LoG ve Canny

Laplacian of Gaussian (LoG) algoritması

1. İmgeyi **Gaussian** maskesiyle yumuşat

$$\overbrace{S}^{\text{smoothed image}} = \overbrace{g}^{\text{Gaussian filter}} * \overbrace{I}^{\text{image}} \qquad g = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}}$$

2. Laplacian ı bul

$$\Delta^2 S = \overbrace{\frac{\partial^2}{\partial x^2} S}^{\text{second order derivative in } x} + \overbrace{\frac{\partial^2}{\partial y^2} S}^{\text{second order derivative in } y}$$

3. Sıfır geçiş noktalarını bul.

Laplacian

∇ sembolü Gradient (birinci türev) için kullanılır
Δ sembolü Laplacian (ikinci türev) için kullanılır.

- Laplacian : İkinci Türevler Toplamı

$$\Delta^2 S = \frac{\partial^2}{\partial x^2} S + \frac{\partial^2}{\partial y^2} S$$

- Gauss yumuşatma adımı ile Laplacian adımları birleştirilebilir. Böylelikle Gauss maskesinin ikinci türevi alındıktan sonra görüntüyle konvolusyona tabi tutulur.

$$\Delta^2 S = \Delta^2 (G * I) = (\Delta^2 G) * I$$

Soru: $G(x, y, \sigma) = e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}}$ ise $\nabla^2 G(x, y) = \frac{\partial^2 G(x,y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 G(x,y)}{\partial y^2}$ sonucunu hesaplayınız?

Cevap

: $\nabla^2 G(x, y) = \frac{\partial^2 G(x,y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 G(x,y)}{\partial y^2}$

$$= \frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{-x}{\sigma^2} e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}}\right] + \frac{\partial}{\partial y}\left[\frac{-y}{\sigma^2} e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}}\right]$$

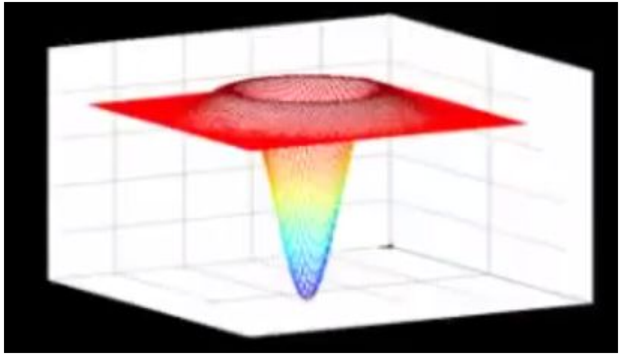
$$= \left[\frac{x^2}{\sigma^4} - \frac{1}{\sigma^2}\right] e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}} + \left[\frac{y^2}{\sigma^4} - \frac{1}{\sigma^2}\right] e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}}$$

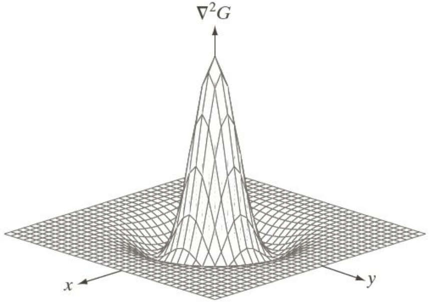
$$\boxed{\nabla^2 G(x, y) = \left[\frac{x^2 + y^2 - 2\sigma^2}{\sigma^4}\right] e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}}}$$

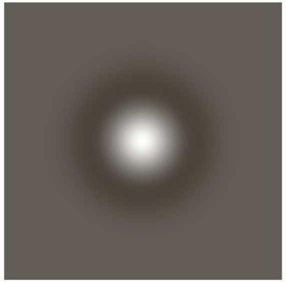
Bu ifade Laplacian of Gaussian (LoG) olarak adlandırılır.

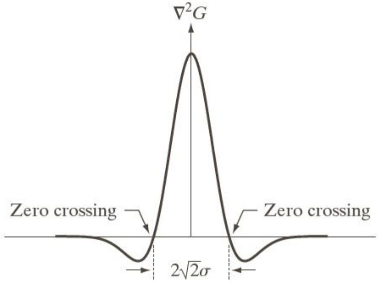
LoG maskesi

$$\nabla^2 G(x,y) = \left[\frac{x^2 + y^2 - 2\sigma^2}{\sigma^4}\right] e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}}$$









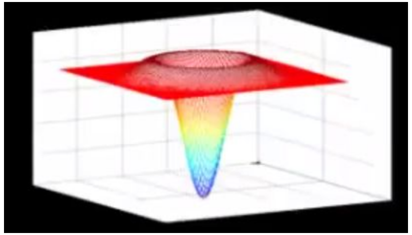
0	0	−1	0	0
0	−1	−2	−1	0
−1	−2	16	−2	−1
0	−1	−2	−1	0
0	0	−1	0	0

$n = 5$

Sıfır geçiş noktasında $\boldsymbol{x^2 + y^2 = 2\sigma^2}$ eşitliğinin sağlandığına dikkat edelim. Sıfır geçişi noktasında orjin merkezli $\sqrt{\mathbf{2}}\boldsymbol{\sigma}$yarı çaplı bir daire oluşmaktadır.

