

Reto de la Avenida de Ciencias Aplicadas: Escenario doomsday.

MENDOZA MURAIRA FRANCO¹, VIVAS RODRÍGUEZ EMILIANO¹

¹Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey, Tecnológico de Monterrey.

*Contacto: a01383399@tec.mx , a01424732@tec.mx

Este reporte presenta los resultados y conclusiones de la problemática inicial del reto de la avenida de ciencias aplicadas, la cual consiste en la posible colisión entre la Tierra y un pequeño cometa que posee el mismo plano orbital que esta, mediante: el cálculo, las propiedades y las aplicaciones de la elipse como una sección cónica.

1. INTRODUCCIÓN.

El problema que se presenta en este reto se basa en el descubrimiento de un cometa el cual orbita en nuestro mismo plano orbital. Cabe señalar que el cometa se encuentra a 3.82au de la Tierra con una excentricidad en su órbita de 0.777. Con los datos previos se evaluarán las dimensiones del cometa, los riesgos que puede tener para nuestro planeta, y desarrollaremos las expectativas o primeras impresiones de este escenario, así como sus resultados.

Otra parte importante de la elipse son los focos, que se localizan sobre el eje mayor y donde la distancia entre cada foco y un punto de la elipse siempre tiene la misma distancia. Los focos son representados por c $(-c,0)$ $(c,0)$, donde el eje focal es $2c$. Por último, la elipse tiene la excentricidad, un dato que permite conocer que tan alejados están los focos del centro y se obtiene mediante el cociente $\frac{c}{a}$.

La ecuación de la elipse es representada mediante una de estas dos variantes:

$$\frac{(x - x_0)^2}{a^2} + \frac{(y - y_0)^2}{b^2} = 1$$

$$\frac{(x - x_0)^2}{b^2} + \frac{(y - y_0)^2}{a^2} = 1$$

$$a > b$$

(1)

2. MARCO TEÓRICO.

A. Definición y componentes de una elipse.

La elipse por definición es, al igual que un círculo, un conjunto de puntos, pero la suma de distancias a dos puntos fijos que tiene toda elipse, llamados focos, es constante, es decir, siempre es igual.

Cada elipse es compuesta por un eje mayor que es la distancia entre los 2 vértices de la elipse, y es representado por $2a$, a siendo la distancia entre cualquiera de los vértices y el centro de la elipse. Los vértices son los puntos donde se corta el eje mayor con el contorno de la elipse $(a,0)$ $(-a,0)$. También está el eje menor que es la distancia de la recta más chica que pasa por el centro, y es representada por $2b$, b siendo la distancia entre el centro y el punto de inicio o final del eje. Los puntos donde se corta el eje menor con la elipse se van a llamar covértices B1 y B2 $(0, b)$ $(0, -b)$.

Donde:

x_0, y_0 : La diferencia de las coordenadas x , y del centro de la elipse.

a : La distancia mayor del centro a un vértice o covértice.

b : La distancia menor del centro a un vértice o covértice.

Si la elipse tiene su eje mayor de manera vertical, la a y la b tienen que transferirse de lugar, la incógnita a ahora siendo denominador de y , y la b siéndolo de x .

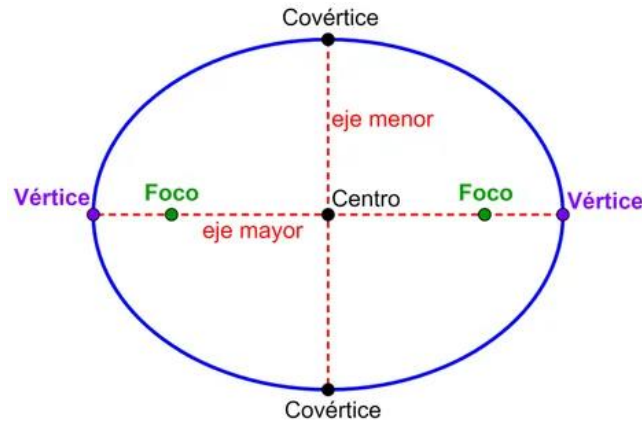
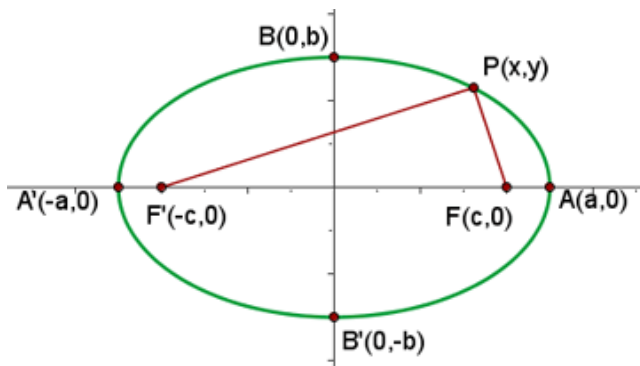


Fig. 1, 2. Elementos y propiedades de una elipse.

B. Ley de la gravitación universal.

“La fuerza con que se atraen dos objetos es proporcional al producto de sus masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que los separa”.

La ley de gravitación universal fue formulada por Isaac Newton en 1687 y describe la atracción gravitatoria entre cuerpos, Newton establece una relación proporcional entre la fuerza de la gravedad y la masa de cada uno de los cuerpos.

La ley establece que mientras más cerca estén los cuerpos y mientras mayor sea su masa, la atracción será más intensa entre ellos. Hoy en día se ha descubierto que, a partir de cierta masa masiva, la ley deja de ser válida. Por lo cual esta ley se convirtió en una aproximación a la ley de relatividad general de Einstein. A pesar de esto, la ley sigue siendo útil para la mayor parte de fenómenos en el sistema solar. La fórmula fundamental es la siguiente:

$$F = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} \quad (2)$$

En esta fórmula, F es la fuerza de atracción entre las masas, G es la constante de gravitación universal ($6.673484 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{kg}^2$), m_1 y m_2 es las masas de cada uno de los cuerpos y r es la distancia que separa a los cuerpos.

