

# Astrofizik Üzerine El Yazmalarım

Kasım 2025

**Yazar:** Emre SEZER

# 1 Yıldız

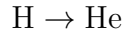
Ağırlıklı olarak H ve He'dan oluşan, ışık ve ısı yayan, kararlı plazmalardır. Çekirdeklerinde füzyon meydana gelir. Açığa çıkan enerji yıldızın yüzeyine ulaşır ve dış uzaya radyasyon ile yayılır. Yıldızın tayfı(spektrumu) ve parlaklığı ile kütlesi, yaşı, kimyasal bileşeni vb. özellikleri belirlenebilir. Birim olarak güneş kütlesi, güneş yarıçapı ve güneş parlaklığı kullanılır.

## 2 Yıldız Döngüsü

- **Doğum (Prototip Evre):** Nebulanın çökmesiyle oluşur.
- **Protostar:** Füzyon henüz başlamamıştır. Çekimsel ısınma olur.
- **Ana Kol:** Çekirdek sıcaklığı yaklaşık olarak

$$T \approx 10^7 \text{ K}$$

olur. Hidrojen füzyonu başlar:

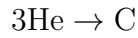


Yıldız dengededir:

$$P_{\text{iç}} = F_{\text{kütleçekimi}}$$

Yıldız yaşamının yaklaşık %90'ı bu evrede geçer. Hidrojen tükendiğinde helyum birikir, çekirdek çöker ve dış katmanlar genişler. Yıldız kırmızı dev evresine geçer.

- **Kırmızı Dev:** Helyum füzyonu başlar:



Dış katmanlar genişlemiş ve soğumuştur. Yıldızın boyutu ve parlaklığı artar. Helyum tükendiğinde çekirdekte C ve O oluşur. Füzyon sona erer. Dış katmanlar uzaya atılır (Gezegenimsi Bulutsu). Geriye sadece çekirdek kalır (Beyaz Cüce).

Nebula  $\rightarrow$  Protostar  $\rightarrow$  Ana Kol  $\rightarrow$  Kırmızı Dev  $\rightarrow$  Beyaz Cüce

### 3 Beyaz Cüce

Güneşe göre düşük ve orta kütleli yıldızlar ( $0.08 - 8 M_{\odot}$ ) oluşturur. Kütleleri  $0.5 - 1.4 M_{\odot}$  aralığındadır. Yarıçapı  $\approx 0.01 R_{\odot}$  mertebesinde. Yoğunluğu  $10^6 - 10^9 \text{ g/cm}^3$  aralığındadır. Yüzey sıcaklığı doğduğunda  $\approx 10^5 \text{ K}$  olur ve zamanla soğur.

Reaksiyon yapmaz ve enerji üretmez. Çekirdeğinde çoğunlukla C ve O bulunur. Daha düşük kütlelerde He, daha yüksek kütlelerde O, Ne ve Mg bulunabilir. Elektron dejenere basıncı kütleçekimsel basınca karşı koyar.

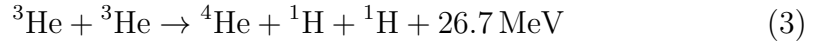
$10^9 - 10^{10}$  yıl sonra Siyah Cüceye dönüşürler. Siyah Cüce şu anda teoriktir çünkü bir Siyah Cüce oluşması için evrenin yaşı yetersizdir.

#### 3.1 Beyaz Cüce'nin Soğuma Süreci

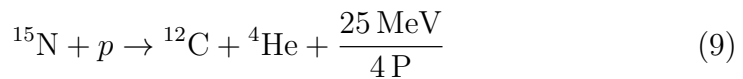
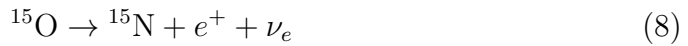
Beyaz Cüce enerji üretmez. Ana kol evresindeki enerjisini zamanla tüketir. Isı kapasitesi, yoğun ve küçük hacimli olduğu için düşüktür. Isı ve ışık yayararak(radyasyon) enerji kaybeder. Stefan-Boltzman yasasına uygun davranır.

### 4 Hidrojen Füzyonu

#### 4.1 Proton-Proton Döngüsü

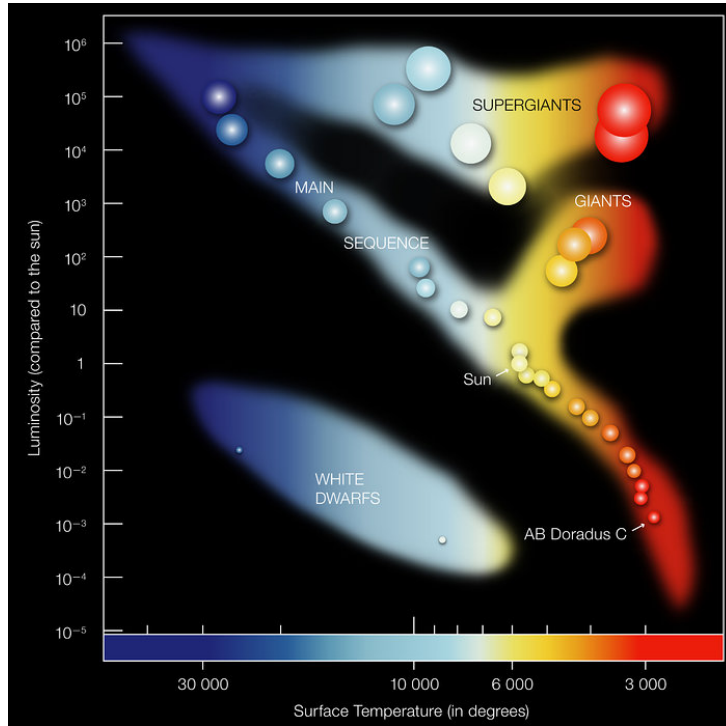


#### 4.2 C-N-O Döngüsü



$$\begin{aligned} \text{Süpernova} &= 1.4 M_{\odot} \\ \text{Nötron Yıldızı} &= 1.4 - 3 M_{\odot} \\ \text{Kara Delik} &> 3 M_{\odot} \\ \text{Beyaz Cüce} &= 0.08 - 8 M_{\odot} \end{aligned}$$

