

İstatistik: Bayes Teoremi

Atıl Samancıoğlu

1 Bayes Teoremi Nedir?

Bayes Teoremi, **şartlı olasılığı hesaplamak için kullanılan** temel bir istatistiksel yöntemdir. Bir olayın gerçekleşme olasılığını, mevcut bilgiler ışığında güncellememizi sağlar.

Matematiksel olarak şu şekilde ifade edilir:

$$P(A|B) = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B)}$$

Burada:

- $P(A|B) \rightarrow$ B olayının gerçekleştiği bilindiğinde A olayının olasılığı (güncellenmiş olasılık).
- $P(B|A) \rightarrow$ A olayının gerçekleşmesi durumunda B olayının olasılığı.
- $P(A) \rightarrow$ A olayının önceden bilinen (prior) olasılığı.
- $P(B) \rightarrow$ B olayının gerçekleşme olasılığı.

Bayes Teoremi, yeni veri geldiğinde olasılıkların nasıl güncelleneceğini anlamak için kullanılır.

2 Örnek: Siyah ve Kırmızı Meşeler

Bir torbada 4 kırmızı ve 3 siyah meşe bulunmaktadır. İlk çekilişte rastgele bir meşe çekiyoruz. Eğer siyah meşe çekildiyse, ikinci çekilişte kırmızı meşe çekme olasılığı nedir?

Aşamalar:

- **Ön Bilgi (Prior Probability):** Başlangıçta torbada 4 kırmızı, 3 siyah meşe var. Bir meşe çekildiğinde torbanın durumu değişebilir.
- **Koşullu Olasılık (Conditional Probability):** Eğer ilk çekilişte siyah meşe çekildiyse, torbada artık 4 kırmızı, 2 siyah meşe kalmıştır.
- **Hedef Olasılık (Posterior Probability):** İlk çekilişte siyah meşe çekildikten sonra, ikinci çekilişte kırmızı meşe çekme olasılığını hesaplıyoruz.

Adım 1: İlk çekilişte siyah meşe çekilme olasılığı:

$$P(S) = \frac{3}{7}$$

Adım 2: Siyah meşe çekildikten sonra kırmızı meşe çekme olasılığı:

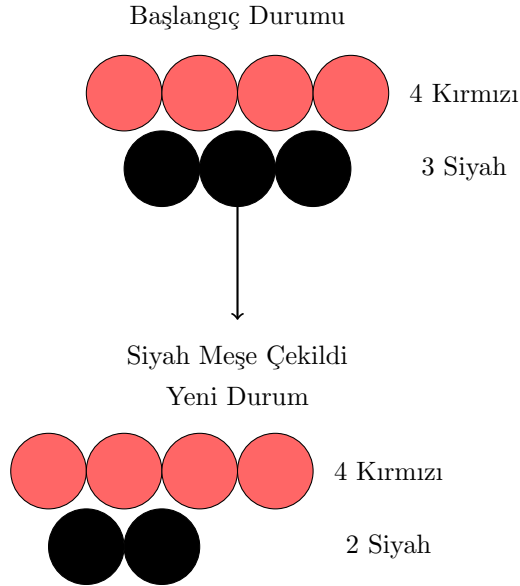
$$P(K|S) = \frac{4}{6}$$

Adım 3: Bayes Teoremi ile hesaplama:

$$P(K|S) = \frac{4}{6} = 0.666$$

Sonuç: İlk çekilişte siyah meşe çekildiyse, ikinci çekilişte kırmızı meşe çekme olasılığı

3 Bayes Teoremi'nin Görselleştirilmesi



Grafikten ne anlıyoruz?

- İlk siyah meşe çekildiğinde torbadaki dağılım değişir.
- Güncellenmiş olasılık, yeni torba durumu üzerinden hesaplanır.
- Bayes Teoremi, bilginin değiştiği durumlarda olasılık hesaplamaya yardımcı olur.

4 Sonuç

- Bayes Teoremi, yeni veriler geldiğinde olasılıkları güncellemek için kullanılır.
- Siyah ve kırmızı meşe örneği, önceki olayların (ilk çekiliş) sonraki olaylara (ikinci çekiliş) nasıl etki ettiğini gösterir.
- Tıbbi testler, spam filtreleme gibi birçok alanda uygulanır.