1D - 2D karşılaştırma

- 2-Boyutlu log maskesini kullan



$$\Delta^2 S = \Delta^2(g * I) = (\Delta^2 g) * I = I * (\Delta^2 g)$$

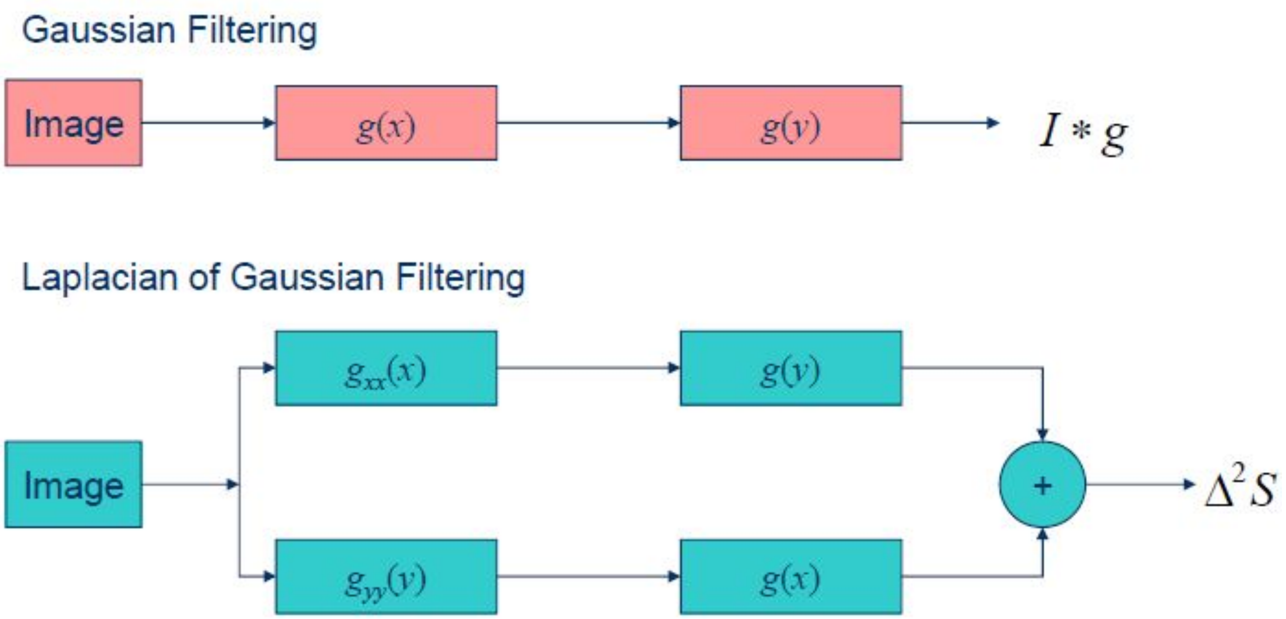
Requires n^2 multiplications

- 4 adet 1-boyutlu maske kullan
  g(*x*), *g* (*xx*), *g*(*y*), *g* (*yy*)

$$\Delta^2 S = (I * g_{xx}(x)) * g(y) + (I * g_{yy}(y)) * g(x)$$

Requires $4n$ multiplications

Gaussian ve LoG filtresi



Sıfır geçiş tespiti

- Sıfır geçiş aşağıdaki durumlarda meydana gelir
  - {+,-}
  - {+,0,-}
  - {-,+}
  - {-,0,+}
- Eğer bir piksel komşularıyla kıyaslandığında yukarıdaki şartlardan her hangi birini sağlıyorsa, kendi değerine a komşusuna b dersek, sıfır geçiş açısı |a|+|b| olarak hesaplanır.
- Bir kenarı işaretlemek için
  - Sıfır geçiş açısı hesaplanır
  - Açıya bir eşik uygulanır.