## 5 Hertzsprung-Russell Diyagramı



Şekil 1: Hertzsprung-Russell diyagramında, yıldızların sıcaklıkları parlaklıklarına göre çizilmiştir. Bir yıldızın diyagramdaki konumu, mevcut durumu ve kütlesi hakkında bilgi verir. Hidrojeni helyuma dönüştüren yıldızlar, ana dizi adı verilen diyagonal kolda yer alır. AB Doradus C gibi kırmızı cüceler serin ve sönük köşede yer alır. AB Dor C'nin sıcaklığı yaklaşık 3.000 derecedir ve parlaklığı Güneş'in %0,2'si kadardır. Bir yıldız tüm hidrojenini tükettiğinde ana diziden ayrılır ve kütlesine bağlı olarak kırmızı dev veya süperdev olur (AB Doradus C çok az hidrojen yaktığı için ana diziden asla ayrılmaz). Güneş kütlesinde olup tüm yakıtlarını yakmış yıldızlar sonunda bir beyaz cüceye dönüşür (sol alt köşe). Kaynak: ESO

## 6 Spektral Sınıflandırma

Yıldızların spektral sınıflandırması, yüzey sıcaklığına ve tayf çizgilerine göre yapılır. Sınıflar en sıcaktan soğuğa doğru aşağıdaki gibidir:

- **O Sınıfı:** Çok sıcak (30 000–50 000 K), mavi renklidir. Tayflarında güçlü *He II* ve zayıf *H* çizgileri görülür.
- **B Sınıfı:** Sıcaklığı 10 000–30 000 K aralığındadır, mavi-beyaz görünür. *He I* çizgileri belirgindir.
- **A Sınıfı:** 7 500–10 000 K aralığında, beyaz renklidir. En güçlü *Balmer* (*H*) çizgileri bu sınıfta görülür.
- **F Sınıfı:** 6 000–7 500 K arası, sarı-beyaz görünür. *Ca II H-K* çizgileri belirginleşir.
- **G Sınıfı:** 5 200–6 000 K, sarı renkli yıldızlar (Güneş bu sınıftadır). Metal soğurma çizgileri ve *Ca II H-K* çizgileri güçlüdür.
- **K Sınıfı:** 3 700–5 200 K, turuncu renkte. Metal çizgileri ve moleküler bantlar belirginleşmeye başlar.
- **M Sınıfı:** 2 400–3 700 K, kırmızı renktedir. *TiO* (titanyum oksit) bantları karakteristiktir.

Sıcaklık sıralaması:

$$\mathbf{O > B > A > F > G > K > M}$$

Renk ve sıcaklık ilişkisi: sıcak yıldızlar mavi, soğuk yıldızlar kırmızı görünür. Her alt sınıf kendi içerisinde 0-9 sınıfa ayrılır.

### 6.1 Parlaklık (Luminosity) Sınıflandırması

Yıldızlar yalnızca sıcaklıklarına (spektral sınıf) göre değil, aynı zamanda parlaklıkları ve yarıçapları dikkate alınarak **Roma rakamları** ile sınıflandırılır:

- **I — Süperdev (Supergiant)**  
Çok büyük yarıçaplı ve çok parlak yıldızlar. Genellikle evrimlerinin ileri aşamalarında dırlar. Alt sınıfları: Ia (çok parlak), Ib (daha sönük süperdev).

- **II — Parlak Dev (Bright Giant)**  
Dev yıldızlardan daha parlak, süperdevlerden daha küçüktür. Evrimsel olarak kırmızı dev aşamasına yakın yıldızları içerir.
- **III — Dev (Giant)**  
Hidrojen kabuk yanmasının sürdüğü, genişlemiş yarıçaplı yıldızlar. Kırmızı devlerin çoğu bu sınıfa girer.
- **IV — Alt Dev (Subgiant)**  
Anakol aşamasından yeni çıkmış, genişlemeye başlamış yıldızlar.
- **V — Anakol Yıldızı (Main Sequence / Dwarf)**  
Hidrojen füzyonunu çekirdeğinde sürdüren yıldızlar. Güneş **G2V** tipindedir.
- **VI — Süper Cüce (Subdwarf)**  
Düşük metalikliğe ve görece düşük parlaklığa sahip sıcak yıldızlar.
- **VII — Beyaz Cüce (White Dwarf)**  
Nükleer füzyonun sona erdiği, yoğun ve küçük yıldız kalıntıları.

## 6.2 Kimyasal Özellik Sınıflandırması

- **e**: Tayfta *emiyon* çizgileri bulunduğunu gösterir.
- **p**: Yıldızın tayfının *olağandışı (peculiar)* olduğunu gösterir. Kimyasal veya manyetik anomali içerir.
- **n**: Spektral çizgiler *geniş ve bulanıktır* (rotasyon genişlemesi nedeniyle).
- **s**: Spektral çizgiler *keskin ve dardır* (düşük dönme hızına işaret eder).

## 7 Chandrasekhar Limiti

Beyaz cüceler, çökmeye çalışan kütleçekim kuvvetine karşı elektronların oluşturduğu *Dejenere Elektron Basıncı* ile dengede kalırlar. Ancak elektronlar ışık hızına yaklaşan (relativistik) bir rejime sıkıştıklarında bu basınç yerçekimini dengeleyemez hale gelir. Bu kritik kütleyle **Chandrasekhar Limiti** denir ve bu değerin üzerinde beyaz cüce çöker. Yani kararlı bir Beyaz Cüce'nin sahip olabileceği en yüksek kütle sınırıdır.

$$P_{\text{deg}} \propto \left( \frac{\rho}{\mu_e} \right)^{4/3}, \quad P_{\text{grav}} \propto \frac{GM^2}{R^4}$$

Denge koşulu:

$$P_{\text{deg}} = P_{\text{grav}}$$

Bu eşitliğin çözümü beyaz cücenin yarıçapının kütleyle ters orantılı olduğunu verir:

$$R \propto M^{-1/3}$$

Yani kütle arttıkça beyaz cüce küçülür ve yoğunlaşır. Kritik kütle ise:

$$M_{\text{Ch}} = \frac{5.83}{\mu_e^2} M_{\odot}$$

Karbon-Oksijen beyaz cüceleri için  $\mu_e \approx 2$ :

$$M_{\text{Ch}} \approx \frac{5.83}{(2)^2} M_{\odot} \approx 1.44 M_{\odot}$$

**Sonuç:** Bir beyaz cücenin kütlesi  $\sim 1.44 M_{\odot}$  değerini aşarsa elektron yozlaşma basıncı çökmeyi durduramaz. Yıldız nötron yıldızına çöker veya Tip Ia süpernova gerçekleşir.

