

TURING MAKİNELERİ

Turing makineleri, genel amaçlı bilgisayarlar için matematiksel bir modeldir. Herhangi bir makineyle yapılabilecek işlemleri Turing makinesi ile modellemek mümkündür. Başka bir deyişle, bir işlemin herhangi bir makineyle yapılabilmesi için, bu işlemin Turing makineleriyle yapılabilir (modellenebilir) bir işlem olması gerekir. Bu özellikleri dolayısıyla Turing makinesi modeli, genel amaçlı sayısal bilgisayarlar için önemli bir modeldir.

Turing makinelerinin kullanım alanları aşağıdaki gibi sınıflandırılabilir:

- 1) Dil tanıyıcı:** Turing makineleri kısıtlamasız (unrestricted) ya da özyineli sayılabilir (r.e. : recursively enumerable) dilleri tanımak için kullanılabilir. Buna göre Turing makinesi, verilen bir tümcenin dilin bir tümcesi olup olmadığını bulabilir.
- 2) Hesaplayıcı:** Turing makineleri, kısmi özyineli tamsayı fonksiyonların (partially recursive integer functions) hesaplanmasında kullanılabilir.
- 3) Dil üreticisi:** Turing makineleri ile, r.e. dillerin tümcelerini ardarda üretmek mümkündür. Eğer biçimsel bir dil bir Turing makinesi tarafından üretilebiliyorsa bu dil r.e. bir dildir. Diğer atarftan her r.e. dil için, dilin tüm tümcelerini ardarda üreten bir Turing makinesi vardır.

Biçimsel olarak, Turing makinesinin temel modeli bir yedili olarak tanımlanır.

$$M = \langle Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, B, F \rangle$$

Q: Sonlu sayıda durum içeren Durumlar Kümesi

Σ : Sonlu sayıda giriş simgesinden oluşan Giriş Alfabeti

Γ : Sonlu sayıda simge içeren Şerit Alfabeti. Şerit alfabeti, giriş alfabetinin tüm simgelerini içeren bir kümedir: $\Gamma \supseteq \Sigma$

q_0 : Başlangıç durumu ($q_0 \in Q$)
Başlangıç durumu durumlar kümesinin bir elemanı olduğuna göre Q boş olmayan bir kümedir.

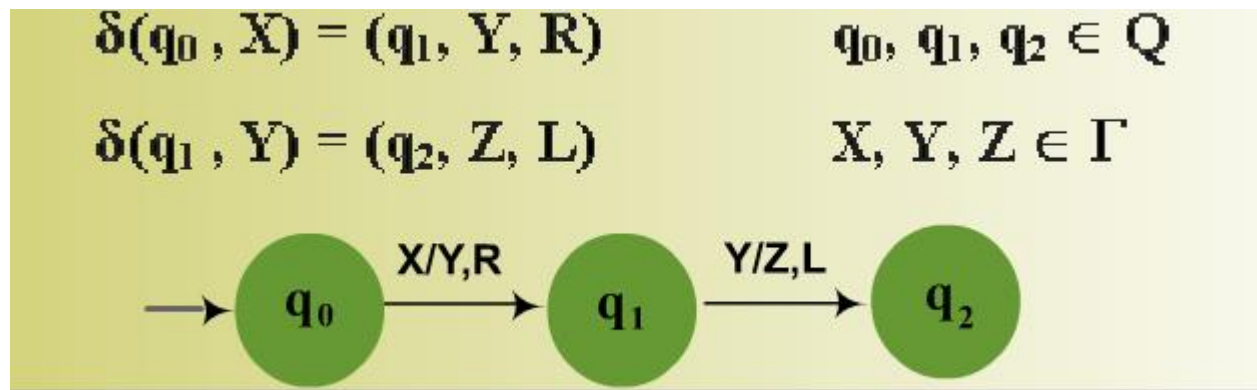
B: Şerit alfabesindeki simgelerden blank olarak adlandırılan özel bir simge. **B** şerit alfabesinde yer alan ancak giriş alfabesinde yer almayan bir simgedir:
 $B \in \Gamma, \quad B \notin \Sigma$

