Отчёт по лабораторной работе №2

Задача о Погоне, вариант №45

Танрибергенов Эльдар

Содержание

# 1 Цель работы

Приведем один из примеров построения математических моделей для выбора правильной стратегии при решении задач поиска. Например, рассмотрим задачу преследования браконьеров береговой охраной. На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии k км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Известно, что скорость катера в n раза больше скорости браконьерской лодки. Необходимо определить по какой траектории необходимо двигаться катеру, чтоб нагнать лодку.

# 2 Задание

На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии 16,4 км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Известно, что скорость катера в 4,2 раза больше скорости браконьерской лодки 1. Запишите уравнение, описывающее движение катера, с начальными условиями для двух случаев. 2. Постройте траекторию движения катера и лодки для двух случаев. 3. Найдите точку пересечения траектории катера и лодки.

# 3 Выполнение лабораторной работы

## 3.1 Решение

Принимаем за - место нахождения лодки браконьеров в момент обнаружения, - место нахождения катера береговой охраны относительно лодки браконьеров в момент обнаружения лодки.

Введём полярные координаты. Считаем, что полюс - это точка обнаружения лодки браконьеров , а полярная ось проходит через точку нахождения катера береговой охраны.

Чтобы найти расстояние (расстояние после которого катер начнёт двигаться вокруг полюса), необходимо составить простое уравнение. Пусть через время катер и лодка окажутся на одном расстоянии от полюса. За это время лодка пройдет x, а катер (или , в зависимости от начального положения катера относительно полюса). Время, за которое они пройдут это расстояние, вычисляется как или (во втором случае ), где . Так как время одно и то же, то эти величины одинаковы. Тогда неизвестное расстояние x можно найти из следующего уравнения: - в первом случае, во втором.

Отсюда мы найдем два значения и , задачу будем решать для двух случаев.

, при и , при

После того, как катер береговой охраны окажется на одном расстоянии от полюса, что и лодка, он должен сменить прямолинейную траекторию и начать двигаться вокруг полюса удаляясь от него со скоростью лодки . Для этого скорость катера раскладываем на две составляющие: - радиальная скорость и - тангенциальная. Радиальная скорость - это скорость, с которой катер удаляется от полюса . Нам нужно, чтобы эта скорость была равна скорости лодки, поэтому полагаем . Тангенциальная скорость – это линейная скорость вращения катера относительно полюса. Она равна произведению угловой скорости на радиус , . Вектора образуют прямоугольный треугольник, откуда по теореме Пифагора можно найти тангенциальную скорость . Поскольку радиальная скорость равна , тангенциальную скорость находим из уравнения . Следовательно, .

Тогда получаем .

Решение исходной задачи сводится к решению системы из двух дифференциальных уравнений.

## 3.2 Программа на языке Julia

#подключение модулей  
using Plots  
using DifferentialEquations  
  
n = 4.2 #разница в скорости   
k = 16.4 #начальное расстояние от лодки до катера  
  
#условия 1-го случая  
r0\_1 = k/(n+1)  
theta0\_1 = 0  
T\_1 = collect(LinRange(theta0\_1, 2\*pi, 1000))  
  
#условия 2-го случая  
r0\_2 = k/(n-1)  
theta0\_2 = -pi  
T\_2 = collect(LinRange(theta0\_2, pi, 1000))  
  
t = collect(LinRange(0.0001, 25, 1000))  
  
#функция, описывающая движение катера береговой охраны   
function f1(r,p,t)  
return r/sqrt(n^2-1)  
end  
  
#функция, описывающая движение лодки браконьеров  
function f2(t)  
return tan(3/4\*pi)\*t  
end  
  
#моделирование движения лодки браконьеров  
r1=[]  
theta1=[]  
for i in t  
push!(r1, sqrt(i^2 + f2(i)^2))  
push!(theta1, atan(f2(i)/i))  
end  
  
#решение 1-го случая  
problem1 = ODEProblem(f1, r0\_1, (theta0\_1, 2\*pi))  
solution1 = solve(problem1, saveat=T\_1)  
  
#решение 2-го случая  
problem2 = ODEProblem(f1, r0\_2, (theta0\_2, pi))  
solution2 = solve(problem2, saveat=T\_2)  
  
#график в 1 случае  
plot(solution1, proj=:polar, color=:red, label="Катер")  
plot!(theta1, r1, proj=:polar, color=:purple, label="Лодка")  
  
#сохранение графика  
savefig("C:\\work\\study\\2022-2023\\Математическое\_моделирование\\mathmod\\LabWorks\\LW2\\report\\images\\L2\_jl\_01.png")  
  
#график в 2 случае  
plot(solution2, proj=:polar, color=:red, label="Катер")  
plot!(theta1, r1, proj=:polar, color=:purple, label="Лодка")  
  
#сохранение графика  
savefig("C:\\work\\study\\2022-2023\\Математическое\_моделирование\\mathmod\\LabWorks\\LW2\\report\\images\\L2\_jl\_02.png")

## 3.3 Результаты

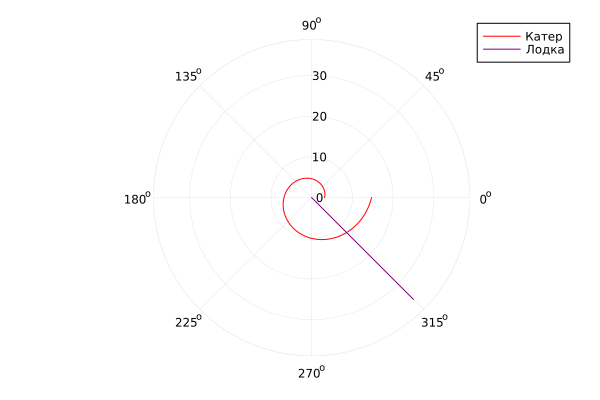


Figure 1: траектории для случая 1

Точка пересечения катера и лодки, исходя из графика, имеет приблизительные координаты

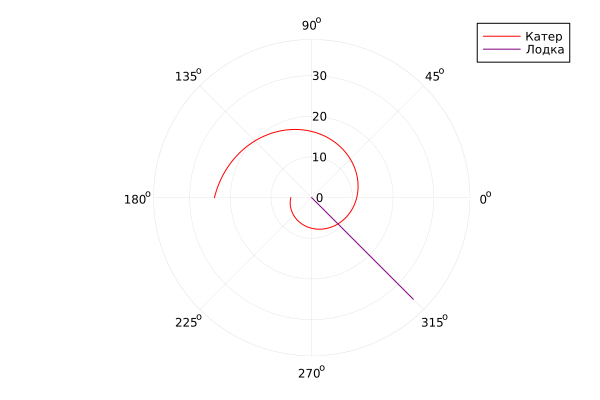


Figure 2: траектории для случая 2

Точка пересечения катера и лодки, исходя из графика, имеет приблизительные координаты

# 4 Выводы

Я рассмотрел задачу о погоне, провели анализ и вывод дифференциальных уравнений, смоделировали ситуацию, нашел точки пересечения катера и лодки.