

Simulação Numérica De Escoamentos Dispersos Em Turbomáquinas Utilizando Método De Elementos Finitos

Lucas Carvalho De Sousa

Gustavo Rabello Dos Anjos

Universidade do Estado do Rio de Janeiro

encarvlucas@hotmail.com

25 de Junho de 2019



Sumário

1 Introdução

- Simulação de Escoamentos Bidimensionais com Partículas
- Escoamentos em Turbomáquinas

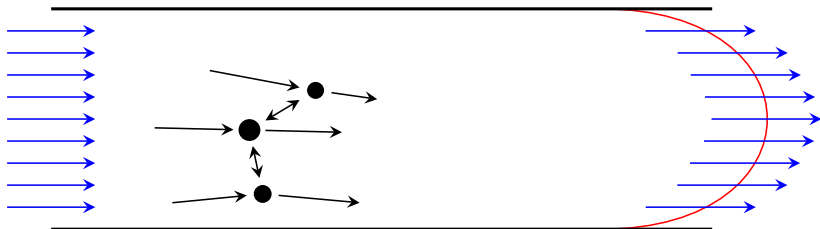
2 Equações de Governo

- Formulação Corrente-Vorticidade
- Equação de Basset–Boussinesq–Oseen (BBO)
- Sistema de Equações
- Equações Matriciais

3 Resultados Preliminares

4 Cronograma Futuro

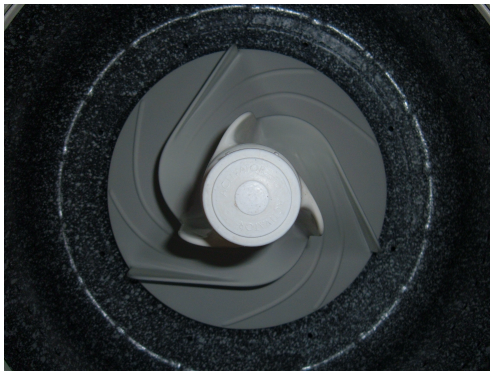
Introdução



Escoamento entre placas, Hagen-Poiseuille.

Escoamentos em Turbomáquinas

Estudar como partículas se comportam dentro de uma turbomáquina em funcionamento.



Fonte: © BrokenSphere / Wikimedia Commons.

Equações de Governo

Formulação Corrente-Vorticidade

Hipóteses tomadas

- Fluido incompressível
- Fluido newtoniano

Equação de Navier-Stokes

$$\frac{\partial \vec{v}_f}{\partial t} + \vec{v}_f \cdot \vec{\nabla} \vec{v}_f = -\frac{1}{\rho_f} \vec{\nabla} p + \frac{\mu_f}{\rho_f} \nabla^2 \vec{v}_f + \vec{g}$$

Desvantagens

- Acoplamento da pressão e velocidade
- Exige elementos de ordem elevada

Formulação Corrente-Vorticidade

Equação da Vorticidade

$$\frac{\partial \vec{\omega}}{\partial t} + \vec{v}_f \cdot \vec{\nabla} \vec{\omega} = \frac{\mu_f}{\rho_f} \nabla^2 \vec{\omega}$$

Equação da Corrente

$$\nabla^2 \psi = -\omega_z$$

Velocidade

$$\vec{v}_f = \left(\frac{\partial \psi}{\partial y}, -\frac{\partial \psi}{\partial x} \right)$$

Equação de Basset–Boussinesq–Oseen (BBO)

Equação que representa as forças exercidas sobre as partículas. Sua expressão é a soma das forças separadamente.

Equação de Basset–Boussinesq–Oseen

$$\vec{F}_p = \sum \vec{F} = \vec{F}_{grav} + \vec{F}_{drag} + \vec{F}_{lift} + \vec{F}_{mass}$$

Restrição

A equação BBO é somente válida para Reynolds da partícula menores que 1. $Re_p < 1$

Reynolds de Partícula

$$Re_p = \frac{\rho_p |\vec{v}_f - \vec{v}_p|_{max} d_p}{\mu_f}$$

Equação de Basset–Boussinesq–Oseen (BBO)

Força Gravitacional

$$\vec{F}_{grav} = m_p \vec{g}$$

Força de Sustentação

$$\vec{F}_{lift} = 1.61 \mu_f d_p (\vec{v}_f - \vec{v}_p) \sqrt{Re_G}$$

Força de Arrasto

$$\vec{F}_{drag} = 3\pi \mu_f d_p (\vec{v}_f - \vec{v}_p)$$

Força de Massa Virtual

$$\vec{F}_{mass} = \frac{1}{2} \rho_f V_p \frac{d}{dt} (\vec{v}_f - \vec{v}_p)$$

Reynolds de Cisalhamento

$$Re_G = \frac{d_p^2 \rho_f}{\mu_f} \nabla \vec{v}_f$$

Modelo Matemático

Equação de Vorticidade

$$\frac{\partial \omega_z}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla \omega_z = \nu \nabla^2 \omega_z$$

