

## Hafta 5

### Çıkış Üreten Özdevinirler

Sonlu özdevinirler iki gruba ayrılmıştı:

a) Sonlu Durum Tanıyıcıları

b) Çıkış Üreten Özdevinirler

Çıkış üreten özdevinir modeli girişine uygulanan bir giriş dizgisine yanıt olarak bir çıkış dizgisi üreten bir modeldir. Bundan dolayı çıkış üreten özdevinir modeli giriş dizgilerini çıkış dizgilerine dönüştüren bir model olarak tanımlanabilir.

Sonlu özdevinirler iki ana türü “**tanıyıcılar**” ve “**dönüştürücüler**” olarak adlandırılabilir.

Çıkış üreten özdevinirlerin Moore ve Mealy makinesi olarak adlandırılan iki türü bulunur. Moore Makinesi durum düzeyinde çıkış üreten bir model iken Mealy makinesi durum geçiş düzeyinde çıkış üreten bir modeldir.

#### Moore Makinesi:

Moore Makinesi bir altılı olarak tanımlanır:

$$M = \langle Q, \Sigma, \Delta, \delta, \lambda, q_0 \rangle$$

$Q$  : Sonlu Durumlar Kümesi

$\Sigma$  : Giriş Alfabeti (Sonlu Bir Küme)

$\Delta$  : Çıkış Alfabeti (Sonlu Bir Küme)

$\delta$  : Durum Geçiş İşlevi :  $(Q \times \Sigma) \rightarrow Q$  'dan  $Q$  'ya bir eşleme

$\lambda$  : Çıkış İşlevi :  $Q \rightarrow \Delta$  'ya bir eşleme

$q_0$  : Başlangıç Durumu :  $q_0 \in Q$

Moore Makinesi DFA modelinin genellemesi olarak görülebilir. Başka bir deyişle DFA modeli özel bir Moore Makinesi olarak düşünülebilir.

Moore Makinesinin Durum geçiş işlevleri  $\delta$  ile çıkış işlevi ise  $\lambda$  bir tablo veya şekil ile gösterilebilir. Moore Makinesini tanımlamak için oluşturulan tablo çoğunlukla “Durum Tablosu (Çizeneği) (State Table)” çizeneği ise “Durum Çizeneği (State Diagram)” olarak adlandırılır.

**Örnek:** M makinesi girişine uygulanan ikili sayı X ise çıkışında  $z = \text{Mod}(X, 5)$  değerini üreten Moore Makinesi olarak tanımlanıyor.

