0\right\}$$

Türetilen Bazı Dizgiler

n	**m**	**k**	
0	**0**	**0**	**Boşta**
0	**0**	**1**	**22**
0	**1**	**0**	**11**
0	**1**	**1**	**1122**
1	**0**	**0**	**00**
1	**0**	**1**	**0022**
1	**1**	**0**	**0011**
1	**1**	**1**	**001122**
1	**2**	**2**	**0011112222**
3	**2**	**1**	**000000111122**



Lambda Geçişli Model



Lambda (λ) Geçişisiz Eşdeğer Geçiş Çizeneğinin Bulunması

λ geçişli bir geçiş çizeneği verildiğinde λ geçişleri tek tek yok edilerek eş değer bir geçiş çizeneği elde etmek mümkündür.

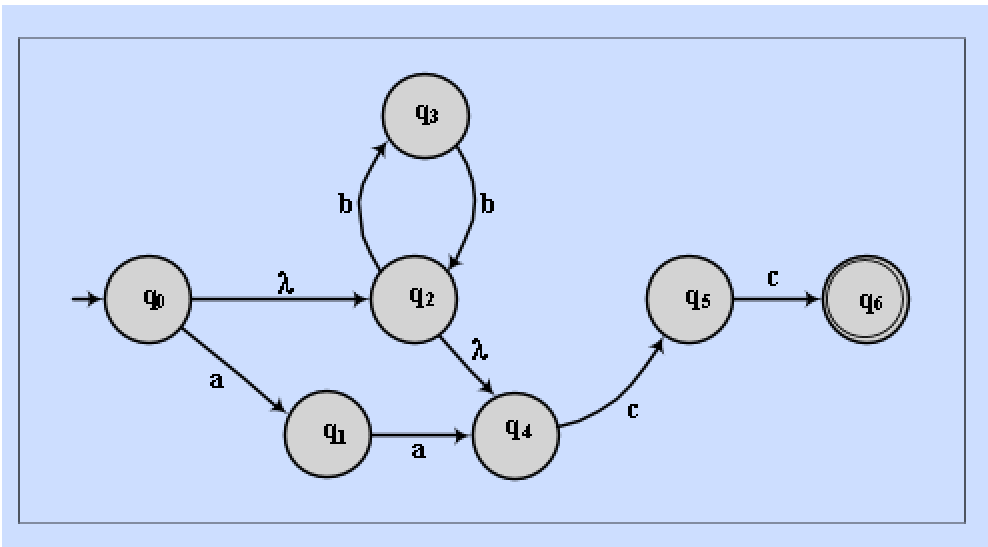
q1 ve q2 durumları arasında q1 den q2 ye λ geçişi var ise;

- q2 durumundan başlayan ve her durum geçişine $(\delta(q_2, a) = q_k)$ karşılık q1 durumundan başlayan ve aynı giriş simgesine ile aynı duruma ulaşan bir durum geçişi $(\delta(q_1, a) = q_k)$ eklendikten ,
- eğer q1 durumu başlangıç durumu ise q2 durumu da başlangıç durumu yapıldıktan ve,
- eğer q2 durumu bir uç durum ise q1 durumu da uç durum yapıldıktan sonra λ geçisi silinebilir.

Örnek 3: M makinesi {a,b,c} alfabesinde sıfır yada iki tane a ile yada çift sayıda b ile başlayıp cc ile biten dizgiler kümesini tanıyan makine olsun.

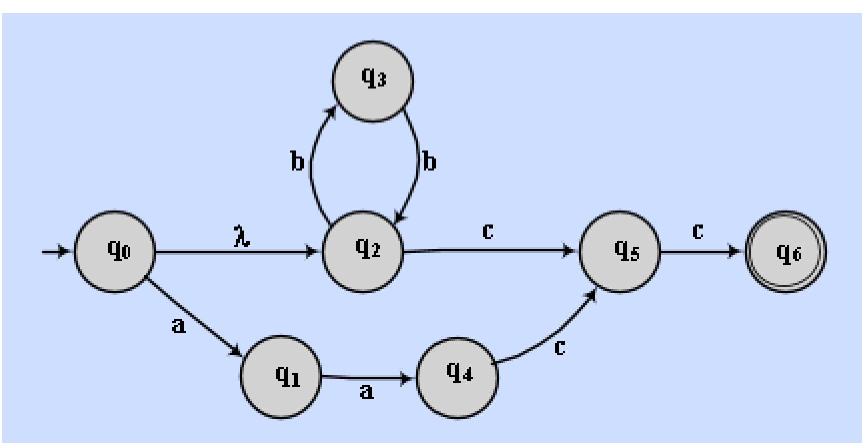
M makinesinin tanıdığı bazı dizgiler aşağodaki gibidir:

T(M)= {cc, aacc, bbcc, bbbbcc, bbbbbbcc……}



Bu çizeneğe eşdeğer λ geçişsiz geçiş çizeneğini elde edebilmek için önce **q2 ile q4** arasındaki sonra **q0 ile q2** arasındaki λ geçişleri yok edilir.

q2 ile **q4** arasındaki λ geçişini yok edebilmek için **q2** ile **q5** arasına c geçişi eklenir. Ve aşağıdaki şekil elde edilir.



qo ile q2 arasındaki λ geçişini yok edebilmek için ise **qo** ile **q3** arasına **b** geçişi , **q0** ile **q5** arasına **c** geçişi eklenip **q2** durumu başlangıç durumu yapılır. Ve λ geçişsiz geçiş çizeneği elde edilir.