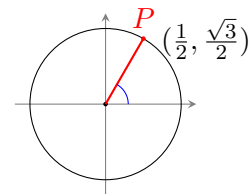


# 數學計算練習 - 詳解

生成日期：2025-04-29

## 第 1 回詳解

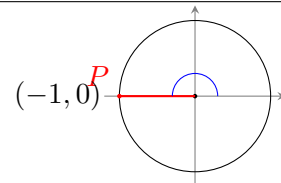


$\theta = 60^\circ$  的單位圓

1. 因為  $\cot \theta = \frac{1}{\tan \theta} = \frac{x}{y}$ ，即 x 座標除以 y 座標。

當  $\theta = 60^\circ$  時，點的座標為  $(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$ 。

所以  $\cot(60^\circ) = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ 。

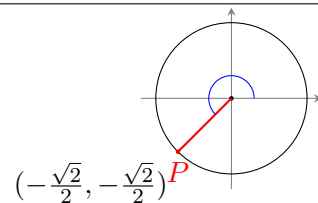


$\theta = 180^\circ$  的單位圓

2. 因為  $\cot \theta = \frac{1}{\tan \theta} = \frac{x}{y}$ ，即 x 座標除以 y 座標。

當  $\theta = 180^\circ$  時，點的座標為  $(-1, 0)$ 。

所以  $\cot(180^\circ) = \frac{-1}{0}$ ，這是未定義的，或者說是無窮大。



$\theta = 225^\circ$  的單位圓

3. 因為  $\cos \theta = \frac{x}{r}$ ，即單位圓上點的 x 座標值。

當  $\theta = 225^\circ$  時，點的座標為  $(-\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2})$ 。

所以  $\cos(225^\circ) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ 。

4.  $\sin^{-1}(\frac{1}{2}) = 30^\circ$ ，因為  $\sin(30^\circ) = \sin(150^\circ) = \frac{1}{2}$  但  $\sin^{-1}$  的值域為  $[-90^\circ, 90^\circ]$ ，所以答案是  $30^\circ$ 。

5.  $\sin^{-1}(\frac{1}{2}) = 30^\circ$ ，因為  $\sin(30^\circ) = \sin(150^\circ) = \frac{1}{2}$  但  $\sin^{-1}$  的值域為  $[-90^\circ, 90^\circ]$ ，所以答案是  $30^\circ$ 。

$$\begin{aligned} 6. & \sqrt{2\sqrt{154} + 29} \\ &= \sqrt{22 + 7 + 2\sqrt{22 \cdot 7}} \\ &= \sqrt{(\sqrt{22} + \sqrt{7})^2} \\ &= |\sqrt{22} + \sqrt{7}| \\ &= \sqrt{22} + \sqrt{7} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 7. & \sqrt{23 - 2\sqrt{102}} \\ &= \sqrt{17 + 6 - 2\sqrt{17 \cdot 6}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \sqrt{(\sqrt{17} - \sqrt{6})^2} \\
&= |\sqrt{17} - \sqrt{6}| \\
&= \sqrt{17} - \sqrt{6}
\end{aligned}$$


---

$$\begin{aligned}
&\mathbf{8.} \sqrt{25 - 4\sqrt{21}} \\
&= \sqrt{21 + 4 - 2\sqrt{21} \cdot 4} \\
&= \sqrt{(\sqrt{21} - \sqrt{4})^2} \\
&= |\sqrt{21} - \sqrt{4}| \\
&= \sqrt{21} - 2
\end{aligned}$$


---

$$\begin{aligned}
&\mathbf{9.} \sqrt{13 - 4\sqrt{10}} \\
&= \sqrt{8 + 5 - 2\sqrt{8 \cdot 5}} \\
&= \sqrt{(\sqrt{8} - \sqrt{5})^2} \\
&= |\sqrt{8} - \sqrt{5}| \\
&= 2\sqrt{2} - \sqrt{5}
\end{aligned}$$