$$M = \langle Q, \Sigma, \Delta, \delta, \lambda, q_0 \rangle$$

$$Q: \{A, B, C, D, E\}$$

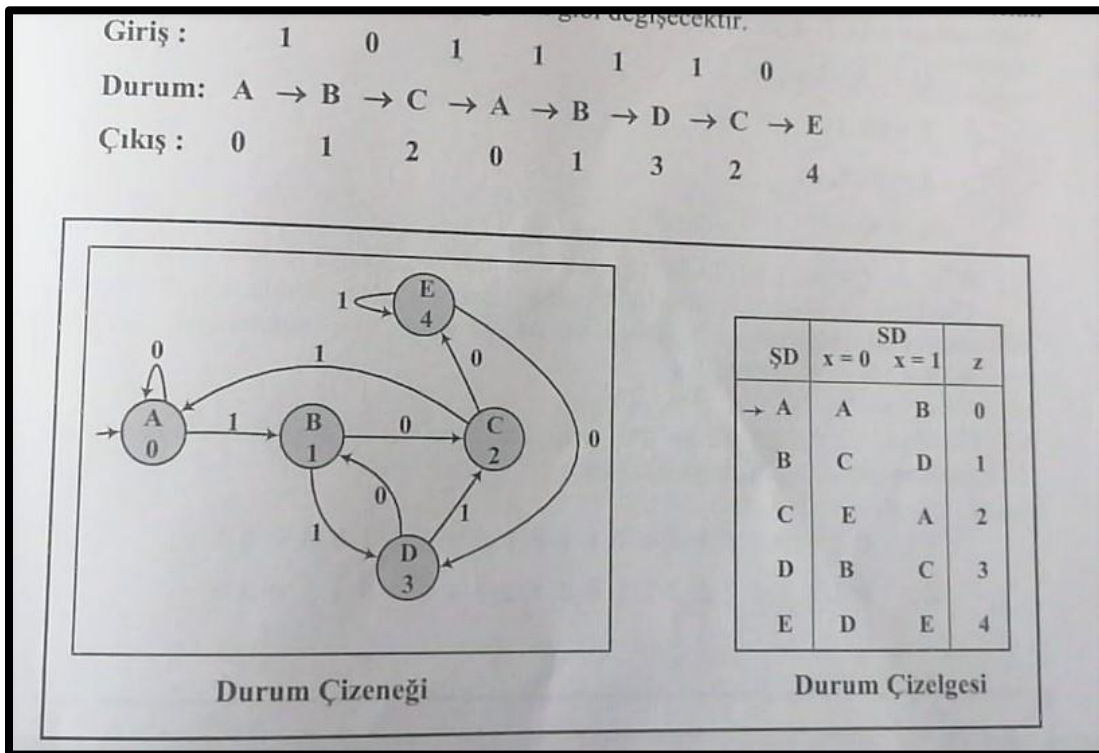
$$\Sigma: \{0, 1\}$$

$$\Delta: \{0, 1, 2, 3, 4\}$$

$$q_0: A$$

$\delta$  ve  $\lambda$  tanımı aşağıdaki şekilde gösterilmektedir.

M makinesine örneğin **w=1011110** giriş dizgisi uygulandığında makinenin durumları aşağıdaki gibi değişmektedir.



## Mealy Makinesi

Mealy makineside moore makinesi gibi bir altılı olarak tanımlanır.

$$M = \langle Q, \Sigma, \Delta, \delta, \lambda, q_0 \rangle$$

Altılının çıkış işlevi  $\lambda$  dışındaki 5 elemanının tanımı Moore makinesindekilerle aynıdır. Başak bir ifade ile Moore ve Mealy makineleri arasındaki tek fark çıkış işlevindedir. Moore makineleri için  $Q$ 'dan  $\Delta$ 'ya bir eşleme olarak tanımlana çıkış işlevi Mealy makineleri için  $(Q \times \Sigma)$ 'dan  $\Delta$ 'ya bir eşleme olarak tanımlanır.

Örnek:

$$M = \langle Q, \Sigma, \Delta, \delta, \lambda, q_0 \rangle$$

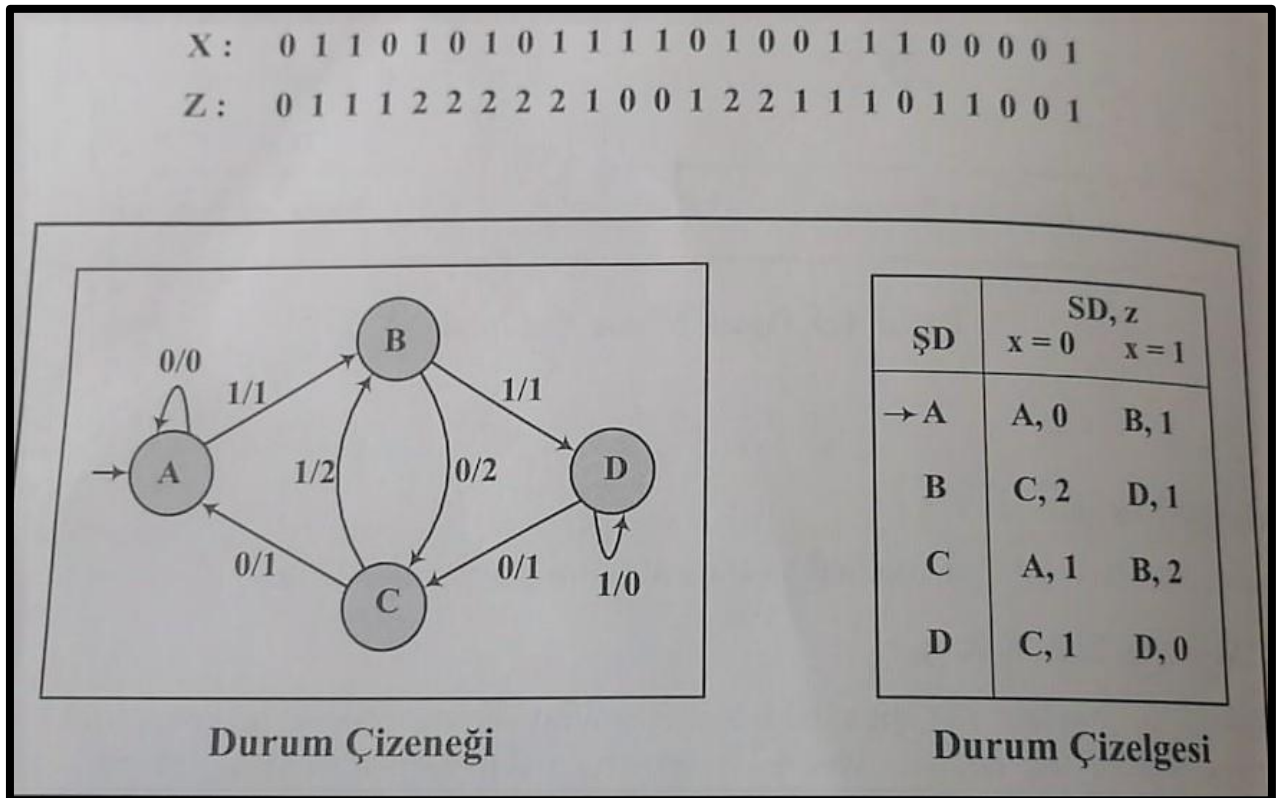
$$Q: \{A, B, C, D\}$$

$$\Sigma: \{0, 1\}$$

$$\Delta: \{0, 1, 2\}$$

$$q_0: A$$

$\delta$  ve  $\lambda$  aşağıdaki şekilde verilen durum çizeneği ve durum çizelgesi ile tanımlanmaktadır. Yapılan tasarıma göre makinenin durumları önceki iki giriş simgesi değerinin 00, 01, 10, 11 olmasına göre sırasıyla A, B, C, D olmaktadır. Örnek bir giriş dizgisi ile bu giriş dizgisine karşılık makinenin üretmesi gereken çıkış dizgisi aşağıdaki gibidir:

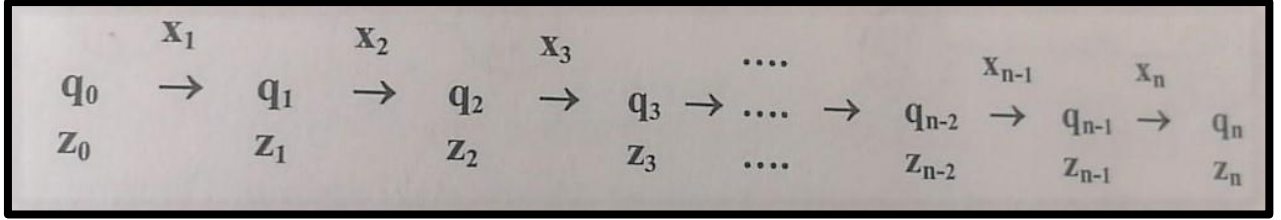


### Moore Makinesine Eşdeğer Mealy Makinesinin Bulunması

Moore ve Mealy makinelerinin her ikisi de çıkış üreten sonlu özdevinir modelleridir. Birer altılı olarak tanımlanan Moore ve Mealy modellerinin altılının 5 elemanı ortaktır. Moore ve mealy modellerini ayıran çıkış işlevidir. Moore modelinde makine her durum için bir çıkış simgesi üretmektedir. Belirli bir durumda bulunan bir Moore makinesine  $n$  giriş simgesinden oluşan bir giriş dizgisi uygulandığında makine  $(n+1)$  uzunluğunda bir çıkış dizgisi üretecektir.