F : Uç durumlar kümesi Durumlar kümesinin bir altkümesidir : $F \subseteq Q$

δ : Geçiş ya da hareket işlevi (transition or move function)
 Turing makinelerinin temel modeli deterministik bir modeldir. Bu modelde, hareket işlevi

$[Qx\Gamma]$ 'dan $[Qx\Gamma x \{L,R\}]$ 'ye

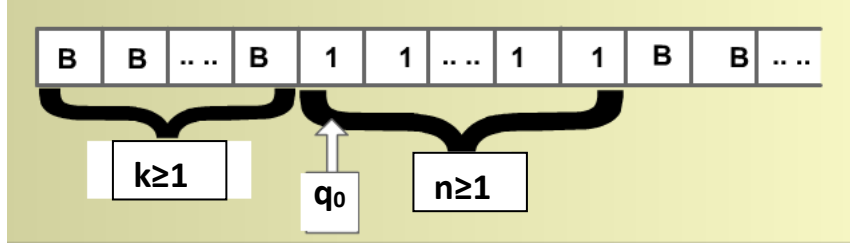
bir eşleme oluşturur. Bu tanımda yer alan L ve R simgeleri, hareketin sonunda okuma kafasının bir sağdaki (**R**) ya da bir soldaki (**L**) hücreye geçeceğini gösterir. Okuma kafasının hareketiyle ilgili seçenekler arasına “sağa/sola hareket etmeyip aynı hücre üzerinde kalma (**S**)” seçeneğini eklemek ve iki elemanlı $\{L, R\}$ kümesi yerine üç seçenekli $\{L, R, S\}$ kümesini kullanmak da mümkündür. Ancak bu kitapta çoğunlukla $\{L, R\}$ kümesi kullanılacak ve Turing makineleri oluşturulurken, okuma kafasının her harekette bir sağ ya da bir sol hücreye geçmesi sağlanacaktır. Buna göre Turing makinesinin hareketleri aşağıdaki örneklerde görüldüğü gibi tanımlanacak, istenirse hareketler bir çizenekle de gösterilecektir.



Örnek 1:

n sıfırdan büyük pozitif bir tamsayı veya sıfır olmak üzere $f(n) = 2n$ değerini hesaplayan Turing makinesini tasarlayalım. Makinede n sayısı, yanyana n tane 1 simgesiyle gösterilir.

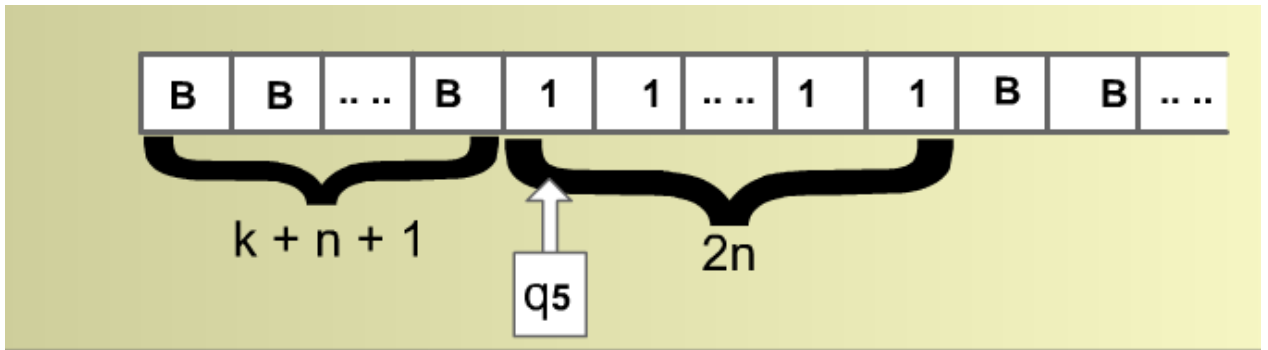
Başlangıç konfigürasyonu:



Hesaplama yöntemi:

1. 1'ler öbeğinin sağındaki ilk hücreye bir işaretleyici (örneğin ϵ) yazılır.
2. 1'ler öbeğinin en solundaki 1, yerine B yazılarak silinir. Silinen 1'e karşılık, sağdaki ilk iki B'nin yerine 1 yazılır.
3. 2'deki işlemler, ϵ 'nin solundaki 1'ler bitinceye kadar tekrarlanır. ϵ 'nin solundaki 1'ler bittiğinde, ϵ 'nin yerine B yazılır ve hesaplama biter.