También existe la forma vectorial de esta ecuación para dar una forma más general de la fuerza ya que da también su dirección. La fórmula es la siguiente:

$$F_{12} = |G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{(r_1 - r_2)^3}| \cdot (r_1 - r_2) \quad (3)$$

El 1 y el 2 siendo la fuerza de cada caso, y el vector $r_1 - r_2$ dando la dirección diciendo si es positivo o negativo.

C. Leyes de Kepler.

El que Newton haya obtenido la Ley de Gravitación Universal no fue un hecho aislado, sino que este notorio descubrimiento fue logrado sobre la base de trabajos previos.

Especialmente importante fue el trabajo de Johannes Kepler (1571 - 1630) en el campo de la astronomía, cuya síntesis fundamental está contenida en las llamadas Leyes de Kepler, obtenidas en forma empírica sobre la base de ensayo y error, que describen las relaciones entre los movimientos de los cinco planetas conocidos en esa época.

1. **Ley de las órbitas:** Cada planeta se mueve en una órbita elíptica, con el sol en uno de los focos de la elipse.

$$e = \frac{c}{a} = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} \quad (4)$$

Donde:

e representa la excentricidad de una elipse.

a consiste en la distancia de un vértice al centro de la elipse.

b es la distancia de un covértice al centro de la figura.

c representa la distancia de un foco al centro de la figura.

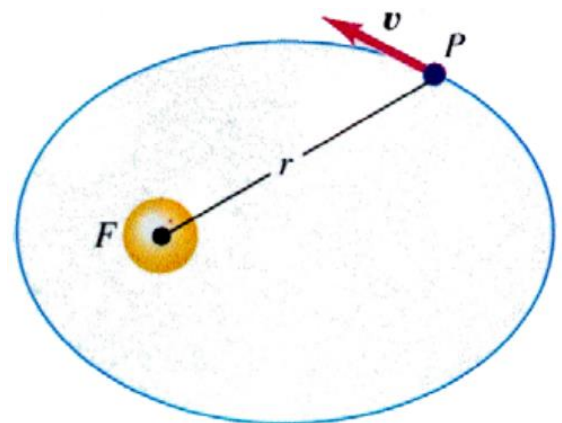


Fig. 3. Planeta en movimiento elíptico en torno al Sol.

2. **Ley de las áreas:** La línea que une al Sol con cada planeta barre áreas iguales en tiempos iguales. (Conservación del momento angular).

$$\frac{A_1}{t} = \frac{A_2}{t} \quad (5)$$

Donde:

A_1 es el área inicial formada en dos puntos de una órbita.

A_2 es otra área formada en dos puntos distintos a A_1 .

t es el tiempo.

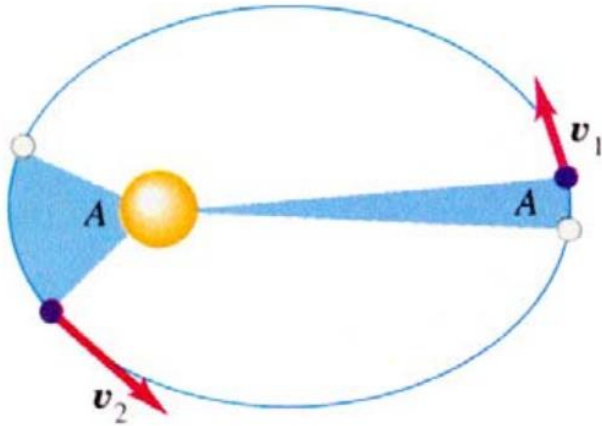


Fig. 4. Áreas barridas por la línea que une al sol con cada planeta. Las áreas sombreadas son iguales y son barridas en tiempos iguales. Las áreas sombreadas son iguales y son barridas en tiempos iguales por la línea que une al planeta con el Sol. por la línea que une al planeta con el Sol.

3. **Ley de los períodos:** El cuadrado del período de cualquier planeta alrededor del Sol es proporcional al cubo de la distancia media del planeta al Sol.

$$T^2 = k \cdot r^3 \quad (6)$$

Donde:

T representa el período de revolución.

k es la constante de Kepler, la cual equivale a $3 \cdot 10^{-19} \frac{s^2}{m^3}$

r consiste en la distancia media de un cuerpo celeste que orbita a otro.

A partir de las leyes de Kepler y muy probablemente de las ideas de Hooke, Newton obtuvo una serie de conclusiones fundamentales:

- Los planetas y los satélites no están en equilibrio. Una fuerza neta actúa sobre ellos; si estuvieran en equilibrio, su movimiento sería en línea recta y no en órbitas elípticas (1a Ley del Movimiento).

- Cualquiera que sea la naturaleza o la magnitud de la fuerza que actúa sobre un planeta, su dirección, en cada instante, es hacia el centro del movimiento (fuerza centrípeta).

- Si la trayectoria de un cuerpo es una cónica y si la fuerza que actúa sobre él, en cualquier instante, está dirigida hacia uno de los focos, entonces dicha fuerza es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia del cuerpo al foco de la cónica.

- Todos los cuerpos del Universo se atraen unos a otros con una fuerza gravitatoria, como la que existe entre una piedra que cae y la Tierra; por consiguiente, las fuerzas centrales sobre los planetas no son otra cosa que una atracción gravitatoria por parte del Sol.

