Hafta 7

Sonlu Özdevinirlerin Tanıdığı Kümelerin Birer Düzgün Deyim Olarak Bulunması

Teorem 2.2

Her düzgün küme bir düzgün deyimle gösterilebilir. Düzgün kümeler, sonlu özdevinirler tarafından tanınan kümeler olduğu için, bu teoreme göre, verilen bir sonlu özdevinirin tanıdığı düzgün kümeyi bir düzgün deyimle göstermek mümkündür.

Bu teoremin ispatı için, verilen bir sonlu özdevinire karşı gelen düzgün deyimin nasıl elde edileceği gösterilecektir. Düzgün deyimin elde edilmesi için kullanılacak yöntem, denklem sistemi çözmeye dayalı olacaktır. Denklem sisteminin nasıl kurulacağı ve çözüleceğini örnekler üzerinde göstermeden önce, denklem sisteminin çözülmesinde yararlanılacak bir özelliği tanımlamak gereklidir.

Teorem 2.3

P, Q ve R aynı alfabede tanımlanmış düzgün deyimler ise ve P λ'yı içermiyorsa:

R = Q + RP
denkleminin tek çözümü R = QP* dır.

Denklem sistemlerinin çözümünde kullanılacak bu teoremin ispatı verilmeyecektir.

Tek başlangıç durumu bulunan bir geçiş çizeneği verildiğinde, her durum için aynı adı taşıyan bir düzgün deyim (küme değişkeni) tanımlanır. **A** durumu için tanımlanan **A** değişkeni, başlangıç durumundan başlayıp **A** durumunda son bulan tüm dizgileri içeren bir kümeye karşı gelir. Durumlar arası geçişler dikkate alınarak, her **A** durumu için, sol tarafında bu duruma karşı gelen değişken; sağ tarafında ise, **A** durumunda son bulan her

$$\delta(B, a_i) = A$$

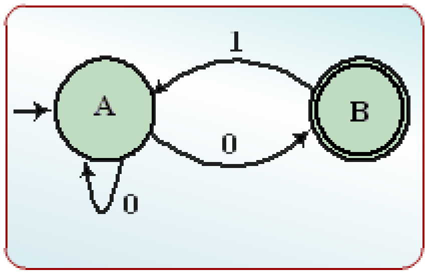
geçişi için **B**$\mathbf{a_i}$ çarpımının yer aldığı

$$A = \sum Ba_i$$

biçiminde bir denklem kurulur. Daha sonra da, teorem 2.3'den yararlanılarak denklem sistemi çözülür ve her değişken için bir düzgün deyim elde edilir. Sonlu özdevinirin tanıdığı küme, uç durumlara karşı gelen düzgün deyimlerin küme birleşimi **(+)** ile gösterilir.

Sonlu özdevinirlere karşı gelen düzgün deyimlerin nasıl bulunduğu iki örnek üzerinde gösterilecektir.

Örnek 1: Durum çizeneği aşağıdaki çizimde görülen sonlu özdevinirin tanıdığı kümeyi bir düzgün deyim olarak bulalım. Makinenin A ve B adlı iki durumu bulunduğu için iki değişkenli aşağıdaki denklem sistemi kurulur:



A =λ + A0 + B1 **(1)**

B = A0 **(2)**

Denklem (1)'de **B**'nin yerine denklem (2)'deki **A0** değeri konulduğunda:

A = λ+ A0 + A01 = λ+ A(0 + 01) **(3)**

elde edilir. Denklem (3), teorem 2.3 uygulanarak çözüldüğünde **A**'ya karşı gelen aşağıdaki düzgün deyim elde edilir:

A = λ(0 + 01)* = (0 + 01)* **(4)**

Denklem (2)'de **A**'nın yerine (4)'de elde edilen düzgün deyim konulduğunda, **B**'ye karşı gelen aşağıdaki düzgün deyim elde edilir:

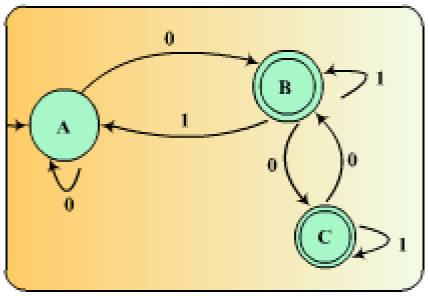
B = A0 = (0 + 01)*0 **(5)**

Makinenin tek uç durumu **B** olduğu için, aşağıdaki düzgün deyim makinenin tanıdığı kümeye karşı gelir:

T($M_{2.1}$) = (0 + 01)*0 **(6)**

Örnek 2:

Durum çizeneği aşağıda görülen sonlu özdevinirin tanıdığı kümeyi bir düzgün deyim olarak bulalım. Makinenin **A, B** ve **C** adlı üç durumu bulunduğu için üç değişkenli aşağıdaki denklem sistemi kurulur:



A = λ **+ A0 + B1** **(1)**

B = A0 + B1 + C0 **(2)**

C = B0 + C1 **(3)**

Üçüncü denkleme Teorem 2.3 uygulandığında:

C = $B01^*$ **(4)**

elde edilir.