## 8 Dejenere Elektron Basıncı

Beyaz cüceler gibi düşük sıcaklık ve yüksek yoğunluğa sahip yıldız artıklarında, atomların dış kabuklarındaki elektronlar yoğunluk nedeniyle birbirine çok yaklaşır. Elektronlar *Pauli Dışarlama İlkesi* gereği aynı kuantum durumunu paylaşamazlar. Bu nedenle sistem sıkıştırıldıkça elektronlar daha yüksek momentum seviyelerine geçmek zorunda kalır. Bu durum, sıcaklıktan bağımsız olarak ortaya çıkan ve yıldızın çökmeye karşı koymasını sağlayan bir basınca yol açar. Bu basınca **dejenere elektron basıncı** denir.

Pauli İlkesi:  $\psi_i \neq \psi_j$  (Aynı kuantum durumunda iki elektron bulunamaz.)

Elektronların yoğunluğa bağlı olarak Fermi momentumu artar. Fermi enerjisinin tanımı:

$$E_F = \frac{p_F^2}{2m_e} \quad (\text{non-relativistik rejim})$$

Dejenere elektron basıncı non-relativistik yoğunluk rejiminde yaklaşık olarak:

$$P_{\text{deg}} \propto \left( \frac{\rho}{\mu_e} \right)^{5/3}$$

Elektronların relativistik hızlara yaklaştığı yüksek yoğunluk durumunda ise güç bağı değişir:

$$P_{\text{deg}} \propto \left( \frac{\rho}{\mu_e} \right)^{4/3}$$

Burada:

$\rho$  : yoğunluk,  $\mu_e$  : bir elektron başına düşen baryon sayısı

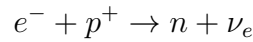
Beyaz cücelerde kütleçekim içeri doğru çökmeye çalışırken, dejenere elektron basıncı dışarı doğru itme sağlar. Denge koşulu:

$$P_{\text{deg}} = P_{\text{grav}}$$

Bu denge sürdüğü sürece beyaz cüce stabildir. Ancak kütle arttıkça elektronlar relativistik rejime geçer ve basıncın kütleçekimi dengeleme gücü azalır. Bu durum kritik kütle olan **Chandrasekhar Limiti** ile sınırlanır:

$$M_{\text{Ch}} \approx 1.44 M_{\odot}$$

**Sonuç:** Dejenere elektron basıncı, sıcaklıktan bağımsız bir kuantum basıncıdır ve beyaz cücelerin kütleçekim çökmesine karşı koyan temel mekanizmadır. Bu basınç relativistik rejimde zayıfladığında yıldız çöker. Çöküş sırasında elektronlar protonlarla birleşerek nötron oluşturur:



Bu reaksiyon sonucunda çekirdekte yoğun nötronik madde ortaya çıkar ve yapı **nötron yıldızının** temelini oluşturur. Çökme devam ederken bu kez yıldızın iç kısmında, yüksek yoğunluk rejiminde etkili olan **nötron dejenere basıncı** ortaya çıkar. Bu basınç yerçekimine karşı koyarak çöküşü durdurur ve sistemi dengeye getirir.

Sonuç olarak, kütlesi Chandrasekhar limitinin üzerinde olan beyaz cüceler:

Beyaz Cüce  $\longrightarrow$  Nötron Yıldızı



dönüşümü geçirirler. Ancak bu denge yalnızca belirli bir üst kütle sınırına kadar sürdürülebilir. Nötron yıldızlarının denge sınırı **Tolman–Oppenheimer–Volkoff (TOV) Limiti** ile belirlenir ve yaklaşık olarak:

$$M_{\text{TOV}} \approx 2.1 - 2.3 M_{\odot}$$

şeklindedir. Bu sınırın üzerindeki kütlelerde nötron dejenere basıncı da yerçekimini dengeleyemez ve çökme **kara deliğe** doğru devam eder.

## 9 Yıldızlarda Kütle, Işınm ve Ömür İlişkisi

Bir yıldızın temel özellikleri büyük ölçüde kütlesi tarafından belirlenir. Kütle arttıkça çekim kuvveti ve çekirdekteki basınç artar. Bu durum nükleer füzyon hızını yükseltir ve yıldızın toplam ışınm gücünü (aydınlatma gücü) belirgin biçimde büyütür. Yıldızlardaki ışınm gücü ile kütle arasındaki yaklaşık ilişki:

$$L \propto M^{3.5}$$

Burada:

$L$  : yıldızın ışınm gücü (ışınma şiddeti),  $M$  : yıldızın kütlesi

Bu ifade, yıldızın kütlesi iki katına çıktığında ışınm gücünün yaklaşık  $2^{3.5} \approx 11$  kat arttığını gösterir. Dolayısıyla daha kütleli yıldızlar çok daha parlak ve iç reaksiyonları çok daha hızlıdır.

Yıldızın ana kol (main-sequence) ömrü, toplam yakıt miktarının kütle ile, yakıt tüketim hızının ise ışınm gücü ile orantılı olması nedeniyle yaklaşık olarak:

$$\tau \propto \frac{M}{L}$$

Yukarıdaki kütle-ışınm ilişkisi kullanıldığında:

$$\tau \propto \frac{M}{M^{3.5}} = M^{-2.5}$$

Sonuç olarak kütle arttıkça ömür kısalır. Daha kütleli yıldızlar daha parlak olmalarına rağmen yakıtlarını çok hızlı tüketirler. Buna karşılık, düşük kütleli yıldızlar füzyonu çok yavaş sürdürürler ve evrende trilyonlarca yıl yaşayabilirler.

Özetle:

$$L \propto M^{3.5}, \quad \tau \propto M^{-2.5}$$

Yüksek kütle  $\rightarrow$  yüksek ışınm  $\rightarrow$  hızlı yakıt tüketimi  $\rightarrow$  kısa ömür.

