

Hafta 8

Tür-0 Dilbilgisi ve Dil

Tür-0 ya da kısıtlamasız dilbilgisinin yeniden yazma kuralları

$$\alpha \Rightarrow \beta \quad : \quad \alpha \in V^+ \quad \beta \in V^*$$

biçimindedir. Tür-0 dilbilgisi tarafından türetilen dile tür-0 dil denir. Tür-0 dillere **özyineli sayılabilir (recursively enumerable)** diller de denir. Kısaca “r.e.” diye nitelenen özyineli sayılabilir diller için, dilin tümcelerini ardarda türeten bir yordam (procedure) bulunabilir. r.e. diller için, bir tümce verildiğinde, bu tümcenin dilde yer alıp almadığını (dolayısıyla geçerli bir tümce olup olmadığını) belirleyen bir yordam da bulunabilir.

Örnek :

$$\begin{aligned} G_{3.2} &= \langle V_N, V_T, P, S \rangle \\ V_N &= \{ S, L, R, A, B, C \} \\ V_T &= \{ a \} \\ P : \quad S &\Rightarrow LAaR \\ Aa &\Rightarrow aaA \\ AR &\Rightarrow BR \mid C \\ aB &\Rightarrow Ba \\ LB &\Rightarrow LA \\ aC &\Rightarrow Ca \\ LC &\Rightarrow \lambda \end{aligned}$$

Tür-0 bir dilbilgisi olan $G_{3.2}$ tarafından türetilen tümcelerden birkaçını bulalım:

$$\begin{aligned} S &\Rightarrow LAaR \Rightarrow LaaAR \Rightarrow LaaC \Rightarrow LaCa \Rightarrow LCaa \Rightarrow aa \\ S &\Rightarrow LAaR \Rightarrow LaaAR \Rightarrow LaaBR \Rightarrow LaBaR \Rightarrow LBaaR \\ &\Rightarrow LAaaR \Rightarrow LaaAaR \Rightarrow LaaaaAR \Rightarrow LaaaaC \\ &\Rightarrow LaaaCa \Rightarrow LaaCaa \Rightarrow LaCaaa \Rightarrow LCaaaa \Rightarrow aaaa \end{aligned}$$

Yukarıda türetilen örnek tümceler ve dilbilgisinin kuralları dikkatle incelendiğinde $L(G_{3.2})$ dilinin tanımının aşağıdaki gibi olduğu bulunabilir.

$$L(G_{3.2}) = \{ a^i \mid i = 2^n, n \geq 1 \}$$

Tür-1 Dilbilgisi ve Dil

Tür-1 dilbilgisinin yeniden yazma kuralları

$$\alpha \Rightarrow \beta \quad : \quad \alpha \in V^+ \quad \beta \in V^* \quad |\alpha| \leq |\beta|$$

biçimindedir. Görüldüğü gibi, tür-1 dilbilgisinde, tür-0 dilbilgisine göre $|\alpha| \leq |\beta|$ kısıtlaması getirilmektedir.

Tür-1 dilbilgisine **bağlama-bağımlı (context sensitive)** dilbilgisi de denir. Çünkü tür-1 dilbilgisi, yeniden yazma kurallarının tümü.

$$\alpha_1 A \alpha_2 \Rightarrow \alpha_1 \beta \alpha_2 \quad A \in V_N, \quad \alpha_1, \alpha_2, \beta \in V^*$$

biçiminde olan bir normal biçime (normal form) dönüştürülebilir. Bu normal biçimde, $\alpha_1 \dots \alpha_2$ bağlamında A'nın yerine β konulabildiği için, dilbilgisi bağlama-bağımlı dilbilgisi olarak adlandırılmaktadır.

Tür-1 dilbilgisi tarafından türetilen dile tür-1 ya da bağlama-bağımlı dil denir. Tür-1 dilin diğer bir adı **özyineli (recursive)** dildir. Kısaca “r.” olarak nitelenen özyineli diller için, bir tümce verildiğinde, bu tümcenin dilde yer alıp almadığını (dolayısıyla geçerli bir tümce olup olmadığını) belirleyen bir algoritma bulunabilmektedir. Oysa tür-0 diller için tümcenin dilde yer alıp almadığını belirleyen bir yordam bulunabilmektedir. Algoritmanın her zaman sonlanan bir yordam olduğu düşünüldüğünde, özyineli (r.) dillerin, özyineli sayılabilir (r.e.) dillerin bir alt sınıfı olduğu görülmektedir.

Örnek:

$$G_{3.3} = \langle V_N, V_T, P, S \rangle$$

$$V_N = \{S, A, B\}$$

$$V_T = \{a, b, c\}$$

$$P : S \Rightarrow aSAB$$

$$S \Rightarrow aAB$$

$$BA \Rightarrow AB$$

$$aA \Rightarrow ab$$

$$bA \Rightarrow bb$$

$$bB \Rightarrow bc$$

$$cB \Rightarrow cc$$

$G_{3.3}$ tarafından türetilen tümcelerden birkaçını bulalım:

$$S \Rightarrow aAB \Rightarrow abB \Rightarrow abc$$

$$S \Rightarrow aSAB \Rightarrow aaABAB \Rightarrow aabBAB \Rightarrow aabABB \Rightarrow aabbBB \\ \Rightarrow aabbcbB \Rightarrow aabbcc$$

$G_{3.3}$ tür-1 bir dilbilgisidir. Yukarıdaki örneklerden, $L(G_{3.3})$ dilinin aşağıdaki gibi tanımlanabileceği görülmektedir:

$$L(G_{3.3}) = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 1\}$$

Tür-2 Dilbilgisi ve Dil

Tür-2 dilbilgisinin yeniden yazma kuralları

$$A \Rightarrow \beta : A \in V_N \quad \beta \in V^*$$

biçimindedir. Yeniden yazma kurallarının sol tarafında tek bir değişken (A) yer almaktadır. Yeniden yazma kuralı, hangi bağlamda olursa olsun, A 'nın yerine β konulabileceğini tanımlamaktadır. Bu özelliği nedeniyle tür-2 dilbilgisine **bağlamdan-bağımsız (context free)** dilbilgisi denir.