D. Excentricidades y distancias al Sol de los planetas.

Tabla 1. Datos sobre Mercurio.

Distancia media al Sol:	0,387 UA = 5,79x10 ⁷ km
Máxima distancia al Sol:	0,467 UA = 6,98x10 ⁷ km
Mínima distancia al Sol:	0,307 UA = 4,60x10 ⁷ km
Velocidad orbital media:	47,4 km/s
Periodo sideral:	87,969 días
Periodo de rotación:	58,646 días
Excentricidad orbital:	0,206

Tabla 2. Datos sobre Venus.

Distancia media al Sol:	0,723 UA = 1,082x10 ⁸ km
Máxima distancia al Sol:	0,728 UA = 1,089x10 ⁸ km
Mínima distancia al Sol:	0,718 UA = 1,075x10 ⁸ km
Velocidad orbital media:	35,0 km/s
Periodo sideral:	224,70 días
Periodo de rotación:	243,01 días Retrógrado
Excentricidad orbital:	0,0068

Tabla 3. Datos sobre la Tierra.

Distancia media al Sol:	1,000 UA = 1,496x10 ⁸ km
Máxima distancia al Sol:	1,017 UA = 1,521x10 ⁸ km
Mínima distancia al Sol:	0,983 UA = 1,471x10 ⁸ km
Velocidad orbital media:	29,8 km/s
Periodo sideral:	365,256 días
Periodo de rotación:	23,9345 horas
Excentricidad orbital:	0,0167

Tabla 4. Datos sobre Marte.

Distancia media al Sol:	1,524 UA = 2,279x10 ⁸ km
Máxima distancia al Sol:	1,666 UA = 2,491x10 ⁸ km
Mínima distancia al Sol:	1,382 UA = 2,067x10 ⁸ km
Velocidad orbital media:	24,1 km/s
Periodo sideral:	686,98 días 1,88 años
Periodo de rotación:	24hr 37m 23s
Excentricidad orbital:	0,0934

Tabla 5. Datos sobre Júpiter.

Distancia media al Sol:	5,205 UA = 7,786x10 ⁸ km
Máxima distancia al Sol:	5,455 UA = 8,157x10 ⁸ km
Mínima distancia al Sol:	4,951 UA = 7,409x10 ⁸ km
Velocidad orbital media:	13,1 km/s
Periodo sideral:	11,86 años
Periodo de rotación:	9hr 50m 30s ecuatorial
Excentricidad orbital:	0,0485

Tabla 6. Datos sobre Saturno.

Distancia media al Sol:	9,582 UA = 1,4335x10 ⁹ km
Máxima distancia al Sol:	10,044 UA = 1,503x10 ⁹ km
Mínima distancia al Sol:	9,014 UA = 1,348x10 ⁹ km
Velocidad orbital media:	9,7 km/s
Periodo sideral:	29,42 años
Periodo de rotación:	10 h 13m 59s 10 h 39m 25s interior
Excentricidad orbital:	0,054

Tabla 7. Datos sobre Urano.

Distancia media al Sol:	19,20 UA = 2,8725x10 ⁹ km
Máxima distancia al Sol:	20,07 UA = 3,003x10 ⁹ km
Mínima distancia al Sol:	18,31 UA = 2,739x10 ⁹ km
Velocidad orbital media:	6,8 km/s
Periodo sideral:	83,75 años
Periodo de rotación:	17,2 horas
Excentricidad orbital:	0,046

Tabla 8. Datos sobre Neptuno.

Distancia media al Sol:	30,05 UA = 4,4951x10 ⁹ km
Máxima distancia al Sol:	30,36 UA = 4,546x10 ⁹ km
Mínima distancia al Sol:	29,76 UA = 4,456x10 ⁹ km
Velocidad orbital media:	5,43 km/s
Periodo sideral:	163,72 años
Periodo de rotación:	16,11 horas
Excentricidad orbital:	0,011

Tabla 9. Datos sobre Plutón.

Distancia media al Sol:	39,48 UA = 5,9064x10 ⁹ km
Máxima distancia al Sol:	49,33 UA = 7,380x10 ⁹ km
Mínima distancia al Sol:	29,73 UA = 4,447x10 ⁹ km
Velocidad orbital media:	4,74 km/s
Periodo sideral:	247,93 años
Periodo de rotación:	6,3874 días
Excentricidad orbital:	0,244

3. SOLUCIÓN DEL RETO.

A. Ecuación de la órbita del cometa.

$$a = \frac{c}{e}$$

$$au = 1.496 \cdot 10^{11} m$$

$$a = \frac{c}{0.777} = 2.82 au - c$$

$$\frac{c}{0.777} = 2.82 - c$$

$$c = 0.777 (2.82 - c)$$

$$c = 2.19114 - 0.777c$$

$$c + 0.777c = 2.19114$$

$$1.777c = 2.19114$$

$$c = \frac{2.19114}{1.777}$$

$$c = 1.844651345 \cdot 10^{11} m$$

$$a = \frac{1.233055712}{0.777}$$

$$a = 1.586944288 au$$

$$a = 2.374068655 \cdot 10^{11} m$$

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$-b^2 = c^2 - a^2$$

$$b = \sqrt{a^2 - c^2}$$

$$b = 1.494477633 \cdot 10^{11} m$$

Ecuación canónica.

$$\frac{x^2}{(2.374068655 \cdot 10^{11})^2} + \frac{y^2}{(1.494477633 \cdot 10^{11})^2} = 1$$

$$\frac{x^2}{2.374068655 \cdot 10^{22}} + \frac{y^2}{1.494477633 \cdot 10^{22}} = 1$$