Düşük kütle  $\rightarrow$  düşük ışınm  $\rightarrow$  yavaş yakıt tüketimi  $\rightarrow$  uzun ömür.

## 10 Yıldızlarda Enerji Taşıma Mekanizmaları

Yıldız iç yapısında enerji, çekirdekteki nükleer füzyon yoluyla üretilir ve yüze doğru taşınarak uzaya yayılır. Bu enerji taşınımı temel olarak iki mekanizma ile gerçekleşir:  **Radyatif enerji taşıma**  ve  **konvektif enerji taşıma** . Hangi mekanizmanın baskın olduğu, yıldızın sıcaklık, yoğunluk ve  *opasite*  özelliklerine bağlıdır.

### 10.1 Radyatif Enerji Taşıma

Yüksek sıcaklık ve düşük opasitenin bulunduğu yıldız bölgelerinde enerji, ısıtım yoluyla taşınır. Bu süreçte fotonlar iç bölgelerden dış bölgelere doğru ilerlerken sürekli olarak  *soğurulup yeniden yayılır* . Ortam tamamen saydam değildir; fotonlar birçok kez saçılır ve enerji taşınımı  *radyatif difüzyon*  şeklinde gerçekleşir.

Radyatif sıcaklık gradyanı yaklaşık olarak:

$$\frac{dT}{dr} = -\frac{3\kappa\rho L}{16\pi acT^3r^2}$$

Burada:

$\kappa$  : opasite (soğurma katsayısı),  $\rho$  : yoğunluk,  $L$  : yarıçap  $r$  içindeki toplam ısıtım gücü

Bu mekanizma genellikle:

- Güneş'in radyatif bölgesinde (çekirdekten yaklaşık %70 yarıçapa kadar)
- Yüksek kütleli yıldızların dış katmanlarında

baskındır.

### 10.2 Konvektif Enerji Taşıma

Opasitenin yüksek olduğu veya sıcaklık gradyanının çok dik olduğu bölgelerde radyatif taşıma yetersiz hale gelir. Bu durumda enerji,  **konveksiyon**  yoluyla taşınır. Sıcak ve hafif plazma yükselirken, soğuk ve ağır plazma aşağı çöker. Bu durum büyük ölçekli  *dolaşım hücreleri*  oluşturur.

Konveksiyonun başlaması, radyatif sıcaklık gradyanı ile  *adiyabatik*  gradyanın karşılaştırılmasıyla belirlenir:

$$\nabla_{\text{rad}} > \nabla_{\text{ad}} \Rightarrow \text{Konveksiyon başlar}$$

Konveksiyon genellikle:

- Güneş ve benzeri orta kütleli yıldızların dış katmanlarında
- Düşük kütleli yıldızların tamamına yakın hacminde
- Yüksek kütleli yıldızların çekirdek bölgelerinde

baskın enerji taşıma biçimidir.

### 10.3 Opasite ve Yıldız İçinde Görülen Opasite Türleri

**Opasite** ( $\kappa$ ), plazmanın ışığı ne kadar güçlü soğurduğunu veya saçtığını belirten büyüklüktür. Radyatif taşıma için belirleyici parametredir; opasite arttıkça radyatif enerji taşınımı zorlaşır ve konveksiyon eğilimi artar.

Yıldız iç yapısında görülen temel opasite türleri:

- **Thomson Saçılması Opasitesi:** Serbest elektronlar tarafından foton saçılması baskın olduğunda.
- **Bound-Bound Opasite:** Elektronların atomik enerji seviyeleri arasında geçiş yapmasıyla oluşur.
- **Bound-Free Opasite:** Fotonun bir atomdan elektronu koparması (fotoiyonizasyon).
- **Free-Free Opasite (Bremsstrahlung):** Serbest elektronların çekirdek yakınında ivmelenmesi sonucu foton soğurması veya yayması.

Opasite yüksek olduğunda:

Radyatif taşıma yavaşlar  $\Rightarrow$  Konveksiyon baskın hale gelir.

## 11 Tolman-Oppenheimer-Volkoff (TOV) Limiti

Tolman-Oppenheimer-Volkoff (TOV) limiti, bir nötron yıldızının kendi kütleçekimsel çökmesine karşı dayanabileceği **en büyük kütle**yi tanımlar. Bu limit, bir yıldızın çekirdeğinin artık nükleer füzyon yapamadığı ve tamamen *nötron dejenere basıncına* bağlı olarak ayakta kaldığı durumlarda geçerlidir.

Einstein'ın Genel Görelilik teorisine göre, kütleçekim kuvveti yalnızca kütleyle değil aynı zamanda **enerji yoğunluğu ve basınç** da bağlıdır. Bu nedenle nötron yıldızlarının denge koşulu, klasik hidrostatik denge denklemi yerine **TOV denklemi** ile ifade edilir.

## 11.1 TOV Denklemi

Bir nötron yıldızının denge koşulu şu şekilde verilir:

$$\frac{dP(r)}{dr} = -\frac{G}{r^2} \left( \rho(r) + \frac{P(r)}{c^2} \right) \left( M(r) + 4\pi r^3 \frac{P(r)}{c^2} \right) \left( 1 - \frac{2GM(r)}{rc^2} \right)^{-1}, \quad (10)$$

burada:

- $P(r)$  — yarıçap  $r$ 'deki basınç,
- $\rho(r)$  — kütle yoğunluğu,
- $M(r)$  — yarıçap  $r$  içindeki toplam kütle,
- $G$  — evrensel kütleçekim sabiti,
- $c$  — ışık hızı.

Bu denklem, kütleçekimi ve dejenere nötron basıncının nasıl denge kurduğunu ifade eder.

## 11.2 TOV Kütle Limiti

Nötron dejenere basıncı, nötronların Pauli Dışarlama İlkesi nedeniyle aynı kuantum durumunu paylaşamamasından kaynaklanan bir *kuantum basıncıdır*. Ancak kütle arttıkça kütleçekim kuvveti daha baskın hale gelir ve bir noktadan sonra bu basınç denge sağlayamaz.

Bu kritik kütle:

$$M_{\text{TOV}} \approx 2.0 - 3.0 M_{\odot} \quad (11)$$

aralığındadır (güncel nötron yıldızı denklemleri ve nükleer maddenin durumu belirsiz olduğundan tam değer kesin değildir).

