

Quantitative Climate Finance

Übungsblatt 2

Aufgabe 1 (Cap and trade scheme)

Wir nehmen an, dass ein abgeschlossener Markt aus zwei Unternehmen besteht. Die Emissionen und Minderungskosten sowie die CO₂-Allokationen für jedes Unternehmen können aus der folgenden Tabelle abgelesen werden.

	Unternehmen A	Unternehmen B
Emissionen	10.000t	15.000t
Minderungskosten	30€/t	10€/t
CO ₂ -Allokationen	8.000t	12.000t

Die jährlichen Emissionen des ganzen Marktes dürfen die Gesamtallokation nicht überschreiten.

- Berechnen Sie die gesamten Minderungskosten für jedes Unternehmen und für den ganzen Markt im Standard-Markt; d.h. der Handel zwischen den Unternehmen ist nicht erlaubt.
- Wir nehmen an, dass der Markt-Preis eines Zertifikats bei 20€ liegt. Berechnen Sie die minimalen Minderungskosten für jedes Unternehmen und für den ganzen Markt im Cap-and-Trade-System.
- Um wieviel vermindern sich im Cap-and-Trade-System die Kosten im Vergleich zum Standard-Markt? Ist es sinnvoll, ein Cap-and-Trade-System einzuführen?
- Erläutern Sie, welche Preise für die CO₂-Zertifikate vernünftig sind.

Aufgabe 2 (Optimierungsproblem für Cap-and-trade-scheme)

Wir betrachten wieder das Cap-and-trade-Problem aus Aufgabe 1. Alle Bedingungen bleiben gleich. Sei nun P der Marktpreis für ein CO₂-Zertifikat. Seien x bzw. y die Emissionminderungsvolumen für Unternehmen A bzw. für Unternehmen B. Erläutern Sie mathematisch die folgenden Fragen:

- Beschreiben Sie das Optimierungsproblem für den ganzen Markt, indem Sie die gesamten Kosten für die beiden Unternehmen bestimmen.
- Lösen Sie das Problem und erläutern Sie die beste Minderungsstrategie für die beiden Unternehmen.
- Die Minderungskosten für die Unternehmen lassen sich jetzt durch zwei lineare Funktionen bestimmen: $ax+b$ bzw. $cy+d$, wobei $a, c > 0, a > c, b < 0, d > 0$. Beschreiben Sie das Optimierungsproblem wieder, ohne es zu lösen.

Aufgabe 3 (Auctioning)

Informieren Sie sich z.B. unter

http://www.gesetze-im-internet.de/bundesrecht/ehvv_2012/gesamt.pdf

über die Auctioning-Bestimmungen von Zertifikaten in der zweiten Handelsperiode in Deutschland.

Bei einer Versteigerung im Spothandel am 24. April 2012 sollen 300.000 Zertifikate versteigert werden. Folgende Gebote werden eingereicht:

Firma	Menge	Preis pro Zertifikat	Eingangszeitpunkt
Company A	78.000	7,43 €	23.04.12, 14:00
Company B	45.000	6,80 €	20.04.12, 10:00
Company C	52.500	6,40 €	20.04.12, 11:00
Company D	65.500	9,20 €	21.04.12, 09:00
Company E	21.500	6,89 €	19.04.12, 13:00
Company F	3.000	8,01 €	23.04.12, 09:30
Company G	89.500	6,80 €	20.04.12, 12:00

- (a) Wie hoch ist der Zuschlagspreis?
- (b) Wieviele Zertifikate bekommen die Firmen jeweils zugeteilt?

Aufgabe 4 (Marginal abatement and marginal damage costs)

Das optimale Emissionsniveau lässt sich bestimmen, indem man die Kurve der Grenzvermeidungskosten (*marginal abatement costs* - MAC) mit der der marginalen Schadenskosten (*marginal damage costs* - MD) schneidet. Wir nehmen an, dass die beiden Kurven durch folgende Funktionen approximiert werden können:

$$y_{MD} = \frac{1}{2}x^2 \quad \text{und} \quad y_{MAC} = \frac{1}{2}x^2 - 16x + 96,$$

für $3 \leq x \leq 10$. Der x -Wert bezeichne hierbei das Emissionsniveau in 100Mio. tCO₂, y die jeweiligen Kosten in Euro.

- (a) Skizzieren Sie beide Funktionsgraphen in einer einzigen Grafik.
- (b) Berechnen Sie das optimale Emissionsniveau. Um wieviel Prozent müssen die Emissionen vermindert werden? Wie hoch sind die Grenzvermeidungskosten für diesen Wert?
- (c) Bestimmen Sie die im Definitionsbereich liegende Nullstelle von y_{MAC} . Wofür steht dieser Wert?
- (d) Ist es sinnvoll, die beiden Kurven durch quadratische Funktionen zu approximieren? Wo könnte es Probleme geben?