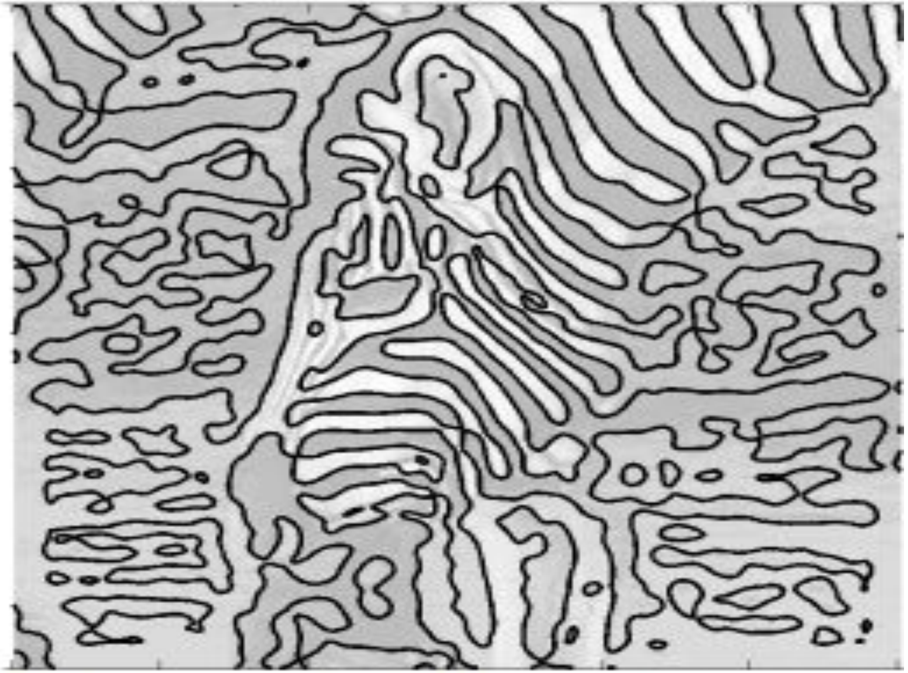
Bazı notlar

Filtre boyutu(n): Gaussian hacmi σ ya göre değişmektedir. Hacmin tamamını kullanmak istersek maske boyutu $n \geq 6\sigma$ en küçük tek sayı olacak şekilde seçmeliyiz. Daha küçük seçilmesi fonksiyonu kırpar. Büyük seçilmesi sonucu çok az değiştirir.

LoG filtresi ($\nabla^2 G$) örneği

LoG sigma = 2, zero-crossing

LoG filtresi ($\nabla^2 G$) örneği



LoG sigma = 4, zero-crossing

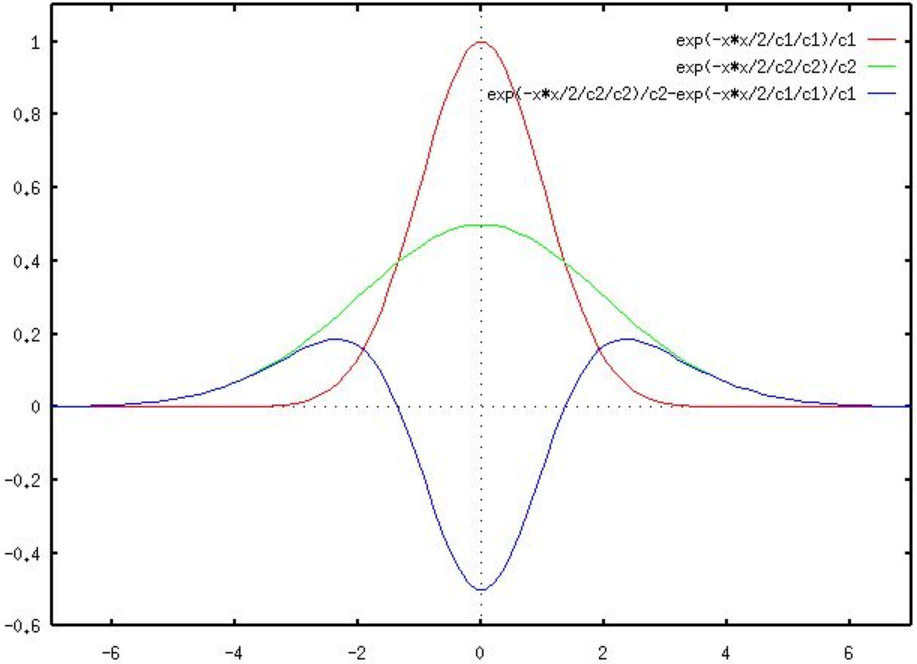
LoG’un Özellikleri

1. LoG filtresi hem yumuşatma hem kenar çıkarma özelliğine sahiptir. Gaussian fonksiyonu σ dan daha küçük boyutlardaki yapıları (gürültü gibi) yumuşatmaktadır.
2. Tek bir maske ile kenarları bulabildiği için Gradient temelli yöntemlerden daha hızlıdır.
3. Kenar yönü hakkında bilgi sağlamaz. İsotropic tir (yönden etkilenmez).
4. Gürültüye daha duyarlıdır. Yumuşatmaya ihtiyaç vardır.
5. Kenarlar çok net olmadığı zaman LOG’un sıfır geçişi kenar yerini gradient yöntemlerinden daha iyi belirler.
6. Köşe noktalarında zayıf bir davranış sergiler.
7. LoG operatörü doğrusal bir operatör olduğu için aşağıdaki iki sonuç aynı değerleri üretmektedir.