## 11.3 TOV Limitinin Aşılması

- Eğer  $M < M_{\text{TOV}}$  ise: Nötron yıldızı kararlı kalır.
- Eğer  $M > M_{\text{TOV}}$  ise: Nötron dejenere basıncı artık kütleçekime karşı koyamaz ve yıldız **kütleçekimsel olarak çöker**.

Dolayısıyla TOV limiti, doğrudan bir yıldız kalıntısının kara delik olup olmayacağını belirleyen kritik eşiktir.

## 12 Süpernova Patlamaları

Süpernova, yıldızların yaşamlarının son evrelerinde meydana gelen, çok büyük miktarda enerji açığa çıkaran kozmik patlamalardır. Bu patlamalar bir yıldızın tüm ışıma gücünü bir anda milyonlarca katına çıkararak galaksiler arası ölçekte gözlenebilir hale getirir. Süpernovalar hem ağır elementlerin sentezlenmesinde hem de bu elementlerin galaktik ortama yayılmasında temel rol oynar.

Süpernovalar genel olarak iki ana kategori altında incelenir: **Tip I** ve **Tip II**. Bu sınıflandırmanın temel kriteri patlama sırasında tayf çizgilerinde **hidrojen (H)** çizgilerinin bulunup bulunmamasıdır.

### 12.1 Tip I Süpernova

Tip I süpernovaların tayfında **hidrojen çizgileri yoktur**. Genellikle bir beyaz cücenin kritik kütle sınırına (Chandrasekhar limitine) ulaşarak kararsız hale gelmesi ve termonükleer bir patlamaya dönüşmesi sonucu gerçekleşir.

#### 12.1.1 Tip Ia

Tip Ia süpernovalar, bir **beyaz cücenin** ikili yıldız sisteminde, yoldaş yıldızdan madde çekerek kütesinin  $1.4M_{\odot}$  seviyesine ulaşmasıyla gerçekleşir. Bu durumda:

$$M > M_{\text{Chandrasekhar}} \Rightarrow \text{Termonükleer Patlama}$$

Bu patlama karbon ve oksijen füzyonunun kontrolünden çıkmasıyla tüm yıldızın yok olmasına neden olur. Tip Ia süpernovalar standart mum (standard candle) olarak kozmolojik uzaklık ölçümlerinde kullanılır.

#### 12.1.2 Tip Ib

Tip Ib süpernovaların tayfında hidrojen çizgisi bulunmaz ancak **helyum (He)** çizgileri vardır. Bu tip patlamalar, kütle kaybı yaşamış ya da yıldız rüzgarları tarafından dış zarfları soyulmuş **büyük kütleli yıldızların** çekirdek çökmesi sonucu oluşur.

#### 12.1.3 Tip Ic

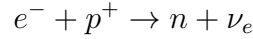
Tip Ic süpernovaların tayfında ne hidrojen ne de helyum çizgileri bulunur. Bu sınıf, yıldızın hem hidrojen hem de helyum zarflarını kaybetmiş olduğu çok daha şiddetli soyulmuş kütleli yıldızların çekirdek çökmesiyle ilişkilidir. Genellikle Wolf-Rayet yıldızları ile ilişkilendirilir.

## 12.2 Tip II Süpernova

Tip II süpernovaların tayfında **hidrojen çizgileri belirgindir**. Bu patlamalar, büyük kütleli bir yıldız ( $M \gtrsim 8M_{\odot}$ ) yakıtının tükenmesiyle çekirdeğinin çökmeye uğraması sonucu gerçekleşir. Çekirdekte füzyon sona erdiğinde:

$$P_{\text{iç}} \not\geq P_{\text{gravitasyon}} \Rightarrow \text{Çekirdek Çökmesi}$$

Çökme sırasında elektronlar protonlarla birleşerek nötronlara dönüşür:



Sonuçta:

- Çekirdekte **nötron degenerasyon basıncı** oluşur.
- Dış katmanlar şok dalgasıyla uzaya saçılır.
- Geriye **nötron yıldızı** veya çok büyük kütlede ise **kara delik** kalır.

## 13 Nötron Yıldızları

Nötron yıldızları, büyük kütleli yıldızların (yaklaşık  $8M_{\odot} \lesssim M \lesssim 25M_{\odot}$ ) çekirdek çökmesi sonucu oluşan, son derece yoğun ve kompakt yapılardır. Süpernova patlaması ile dış katmanlar uzaya saçılırken çekirdek, protonların ve elektronların birleşerek nötron oluşturmalarıyla nötronca zengin ve yoğun bir yapıya dönüşür. Nötron yıldızlarının tipik özellikleri:

$$R \approx 10 \text{ km}, \quad M \approx 1.4 - 2.5M_{\odot}, \quad \rho \approx 10^{14} \text{ g/cm}^3$$

Bu yoğunluk, bir çay kaşığı nötron yıldızı maddesinin milyonlarca ton kütleyle denk gelmesi anlamına gelir. Nötron yıldızlarında denge, kütleçekim kuvvetine karşı **nötron dejenere basıncı** ile sağlanır.

### 13.1 Pulsarlar

Pulsar, yüksek manyetik alan ( $10^8 - 10^{15}$  Gauss) ve çok hızlı dönme periyoduna sahip nötron yıldızlarıdır. Manyetik eksen ile dönme eksenini aynı doğrultuda olmadığından, yıldız döndükçe manyetik kutuplardan yayılan elektromanyetik ışıınım, uzaktaki bir gözlemci için periyodik bir **radio darbesi (pulse)** şeklinde algılanır.

- Pulsarların dönüş periyodu milisaniyeler ile saniyeler arasında değişir.

- Zaman içindeki dönme yavaşlaması, manyetik dipol ışıması ile açıklanır.

Pulsarın dönme periyodu:

$$P = \text{Dönme Periyodu}, \quad \dot{P} = \text{Periyottaki yavaşlama}$$

Pulsarın yaş tahmini (spin-down age):

$$\tau \approx \frac{P}{2\dot{P}}$$

## 13.2 Akresyon Diski

Eğer nötron yıldızı bir **ikili yıldız sisteminde** yer alıyorsa ve yoldaş yıldızdan madde çekiyorsa, üzerine düşen madde açısal momentum nedeniyle doğrudan yüzeye çökemez. Bunun yerine nötron yıldızının etrafında bir **akresyon disk**i oluşur.