Bitiş konfigürasyonu:



Makinenin biçimsel tanımı:

$$M_{6.1} = \langle Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, B, F \rangle$$

$$Q = \{ q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5 \}$$

$$\Sigma = \{ 1 \}$$

$$\Gamma = \{ B, 1, \epsilon \}$$

q_0 : Başlangıç durumu.

$F = \Phi$ (makine bir tanıyıcı değil, bir hesaplayıcı olduğundan, uç durum anlamsızdır.)

Durumların anlamları:

q_0 : Başlangıç durumu. 1'ler öbeğinin sağına işaretleyicinin $\{ \epsilon \}$ konulduğu durum bu durumdur.

q_1 : Sola ilerleyip ilk B'nin bulunduğu durum.

q_2 : 1'ler öbeğinin en solundaki 1'in silindiği durum.

q_3 : Sağa ilerleyip ilk B'nin bulunduğu ve yerine **1** yazıldığı durum.

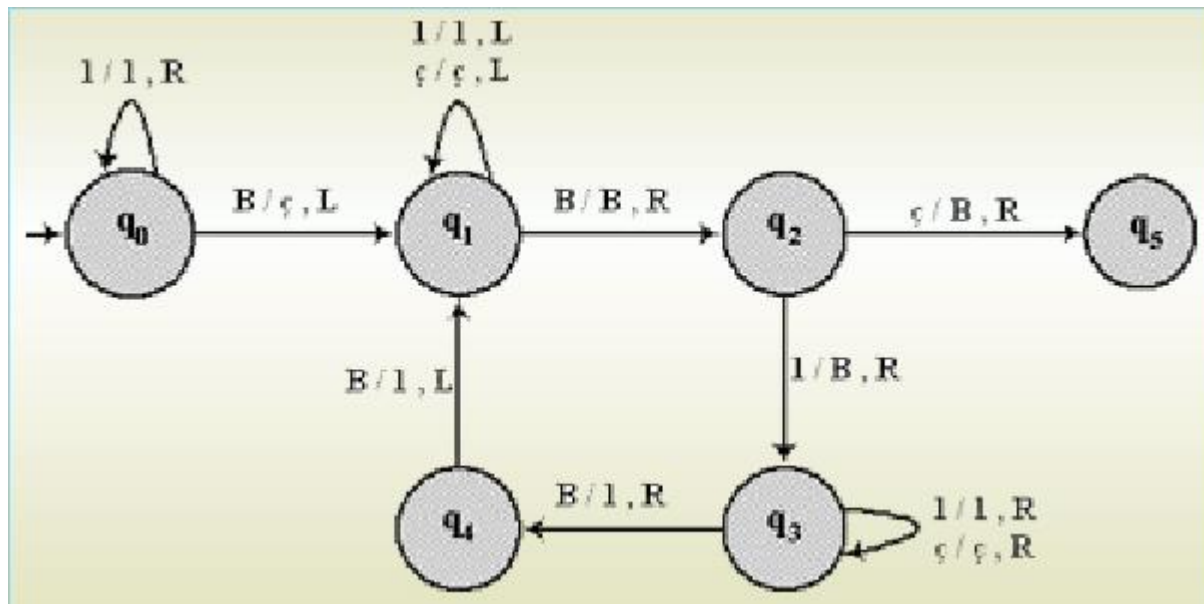
q_4 : İkinci B'nin yerine 1 yazıldığı durum.

q_5 : Son durum. Hesaplama tamamlandığında makine bu duruma gelir ve durur.