B. Ecuación de la órbita de la Tierra.

$$a = au = 1.496 \cdot 10^{11} m$$

$$e = 0.0167$$

$$c = a \cdot e$$

$$c = (1.496 \cdot 10^{11})(0.0167)$$

$$c = 2498320000 m$$

$$b = 1.495791376 \cdot 10^{11} m$$

Ecuación canónica.

$$\frac{(x - 1.844651345 \cdot 10^{11})^2}{(1.496 \cdot 10^{11})^2} + \frac{y^2}{(1.495791376 \cdot 10^{11})^2} = 1$$

$$\frac{(x - 1.844651345 \cdot 10^{11})^2}{1.496 \cdot 10^{22}} + \frac{y^2}{1.495791376 \cdot 10^{22}} = 1$$

Para la obtención de la ecuación de la elipse de la Tierra, utilizando la longitud **a** y la excentricidad del planeta se obtuvo la distancia del centro a los focos multiplicando **a** por la excentricidad. Ya con estos datos se logró obtener **b** de la ecuación despejándola con base en el teorema de Pitágoras, la raíz cuadrada de la resta de los cuadrados de **c** y **a**. Con esto ubicamos **a** cuadrada y **b** cuadrada debajo de **x** cuadrada y **y** cuadrada respectivamente en forma de fracción, las fracciones sumándose y equivaliendo 1.

En la ecuación del cometa, con la excentricidad que ya conocemos de él, se despejó **a** en la ecuación de excentricidad para poder igualar la división de **c** entre la excentricidad **a**, la resta de distancias de 2.82 menos un foco que sería la distancia de **a**.

A partir de estas operaciones, se concluye despejando **c** y con su resultado, simplemente se sustituye y se consigue **a** dividiendo **c** entre la excentricidad como se ha despejado previamente.

C. Velocidad orbital de un cuerpo celeste.

$$V = \sqrt{\frac{G \cdot M}{a}}$$

Donde:

V representa la velocidad orbital.

G es la constante de gravitación universal, la cual equivale a $6.67 \cdot 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{kg^2}$

a consiste en la distancia del centro a uno de los vértices del eje mayor.

M consiste en la masa del cuerpo atractor (la masa solar en este caso).

D. Velocidad orbital de la Tierra.

$$G = 6.67 \cdot 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{kg^2}$$

$$M = 1.99 \cdot 10^{30} kg$$

$$a = 1.49 \cdot 10^{11} m$$

$$V = \sqrt{\frac{(6.67 \cdot 10^{-11})(1.99 \cdot 10^{30})}{1.49 \cdot 10^{11}}}$$

$$V = 29,846.7 m/s$$

E. Velocidad orbital del cometa.

$$G = 6.67 \cdot 10^{-11} \frac{m^2}{kg^2}$$

$$M = 1.99 \cdot 10^{30} kg$$

$$a = 2.374 \cdot 10^{22} m$$

$$V = \sqrt{\frac{(6.67 \cdot 10^{-11})(1.99 \cdot 10^{30})}{2.374 \cdot 10^{11}}}$$

$$V = 23,645.53 m/s$$

F. Periodo orbital del cometa.

$$T = \sqrt{k \cdot r^3}$$

$$T = \sqrt{3 \cdot 10^{-19} \cdot (2.37 \cdot 10^{11})^3}$$

$$T \cong 6.3195 \cdot 10^7 s \cong 730.158 \text{ dias} \cong 2 \text{ años.}$$

G. Periodo orbital de la Tierra.

$$T = \sqrt{k \cdot r^3}$$

(7)

$$T = \sqrt{3 \cdot 10^{-19} \cdot (1.496 \cdot 10^{11})^3}$$

$$T \cong 3.16926 \cdot 10^7 s \cong 365.236 \text{ dias} \cong 1 \text{ año.}$$

H. Raíces de la igualación de las fórmulas canónicas de las órbitas de la Tierra y el cometa.

$$\frac{x^2}{2.37^2} + \frac{y^2}{1.49^2} = \frac{(x - 1.84)^2}{1.49^2} + \frac{y^2}{1.4898^2}$$

$$\frac{1}{2.37^2} \cdot x^2 + \frac{1}{1.49^2} \cdot y^2 = \frac{x^2 - 2 \cdot x \cdot 1.84 + 1.84^2}{1.49^2} + \frac{1}{1.4898^2} \cdot y^2$$

$$2.37^{-2}x^2 + 1.49^{-2}y^2 = \frac{x^2 - 3.68x + 1.84^2}{1.49^2} + 1.4898^{-2}y^2$$

$$\frac{x^2 - 3.68x + 1.84^2}{1.49^2} - 2.37^{-2}x^2 = 0$$

$$\frac{x^2 - 3.68x + 1.84^2}{1.49^2} = 2.37^{-2}x^2$$

$$x^2 - 3.68x + 1.84^2 = 0.3952536096x^2$$

$$0.6047463904x^2 - 3.68x + 3.3856 = 0$$

$$x = \frac{-(-3.68) \pm \sqrt{(-3.68)^2 - 4(0.6047463904)(3.3856)}}{2(0.6047463904)}$$

$$x = \{ 4.955454545 ; 1.129740933 \}$$

$$x = \{ 4.955454545 ; 1.129740933 \}$$

I. Coordenadas de intersección entre las órbitas.

$$A = (1.129740933, 1.30744)$$

$$B = (1.129740933, -1.30744)$$

J. Tiempo necesario por cuerpo celeste para la ubicación en las coordenadas de intersección.

$$\text{Tierra} \quad 360^\circ \rightarrow 365.236406 \text{ días} \cong 1 \text{ año}$$

$$\text{Cometa} \quad 360^\circ \rightarrow 730.157553 \text{ días} \cong 2 \text{ años}$$