Bu diskte:

- Madde iç sürtünme nedeniyle ısınır,
- Termal radyasyon ve X-ışınları yayılır,
- Manyetik alan çizgileri, maddenin kutuplara yönelmesine neden olabilir.

Akresyon sonucu oluşan enerji ışıması:

$$L_{\text{akresyon}} \approx \frac{GM\dot{M}}{R}$$

Burada:

$M$  : nötron yıldızı kütlesi,  $R$  : nötron yıldızı yarıçapı,  $\dot{M}$  : akresyon hızı

Akresyon süreçleri, nötron yıldızlarını **X-ışını ikilileri (X-ray binaries)** olarak gözle görünür hale getirir. Eğer akresyon nedeniyle açısal momentum artarsa, nötron yıldızı hızlanarak **milisaniye pulsarına** dönüşebilir.

## 14 Kara Delikler

Kara delikler, uzay-zamanda kütleçekimin o kadar yoğun olduğu bölgelerden oluşur ki ışık dahil hiçbir şey bu bölgeden kaçamaz. Kara deliğin merkezinde, kütleçekimin teorik olarak sonsuz olduğu **tekillik (singularity)** bulunur. Kara deliğin “geri dönüşü olmayan sınırına” **olay ufku** adı verilir.

Kara delikler, Genel Görelilik kuramının çözümlerine göre kütle, dönme (açısal momentum) ve elektrik yüküne göre sınıflandırılır. Üç temel model şunlardır: **Schwarzschild**, **Kerr** ve **Reissner–Nordström** kara delikleridir.

### 14.1 Schwarzschild Kara Deliđi (Dönmeyen ve Yüksüz)

Schwarzschild kara deliği, dönmeyen ( $J = 0$ ) ve yüksüz ( $Q = 0$ ) ideal kara delik çözüdür. Böyle bir kara deliğin olay ufku yarıçapı, yani **Schwarzschild yarıçapı**, şu şekilde verilir:

$$R_s = \frac{2GM}{c^2} \quad (12)$$

Burada:

$R_s$  : Schwarzschild yarıçapı,  $G$  : kütleçekim sabiti,  $M$  : kara delik kütlesi,  $c$  : ışık hızı

Bu yarıçap, olay ufkunun fiziksel büyüklüğünü belirler ve  $M$  arttıkça doğrusal olarak artar.

### 14.2 Kerr Kara Deliđi (Dönen Kara Delikler)

Gerçek astrofiziksel kara deliklerin çoğu açısal momentum taşır. Dönme etkili kara delikler **Kerr** çözümü ile tanımlanır. Dönme, tekiliği nokta halinden bir halka (ring singularity) şekline dönüştürür ve olay ufkunun yapısını değiştirir. Kerr kara deliğinde olay ufku yarıçapı:

$$r_{\pm} = \frac{GM}{c^2} \pm \sqrt{\left(\frac{GM}{c^2}\right)^2 - a^2} \quad (13)$$

Burada:

$$a = \frac{J}{Mc} : \text{dönme parametresi}$$

- $r_+$  dış olay ufku,
- $r_-$  iç olay ufku olarak adlandırılır.

Ayrıca Kerr kara deliklerinde olay ufkunun dışındaki bölgede **çekimsel sürüklenme (frame dragging)** oluşur. Bu bölgeye **ergosfer** denir. Ergoda hiçbir cisim uzay-zamanın dönme yönüne karşı hareket edemez.

### 14.3 Reissner–Nordström Kara Deliđi (Yüklü Kara Delikler)

Kara delik elektrik yükü taşıyorsa ( $Q \neq 0$ ) dönme yoksa ( $J = 0$ ), bu yapı **Reissner–Nordström** kara deliği olarak tanımlanır. Bu durumda olay ufku iki adet olur:



$$r_{\pm} = \frac{GM}{c^2} \pm \sqrt{\left(\frac{GM}{c^2}\right)^2 - \frac{GQ^2}{4\pi\epsilon_0 c^4}} \quad (14)$$

- $r_+$  dış olay ufku,
- $r_-$  iç olay ufku.

Eğer:

$$\left(\frac{GM}{c^2}\right)^2 < \frac{GQ^2}{4\pi\epsilon_0 c^4}$$

olursa olay ufku kalmaz ve **çıplak tekillik** ortaya çıkar. Bu durum **kozmos sansür hipotezi** gereği fiziksel olarak gerçekleşmemesi gereken bir durum olarak değerlendirilir.

## 15 Çift Yıldız Sistemleri

Çift yıldızlar, kütleçekimsel olarak birbirine bağlı iki yıldızdan oluşan sistemlerdir. Bu yıldızlar ortak bir kütle merkezi etrafında dönerek dinamik ve evrimsel açıdan birbirlerini etkilerler. Evren’de yıldızların önemli bir kısmı tek değil, çift veya çoklu sistemler halinde bulunur. Çift yıldızlar hem yıldız evrimi hem de kütle kaybı / kazanımı süreçlerinin anlaşılmasında kritik rol oynar.

Çift yıldızlar, bileşen yıldızların birbirlerine olan uzaklıklarına ve aralarındaki kütle aktarımına göre iki ana kategoride incelenir:

### 15.1 Geniş Çift Yıldızlar (Wide Binaries)

Geniş çift yıldızlarda yıldızlar arasındaki uzaklık büyük olduğu için Roche lobları dolmaz ve **kütle aktarımı gerçekleşmez**. Her iki yıldız evrimini neredeyse tek yıldızmış gibi bağımsız sürdürür. Bu sistemlerde bileşenler birbirlerini yalnızca kütleçekimsel olarak etkiler.

### 15.2 Yakın Çift Yıldızlar (Close Binaries)

Yakın çift yıldızlarda bileşenler birbirine yeterince yakın olduğundan **Roche lobu taşması** meydana gelebilir. Bu durumda daha büyük ve gelişmiş olan yıldız, **kütle transferi** ile maddeyi diğer bileşene aktarır. Sistem içerisindeki evrim, tek yıldız evriminden önemli ölçüde farklılaşır.

