

# Energiehandel

## Klausur

Die Bearbeitungszeit beträgt 90 Minuten. Als Hilfsmittel ist nur ein nicht-programmierbarer Taschenrechner, ein Lineal und ein dokumentenechter Stift erlaubt. Begründen Sie Ihre Antworten und machen Sie Ihre endgültige Lösung deutlich. Runden Sie alle Ergebnisse auf drei Nachkommastellen genau. Verwenden Sie für jede Aufgabe ein eigenes Blatt. Beantworten Sie alle Fragen!

Der Veröffentlichung der vorläufigen Klausurergebnisse in Moodle2 stimme ich zu:

Unterschrift: \_\_\_\_\_

Eine verbindliche Bekanntmachung der Note findet ausschließlich durch das Prüfungsamt statt.

Name:

Vorname:

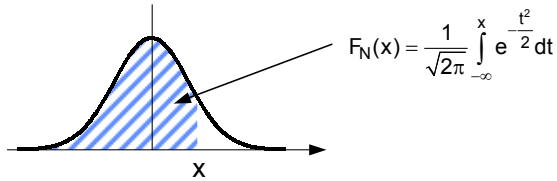
Matrikel-Nr.:

Bewertung:

1	2	3	4	Gesamt
max. 18	max. 18	max. 35	max. 19	max. 90

Note:

**Tabelle der Standardnormalverteilung ( $\mu = 0, \sigma = 1$ )**



Ablesebeispiel:  $F_N(2,36) = 0,990863$

	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,00	0,500000	0,503989	0,507978	0,511967	0,515953	0,519939	0,523922	0,527903	0,531881	0,535856
0,10	0,539828	0,543795	0,547758	0,551717	0,555670	0,559618	0,563559	0,567495	0,571424	0,575345
0,20	0,579260	0,583166	0,587064	0,590954	0,594835	0,598706	0,602568	0,606420	0,610261	0,614092
0,30	0,617911	0,621719	0,625516	0,629300	0,633072	0,636831	0,640576	0,644309	0,648027	0,651732
0,40	0,655422	0,659097	0,662757	0,666402	0,670031	0,673645	0,677242	0,680822	0,684386	0,687933
0,50	0,691462	0,694974	0,698468	0,701944	0,705402	0,708840	0,712260	0,715661	0,719043	0,722405
0,60	0,725747	0,729069	0,732371	0,735653	0,738914	0,742154	0,745373	0,748571	0,751748	0,754903
0,70	0,758036	0,761148	0,764238	0,767305	0,770350	0,773373	0,776373	0,779350	0,782305	0,785236
0,80	0,788145	0,791030	0,793892	0,796731	0,799546	0,802338	0,805106	0,807850	0,810570	0,813267
0,90	0,815940	0,818589	0,821214	0,823814	0,826391	0,828944	0,831472	0,833977	0,836457	0,838913
1,00	0,841345	0,843752	0,846136	0,848495	0,850830	0,853141	0,855428	0,857690	0,859929	0,862143
1,10	0,864334	0,866500	0,868643	0,870762	0,872857	0,874928	0,876976	0,878999	0,881000	0,882977
1,20	0,884930	0,886860	0,888767	0,890651	0,892512	0,894350	0,896165	0,897958	0,899727	0,901475
1,30	0,903199	0,904902	0,906582	0,908241	0,909877	0,911492	0,913085	0,914656	0,916207	0,917736
1,40	0,919243	0,920730	0,922196	0,923641	0,925066	0,926471	0,927855	0,929219	0,930563	0,931888
1,50	0,933193	0,934478	0,935744	0,936992	0,938220	0,939429	0,940620	0,941792	0,942947	0,944083
1,60	0,945201	0,946301	0,947384	0,948449	0,949497	0,950529	0,951543	0,952540	0,953521	0,954486
1,70	0,955435	0,956367	0,957284	0,958185	0,959071	0,959941	0,960796	0,961636	0,962462	0,963273
1,80	0,964070	0,964852	0,965621	0,966375	0,967116	0,967843	0,968557	0,969258	0,969946	0,970621
1,90	0,971284	0,971933	0,972571	0,973197	0,973810	0,974412	0,975002	0,975581	0,976148	0,976705
2,00	0,977250	0,977784	0,978308	0,978822	0,979325	0,979818	0,980301	0,980774	0,981237	0,981691
2,10	0,982136	0,982571	0,982997	0,983414	0,983823	0,984222	0,984614	0,984997	0,985371	0,985738
2,20	0,986097	0,986447	0,986791	0,987126	0,987455	0,987776	0,988089	0,988396	0,988696	0,988989
2,30	0,989276	0,989556	0,989830	0,990097	0,990358	0,990613	0,990863	0,991106	0,991344	0,991576
2,40	0,991802	0,992024	0,992240	0,992451	0,992656	0,992857	0,993053	0,993244	0,993431	0,993613
2,50	0,993790	0,993963	0,994132	0,994297	0,994457	0,994614	0,994766	0,994915	0,995060	0,995201
2,60	0,995339	0,995473	0,995603	0,995731	0,995855	0,995975	0,996093	0,996207	0,996319	0,996427
2,70	0,996533	0,996636	0,996736	0,996833	0,996928	0,997020	0,997110	0,997197	0,997282	0,997365
2,80	0,997445	0,997523	0,997599	0,997673	0,997744	0,997814	0,997882	0,997948	0,998012	0,998074
2,90	0,998134	0,998193	0,998250	0,998305	0,998359	0,998411	0,998462	0,998511	0,998559	0,998605
3,00	0,998650	0,998694	0,998736	0,998777	0,998817	0,998856	0,998893	0,998930	0,998965	0,998999
3,10	0,999032	0,999064	0,999096	0,999126	0,999155	0,999184	0,999211	0,999238	0,999264	0,999289
3,20	0,999313	0,999336	0,999359	0,999381	0,999402	0,999423	0,999443	0,999462	0,999481	0,999499
3,30	0,999517	0,999533	0,999550	0,999566	0,999581	0,999596	0,999610	0,999624	0,999638	0,999650
3,40	0,999663	0,999675	0,999687	0,999698	0,999709	0,999720	0,999730	0,999740	0,999749	0,999758
3,50	0,999767	0,999776	0,999784	0,999792	0,999800	0,999807	0,999815	0,999821	0,999828	0,999835
3,60	0,999841	0,999847	0,999853	0,999858	0,999864	0,999869	0,999874	0,999879	0,999883	0,999888
3,70	0,999892	0,999896	0,999900	0,999904	0,999908	0,999912	0,999915	0,999918	0,999922	0,999925
3,80	0,999928	0,999930	0,999933	0,999936	0,999938	0,999941	0,999943	0,999946	0,999948	0,999950
3,90	0,999952	0,999954	0,999956	0,999958	0,999959	0,999961	0,999963	0,999964	0,999966	0,999967
4,00	0,999968	0,999970	0,999971	0,999972	0,999973	0,999974	0,999975	0,999976	0,999977	0,999978
4,10	0,999979	0,999980	0,999981	0,999982	0,999983	0,999983	0,999984	0,999985	0,999985	0,999986
4,20	0,999987	0,999987	0,999988	0,999988	0,999989	0,999989	0,999990	0,999990	0,999991	0,999991
4,30	0,999991	0,999992	0,999992	0,999993	0,999993	0,999993	0,999993	0,999994	0,999994	0,999994
4,40	0,999995	0,999995	0,999995	0,999995	0,999995	0,999996	0,999996	0,999996	0,999996	0,999996
4,50	0,999997	0,999997	0,999997	0,999997	0,999997	0,999997	0,999997	0,999998	0,999998	0,999998

## Aufgabe 1 (18 Punkte)

Ein Investor kauft einen Floor.