Tiempo de la Tierra para ubicarse en la coordenada A.

$$d = \sqrt{(1.845 - 1.132)^2 + (1.496 - 1.314)^2}$$

$$d = 0.7359$$

$$\theta = 90^\circ + \tan^{-1}\left(\frac{0.7359}{1.496}\right) \cong 116.93^\circ$$

$$116.93^\circ \rightarrow 117.883 \text{ días} \cong 0.323 \text{ años.}$$

Tiempo del cometa para ubicarse en la coordenada A.

$$\theta = 180^\circ + \tan^{-1}\left(\frac{1.314}{1.132}\right) \cong 229.2554^\circ$$

$$229.2554^\circ \rightarrow 464.979 \text{ días} \cong 1.274 \text{ años.}$$

Tiempo de la Tierra para ubicarse en la coordenada B.

$$\theta = 180^\circ + \sin^{-1}\left(\frac{1.314}{1.496}\right) \cong 241.443^\circ$$

$$241.443^\circ \rightarrow 245.9694 \text{ días} \cong 0.67345 \text{ años.}$$

Tiempo del cometa para ubicarse en la coordenada B.

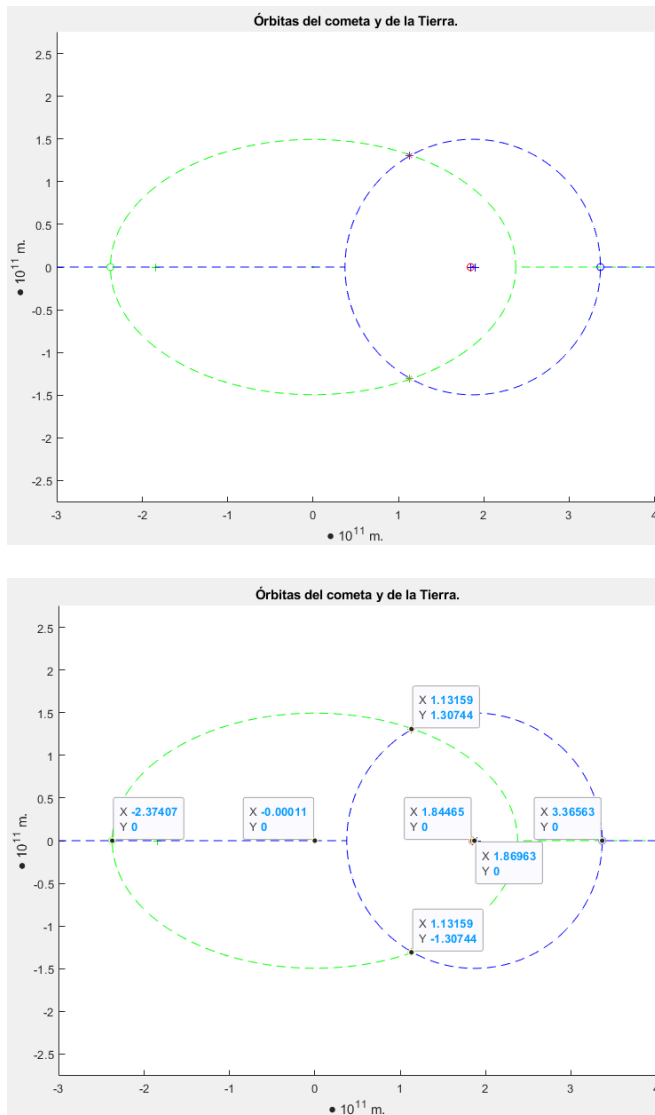
$$\theta = 180^\circ - \tan^{-1}\left(\frac{1.314}{1.132}\right) \cong 130.6469^\circ$$

$$130.6469^\circ \rightarrow 265.45 \text{ días} \cong 0.7268 \text{ años.}$$

4. CONCLUSIONES.

Las magnitudes encontradas mediante los cálculos y corroboradas mediante la computarización señalan que es muy poco probable que haya una colisión entre nuestro planeta y el cometa. El factor fundamental para afirmar esta idea radica en la enorme diferencia encontrada en datos como el periodo y la velocidad orbital de cada cuerpo celeste señalado en la introducción del reto, pero lo más destacable es el tiempo significativo en el que ambos cuerpos transcurren por las coordenadas de intersección sin coincidir en algún momento.

A continuación, se presenta el análisis de la información obtenida mediante cálculos computarizados. Asimismo, se encuentra el código fuente escrito en MathWorks MATLAB añadido como un anexo a este reporte.



- 1° sección de la órbita del cometa.
- 2° sección de la órbita del cometa.
- + 1° foco de la órbita del cometa.
- + 2° foco de la órbita del cometa.
- Centro de la órbita del cometa.
- 1° sección de la órbita de la Tierra.
- 2° sección de la órbita de la Tierra.
- + 1° foco de la órbita de la Tierra.
- + 2° foco de la órbita de la Tierra.
- Centro de la órbita de la Tierra.
- * 1° intersección de órbitas.
- * 2° intersección de órbitas.
- Sol
- Cometa.
- Tierra.

Fig. 5, 6, 7. Graficación de las órbitas del cometa y de la Tierra mediante sus ecuaciones generales.

Datos de la órbita del cometa:

- $a = 237406865503.657806$ m
Eje mayor ($2a$) = 474813731007.315613 m
- $b = 149447763260.338837$ m
Eje menor ($2b$) = 298895526520.677673 m
- $c = 184465134496.342133$ m
Eje focal ($2c$) = 368930268992.684265 m
- Excentricidad (e) = 0.777000
- Ecuación canónica:
 $x^2 / 237406865503.657806^2 + y^2 / 149447763260.338837^2 = 1$
- Velocidad orbital = 23645.190546 m/s
- Focos: $(-184465134496.342133, 0)$, $(184465134496.342133, 0)$
- Periodo orbital = 63085612.538541 s (730.157553 días).