İkinci denklemde **C**'nin yerine $\mathbf{B01^*}$ değeri konularak da:

$\mathbf{B = A0 + B1 + B01^*0 = A0 + B(1 + 01^*0)}$ **(5)**

elde edilir.

Teorem 2.3 kullanılarak yukarıdaki denklem çözüldüğünde ise:

$B = A0(1 + 01^*0)^*$ **(6)**

Birinci deklemde **B**'nin yerine yukarıdaki değer konulduğunda ise birinci denklem aşağıdaki biçime dönüşür:

$\mathbf{A = \lambda + A0 + A0(1 + 01^*0)^*1 = \lambda + A[0 + 0(1 + 01^*0)^*1]}$ (7)

Teorem 2.3 kullanılarak yukarıdaki denklem çözüldüğünde ise **A**'ya karşı gelen aşağıdaki düzgün deyim elde edilir:

$\mathbf{A = \lambda\ [0 + 0(1 + 01*0)*1]*= [0 + 0(1 + 01*0)*1]}$ **(8)**

Denklem (6)'da **A**'nın yerine (8)'de bulunan değeri konularak **B**'ye karşı gelen aşağıdaki düzgün deyim elde edilir.

$\mathbf{B = [0 + 0(1 + 01^*0)^*1]^*\ 0(1 + 01^*0)^*}$ (9)

Son olarak da denklem (4)'de **B**'nin yerine (9)'da bulunan değeri konularak **C**'ye karşı gelen düzgün deyim elde edilir.

$$\mathbf{C = [0 + 0(1 + 01^*0)^*1]^*\ 0(1 + 01^*0)^*\ 01^*}$$

Denklem sistemi çözülüp, her bir duruma karşı gelen düzgün deyim elde edildikten sonra, makinenin tanıdığı kümeye karşı gelen düzgün deyim aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\mathbf{T(M_{2.2}) = B + C = B + B01^* = B(\lambda + 01^*)}$$

$$\mathbf{T(M_{2.2}) = [0 + 0(1 + 01^*0)^*1]^*\ 0(1 + 01^*0)^*\ (\lambda + 01^*)}$$