- (a) Definieren Sie einen Floor. Nennen Sie alle relevanten Größen eines Floors. (4 Punkte)

**Lösung:**

Der Käufer eines Floors hat das Recht, aber nicht die Pflicht, eine bestimmte Menge des Underlyings zu Zeitpunkten  $t_1, \dots, t_N$  während einer Lieferperiode zu einem festen Preis  $K$  zu kaufen. Ein Floor kann als Reihe unabhängiger Put-Optionen gesehen werden.

- (b) Wozu dient ein Floor? (2 Punkte)

**Lösung:**

Hedging. Der Floor sichert einen Mindestverkaufspreis.

- (c) Kann ein Floor einen negativen Wert annehmen? Begründen Sie. (2 Punkte)

**Lösung:**

Nein, da ein Floor eine Reihe unabhängiger Put-Optionen darstellt. Im schlechtesten Fall ist der Floor Null wert.

- (d) Wie bewertet man einen Floor? Schreiben Sie hierzu die Formel auf und erläutern Sie Ihre Antwort. (4 Punkte)

**Lösung:**

$$U_f(t) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N e^{-r(t_1-t)} \mathbb{E}[\max(K - S(t_i), 0)]$$

It can be viewed as a strip of independent put options, for each time  $t_i$  the holder of the floor holds put options with maturity  $t_i$  and Strike  $K$ . The price is quoted in Euro/MW

- (e) Beschreiben Sie den Unterschied zwischen einem Floor und einer Swing-Option. (2 Punkte)

**Lösung:**

bei Swing-Optionen sind die Anzahl der Ausübungen und die Ausübungszeitpunkte nicht festgelegt, sondern liegen zwischen  $E_{min}$  und  $E_{max}$ . Dadurch kann der Wert der Swing-Option negativ sein

- (f) Was versteht man unter einem Collar? (4 Punkte)

**Lösung:**

A collar is a combination of a cap and a floor such that variable prices are limited to a certain corridor. A long collar position consists of long one cap (with high strike  $K_2$ ) and short one floor (with low strike  $K_1$ ) - a short collar position is short one cap and long one floor. As long as the price of the underlying is between  $K_1$  and  $K_2$  at one of the dates  $t_i$ , no cash flows are exchanged. If the underlying is above  $K_2$ , the holder of the long collar position receives the difference of the actual price and  $K_2$ . If the underlying is below  $K_1$ , the short collar position receives the difference between  $K_1$  and the actual price.

## Aufgabe 2 (18 Punkte)

- (a) Wozu dient Regelenergie? Warum gewinnt Regelenergie in den letzten Jahren immer mehr an Bedeutung? (3 Punkte)

**Lösung:**

Regelenergie gewährleistet die Versorgung der Stromkunden mit genau der benötigten elektrischen Leistung bei unvorhergesehenen Ereignissen im Stromnetz. Beispiele für unvorhergesehene Ereignisse sind Kraftwerksausfälle oder unvorhergesehene Schwankungen in der Einspeisung erneuerbarer Energien. Bedeutung wächst durch mehr EE.

- (b) Erläutern Sie die drei Arten der Regelleistung. (3 Punkte)

**Lösung:**

- Primary Reserve starts within seconds as a joined action of all TSOs in the system.
- Secondary Reserve replaces the primary reserve after a few minutes and is put into action by the responsible TSOs only.
- Tertiary Reserve frees secondary reserves by rescheduling generation by the responsible TSOs.

- (c) Sind Kraftwerke, die „aus-dem-Geld“, „am Geld“ oder „im Geld“ sind, für die Reservebereitstellung attraktiv? Diskutieren Sie die drei Fälle. (3 Punkte)

**Lösung:**

Immer die at-the-money KW! In the money KW haben hohe Oppo-Kosten wegen entgangener Spreads, out of the money KW müssen angefahren und auf MinLast betrieben werden.

