Optimisation du plan d'acquisition d'un satellite optique d'observation terrestre

Elhadj Mamadou Sow

09 novembre 2024

Contents

1 Notre modèle

Nous allons tout d'abord présenter les ajouts que nous avons fait au modèle de base qui a été mis à notre disposition.

1.1 Contrainte

La contrainte de mémoire a pour objectif de s'assurer que la capacité mémoire maximale du satellite (PMmax) n'est pas dépassée par la somme des mémoires nécessaires des images sélectionnées. Cette contrainte est essentielle pour garantir que le satellite peut stocker les images qu'il acquiert sans dépasser ses limites de mémoire. Voici comment cette contrainte est exprimée dans le modèle :
Contrainte de mémoire:

$$\sum_{ima \in Images} (PM[ima] \cdot selection[ima]) \leq PMmax$$

Dans cette expression, $\sum_{ima \in Images}$ représente la somme sur toutes les images, $PM[ima]$ est la mémoire requise pour l'image ima, et $selection[ima]$ est une variable binaire qui indique si l'image ima est sélectionnée (1 si elle est sélectionnée, 0 sinon). La somme des mémoires requises pour toutes les images sélectionnées ne doit pas dépasser la capacité mémoire maximale du satellite, qui est donnée par $PMmax$.

1.2 Objectif

L'objectif du modèle est de maximiser la somme des gains potentiels associés aux images sélectionnées tout en prenant en compte plusieurs contraintes, notamment la probabilité de défaillance des instruments, la probabilité de nuages pour chaque image, et les contraintes de temps et d'attribution d'instruments. Voici comment l'objectif est formulé dans le modèle :
Objectif:

$$\begin{aligned} \text{maximiser} \sum_{ima \in Images} & (PA[ima] \cdot selection[ima] \cdot \\ & \Bigg((TY[ima] == 1) ? (1 - \prod_{ins \in Instruments} (Failure[ins])) : \\ & (1 - Failure[1]) \cdot (1 - Failure[3])) \cdot (1 - ProbaSup[ima]) \end{aligned}$$

Dans cette expression, $\sum_{ima \in Images}$ représente la somme sur toutes les images, $PA[ima]$ est le gain potentiel de l'image ima, $selection[ima]$ est une variable binaire qui indique si l'image ima est sélectionnée (1 si elle est sélectionnée, 0 sinon), $TY[ima]$ est le type de l'image (1 pour mono, 2 pour stéréo), $Failure[ins]$ est la probabilité de défaillance de l'instrument ins, et $ProbaSup[ima]$ est la borne supérieure de la probabilité de nuages pour l'image ima.
La fonction objectif vise à maximiser la somme des gains potentiels des images sélectionnées tout en tenant compte des probabilités de défaillance des instruments, de la probabilité de nuages pour chaque image, et des contraintes de sélection et d'attribution des instruments. En d'autres termes, elle cherche à déterminer le meilleur ensemble d'images à acquérir pour maximiser le profit global tout en minimisant les risques liés aux défaillances d'instruments et aux conditions météorologiques.

1.3 Résultats

Résultats obtenus :

Objectif:	549.999615	
Qualité de la solution optimale:	Incumbent solution	
MILP objective:	549.999615	
MILP solution norm —x— (Total, Max):	73.0810	1.0000
MILP solution error (Ax=b) (Total, Max):	0.00000	0.00000
MILP x bound error (Total, Max):	0.00000	0.00000
MILP x integrality error (Total, Max):	0.00000	0.00000
MILP slack bound error (Total, Max):	0.00000	0.00000

Analyse et Commentaires : Les résultats obtenus pour ce problème de planification des prises d'images par les satellites SPOT 5 sont les suivants :
- La valeur de l'objectif est de 549.999615, ce qui signifie que la solution optimale permet d'obtenir un gain total de presque 550 unités monétaires en sélectionnant les images appropriées.
- La solution optimale a été trouvée avec une qualité "Incumbent solution", ce qui signifie que c'est la meilleure solution actuellement connue.
- Les valeurs de "MILP solution norm —x—" indiquent que la solution obtenue est relativement équilibrée en termes de valeurs des variables de décision.
- Les valeurs de "MILP solution error (Ax=b)" indiquent qu'il n'y a pas d'erreur dans les contraintes linéaires du modèle.
- Les valeurs de "MILP x bound error" et "MILP x integrality error" indiquent qu'il n'y a pas de problème avec les bornes ou l'intégralité des variables de décision.
- Les valeurs de "MILP slack bound error" indiquent qu'il n'y a pas de problème avec les variables d'écart (slack) dans les contraintes.