3. DİLBİLGİSİ ve DİLLER

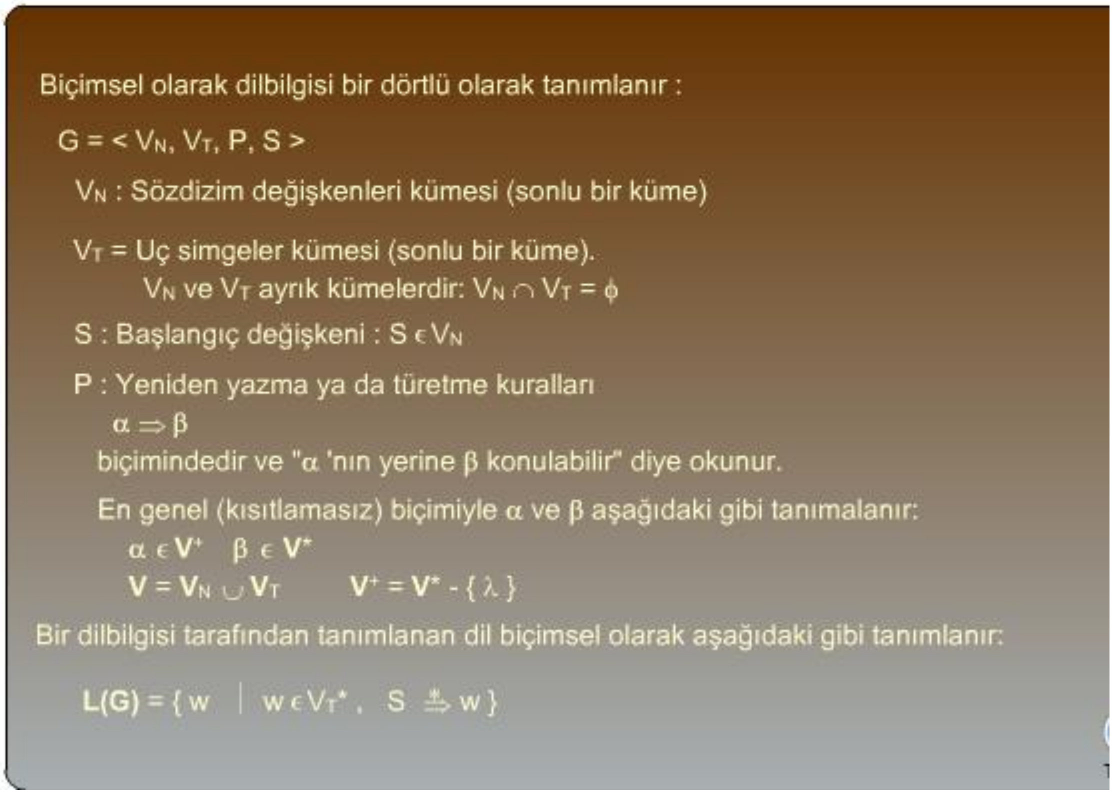
Her biçimsel dil belirli bir alfabe üzerinde tanımlanır. Alfabe ise sonlu sayıda simgeden oluşan bir kümedir. Alfabedeki simgelerin ardarda getirilmesi ile dizgiler (strings) oluşturulur. Biçimsel dil, bir alfabedeki simgelerden oluşturulan dizgilerin bir kümesidir. Buna göre, bir alfabedeki simgelerden oluşturulabilecek tüm dizgileri içeren kümeyi E ile gösterirsek, bu alfabe üzerinde tanımlanan her dil E'nin bir altkümesidir. E'deki dizgilerden, dilde yer alanlar dilin tümceleridir (sentences). Bir alfabe üzerinde tanımlanan biçimsel bir dil, bu alfebedeki simgelerden oluşan dizgileri "geçerli" ve "geçersiz" olmak üzere ikiye ayırır. Dilde yer alan ve dilin tümcelerini oluşturan dizgiler "geçerli", dilde yer almayan dizgiler ise "geçersiz" dizgilerdir. Biçimsel dil açısından dizgi (string), tümce (sentence) ve sözcük (word) terimleri birbirinin yerine kullanılabilmektedir. Bu derste, dizgi ve sözcük terimleri eşanlamlı kullanılacaktır. Tümce ise dilde yer alan dizgi ya da sözcükleri anlatmak için kullanılacaktır. Buna göre bir alfabe ve bu alfabe üzerinde tanımlı bir dil düşünüldüğünde, alfabedeki simgelerden oluşturulan ve dilde yer alan (geçerli) dizgiler dilin tümcelerini oluşturacaktır. Dilin hangi tümcelerden oluştuğunu gösteren kurallar bütünü ise dilbilgisi (grammar) olarak adlandırılacaktır.

Biçimsel dilbilgisi ve dillerin incelenmesinde, değişik harf grupları değişik alanlarda kullanılır. Harf grupları ile kullanım alanları arasındaki eşleme Çizelge 3.1'de görüldüğü gibidir.

Çizelge 3.1. Harf Grupları ve Kullanım alanları

Harf Grubu	Örnekler	Kullanım alanı
Latin alfabesinin başındaki büyük harfler	A, B, C ...	Sözdizim değişkenleri
Latin alfabesinin başındaki küçük harflar ve rakamlar	a, b, c, ..., 0, 1, 2, ..	Uç simgeler
Latin alfabesinin sonundaki büyük harfler	U, V, W, X, Y, Z, ..	Sözdizim değişkeni ya da uç simgeler
Latin alfabesinin sonundaki küçük harfler	u, v, w, x, y, z, ...	Uç simge dizgileri (sözcükler)
Yunan alfabesinin başındaki küçük harfler	α, β, γ, ...	Tümcesel yapılar

Dilbilgisi ve Dilin Biçimsel Yapısı



Yukarıdaki tanıma göre, bir dilin tümceleri, başlangıç simgesinden (**S**'den) başlanarak ve yeniden yazma kuralları yeterli sayıda kullanılarak elde edilen uç simge dizgileridir.

Örnek 1:

Örnek 3.1.