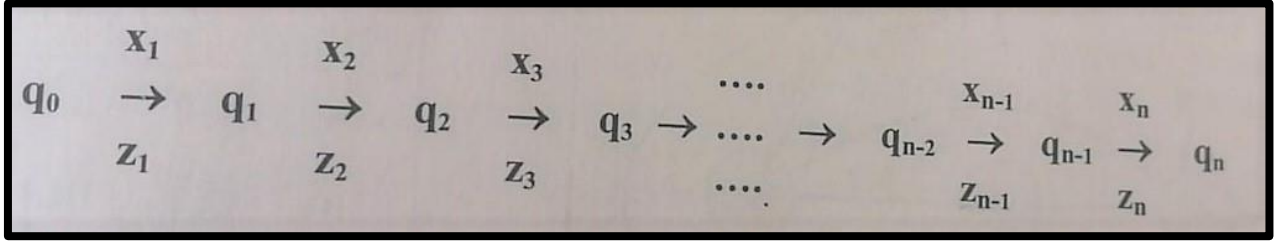
Başlangıçtaki durum  $q_0$  uygulanan  $n$  giriş simgesi sonrasındaki durumlar da  $q_1, q_2, \dots, q_n$  ile gösterilerek Moore makinesinin giriş dizgisi durum geçişleri ve çıkış dizgisi aşağıdaki gibi özetlenebilir.

Hiçbir giriş simgesi uygulanmadan bulunduğu başlangıç durumuna göre Moore makinesinin bir çıkış simgesi ( $z_0$ ) ürettiği dikkati çekmektedir.



Mealy modelinde ise makinenin her durum geçişi için bir çıkış simgesi üretmektedir. Belirli bir durumda bulunan bir Mealy makinesine  $n$  giriş simgesinden oluşan bir giriş dizgisi uygulandığında makinenin  $n$  uzunluğunda bir çıkış dizgisi üretecektir. Çünkü Mealy modelinde giriş simgesi uygulanmadığı sürece makine çıkış üretmemektedir.

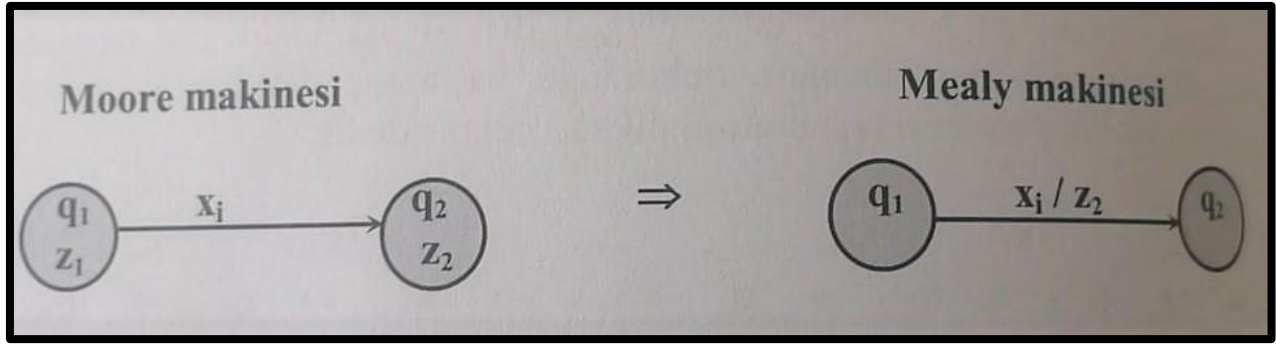
Başlangıçtaki durum  $q_0$  uygulanan  $n$  giriş simgesi sonrasındaki durumlar da  $q_1, q_2, \dots, q_n$  ile gösterilerek Mealy makinesinin giriş dizgisi durum geçişleri ve çıkış dizgisi ilişkisi aşağıdaki gibi özetlenebilir:



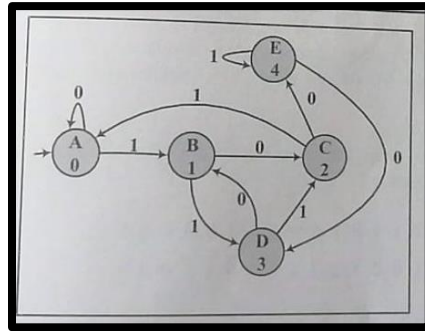
**Örnek:**  $M = \langle Q, \Sigma, \Delta, \delta, \lambda, q_0 \rangle$  bir Moore makinesi olsun  $M$  eşdeğer Mealy makinesi aşağıdaki gibi bulunur:

$$M' = \langle Q, \Sigma, \Delta, \delta, \lambda', q_0 \rangle, \lambda'(q, a) = \lambda(\delta(q, a))$$

Yapılan tanımlamara göre bir Moore makinesi ile bu makineye eşdeğer Mealy makinesi arasındaki tek fark çıkış işlevidir. Moore makinesi her durumda bir çıkış simgesi eşlenirken Mealy makinesinde her durum geçişine (durum giriş simgesi çiftine) bir çıkış simgesi eşlenir. Bir moore makinesi eşdeğer Mealy makinesi bulunurken her durum geçişine eşlenen çıkış değeri durum geçişinin ucundaki sonraki duruma Moore makinesinde eşlenen çıkış değerine eşittir. Bu kuralı aşağıdaki çizimle özetlemek mümkündür.

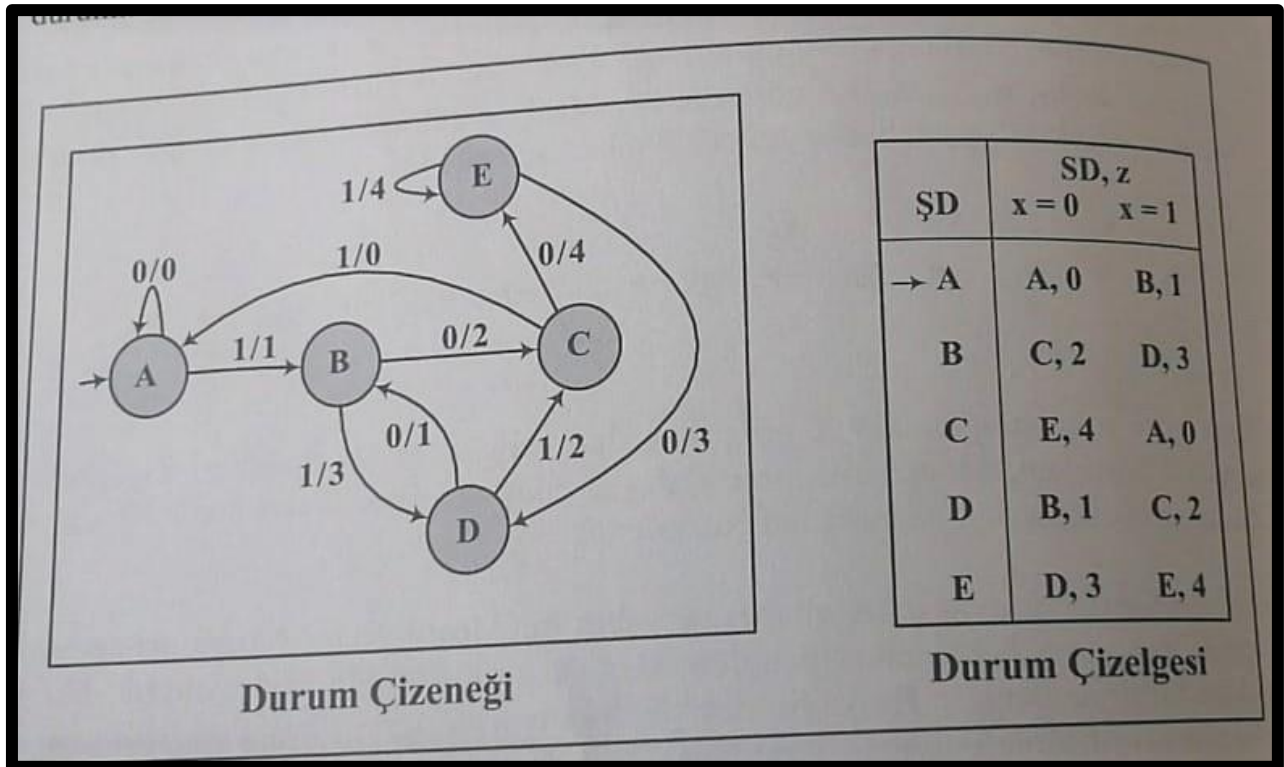


Aşağıda verilmiş olan Moore makinesine eşdeğer Mealy makine şekilde verildiği gibi bulunur:



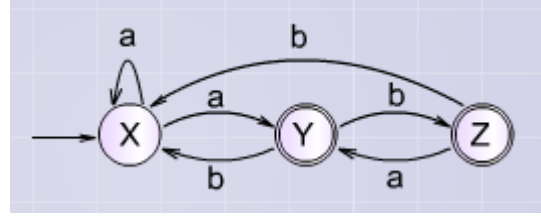
**Moore Makinesi**

**Eş değer Mealy Makinesi**



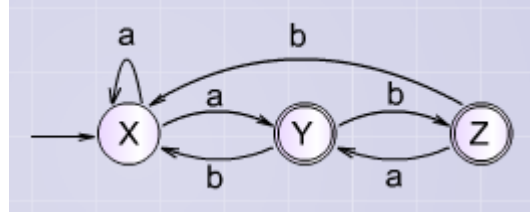
### Örnek Sorular ve Çözümleri:

- Yanda verilmiş olan makine aşağıdaki durumlardan Hangisini tanımaz.  
A)abba  
B)ababa  
C)aabaa  
D)aabba  
E) aabb



Doğru Cevap:E

- Yanda verilmiş olan makineye w=aaba girişi uygulandığında Makine hangi durumda olacaktır.  
A)X  
B)Y  
C)Z  
D)XY  
E)XZ

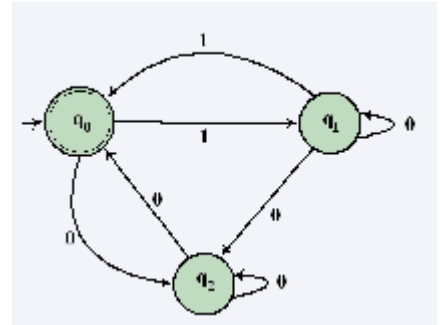


Doğru Cevap:D

- Deterministik sonlu özdevinirlerin (DFA) tanıdığı kümeler için  $T(M)$  yani kümenin tanıdığı dil ile ilgili aşağıdakilerden hangisi doğrudur.  
A)Başlangıç durumu aynı zamanda bir uç durumsa  $T(M)$  sonsuz bir kümedir.  
B)Geçiş çizeneğinde başlangıç durumunda başlayıp bir uç durum da son bulan her yola karşı gelen giriş simgeleri dizisi  $T(M)$  de yer alır.  
C)  $T(M)$ 'de  $\lambda$  yer alabilir.  
D)DFA'nın hiç uç durumu yoksa  $T(M)$  boş bir kümedir.  
E) Tek durumlu bir DFA için eğer  $T(M)$ 'de bir uzunluğunda bir dizgi varsa  $T(M)$  sonsuz bir kümedir.

Doğru Cevap A:

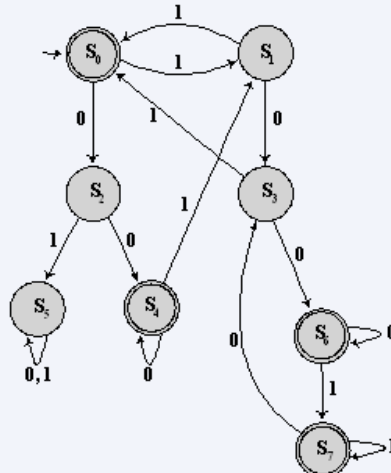
- Yandaki geçiş çizeneği verilen NFA denk bir DFA bulunuz.  
DFA oluştururken bulunan yeni durumları da  $S_0, S_1, S_2, \dots, S_N$  şeklinde belirleyiniz.



