Simulação Numérica De Escoamentos Dispersos Utilizando Método De Elementos Finitos

Lucas Carvalho De Sousa
Gustavo Rabello Dos Anjos

Universidade do Estado do Rio de Janeiro

encarvlucas@hotmail.com

7 de Janeiro de 2019

Sumário

A Importância da Simulação de Escoamentos

Fonte:© Lucía Barreiros.

Figura: Rio Solimões - Amazônia, Brasil

A Importância da Simulação de Escoamentos

Fonte: © CEphoto, Uwe Aranas.

Figura: Interior de um trocador de calor - Colônia, Alemanha

Escoamentos

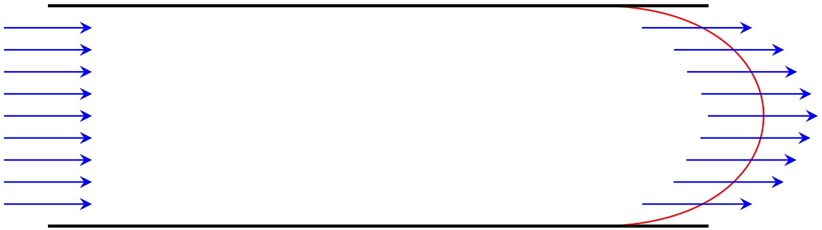


Figura: Escoamento permanente desenvolvido.

Escoamentos Multifásicos

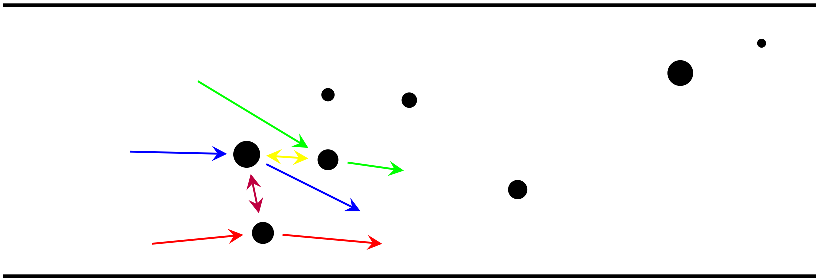


Figura: Escoamento particulado.

Método dos Elementos Finitos

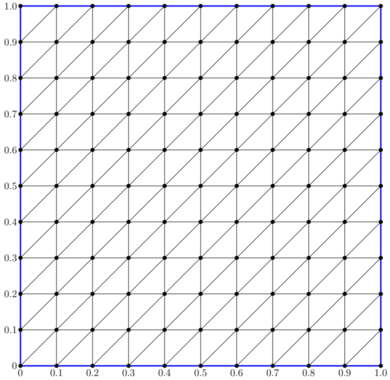


Figura: Malha estruturada.

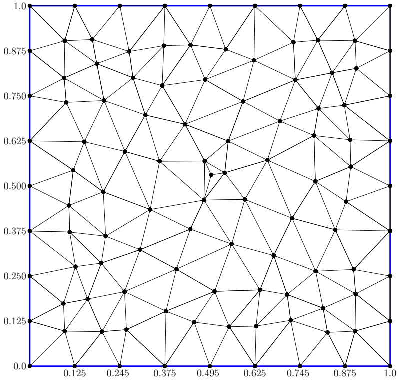


Figura: Malha não estruturada.

Modelo Matemático

Equação de Vorticidade

$$\frac{\partial \omega_z}{\partial t} + \vec{v}.\nabla\omega_z = \nu\nabla^2\omega_z$$

Equação de Corrente

$$\nabla^2\psi = -\omega_z$$

Equação BBO (*Basset–Boussinesq–Oseen*)

$$\sum \vec{F}_p = \vec{F}_{drag} + \vec{F}_{grav} + \vec{F}_{etc}$$

Equações Auxiliares

$$\frac{\partial \psi}{\partial y} = v_x$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial x} = -v_y$$

$$\omega_z = \frac{\partial v_x}{\partial y} - \frac{\partial v_y}{\partial x}$$

Modelo Matemático

Força de Arrasto (*Stoakes*)

