

İstatistik: ANOVA Testi (Varyans Analizi)

Atil Samancioglu

1 ANOVA Nedir?

ANOVA (Analysis of Variance – Varyans Analizi), Tek yönlü varyans analizi (ANOVA) normal dağılımlı bir seride üç ve daha fazla bağımsız ortalama arasındaki **farkın istatistiksel olarak anlamlı olup olmadığının** hesaplanmasında kullanılır. ANOVA tek başına üç veya daha fazla grubun aritmetik ortalamalarını kümülatif olarak karşılaştırır, bu karşılaştırmalardan en az birisi anlamlı olduğunda ANOVA sonucu da anlamlı bulunur.

1.1 Ne Zaman Kullanılır?

ANOVA, farklı grupların karşılaştırılmasında kullanılır, 3 veya daha fazla grup olması tercih edilen analiz şeklidir. Genelde outlier (çıkıntı) verilerin olmadığı, örneklem ortalamasının normal dağılım sergilediği, örneklemelerin birbirinden bağımsız ve rastgele olduğu durumlarda kullanılmalıdır.

Gerçek hayat örnekleri:

- Farklı gübrelerin bitki büyümesine etkisini ölçmek
- Farklı öğretim yöntemlerinin öğrenci başarısı üzerindeki etkisini analiz etmek
- Farklı diyet programlarının kilo kaybına etkisini incelemek

1.2 Hipotezler

- H_0 (Null Hipotezi): Grupların ortalamaları arasında fark yoktur.
- H_1 (Alternatif Hipotez): En az bir grup ortalaması diğerlerinden farklıdır.

—

2 ANOVA Hesaplaması

ANOVA, gruplar arası varyans (Between-Groups Variance) ile grup içi varyansı (Within-Groups Variance) karşılaştırarak çalışır.

$$F = \frac{\text{Gruplar Arası Varyans (MSB)}}{\text{Grup İçi Varyans (MSW)}}$$

Burada:

- **MSB (Mean Square Between-Groups):** Grupların ortalamaları arasındaki değişimi ölçer.
 - **MSW (Mean Square Within-Groups):** Her grubun kendi içindeki değişimi ölçer.
 - F değeri, hipotezin test edilmesi için kullanılır.
- Serbestlik dereceleri:

$$df_{between} = k - 1$$

$$df_{within} = N - k$$

Burada: - k : Grupların sayısı - N : Tüm gözlemlerin toplam sayısı

3 Örnek: Öğretim Yöntemlerinin Öğrenci Başarısına Etkisi

Üç farklı öğretim yöntemiyle eğitim gören öğrencilerin sınav skorlarını analiz edelim.

3.1 Veri Seti

Öğrenci Grubu	Yöntem A	Yöntem B	Yöntem C
1	85	78	92
2	88	74	89
3	90	80	85
4	84	77	91
5	86	79	87

Table 1: Üç Öğretim Yönteminde Öğrenci Başarı Puanları

3.2 Adım 1: Grupların Ortalamalarını Hesaplayalım

Örneklem ortalamaları:

$$\bar{X}_A = \frac{85 + 88 + 90 + 84 + 86}{5} = 86.6$$

$$\bar{X}_B = \frac{78 + 74 + 80 + 77 + 79}{5} = 77.6$$

$$\bar{X}_C = \frac{92 + 89 + 85 + 91 + 87}{5} = 88.8$$

Genel ortalama:

$$\bar{X}_{genel} = \frac{86.6 + 77.6 + 88.8}{3} = 84.33$$

3.3 Adım 2: Varyansları Hesaplayalım

Gruplar arası toplam kareler (SSB):

$$SSB = n \sum (\bar{X}_i - \bar{X}_{genel})^2$$

$$SSB = 5 \times ((86.6 - 84.33)^2 + (77.6 - 84.33)^2 + (88.8 - 84.33)^2)$$

$$SSB = 5 \times (5.12 + 45.13 + 20.07) = 5 \times 70.32 = 351.6$$

Gruplar içi toplam kareler (SSW):

$$SSW = \sum (X_{ij} - \bar{X}_i)^2$$

Her grup için hesaplandığında:

$$SSW = 17.6 + 40.8 + 23.2 = 81.6$$

3.4 Adım 3: ANOVA Tablosu ve F Değerinin Hesaplanması

Serbestlik dereceleri:

$$df_{between} = k - 1 = 3 - 1 = 2$$

$$df_{within} = N - k = 15 - 3 = 12$$

Varyanslar:

$$MSB = \frac{SSB}{df_{between}} = \frac{351.6}{2} = 175.8$$

$$MSW = \frac{SSW}{df_{within}} = \frac{81.6}{12} = 6.8$$

F değeri:

$$F = \frac{MSB}{MSW} = \frac{175.8}{6.8} = 25.85$$

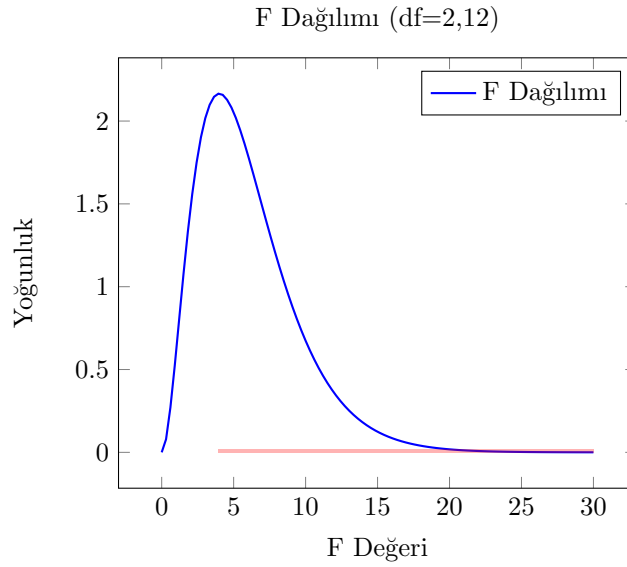
Yüzde 95 güven seviyesinde kritik F değeri:

$$F_{kritik}(2, 12) = 3.89$$

3.5 Sonuç ve Karar

- $F = 25.85$ kritik değerden büyük olduğu için H_0 reddedilir.
- Bu durumda, öğretim yöntemleri arasında istatistiksel olarak anlamlı bir fark vardır.

4 ANOVA Testi Grafiği



Grafikten ne anlıyoruz?

- Mavi eğri, F dağılımını gösterir.
- Kırmızı bölge, kritik bölgeyi temsil eder.
- $F = 25.85$ kırmızı bölgeye düştüğü için H_0 reddedilir.

5 Sonuç

- ANOVA Testi, üç veya daha fazla grup arasında fark olup olmadığını test eder.
- Öğretim yöntemleri arasında anlamlı bir fark olduğu bulunmuştur.