### 15.3 Geniş ve Yakın Çift Yıldızların Evrimsel Sonuçları

Aşağıdaki tablo, çift yıldız türlerini ve bileşenlerin evrimsel sonuçlarını özetler:

1. Bileşen	2. Bileşen	Sistem Sonucu
Kırmızı Dev	Ana Kol Yıldızı	Geniş çift sistem; kütle aktarımı yok.
Kırmızı Dev	Ana Kol Yıldızı	Yakın çift sistem; Roche taşması ile kütle transferi.
Beyaz Cüce	Ana Kol Yıldızı	Akresyon $\rightarrow$ Nova; $M_{\text{Ch}}$ aşılsa Tip Ia Süpernova.
Nötron Yıldızı	Ana Kol Yıldızı	X-ışını ikilisi; akresyon diski yüksek enerjili yayım üretir.
Nötron Yıldızı	Nötron Yıldızı	Birleşme $\rightarrow$ Gravitasyonel dalga + Kilonova.
Kara Delik	Ana Kol Yıldızı	Mikrokuasar; jetler ve güçlü akresyon diski.
Kara Delik	Kara Delik	Gravitasyonel dalga ile birleşme olayı (GW sinyali).

Tablo 1: Çift yıldız bileşenlerine göre evrimsel sonuçlar.

### 15.4 Roche Potansiyeli ve Roche Lobu

Çift yıldız sistemlerinde, iki yıldız ortak bir kütle merkezi etrafında döner. Bu durumda sistemin dinamiğini belirleyen kuvvetler yalnızca kütleçekimi değildir; aynı zamanda dönme hareketinden kaynaklanan merkezkaç etkisi de vardır. İki yıldız arasındaki etkileşim, **Roche potansiyeli** olarak adlandırılan etkin kütleçekim potansiyeli ile tanımlanır.

Roche potansiyeli, iki yıldızın kütleçekim alanını ve dönme çerçevesindeki merkezkaç kuvvetini birlikte ifade eder. İki kütle  $M_1$  ve  $M_2$  için dönme çerçevesindeki etkili potansiyel:

$$\Phi(\mathbf{r}) = -\frac{GM_1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_1|} - \frac{GM_2}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_2|} - \frac{1}{2}\omega^2|\mathbf{r} - \mathbf{r}_c|^2$$

Burada:

$$\omega = \sqrt{\frac{G(M_1 + M_2)}{a^3}}$$

ikili sistemin açısal hızıdır,  $a$  yıldızlar arası uzaklıktır ve  $\mathbf{r}_c$  ortak kütle merkezidir.

Bu potansiyelin seviyelendirilmiş yüzeyleri (eş potansiyel yüzeyleri), sistemdeki madde akışının sınırlarını belirler. **Roche lobu**, her bir yıldızın kütleçekimsel olarak hâkim olduğu hacmi belirleyen kapalı eş potansiyel yüzeyidir.

**Roche lobu = yıldızın kendine ait tutabileceği maksimum hacim.**

Roche lobunun yaklaşık yarıçapı Eggleton formülü ile ifade edilir:

$$\frac{R_{L1}}{a} = \frac{0.49 q^{2/3}}{0.6 q^{2/3} + \ln(1 + q^{1/3})}$$

Burada: -  $q = \frac{M_1}{M_2}$  kütle oranı, -  $R_{L1}$  birinci yıldızın Roche lobu yarıçapı, -  $a$  yıldızlar arası uzaklıktır.

### L1 Noktası ve Madde Akışı

İki Roche lobu arasında, **Lagrange Noktası L1** adı verilen kararlı bir denge noktası bulunur. Eğer yıldızlardan biri evrimsel süreçte genişleyip **Roche lobu sınırını aşarsa**, dış katmanlar bu dar boğaz noktasından diğer yıldıza akar:

### Roche Lobu Taşması → Kütle Transferi

Bu süreç:

- Yakın çift yıldız evrimini belirleyen ana mekanizmadır. - Sistem momentumunu, yörüngesel dönme oranlarını ve yıldızların parlaklıklarını değiştirir.
- Akış genellikle L1 etrafında bir **akresyon diski** oluşturarak gerçekleşir (beyaz cüce, nötron yıldızı veya kara delik varsa).

### Özet (Büyük Resim)

- Roche potansiyeli, kütleçekim + merkezkaç etkisini birlikte tanımlar.
- Her yıldızın maddeyi elinde tutabildiği hacim **Roche lobudur**.
- Yıldız genişleyip Roche lobunu aşarsa **kütle transferi başlar**.
- Kütle transferi, sistemin tüm evrimini kökten değiştirir.

## 15.5 Kütle Transferi Türleri

Yakın çift yıldızlarda kütle transferi, Roche lobu taşması veya yıldız rüzgarları yoluyla gerçekleşir. Kütle transferi sürecinin doğası, bileşen yıldızların evrimsel aşamalarına ve kütle oranına bağlıdır. Yaygın kütle transferi türleri aşağıda verilmiştir:

- **Roche Lobu Taşması (Roche Lobe Overflow, RLOF):** Bir yıldızın yarıçapı Roche lobu sınırını aştığında, madde iç Lagrange noktası  $L_1$  üzerinden diğer bileşene akar. Bu süreç yönlendirilmiş ve yüksek akıllı bir aktarım mekanizmasıdır.
- **Yıldız Rüzgarı ile Kütle Aktarımı:** Geniş çift yıldız sistemlerinde büyük yarıçaplı yıldızlar güçlü yıldız rüzgarları yayar. Bu rüzgarın bir kısmı ikinci bileşen tarafından yakalanarak akresyon sağlar. Akresyon verimi düşük fakat kararlı olabilir.
- **Ortak Zarf Evrimi (Common Envelope, CE):** Kütle transferi denge hâle geldiğinde alıcı yıldız gelen maddeyi tutamaz ve iki yıldız ortak bir gaz zarfı içerisine gömülür. Bu süreçte yörünge yarıçapı dramatik biçimde küçülür ve enerji açığa çıkar. CE fazı kompakt çift yıldızların ana oluşum mekanizmalarından biridir.