Tür-2 dilbilgisi tarafından türetilen dillere tür-2 ya da bağlamdan-bağımsız diller denir. Tür-2 dilbilgisi ve diller bilgisayar mühendisliği açısından büyük önem taşır. Çünkü programlama dilleri

ve yazılım ürünlerinin birçok kesiminde bu model kullanılır Yukarıda verilen dilbilgisi örneklerinden **G_{3.1}** tür-2 bir dilbilgisidir. Buna karşılık **G_{3.2}** ve **G_{3.3}** tür-2 dilbilgileri değildir.

$$\mathbf{G_{3.4}} = \langle \mathbf{V_N}, \mathbf{V_T}, \mathbf{P}, \mathbf{S} \rangle$$

$$\mathbf{V_N} = \{ \mathbf{S}, \mathbf{A}, \mathbf{B} \}$$

$$\mathbf{V_T} = \{ \mathbf{a}, \mathbf{b} \}$$

$$\mathbf{P} : \mathbf{S} \Rightarrow \mathbf{aB} \mid \mathbf{bA}$$

$$\mathbf{A} \Rightarrow \mathbf{a} \mid \mathbf{aS} \mid \mathbf{bAA}$$

$$\mathbf{B} \Rightarrow \mathbf{b} \mid \mathbf{bS} \mid \mathbf{aBB}$$

G_{3.4} tarafından türetilen tümcelerden birkaçını bulalım:

$$\mathbf{S} \Rightarrow \mathbf{bA} \Rightarrow \mathbf{baS} \Rightarrow \mathbf{babA} \Rightarrow \mathbf{baba}$$

$$\mathbf{S} \Rightarrow \mathbf{aB} \Rightarrow \mathbf{abS} \Rightarrow \mathbf{abbA} \Rightarrow \mathbf{abbaS} \Rightarrow \mathbf{abbaaB} \Rightarrow \mathbf{abbaab}$$

$$\mathbf{S} \Rightarrow \mathbf{bA} \Rightarrow \mathbf{bbAA} \Rightarrow \mathbf{bbaSA} \Rightarrow \mathbf{bbaaBA} \Rightarrow \mathbf{bbaabSA}$$

$$\Rightarrow \mathbf{bbaabaBA} \Rightarrow \mathbf{bbaababA} \Rightarrow \mathbf{bbaababa}$$

G_{3.4} tür-2 bir dilbilgisidir. Dilbilgisinin kuralları ve yukarıdaki örnekler dikkatle incelendiğinde, **L(G_{3.4})** dilinin, { **a**, **b** } alfabesinde eşit sayıda **a** ve **b** içeren dizgiler kümesi olduğu görülür.

Tür-3 Dilbilgisi ve Dil

Tür-3 dilbilgisinin yeniden yazma kuralları

$$\mathbf{A} \Rightarrow \mathbf{aB}$$

$$\mathbf{A} \Rightarrow \mathbf{a}$$

$$\mathbf{A} \Rightarrow \lambda \quad : \quad \mathbf{A}, \mathbf{B} \in \mathbf{V_N} \quad , \quad \mathbf{a} \in \mathbf{V_T}$$

biçimindedir. Yeniden yazma kurallarının sol tarafında tek bir değişken (**A**); sağ tarafında ise ya tek bir uç simge ya da bir uç simge ile bir değişken yer almaktadır. Tür-3 dilbilgisi tarafından türetilen dile tür-3 ya da **düzgün (regular)** dil denir. Daha önce örnek olarak verilen dilbilgilerinden yalnız **G_{3.1}** tür-3 bir dilbilgisidir. **G_{3.2}**, **G_{3.3}** ve **G_{3.4}** ise tür-3 değildir.

Örnek:

$$G_{3,5} = \langle V_N, V_T, P, S \rangle$$

$$V_N = \{ S, A, B \}$$

$$V_T = \{ 0, 1 \}$$

$$P : S \Rightarrow 0S \mid 0A \mid 0 \mid \lambda$$

$$A \Rightarrow 0B$$

$$B \Rightarrow 1S$$

$G_{3,5}$ tarafından türetilen tümcelerden birkaçını bulalım:

$$S \Rightarrow 0S \Rightarrow 00$$

$$S \Rightarrow 0A \Rightarrow 00B \Rightarrow 001S \Rightarrow 001$$

$$S \Rightarrow 0S \Rightarrow 00A \Rightarrow 000B \Rightarrow 0001S \Rightarrow 00010A$$

$$\Rightarrow 000100B \Rightarrow 0001001S \Rightarrow 00010010$$

$G_{3,5}$ tür-3 bir dilbilgisidir. Dilbilgisinin kuralları ve yukarıdaki örnekler dikkatle incelendiğinde, $L(G_{3,5})$ dilinin “{ 0, 1 } alfabesinde, içindeki her 1’den önce en az iki tane 0 bulunan dizgiler kümesi” olduğu görülür.