En résumé, la solution optimale trouvée est de haute qualité, et elle permet de maximiser le gain total tout en respectant toutes les contraintes du problème. Les variables de décision "selection," "assignedTo," et "probaInstrumentOK" ont été déterminées de manière à optimiser la planification des prises d'images en tenant compte des probabilités de défaillance des instruments, des contraintes de mémoire, et des probabilités de nuages pour chaque image.

1.4 Annexe

```
/*********************************************
* OPL 12.7.1.0 Model
* Author: fargier
* Creation Date: 3 nov 2023 at 13:50:16
*********************************************/
///
//using CP; // decomment for CP solver instead of LP solver
int NbImages = ... ;
range Images = 1 .. NbImages ;
// type of the images, 1 for mono, 2 for stereo
int TY[Images] = ... ;
// Memory required for each image
int PM[Images] = ... ;
// payoff of each image
int PA[Images] = ... ;
// Probability of Cloudy Weather
float ProbaInf[Images] = ... ;
float ProbaSup[Images] = ... ;
int NbInstruments = ... ;
```

```
range Instruments = 1 .. NbInstruments ;
// probability of failure of each instrument
float Failure[Instruments] = ...;
// starting time of each image, depending on the instrument
int DD[Images, Instruments] = ... ;
// depointing angle of each image, depeding on the instrument
int AN[Images, Instruments] = ... ;
// duration of acquisition, common to all the image
int DU = ... ;
// rotation speed of the instruments
int VI = ... ;
// Capacity of the memory
int PMmax = ... ;
range bool = 0 .. 1 ;
{int} PossibleStartDates = { DD[ima, ins] | ima in Images, ins in Instruments };
// selection[i] = 1 <=>
//
 image i is selected and realized
dvar int selection[Images] in bool;
// assignedTo[ima, ins] = 1 <=>
//
 image ima has been selected and assigned to instrument ins
dvar int assignedTo[Images, Instruments] in bool;
// propability that image ima will be correctly aquired by the instrument that has been assigne to
dvar float probaInstrumentOK[Images] in 0..1;
// Maximize the sum of the payoffs.
//maximize sum(ima in Images) (PA[ima] * selection[ima]) ;
// Maximiser l'utilité espérée du gain en prenant en compte les incertitudes
maximize sum(ima in Images) (
PA[ima] * selection[ima] * (
//failure part : verify the type of the image to know it's taken by which instrument
(TY[ima] == 1) ? (1 - prod(ins in Instruments) (Failure[ins])) : (1 - Failure[1]) * (1 - Failure[3
) * (1 - ProbaSup[ima])
);
constraints {
// consider one instrument
// if, on this instrument the time of transition betwwen the end of the an image and the
// beginning of another one is not sufficient ,
// it is not possible to realized both on that instrument.
forall(ordered ima1, ima2 in Images, ins in Instruments :
abs(DD[ima1,ins] - DD[ima2,ins]) * VI
};
< DU * VI + abs(AN[ima1,ins] - AN[ima2,ins])
){
assignedTo[ima1,ins] + assignedTo[ima2,ins] <= 1 ;
forall(im in Images:TY[im]==1) //image mono assignee
{
sum(ins in Instruments)assignedTo[im,ins]==selection[im];
};
forall(im in Images:TY[im]==2) //image stereo assignee
{
assignedTo[im,1]==selection[im];
assignedTo[im,3]==selection[im];
assignedTo[im,2]==0;
};
// il ne vous reste que la contrainte de memoire  implementer
```

```
// memory constraint: Total memory used by selected images cannot exceed the maximum memory
capacity
sum(ima in Images) PM[ima] * selection[ima] <= PMmax;
// failure constraint
forall(ins in Instruments)
sum(ima in Images) Failure[ins] * assignedTo[ima, ins] <= 0.5;
// cloud constraint
forall(ima in Images)
sum(ins in Instruments) assignedTo[ima, ins] * (ProbaSup[ima] + ProbaInf[ima])/2 <= 0.5;
}
/**************************/
/* Output */
/**************************/
execute{
for(var ima in Images)
for (var ins in Instruments)
{
if (assignedTo[ima][ins] > 0) {
}}}
writeln("Image" + ima + " on " + ins + " at date " + DD[ima][ins]);
```