$$g(x,y) = [\nabla^2 G(x,y)] \bigstar f(x,y)$$

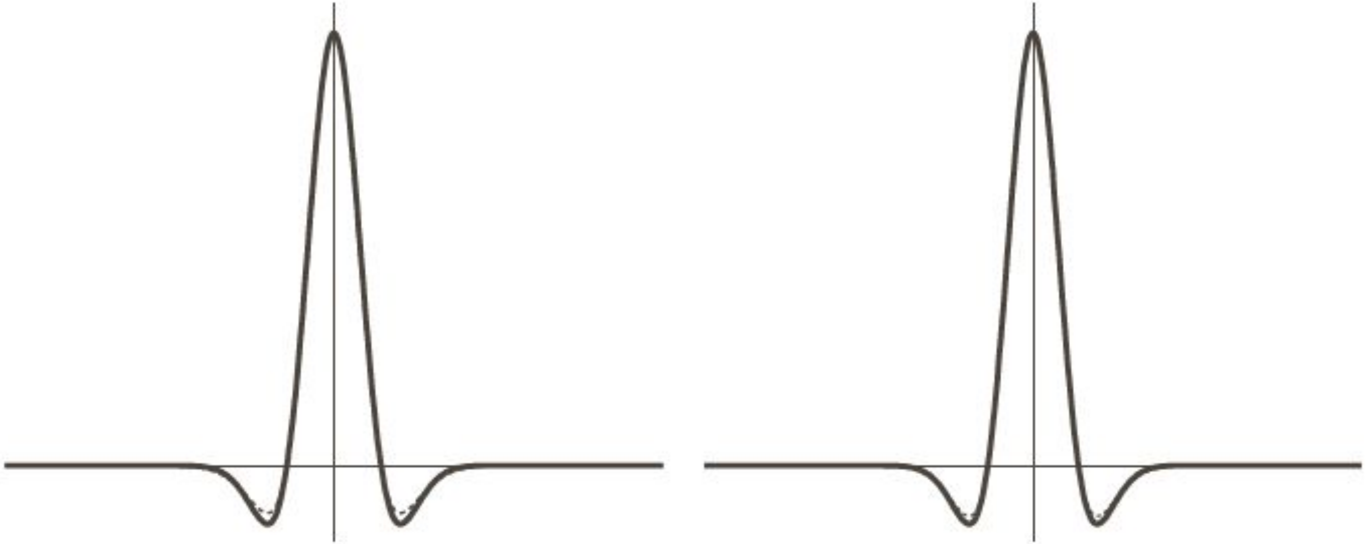
$$g(x,y) = \nabla^2 [G(x,y) \bigstar f(x,y)]$$

DoG (Difference of Gaussians)



$$\mathrm{DoG}(x,y) = \frac{1}{2\pi\sigma_1^2} e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma_1^2}} - \frac{1}{2\pi\sigma_2^2} e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma_2^2}} \qquad \sigma_1 > \sigma_2$$

LoG ve DoG arasındaki fark



a b

FIGURE 10.23 (a) Negatives of the LoG (solid) and DoG (dotted) profiles using a standard deviation ratio of 1.75:1. (b) Profiles obtained using a ratio of 1.6:1.

Not: 1-boyutlu x ve y maskelerinin ardışıl konvölüsyon sonucu 2-boyutlu maskenin konvolüsyon sonucuna (yaklaşık olarak) eşittir. Buna karşılık, örnek olarak maske boyutu $n = 25$ seçildiğinde 2-d LoG işlem sayısı 1-d LoG'dan 12 kat daha fazladır.

Kenar yakalama alg. kalitesini ne belirler?

1. İyi Kenar Yakalama Özelliği (Good detection property)

$$\min(FP + FN) \text{ olmalı.}$$

Gerçek

Tahmin

	1	0
1	TP	FP
0	FN	TN

2. Doğru Kenar Yerinin Bulunması (Good localization property): Yakalanan kenarın doğru kenara en yakın noktada olması.

3. Tek bir kenar noktası üretilmesi: Her bir kenar noktası için tek noktanın üretilmesi.