

# **Отчёт по лабораторной работе №2**

**Задача о Погоне, вариант №45**

Танрибергенов Эльдар

# Содержание

<b>1</b>	<b>Цель работы</b>	<b>5</b>
<b>2</b>	<b>Задание</b>	<b>6</b>
<b>3</b>	<b>Выполнение лабораторной работы</b>	<b>7</b>
3.1	Решение . . . . .	7
3.2	Программа на языке Julia . . . . .	8
3.3	Результаты . . . . .	11
<b>4</b>	<b>Выводы</b>	<b>13</b>

## Список иллюстраций

3.1	траектории для случая 1 . . . . .	11
3.2	траектории для случая 2 . . . . .	12

## **Список таблиц**

# 1 Цель работы

Приведем один из примеров построения математических моделей для выбора правильной стратегии при решении задач поиска. Например, рассмотрим задачу преследования браконьеров береговой охраной. На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии  $k$  км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Известно, что скорость катера в  $n$  раза больше скорости браконьерской лодки. Необходимо определить по какой траектории необходимо двигаться катеру, чтоб нагнать лодку.

## 2 Задание

На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии 16,4 км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Известно, что скорость катера в 4,2 раза больше скорости браконьерской лодки.

1. Запишите уравнение, описывающее движение катера, с начальными условиями для двух случаев.
2. Постройте траекторию движения катера и лодки для двух случаев.
3. Найдите точку пересечения траектории катера и лодки.

## 3 Выполнение лабораторной работы

### 3.1 Решение

Принимаем за  $t_0 = 0$ ,  $X_0 = 0$  - место нахождения лодки браконьеров в момент обнаружения,  $x_0 = k$  - место нахождения катера береговой охраны относительно лодки браконьеров в момент обнаружения лодки.

Введём полярные координаты. Считаем, что полюс - это точка обнаружения лодки браконьеров  $x_0 = 0$  ( $\theta = x_0 = 0$ ), а полярная ось  $r$  проходит через точку нахождения катера береговой охраны.

Чтобы найти расстояние  $x$  (расстояние после которого катер начнёт двигаться вокруг полюса), необходимо составить простое уравнение. Пусть через время  $t$  катер и лодка окажутся на одном расстоянии  $x$  от полюса. За это время лодка пройдет  $x$ , а катер  $k - x$  (или  $k + x$ , в зависимости от начального положения катера относительно полюса). Время, за которое они пройдут это расстояние, вычисляется как  $\frac{x}{v}$  или  $\frac{k+x}{nv}$  (во втором случае  $frack - xnv$ ), где  $n = 4, 2$ . Так как время одно и то же, то эти величины одинаковы. Тогда неизвестное расстояние  $x$  можно найти из следующего уравнения:  $\frac{x}{v} = \frac{x+k}{nv}$  - в первом случае,  $\frac{x}{v} = \frac{x-k}{nv}$  во втором.

Отсюда мы найдем два значения  $x_1$  и  $x_2$ , задачу будем решать для двух случаев.

$$x_1 = \frac{k}{n+1}, \text{ при } \theta = 0 \text{ и } x_2 = \frac{k}{n-1}, \text{ при } \theta = -\pi$$

После того, как катер береговой охраны окажется на одном расстоянии от полюса, что и лодка, он должен сменить прямолинейную траекторию и начать двигаться вокруг полюса удаляясь от него со скоростью лодки  $v$ . Для этого ско-

рость катера раскладываем на две составляющие:  $v_r$  - радиальная скорость и  $v_t$  - тангенциальная. Радиальная скорость - это скорость, с которой катер удаляется от полюса  $v_r = \frac{dr}{dt}$ . Нам нужно, чтобы эта скорость была равна скорости лодки, поэтому полагаем  $\frac{dr}{dt} = v$ . Тангенциальная скорость - это линейная скорость вращения катера относительно полюса. Она равна произведению угловой скорости  $\frac{d\theta}{dt}$  на радиус  $r$ ,  $v_r = r \frac{d\theta}{dt}$ . Вектора образуют прямоугольный треугольник, откуда по теореме Пифагора можно найти тангенциальную скорость  $v_t = \sqrt{n^2 v_r^2 - v^2}$ . Поскольку радиальная скорость равна  $v$ , тангенциальную скорость находим из уравнения  $v_t = \sqrt{n^2 v^2 - v^2}$ . Следовательно,  $v_t = v \sqrt{n^2 - 1}$ .

Тогда получаем  $r \frac{d\theta}{dt} = v \sqrt{n^2 - 1}$ .

Решение исходной задачи сводится к решению системы из двух дифференциальных уравнений.