Datos de la órbita de la Tierra:

- $a = 149600000000.000000$ m
Eje mayor ($2a$) = 299200000000.000000 m
- $b = 149579137573.318024$ m
Eje menor ($2b$) = 299158275146.636047 m
- $c = 2498320000.000000$ m
Eje focal ($2c$) = 4996640000.000000 m
- Excentricidad (e) = 0.016700
- Ecuación canónica:
 $(x - 184465134496.342133)^2 / 149600000000.000000^2 + y^2 / 149579137573.318024^2 = 1$
- Velocidad orbital = 29786.786900 m/s
- Focos: $(184465134496.342133, 0)$, $(-184465134496.342133, 0)$
- Periodo orbital = 31556425.509243 s (365.236406 días).

Fig. 8, 9. Obtención de las propiedades precisas de ambos cuerpos celestes al computarizarlos en el software MathWorks MATLAB.

Intersección entre ambas órbitas.

$$x^2 / 237406865503.657806^2 + y^2 / 149447763260.338837^2 = (x - 184465134496.342133)^2 / 149600000000.000000^2 + y^2 / 149579137573.318024^2$$

$$x^2 / 237406865503.657806^2 - (x - 184465134496.342133)^2 / 149600000000.000000^2 = 0$$

Raíces de la ecuación: $x = \{ 498745617717.818726 ; 113158946982.746323 \}$

Colisión con muy baja posibilidad a los 113158946982.746323 m en el eje de las abscisas.

1° coordenada de intersección para el cometa: (113158946982.746323, 131378859330.701187)

1° coordenada de intersección para la Tierra: (113158946982.746323, 130108924409.736298)

2° coordenada de intersección para el cometa: (113158946982.746323, -131378859330.701187)

2° coordenada de intersección para la Tierra: (113158946982.746323, -130108924409.736298)

Promedio de puntos de intersección:

1° intersección (113158946982.746323, 130743891870.218750)

2° intersección (113158946982.746323, -130743891870.218750)

Tiempo necesario para cursar por las intersecciones.

Ubicaciones iniciales:

Tierra (336563454496.342163, 0)

Cometa (-237406865503.657806, 0)

1° punto de intersección:

La Tierra estará en esta ubicación en 118.686460 días (0.324958 años terrestres).

El cometa estará en esta ubicación en 464.712394 días (1.272361 años terrestres).

2° punto de intersección:

La Tierra estará en esta ubicación en 244.426061 días (0.669227 años terrestres).

El cometa estará en esta ubicación en 265.445159 días (0.726776 años terrestres).

Conclusión: Posibilidad nula de colisión entre ambos cuerpos celestes.

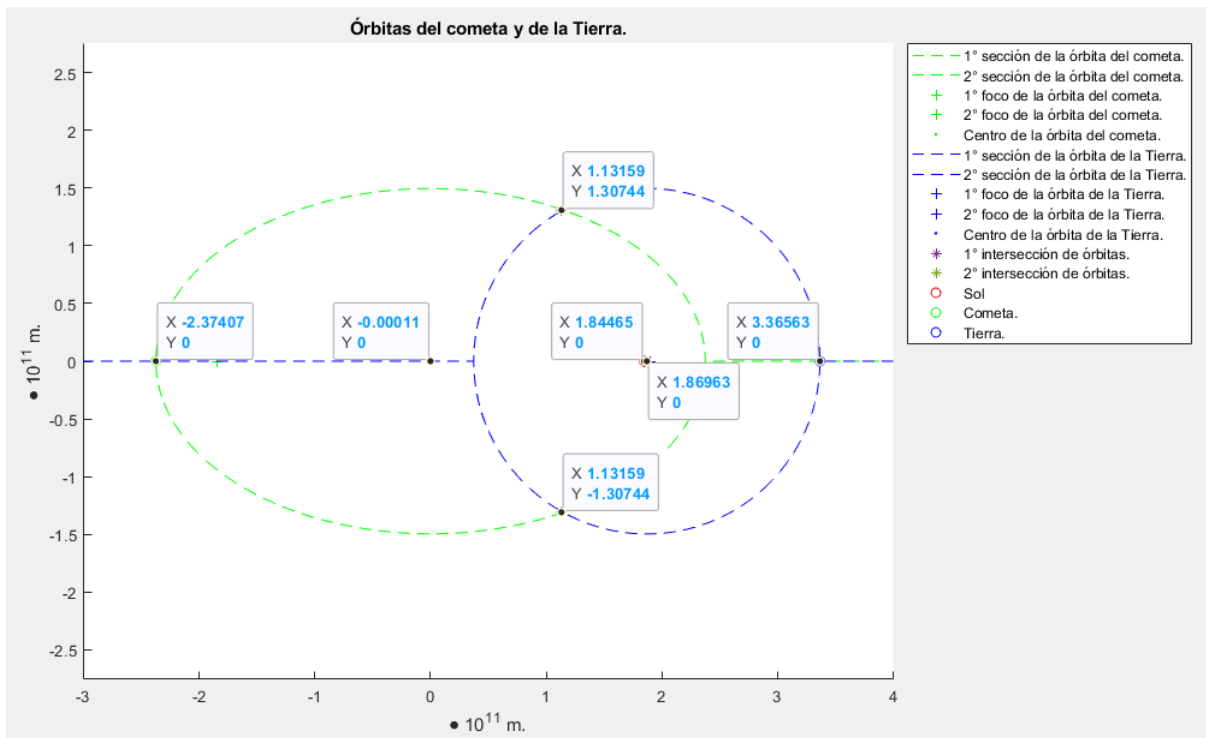


Fig. 10, 11, 12. Resultados finales y conclusiones del reto.