- (d) Erklären Sie die Begriffe „implizite Auktionen“ und „explizite Auktionen“ im Hinblick auf den Strommarkt in Europa. (2 Punkte)

**Lösung:**

With implicit auctions players do not receive allocations of cross-border capacity themselves but bid for energy on their Exchange. The Exchanges then use the available cross-border transmission capacity to minimize the price difference between two or more areas.

explicit auctions: cross-border capacity is auctioned separately

- (e) Charakterisieren Sie den Intradayhandel. Wieso kann ein viertelstündlicher Handel hier sinnvoll sein? (5 Punkte)

**Lösung:**

24/7 wird kontinuierlich gehandelt bis 45 Minuten vor Lieferung jeweils stündlich, seit kurzem auch viertelstündlich. Handel beginnt um 15 Uhr. Dient dem Ausgleich von Einspeise-/Ausspeiseschwankungen. Diese sind vor allem durch EE verstärkt worden.

Viertelstündlicher Handel kann die Anlauf- und Ablaufprofile der EE-Erzeugung besser abbilden.

- (f) Erörtern Sie kurz, was man unter Direktvermarktung im Hinblick auf Windenergieerzeugung versteht. (2 Punkte)

**Lösung:**

Normalerweise verkauft der Betreiber einer Erneuerbare-Energie-Anlage (z. B. einer Windkraftanlage oder einer Biogasanlage) seinen Strom an den zuständigen regionalen Netzbetreiber. Dabei erhält der Anlagenbetreiber eine Vergütung, die über dem Marktpreis für die jeweilige Energieform (meist Strom) liegt. Der Netzbetreiber bzw. der zuständige Übertragungsnetzbetreiber leitet den Strom zum Endkunden und bekommt seinerseits die Differenz zwischen Marktpreis und an den Anlagenbetreiber gezahlten Preis wieder erstattet. Alternativ kann der Anlagenbetreiber den Strom aber auch - ungefordert - durch ein öffentliches Netz leiten und ihn direkt an einen interessierten Abnehmer verkaufen. Dies wird als Direktvermarktung bezeichnet.

### Aufgabe 3 (35 Punkte)

- (a) Was kann durch Spread-Optionen abgebildet werden? Nennen Sie vier Beispiele aus dem Energiehandel. (4 Punkte)

**Lösung:**

power plants, refineries, storage facilities, pipelines

- (b) Was versteht man unter einem Climate-Spread? Erläutern Sie. Wie ist ein negativer Climate-Spread zu interpretieren? (4 Punkte)

**Lösung:**

Climate Spread = Clean Dark Spread - Clean Spark Spread In a carbon constrained economy a power producer in a geographic area where coal is currently the preferred method by which electricity is generated may eventually encounter a negative climate spread if carbon credit prices rise. This would mean that when taking into consideration the cost to produce (coal is on average 2.5 times as polluting as natural gas for the same MWh of electricity) the natural gas would be a better decision.

- (c) Der aktuelle Elektrizitätspreis liegt bei 30 €/MWh, der aktuelle Erdgaspreis bei 1,6 €/MBtu. Der spezifische Brennstoffwärmeverbrauch beträgt 10 000 Btu/MWh. Die Volatilität des Elektrizitätspreises liegt bei 140%, die Volatilität des Erdgaspreises bei 45% und die Korrelation zwischen den beiden Spotpreisen ist 0,6. Der risikofreie Zinssatz ist 1,5%. Welcher Wert ergibt sich für den Spark-Spread? Lohnt es sich unter diesen Umständen ein entsprechendes Gaskraftwerk für die Stromerzeugung zu nutzen? (4 Punkte)

**Lösung:**

$$\begin{aligned} \text{Spark Spread} &= 30\text{€/MWh} - 10.000 \frac{\text{Btu}}{\text{MWh}} \cdot 2 \frac{\text{€}}{\text{MBtu}} \\ &= 30\text{€/MWh} - 10.000 * \frac{\text{MBtu}}{1.000} \cdot \frac{1}{\text{MWh}} \cdot 2 \frac{\text{€}}{\text{MBtu}} \\ &= 30\text{€/MWh} - 10 \frac{\text{MBtu}}{\text{MWh}} \cdot 2 \frac{\text{€}}{\text{MBtu}} \\ &= 10\text{€/MWh} \end{aligned}$$