## 3.2 Программа на языке Julia

```
#подключение модулей
using Plots
using DifferentialEquations

n = 4.2 #разница в скорости
k = 16.4 #начальное расстояние от лодки до катера

#условия 1-го случая
r0_1 = k/(n+1)
theta0_1 = 0
T_1 = collect(LinRange(theta0_1, 2*pi, 1000))

#условия 2-го случая
r0_2 = k/(n-1)
```



```

theta0_2 = -pi
T_2 = collect(LinRange(theta0_2, pi, 1000))

t = collect(LinRange(0.0001, 25, 1000))

#функция, описывающая движение катера береговой охраны
function f1(r,p,t)
return r/sqrt(n^2-1)
end

#функция, описывающая движение лодки браконьеров
function f2(t)
return tan(3/4*pi)*t
end

#моделирование движения лодки браконьеров
r1=[]
theta1=[]
for i in t
push!(r1, sqrt(i^2 + f2(i)^2))
push!(theta1, atan(f2(i)/i))
end

#решение 1-го случая
problem1 = ODEProblem(f1, r0_1, (theta0_1, 2*pi))
solution1 = solve(problem1, saveat=T_1)

#решение 2-го случая
problem2 = ODEProblem(f1, r0_2, (theta0_2, pi))

```

```

solution2 = solve(problem2, saveat=T_2)

#график в 1 случае
plot(solution1, proj=:polar, color=:red, label="Катер")
plot!(theta1, r1, proj=:polar, color=:purple, label="Лодка")

#сохранение графика
savefig("C:\\work\\study\\2022-2023\\Математическое_моделирование\\mathmod\\LabWo

#график в 2 случае
plot(solution2, proj=:polar, color=:red, label="Катер")
plot!(theta1, r1, proj=:polar, color=:purple, label="Лодка")

#сохранение графика
savefig("C:\\work\\study\\2022-2023\\Математическое_моделирование\\mathmod\\LabWo

```

### 3.3 Результаты

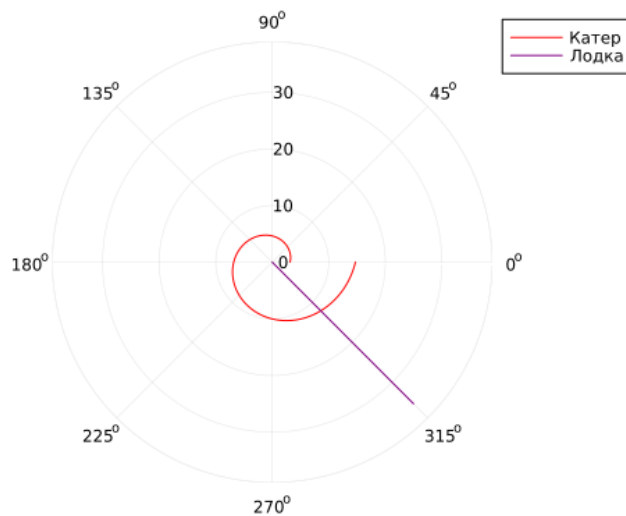


Рис. 3.1: траектории для случая 1

Точка пересечения катера и лодки, исходя из графика, имеет приблизительные координаты

$$\begin{cases} \theta = 315 \\ r = 12 \end{cases}$$

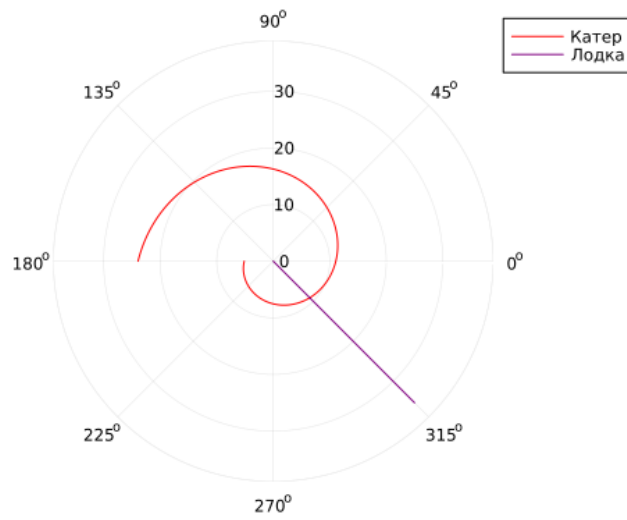


Рис. 3.2: траектории для случая 2

Точка пересечения катера и лодки, исходя из графика, имеет приблизительные координаты

$$\begin{cases} \theta = 315 \\ r = 9 \end{cases}$$

## 4 Выводы

Я рассмотрел задачу о погоне, провели анализ и вывод дифференциальных уравнений, смоделировали ситуацию, нашел точки пересечения катера и лодки.