5. ANEXO 1: CÓDIGO FUENTE ESCRITO EN MATLAB.

%Reto de la Avenida de Ciencias Aplicadas: Escenario doomsday.
%Autores: Vivas Rodríguez Emiliano, Mendoza Muraira Franco.
%Fecha: 2020/01/19
%Version 1.0

%Unidades y magnitudes de acuerdo con el Sistema Internacional.

```
clc;
close all;
clear;
warning("off");
global tierra;
global cometa;
tierra = zeros(1,7);
cometa = zeros(1,7);
lapso = zeros(2);
tierra(4) = 0.0167; %Excentricidad (e) de la Tierra.
cometa(4) = 0.777; %Excentricidad (e) del cometa.
AU = 1.496*10.^11; %Equivalencia de la unidad astronómica en metros.
G = 6.67*10.^-11; %Constante universal de gravitación.
M = 1.99*10.^30; %Masa solar.
tierra(1) = AU; %Longitud del eje mayor (a) terrestre.
cometa(3) = 2.19114./((cometa(4)+1)*AU; %Longitud del eje focal (c) del cometa.
cometa(1) = cometa(3)./cometa(4); %Longitud del eje mayor (a) del cometa.
cometa(2) = sqrt(cometa(1).^2-cometa(3).^2); %Longitud del eje menor (b) del cometa.
tierra(3) = tierra(1).*tierra(4); %Longitud del eje focal (c) terrestre.
tierra(2) = sqrt(tierra(1).^2-tierra(3).^2); %Longitud del eje menor (b) terrestre.
tierra(5) = sqrt(G*M/tierra(1)); %Velocidad orbital de la Tierra.
cometa(5) = sqrt(G*M/cometa(1)); %Velocidad orbital del cometa.
cometa(6) = 2*pi*cometa(1)/cometa(5); %Perioidad del cometa en segundos.
cometa(7) = cometa(6)/(60*60*24); %Perioidad del cometa en días.
tierra(6) = 2*pi*tierra(1)/tierra(5); %Perioidad terrestre en segundos.
tierra(7) = tierra(6)/(60*60*24); %Perioidad terrestre en días.
auxiliar = -tierra(1)^-2;
raiz = roots([auxiliar+cometa(1)^-2 auxiliar*-2*cometa(3) auxiliar*cometa(3)^2]); %Resultado de las raíces de la igualdad entre las ecuaciones de las órbitas de ambos cuerpos celestes.
interseccion = [modelarOrbitaCometa(raiz(2)) modelarOrbitaTierra(raiz(2))]; %Intersecciones formadas por la raíz adecuada en cada ecuación.
fprintf("Datos de la órbita del cometa:\n\n\t• a = %f m\n\tEje mayor (2a) = %f m\n\n\t• b = %f m\n\tEje menor (2b) = %f m\n\n\t• c = %f m\n\tEje focal (2c) = %f m\n\n\t• Excentricidad (e) = %f\n\n\t• Ecuación canónica:\n\t(x - %f)^2 / %f^2 + y^2 / %f^2 = 1\n\n\t• Velocidad orbital = %f m/s\n\n\t• Focos: ( %f, 0 ) , ( %f, 0 )\n\n\t• Periodo orbital = %f s ( %f días )\n\n\n", cometa(1), 2*cometa(1), cometa(2), 2*cometa(2), cometa(3), 2*cometa(3), cometa(4), cometa(1), cometa(2), cometa(5), -cometa(3), cometa(3), cometa(6), cometa(7));
```

```
fprintf("Datos de la órbita de la Tierra:\n\n\t• a = %f m\n\tEje mayor (2a) = %f m\n\n\t• b = %f m\n\tEje menor (2b) = %f m\n\n\t• c = %f m\n\tEje focal (2c) = %f m\n\n\t• Excentricidad (e) = %f\n\n\t• Ecuación canónica:\n\t(x - %f)^2 / %f^2 + y^2 / %f^2 = 1\n\n\t• Velocidad orbital = %f m/s\n\n\t• Focos: ( %f, 0 ) , ( %f, 0 )\n\n\t• Periodo orbital = %f s ( %f días )\n\n\n", tierra(1), 2*tierra(1), tierra(2), 2*tierra(2), tierra(3), 2*tierra(3), tierra(4), cometa(3), tierra(1), tierra(2), tierra(5), cometa(3), cometa(3)+tierra(3), tierra(6), tierra(7));
fprintf("Intersección entre ambas órbitas.\n\n\tx^2 / %f^2 + y^2 / %f^2 = (x - %f)^2 / %f^2 + y^2 / %f^2\n\n\tx^2 / %f^2 - (x - %f)^2 / %f^2 = 0\n\n\tRaíces de la ecuación:\tx = { %f ; %f }\n\n\tColisión con muy baja posibilidad a los %f m en el eje de las abscisas.\n\n\n\tt1° coordenada de intersección para el cometa: ( %f, %f )\n\n\tt1° coordenada de intersección para la Tierra: ( %f, %f )\n\n\tt2° coordenada de intersección para el cometa: ( %f, %f )\n\n\tt2° coordenada de intersección para la Tierra: ( %f, %f )\n\n\n", cometa(1), cometa(2), cometa(3), tierra(1), tierra(2), cometa(1), cometa(3), tierra(1), raiz(1), raiz(2), raiz(2), raiz(2), interseccion(1), raiz(2), interseccion(2), raiz(2), -interseccion(1), raiz(2), -interseccion(2));
interseccion = mean(interseccion);
fprintf("Promedio de puntos de intersección:\n\n\tt1° intersección ( %f, %f )\n\n\tt2° intersección ( %f, %f )\n\n\n", raiz(2), interseccion, raiz(2), -interseccion);
%Simplificación de los resultados mediante el factor común 10.^11 m.