- (d) Wie lautet der Payoff einer Europäischen Call-Option auf den Spark-Spread? Drücken Sie den Payoff als Formel aus. (2 Punkte)

**Lösung:**

$$\Pi_{\text{call}} = \max\{(P_{\text{power}} - P_{\text{gas}}) - K, 0\}$$

Strike  $K$ , Strompreis  $P_{\text{power}}$  in EUR/MWh, Gaspreis  $P_{\text{gas}}$  in EUR/MWh

- (e) Berechnen Sie den fairen Wert der Europäischen Call-Option auf den oben genannten Spread (nehmen Sie die Werte aus (c)) mit der Restlaufzeit von 0,5 Jahren auf den Spark-Spread. (9 Punkte)

**Lösung:**

$$\begin{aligned}
\sigma &= \sqrt{\sigma_1^2 - 2\rho\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2} = \sqrt{1,4^2 - 2 \cdot 0,6 \cdot 1,4 \cdot 0,45 + 0,45^2} \\
&= \sqrt{1,4065} = 1,186 \\
d_1 &= \frac{\ln(\frac{S_1}{S_2}) + \frac{1}{2}\sigma^2(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}} = \frac{\ln(\frac{30}{20}) + \frac{1}{2} \cdot 1,186^2 \cdot 0,5}{1,186 \cdot \sqrt{0,5}} \\
&= 0,903 \\
d_2 &= d_1 - \sigma \cdot \sqrt{T-t} = 0,903 - 1,186 \cdot \sqrt{0,5} = 0,064 \\
\Phi(d_1) &= 0,816 \\
\Phi(d_2) &= 0,524 \\
C_t &= e^{-r(T-t)}(S_1\Phi(d_1) - S_2\Phi(d_2)) = e^{-0,015 \cdot 0,5}(30 \cdot 0,816 - 20 \cdot 0,524) \\
&= 13,895 \text{ €/MWh}
\end{aligned}$$

- (f) Die Europäische Put-Option mit der Restlaufzeit von 0,5 Jahren auf den Spark-Spread kostet 6 €/MWh. Zeigen Sie, dass die Put-Call-Parität nicht hält. Was bedeutet das für einen Investor? (3 Punkte)

**Lösung:**

$$\begin{aligned}
S_t + P_t - C_t &= K e^{-e(T-t)} \\
K &= 0 \\
10 \text{ €/MWh} + 6 \text{ €/MWh} - 13,895 \text{ €/MWh} &\neq 0
\end{aligned}$$

Die Put-Call-Parität hält nicht. Das bedeutet, der Markt ist nicht arbitragefrei. Der Investor hat die Möglichkeit risikolose Gewinne zu erzielen.

- (g) Wir nehmen an, dass sich die Korrelation zwischen den Underlyingpreisen erhöht. Was bedeutet dies für den Preis der Call-Option? Erläutern Sie. (4 Punkte)

**Lösung:**

Der Wert einer Spread-Option hängt stark von der Korrelation zwischen den beiden Underlyings ab.

Je stärker die Underlyings korrelieren, desto geringer ist die Volatilität des Spreads (also die Preisdifferenz des Underlyings) und damit auch der Wert der Spread-Option.

(Absicherung durch Option unnötiger, wenn Spread wenig Volatilität aufweist)

Alternativ kann dies auch so gezeigt werden, volle Punktzahl gibt es auch ohne die Formeln:

$$\begin{aligned}
\underbrace{\frac{\partial Call}{\partial p}}_{<0} &= \underbrace{\frac{\partial Call}{\partial \sigma}}_{>0} \frac{\partial \sigma}{\partial p} \quad \text{mit} \quad \sigma = \sqrt{\sigma_1^2 - 2\sigma_1\sigma_2\rho + \sigma_2^2} \\
\frac{\partial \sigma}{\partial p} &= \underbrace{\frac{1}{2\sqrt{\sigma_1^2 - 2\sigma_1\sigma_2\rho + \sigma_2^2}}}_{>0} \underbrace{(-2\sigma_1\sigma_2)}_{<0}
\end{aligned}$$