Hareket Çizelgesi:

	1	ç	B
q_0	$(q_0, 1, R)$	-	$(q_1, ç, L)$
q_1	$(q_1, 1, L)$	$(q_1, ç, L)$	(q_2, B, R)
q_2	(q_3, B, R)	(q_5, B, R)	-
q_3	$(q_3, 1, R)$	$(q_3, ç, R)$	$(q_4, 1, R)$
q_4	-	-	$(q_1, 1, L)$
q_5	-	-	-

Hareket Çizeneği



Turing Makine Modelinde Yapılan Değişiklikler

- Turing makinesi modelinde bir dizi değişiklik yapılabilir. Bu değişiklikler modelin kullanımında esneklik ve kolaylıklar sağlar. Ancak modelin gücünde hiçbir değişiklik yapmaz. Hangi değişik model kullanılırsa kullanılsın, yapılan hesaplamayı ya da tanımayı temel model bir Turing makinesi ile yapmak mümkündür. Turing makinesi modelinde yapılabilecek değişikliklerden başlıcaları aşağıdaki gibi sıralanabilir.

1. İki yönlü sonsuz şerit kullanan Turing makinesi
2. Çok şeritli Turing makinesi
3. Çok izli Turing makinesi
4. Birden çok okuma kafası bulunan Turing makinesi
5. Çok boyutlu Turing makinesi
6. *Off-line* Turing makinesi
7. Deterministik olmayan Turing makinesi

6.4. Chomsky Sıradüzeni

- Biçimsel diller ve biçimsel dillere karşı gelen makine modellerini aşağıdaki gibi sıralayabiliriz :

Biçimsel Dil Sınıfı	Makine Modeli
Tür-3 ya da düzgün diller	Sonlu Özdevinirler (FA)
Tür-2 ya da bağlamdan-bağımsız diller	Yığıtlı Özdevinirler (PDA)
Tür-1 ya da bağlama-bağımlı diller	Doğrusal-Sınırlı Özdevinirler (LBA)
Tür-0 ya da kısıtlamasız diller	Turing makinesi (TM)

- Ders kapsamında yer almayan LBA modeli çok kısa olarak, Turing makinesi modelinin şerit kapasitesi sınırlı bir biçimdir ve şerit kapasitesindeki sınırlama giriş dizgisi tarafından belirlenir.

Bölüm 6 : Turing Makineleri

□ Biçimsel dil ve makine sınıfları arasındaki ilişki ise aşağıdaki gibi özetlenebilir :

1. Sonlu özdevinirler düzgün dilleri tanıyan makinelerdir.
2. Yığıtlı özdevinirler bağlamdan-bağımsız dilleri tanıyan makinelerdir.
3. Doğrusal-sınırlı özdevinirler bağlama-bağımlı dilleri tanıyan makinelerdir.
4. Turing makineleri ise kısıtlamasız dilleri tanıyan makinelerdir.

□ Yukarıda sıralanan dil sınıfları birbirinden bağımsız değildir. Biçimsel dil sınıfları arasındaki sıradüzen Chomsky sıradüzeni (*Chomsky hierarchy*) olarak bilinir ve kısaca aşağıdaki gibi ifade edilebilir (bakınız bir sonraki *Slide*):

1. Her bağlama-bağımlı dil aynı zamanda bir kısıtlamasız dildir. Başka bir deyişle bağlama-bağımlı dil sınıfı kısıtlamasız dil sınıfının bir altsınıfıdır.
2. Her bağlamdan-bağımsız dil aynı zamanda bir bağlama-bağımlı dildir. Başka bir deyişle bağlamdan-bağımsız dil sınıfı, bağlama-bağımlı dil sınıfının bir altsınıfıdır.
3. Her Düzgün dil aynı zamanda bir bağlamdan-bağımsız dildir. Başka bir deyişle düzgün diller sınıfı, bağlamdan bağımsız diller sınıfının bir altsınıfıdır.