Equação de Corrente

$$\nabla^2 \psi = -\omega_z$$

Equação BBO

(*Basset–Boussinesq–Oseen*)

$$\sum \vec{F}_p = \vec{F}_{drag} + \vec{F}_{grav} + \vec{F}_{etc}$$

Equações Auxiliares

$$\frac{\partial \psi}{\partial y} = v_x$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial x} = -v_y$$

$$\omega_z = \frac{\partial v_x}{\partial y} - \frac{\partial v_y}{\partial x}$$

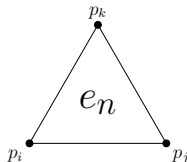
Força de Arrasto (*Stokes*)

$$\vec{F}_{drag} = 3\pi\mu d_p(\vec{v} - \vec{v}_p)$$

Força Gravitacional

$$\vec{F}_{grav} = \frac{\pi}{6} d_p \rho_p \vec{g}$$

Matrizes dos Elementos Triangulares



Coeficientes de Forma

$$\mathbf{B} \begin{cases} b_i = y_j - y_k \\ b_j = y_k - y_i \\ b_k = y_i - y_j \end{cases} \quad \mathbf{C} \begin{cases} c_i = x_k - x_j \\ c_j = x_i - x_k \\ c_k = x_j - x_i \end{cases}$$

Matriz de Gradiente (eixo x)

$$\mathbf{G}_x = \frac{1}{6} \begin{bmatrix} b_i & b_j & b_k \\ b_i & b_j & b_k \\ b_i & b_j & b_k \end{bmatrix}$$

Matriz de Gradiente (eixo y)

$$\mathbf{G}_y = \frac{1}{4A} \begin{bmatrix} c_i & c_j & c_k \\ c_i & c_j & c_k \\ c_i & c_j & c_k \end{bmatrix}$$

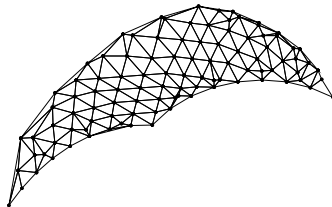
Matriz de Rigidez

$$\mathbf{K} = \frac{1}{4A} \begin{bmatrix} b_i^2 + c_i^2 & b_i b_j + c_i c_j & b_i b_k + c_i c_k \\ b_j b_i + c_j c_i & b_j^2 + c_j^2 & b_j b_k + c_j c_k \\ b_k b_i + c_k c_i & b_k b_j + c_k c_j & b_k^2 + c_k^2 \end{bmatrix}$$

Matriz de Massa

$$\mathbf{M} = \frac{A}{12} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

Equações Matriciais



Malha gerada para um perfil de rotor.

Vorticidade

$$\left(\frac{\mathbf{M}}{\Delta t} + \nu \mathbf{K} + \mathbf{v} \cdot \mathbf{G} \right) \omega_z^{n+1} = \frac{\mathbf{M}}{\Delta t} \omega_z^n$$

Corrente

$$\mathbf{K} \psi = \mathbf{M} \omega_z$$

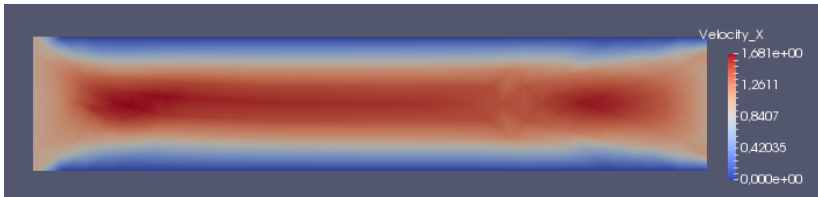
Auxiliares

$$\mathbf{M} v_x = \mathbf{G}_y \psi$$

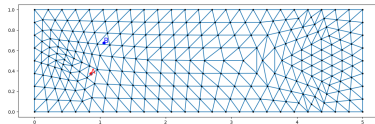
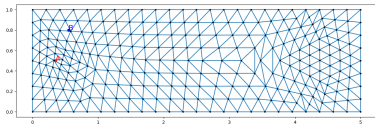
$$\mathbf{M} v_y = -\mathbf{G}_x \psi$$

$$\mathbf{M} \omega_z = \mathbf{G}_x v_y - \mathbf{G}_y v_x$$

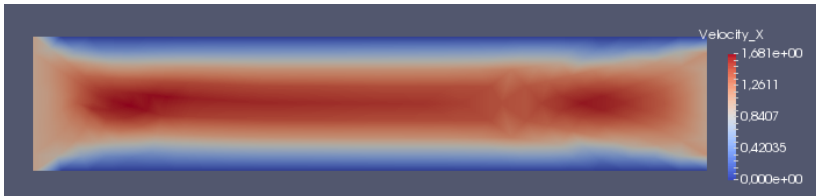
Resultados Preliminares



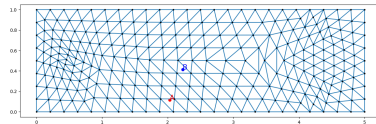
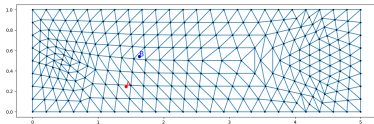
Perfil de velocidades no eixo x para um escoamento entre placas.



Demonstração de partículas em movimento



Perfil de velocidades no eixo x para um escoamento entre placas.



Demonstração de partículas em movimento

Cronograma Futuro

Atividades Concluídas e Previsão

Atividades	Set/18	Out/18	Nov/18	Dez/18	Jan/19	Fev/19	Mar/19	Abr/19	Mai/19	Jun/19	Jul/19	Ago/19
Revisão Bibliográfica												
Desenvolvimento de código (poiseuille)												
Desenvolvimento de código (dispersos)												
Desenvolvimento de código (temperatura)												
Testes e validações												
Simulação de problemas físicos												
Escrever dissertação												
Apresentação												

Tarefas Realizadas

Tarefas a Realizar



Figura: Cronograma previsto atualizado.

Agradecimentos



Muito Obrigado!