- (h) Erläutern Sie kurz den Unterschied zwischen der Magrabe Formel und der 3-Asset Kirk Formel. Und nennen Sie ein Beispiel für die Anwendung der 3-Asset Kirk Formel. (5 Punkte)

**Lösung:**

In Exchange Option:  $K = 0$ ; in Kirk's Formel  $K \neq 0$

$$C_K 3(S_1(t); S_2(t); S_3(t); K; \tau) \sim CBS(S_1(t); S_2(t) + S_3(t) + K; \sigma_S; \tau)$$

F1 is the price of power, F2 is the price of fuel, and F3 is the price of emissions. The strike X represents variable costs. The option that we need to price has thus the payout  $\max(F_{power} - F_{fuel} - F_{emissions} - X, 0)$  which is a good approximation of a cash flow generated by a power plant at a given time period

#### Aufgabe 4 (19 Punkte)

- (a) Sei  $X_t$  ein Itô-Prozess. Schreiben Sie die stochastische Differentialgleichung von  $X_t$  in allgemeiner Form auf und kommentieren Sie kurz Ihre Lösung. (2 Punkte)

**Lösung:**

Seien  $m$  und  $s$  Funktionen und  $W_t$  eine Brownsche Bewegung. Dann ist  $dX_t = mdt + sdW_t$  ein Itô-Prozess.

- (b) Es sei  $(W(t))_{t \geq 0}$  eine Standard-Brownsche Bewegung. Die Dynamik der geometrischen Brownschen Bewegung  $(S(t))_{t \geq 0}$  ist gegeben durch die stochastische Differentialgleichung

$$dS(t) = S(t)(\mu dt + \sigma dW(t)), S(0) > 0.$$

Bestimmen Sie mit Hilfe der Itô-Formel für die Funktion  $f(x) = x^2$  die Dynamik des Prozesses  $(S^2(t))_{t \geq 0}$ . (9 Punkte)

**Lösung:**

$$dX_t = mdt + sdW_t \hat{=} \text{Itô-Prozess}$$

$$f(t, x) = x^2$$

$$f_t = 0$$

$$f_x = 2x$$

$$f_{xx} = 2$$

$$dS(t) = S(t)(\mu dt + \sigma dW_t)$$

$$m = S(t)\mu$$

$$s = S(t)\sigma$$

$$df = (f_t + mf_x + \frac{1}{2}s^2 f_{xx})dt + sf_x dW_t$$

$$= (0 + \mu S(t) \cdot 2S(t) + \frac{1}{2}S(t)^2 \sigma^2 \cdot 2)dt + \sigma S(t) \cdot 2S(t)dW_t$$

$$= 2\mu S(t)^2 dt + \sigma^2 S(t)^2 dt + 2\sigma S(t)^2 dW_t$$

- (c) Warum eignet sich der Ornstein-Uhlenbeck Prozess als Elektrizitätspreisprozess? (3 Punkte)

**Lösung:**

Der Ornstein-Uhlenbeck Prozess kann negative Werte annehmen und damit die negativen Preise im Elektrizitätsspotmarkt abbilden. Außerdem findet die mean-reverting Eigenschaft der Strompreise Berücksichtigung.

Indem man einen Sprungprozess (z.B. einen Poisson Prozess) integriert können ebenfalls Preissprünge abgebildet werden.

- (d) Schreiben Sie die stochastische Differentialgleichung des Ornstein-Uhlenbeck Prozesses auf und erklären Sie die verschiedenen Parameter. (5 Punkte)

**Lösung:**  $dX_t = \kappa(\ln\theta - X_t)dt + \sigma dW_t$ ;  $X_0 = \ln(S_0)$  Thus, the logarithm of the prices follow a mean reverting diffusion process, the so-called Ornstein-Uhlenbeck-Process.

- $\kappa$ - Speed of mean reversion
- $\theta$  - Level of mean reversion
- $\sigma$  - Volatility of the process
- $dW_t$  - Brownian increments