$G_{3.1} = < V_N, V_T, P, S >$

$V_N = \{ S \}$

$V_T = \{0, 1\}$

$P: \quad S \Rightarrow 0S1$

$\quad\quad S \Rightarrow 01$

$G_{3.1}$ tarafından türetilen tümcelerden birkaçını bulalım:

$S \Rightarrow 01$

$S \Rightarrow 0S1 \Rightarrow 0011$

$S \Rightarrow 0S1 \Rightarrow 00S11 \Rightarrow 000111$

Yukarıdaki tümce örneklerinden $L(G_{1,3})$ dilinin aşağıdaki gibi tanımlanabileceği görülmektedir:

$L(G_{3.1}) = \{ 0^n 1^n \mid n \geq 1 \}$

Dilbilgisi ve Dillerin Sınıflandırılması:

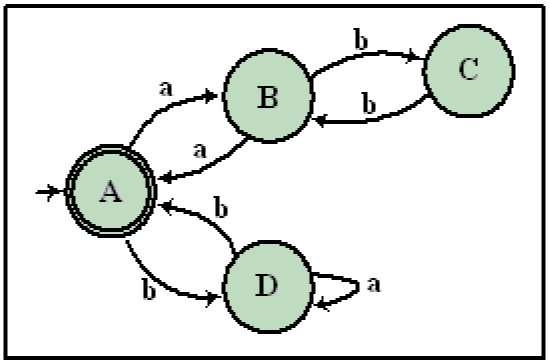
Dilbilgisi ve türettikleri diller, yeniden yazma kurallarının özelliklerine göre:

- tür-0 ya da kısıtlamasız dilbilgisi ve diller,
- tür-1 ya da bağlama-bağımlı dilbilgisi ve diller,
- tür-2 ya da bağlamdan-bağımsız dilbilgisi ve diller,
- tür-3 ya da düzgün dilbilgisi ve diller

olmak üzere 4 sınıfa ayrılır.

Bazı Soru Örnekleri:

1. Aşağıda verilen M makinesinin tanımlayan düzgün deyim aşağıdakilerden hangisidir.



A) $(a(bb)^*a+b)$

B) $(aa+ba^*b)^*$

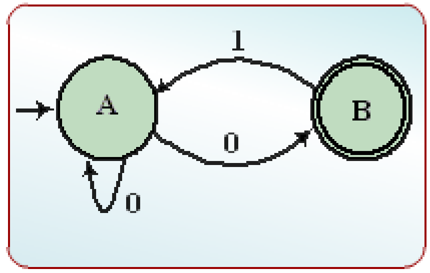
C) $(a(bb)a+ba^*b)$

D) $(a(bb)^*a+ba^*b)^*$

E) $(a(bb)a+ba)$

Doğru Cevap D

2. Durum çizeneği aşağıdaki çizimde görülen sonlu özdevinirin tanıdığı kümeyi bir düzgün deyim olarak bulunması için her durum için yazılması gereken denklemler ve elde edilmesi gereken düzgün deyim hangi seçenekte doğru olarak verilmiştir.



I)
$$A = \lambda + A0 + B1$$
$$B = A0$$
$$L = (0 + 01)^*0$$

II)
$$A = \lambda + A0 + B1$$
$$B = A0$$
$$L = (0 + 01)^*0$$

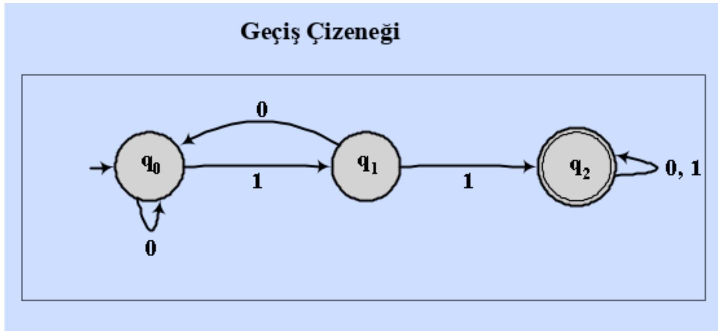
III)
$$A = \lambda + A0 + B1$$
$$B = A0$$
$$L = (0 + 01)^*0$$

IV)
$$A = \lambda + A0 + B1$$
$$B = A0$$
$$L = (0 + 01)^*0$$

V)
$$A = \lambda + A0 + B1$$
$$B = A0$$
$$L = (0 + 01)^*0$$

Soru 2 Cevap: A

3. Aşada verilen M makinesine ilişkin verilen bilgilerden hangisi veya hangileri doğrudur.



I) Verilen makine bir DFA dır.
II) İçerisinde 11 alt dizgisi bulunan kümeyi tanır.
III) Makine 0101 alt dizgisini tanır
IV) 01001100 alt dizgisini tanır
V) Makinede sadece bir başlangıç durumu ve bir uç durumdan oluşur.

A)Yalnız I
B)I ve III
C)II, III ve V
D) I, II, ve IV
E) I, II, III, IV ve V

Soru 3 Cevap D