## 15.6 Kütle Transferi Kararlılığı

Kütle transferinin kararlı olup olmaması, yıldızın kütle kaybına tepkisine ve sistemdeki kütle oranına bağlıdır. Kararlılık analizi, donör yıldızın yarıçap tepkisi ile Roche lobunun yarıçap değişimini karşılaştırarak yapılır.

- Eğer donör yıldızın yarıçap değişimi Roche lobunun genişleme hızından **daha yavaş** ise:

$$\frac{d \ln R_{\text{donör}}}{d \ln M_{\text{donör}}} > \frac{d \ln R_L}{d \ln M_{\text{donör}}}$$

**Kütle transferi kararlıdır.** Sistem uzun süreli ve düzenli akresyon gösterir.

- Eğer donör yıldız kütle kaybederken **genişliyor** ve Roche lobu onu dar bir şekilde sınırlandırıyorsa:

$$\frac{d \ln R_{\text{donör}}}{d \ln M_{\text{donör}}} < \frac{d \ln R_L}{d \ln M_{\text{donör}}}$$

**Kütle transferi kararsızdır.** Bu durumda sistem hızlı kütle aktarım fazına girer ve çoğu zaman **ortak zarf evrimi (CE)** ile sonuçlanır.

### 15.6.1 Kütle Oranı Kriteri

Kütle transferi kararlılığı çoğunlukla kütle oranı ile karakterize edilir:

$$q = \frac{M_{\text{donor}}}{M_{\text{accretor}}}$$

- $q < q_{\text{kritik}}$  ise kütle transferi **kararlıdır**.
- $q > q_{\text{kritik}}$  ise kütle transferi **kararsızdır** ve CE fazına yol açabilir.

Kritik kütle oranı yıldızın iç yapısına göre değişir:

$$q_{\text{kritik}} \approx \begin{cases} 1.5 - 3.0, & \text{radyatif zarf yapılı donörler} \\ 0.6 - 1.0, & \text{konvektif zarf yapılı donörler} \end{cases}$$

## 16 Lagrange Noktaları ve Çift Yıldız Sistemlerindeki Önemi

Bir çift yıldız sistemi, birbirine kütleçekimsel olarak bağlı iki yıldızdan oluşur ve bu yıldızlar ortak kütle merkezi etrafında döner. Dönen referans çerçevesinde sistemin etkin potansiyeli, kütleçekimsel potansiyel ile merkezkaç potansiyelinin toplamı ile verilir. Bu etkin potansiyel, **Roche potansiyeli** olarak bilinir:

$$\Phi(\mathbf{r}) = -\frac{GM_1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_1|} - \frac{GM_2}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_2|} - \frac{1}{2}\omega^2 r_{\perp}^2 \quad (15)$$

Burada:

- $M_1$  ve  $M_2$ : bileşen yıldızların kütleleri,
- $\omega$ : yörüngesel açısal hız,
- $r_{\perp}$ : dönme eksenine dik uzaklık.

Bu potansiyel içinde, net kuvvetin sıfır olduğu **\*\*beş adet denge noktası\*\*** bulunur. Bu bölgelere **Lagrange noktaları** denir.

### 16.0.1 $L_1$ Noktası (İç Lagrange Noktası)

$L_1$  noktası, iki yıldız arasında yer alır ve Roche lobları arasındaki **dar boğazı** oluşturur. Bir yıldız Roche lobunu doldurduğunda madde, bu noktadan diğer bileşene akar:

#### Kütle Transferinin Başlangıç Noktası: $L_1$

Dolayısıyla  $L_1$ , çift yıldızların evriminde **\*\*kritik\*\*** bir rol oynar ve RLOF (Roche Lobe Overflow) mekanizmasının fiziksel temelidir.

### 16.0.2 $L_2$ Noktası

$L_2$ , daha büyük yıldızın arka tarafında yer alır. Eğer sistemde kütle transferi **kararsız** ise ve yıldızla birlikte gaz genişliyorsa, madde  $L_2$ 'den dışarı akabilir.

Bu durum **ortak zarf evriminin** (Common Envelope, CE) erken göstergelerinden biridir.

### 16.0.3 $L_3$ Noktası

$L_3$ , ikinci yıldızın karşı tarafında, sistemin kütle merkeziyle aynı doğrultuda bulunur. Bu nokta genellikle kararsızdır ve gazın büyük ölçekli kaybına yol açabilir.

- $L_3$ 'ten madde kaybı gerçekleşirse, sistem **yörünge açısal momentumu kaybeder**.

### 16.0.4 $L_4$ ve $L_5$ Noktaları (Üçgen Noktaları)

Bu iki nokta, iki yıldızla birlikte eşkenar üçgen oluşturan konumlarda bulunur.

$$\angle L_4 M_1 M_2 = \angle L_5 M_1 M_2 = 60^\circ$$

Bu noktalar yalnızca:

$$\frac{M_1}{M_2} > 24.96 \quad \text{veya} \quad \frac{M_2}{M_1} > 24.96$$

olduğunda **kararlıdır**.

Eğer sistem kararlı ise:

- Bu bölgelerde **toz, plazma ve küçük cisimler birikebilir**.
- Yıldız çevresi **Lagrange toz halkaları** oluşturabilir.

## 16.1 Roche Lobu ve Lagrange Geometrisi

Her yıldız, Roche potansiyeli içinde kendisine ait olan kapalı bir potansiyel yüzeyle sınırlanır. Bu yüzey **Roche lobu** olarak adlandırılır.

Yaklaşık Roche lobu yarıçapı Eggleton bağıntısı ile ifade edilir:

$$\frac{R_L}{a} = \frac{0.49q^{2/3}}{0.6q^{2/3} + \ln(1 + q^{1/3})} \quad (16)$$

Burada:

- $R_L$ : Roche lobu etkin yarıçapı,
- $a$ : yıldızlar arası yörünge yarıçapı,
- $q = M_{\text{donor}}/M_{\text{accretor}}$ : kütle oranı.

**Roche lobu taşması gerçekleştiğinde:**

$$R_{\text{donor}} \geq R_L$$

madde  $L_1$  üzerinden diğer yıldıza akar.

Bu mekanizma:

- Kütle transferini başlatır,
- Yıldız evrimini dramatik biçimde değiştirir,
- Tip Ia Süpernovalar, X-ışını ikilileri ve karadelik birikim disklerinin temel oluşum yoludur.