Eşdeğer DFA'nın Geçiş Çizelgesi:

	0	1
$S_0$	$S_2$	$S_1$
$S_1$	$S_3$	$S_0$
$S_2$	$S_4$	$S_5$
$S_3$	$S_6$	$S_0$
$S_4$	$S_4$	$S_1$
$S_5$	$S_5$	$S_5$
$S_6$	$S_6$	$S_7$
$S_7$	$S_3$	$S_7$

Eşdeğer DFA'nın Geçiş Çizelneği:



Soru 4 detaylı Çözüm:

Verilen NFA nın geçiş tablosu

	0	1
q <sub>0</sub>	q <sub>2</sub>	q <sub>1</sub>
q <sub>1</sub>	q <sub>1</sub> q <sub>2</sub>	q <sub>0</sub>
q <sub>2</sub>	q <sub>0</sub> q <sub>2</sub>	$\lambda$

DFA oluşturmak için yapılan geçiş tablosu

	0	1
q <sub>0</sub>	q <sub>2</sub>	q <sub>1</sub>
q <sub>1</sub>	q <sub>1</sub> q <sub>2</sub>	q <sub>0</sub>
q <sub>2</sub>	q <sub>0</sub> q <sub>2</sub>	$\lambda$
q <sub>1</sub> q <sub>2</sub>	q <sub>0</sub> q <sub>1</sub> q <sub>2</sub>	q <sub>0</sub>
q <sub>0</sub> q <sub>2</sub>	q <sub>0</sub> q <sub>2</sub>	q <sub>1</sub>
$\lambda$	$\lambda$	$\lambda$
q <sub>0</sub> q <sub>1</sub> q <sub>2</sub>	q <sub>0</sub> q <sub>1</sub> q <sub>2</sub>	q <sub>0</sub> q <sub>1</sub>
q <sub>0</sub> q <sub>1</sub>	q <sub>1</sub> q <sub>2</sub>	q <sub>0</sub> q <sub>1</sub>

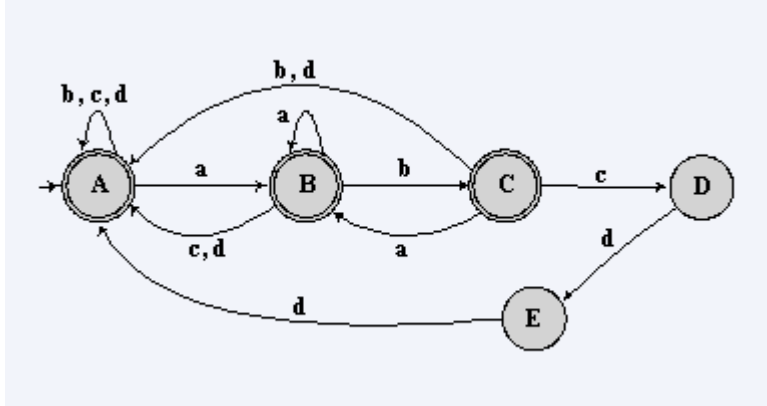
q <sub>0</sub>	S <sub>0</sub>
q <sub>1</sub>	S <sub>1</sub>
q <sub>2</sub>	S <sub>2</sub>
q <sub>1</sub> q <sub>2</sub>	S <sub>3</sub>
q <sub>0</sub> q <sub>2</sub>	S <sub>4</sub>
$\lambda$	S <sub>5</sub>
q <sub>0</sub> q <sub>1</sub> q <sub>2</sub>	S <sub>6</sub>
q <sub>0</sub> q <sub>1</sub>	S <sub>7</sub>

**Örnek 5:** L dili {a,b,c,d} alfabesinde içindeki her abc alt dizgisinden sonra en az 2 tane d bulunan dizgiler kümesi olarak tanımlanıyor.

L de yer alan bazı dizgilere örnek aşağıdaki gibidir.

$L = \{ \lambda, aibc, abbd, cda, dabcedda, bcabb, ababcedddcadabcedd, \dots \}$

a) L yi tanıyan NFA nın geçiş çizneğini oluşturunuz. (NFA da  $\lambda$  geçişlerini içermesin. )



b) L yi tanıyan DFA geçiş çizeneğini oluşturunuz.