for indice=1:3
    tierra(indice) = tierra(indice)./10.^11;
    cometa(indice) = cometa(indice)./10.^11;
end
raiz = raiz/10.^11;
abscisa=-3:10^-5:4;
interseccion = interseccion/10.^11;
hold on;
title("Órbitas del cometa y de la Tierra.");
xlabel("• 10^11 m.");
ylabel("• 10^11 m.");
plot(abscisa,modelarOrbitaCometa(abscisa),"g--");
plot(abscisa,-modelarOrbitaCometa(abscisa),"g--");
plot(cometa(3),0,"g+");
plot(-cometa(3),0,"g+");
plot(0,0,"g.");
plot(abscisa,modelarOrbitaTierra(abscisa),"b--");
plot(abscisa,-modelarOrbitaTierra(abscisa),"b--");
plot(cometa(3),0,"b+");
plot(cometa(3)+2*tierra(3),0,"b+");
plot(cometa(3)+tierra(3),0,"b.");
plot(raiz(2),interseccion,'*');
plot(raiz(2),-interseccion,'*');
%Ubicación predefinida de los cuerpos celestes.
abscisa = [-cometa(1) cometa(3)+tierra(3)+tierra(1)];
plot(cometa(3),0,"ro");
plot(abscisa(1), modelarOrbitaCometa(abscisa(1)),"go");
plot(abscisa(2), modelarOrbitaTierra(abscisa(2)),"bo");
%Cálculo del tiempo requerido para que los cuerpos celestes se posicionen.
lapso(1,1) = (90+atand(hypot(cometa(3)+tierra(3)-raiz(2),tierra(1)-interseccion)/tierra(1)))/360;
lapso(2,1) = (180+atand(interseccion/raiz(2)))*cometa(7)/360;
lapso(1,2) = (180+asind(interseccion/tierra(1)))/360;
lapso(2,2) = (180-atand(interseccion/raiz(2)))*cometa(7)/360;
```

```

legend("1° sección de la órbita del cometa.", "2°
sección de la órbita del cometa.", "1° foco de la
órbita del cometa.", "2° foco de la órbita del
cometa.", "Centro de la órbita del cometa.", "1°
sección de la órbita de la Tierra.", "2° sección de la
órbita de la Tierra.", "1° foco de la órbita de la
Tierra.", "2° foco de la órbita de la Tierra.", "Centro
de la órbita de la Tierra.", "1° intersección de
órbitas.", "2° intersección de órbitas.", "Sol",
"Cometa.", "Tierra.");
axis equal;
grid off;
fprintf("Tiempo necesario para cursar por las
intersecciones.\n\n\tUbicaciones iniciales:\n\t\tTierra
( %f, 0 )\n\t\tCometa ( %f, 0 )\n\n\t1° punto de
intersección:\n\t", abscisa(2)*10.^11,
abscisa(1)*10.^11);
fprintf("La Tierra estará en esta ubicación en %f días
( %f años terrestres ).\n\tEl cometa estará en esta
ubicación en %f días ( %f años terrestres ).\n\n\t2°
punto de intersección:\n\tLa Tierra estará en esta
ubicación en %f días ( %f años terrestres ).\n\tEl
cometa estará en esta ubicación en %f días ( %f años
terrestres ).\n\n\n", lapso(1,1)*tierra(7), lapso(1,1),
lapso(2,1), lapso(2,1)/tierra(7), lapso(1,2)*tierra(7),
lapso(1,2), lapso(2,2), lapso(2,2)/tierra(7));
disp("Conclusión: Posibilidad nula de colisión entre
ambos cuerpos celestes.");
function interseccion = modelarOrbitaCometa(abscisa)
global cometa;
interseccion = sqrt((1-
(abscisa.^2/cometa(1).^2)).*cometa(2).^2);
end
function interseccion = modelarOrbitaTierra(abscisa)
global cometa;
global tierra;
interseccion = sqrt((1-((abscisa-cometa(3))-
tierra(3)).^2/tierra(1).^2)).*tierra(2).^2);
end

```

REFERENCIAS DE INFORMACIÓN.

1. Universidad Iberoamericana. (s. f.). Notas de Física Universitaria 1. Leyes de Kepler. Recuperado 13 de enero de 2022, de <https://ibero.mx/campus/publicaciones/fisica/pdf/5kepler.pdf>
2. Department of Physics and Astronomy of the Georgia State University. (s. f.). HyperPhysics. Solar System Data. Recuperado 13 de enero de 2022, de <http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbasees/Solar/soldata2.html>
3. Neurochispas. (2022, 11 enero). Neurochispas, aprende intuitivamente. Partes de la Elipse con Diagramas. Recuperado 14 de enero de 2022, de <https://www.neurochispas.com/wiki/partes-de-la-elipse/>
4. Coluccio Leskow., E. (2021, 15 julio). *Ley de Gravitación Universal - Concepto, fórmula y enunciado*. Concepto de. Recuperado 14 de enero de 2022, de <https://concepto.de/ley-de-gravitacion-universal/>
5. Gómez, F. P. I. Y. (2017, 8 noviembre). *Elipse: definición, ecuaciones y elementos de la elipse [Guía completa con ejercicios resueltos]*. Álgebra y Geometría Analítica. <https://aga.frba.utn.edu.ar/elipse/>