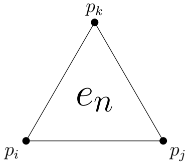
$$\vec{F}_{drag} = 3\pi\mu d_p(\vec{v} - \vec{v}_p)$$

Força Gravitacional

$$\vec{F}_{grav} = \frac{\pi}{6} d_p \rho_p \vec{g}$$

Onde: ω_z é o campo de vorticidade, ψ é o campo de correntes, $\vec{v}$ é o campo vetorial de velocidades, μ é a viscosidade dinâmica, ν é a viscosidade cinemática sobre o domínio da malha. E as variáveis d_p são o diâmetro, ρ_p é a densidade e $\vec{F}_p$ é a força resultante de uma partícula.

Matrizes dos Elementos Triangulares



Coeficientes de Forma

$$\mathbf{B}\begin{cases} b_i = y_j - y_k \\ b_j = y_k - y_i \\ b_k = y_i - y_j \end{cases} \qquad \mathbf{C}\begin{cases} c_i = x_k - x_j \\ c_j = x_i - x_k \\ c_k = x_j - x_i \end{cases}$$

Matriz de Gradiente (eixo x)

$$\mathbf{G}_x = \frac{1}{6}\begin{bmatrix} b_i & b_j & b_k \\ b_i & b_j & b_k \\ b_i & b_j & b_k \end{bmatrix}$$

Matriz de Gradiente (eixo y)

$$\mathbf{G}_y = \frac{1}{4A}\begin{bmatrix} c_i & c_j & c_k \\ c_i & c_j & c_k \\ c_i & c_j & c_k \end{bmatrix}$$

Matriz de Rigidez

$$\mathbf{K} = \frac{1}{4A}\begin{bmatrix} b_i^2 + c_i^2 & b_i b_j + c_i c_j & b_i b_k + c_i c_k \\ b_j b_i + c_j c_i & b_j^2 + c_j^2 & b_j b_k + c_j c_k \\ b_k b_i + c_k c_i & b_k b_j + c_k c_j & b_k^2 + c_k^2 \end{bmatrix}$$

Matriz de Massa

$$\mathbf{M} = \frac{A}{12}\begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

Equações Matriciais

Vorticidade

$$\left(\frac{\mathbf{M}}{\Delta t} + \nu\mathbf{K} + \mathbf{v}.\mathbf{G}\right)\omega_z^{n+1} = \frac{\mathbf{M}}{\Delta t}\omega_z^n$$

Corrente

$$\mathbf{K}\psi = \mathbf{M}\omega_z$$

Auxiliares

$$\begin{aligned}\mathbf{M}v_x &= \mathbf{G}_y\psi \\ \mathbf{M}v_y &= -\mathbf{G}_x\psi \\ \mathbf{M}\omega_z &= \mathbf{G}_x v_y - \mathbf{G}_y v_x\end{aligned}$$

As demais equações de força são calculadas para cada partícula individulamente.

Problema Físico

Inserir quais resultados?

Atividades Concluídas e Previsão

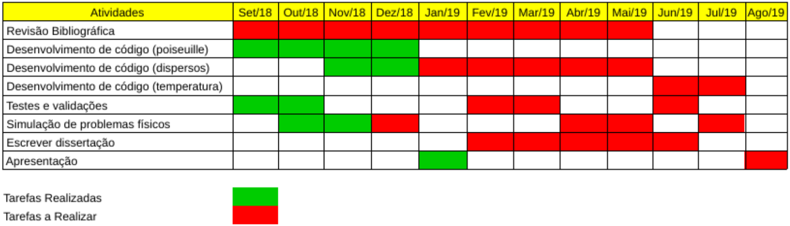


Figura: Cronograma previsto atualizado.

Agradecimentos

Muito Obrigado!