# UERJ OF STADO OF

## Universidade do Estado do Rio de Janeiro

Centro de Tecnologia e Ciências Faculdade de Engenharia

Lucas Carvalho de Sousa

Simulação Numérica De Escoamentos Dispersos Utilizando Método De Elementos Finitos

> Rio de Janeiro 2019

#### Lucas Carvalho de Sousa

### Simulação Numérica De Escoamentos Dispersos Utilizando Método De Elementos Finitos

Projeto Final apresentado a Faculdade de Engenharia da Universidade do Estado do Rio de Janeiro, para obtenção do grau de bacharel em Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. D.Sc. Gustavo R. Anjos

Rio de Janeiro

2019

# CATALOGAÇÃO NA FONTE UERJ / REDE SIRIUS / BIBLIOTECA CTC/B

Sousa, Lucas Carvalho de

Simulação Numérica De Escoamentos Dispersos Utilizando Método De Elementos Finitos / Lucas Carvalho de Sousa. — 2019.

xx f.

S237

Orientadores: Gustavo Rabello dos Santos; Projeto Final (Bacharel em Engenharia Mecânica) — Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Faculdade de Engenharia.

Texto a ser informado pela biblioteca.

CDU 621:528.8

Autorizo, apenas para fins acadêmicos e científicos, a reprodução total ou p	arcial
deste projeto final, desde que citada a fonte.	

Assinatura	Data

#### Lucas Carvalho de Sousa

# Simulação Numérica De Escoamentos Dispersos Utilizando Método De Elementos Finitos

Projeto Final apresentado a Faculdade de Engenharia da Universidade do Estado do Rio de Janeiro, para obtenção do grau de bacharel em Engenharia Mecânica.

Aprovado em: DATA Banca Examinadora:

> Prof. Dr. José da Rocha Miranda Pontes Departamento de Engenharia Mecânica - UERJ

Prof. Dr. Nome do Professor 2 Faculdade de Engenharia da UERJ

Prof. D.Sc. Gustavo R. Anjos - Orientador Universidade Federal do Rio de Janeiro - UFRJ - COPPE

Prof. Dr. Nome do Professor 4 Instituto de Geociências da UFF

> Rio de Janeiro 2019

#### AGRADECIMENTO

Aqui entra seu agradecimento.

É importante sempre lembrar do agradecimento à instituição que financiou sua bolsa, se for o caso...

Agradeço à FAPERJ pela bolsa de Mestrado concedida.

#### **RESUMO**

SOUSA, Lucas Carvalho de. Simulação Numérica De Escoamentos Dispersos Utilizando Método De Elementos Finitos. xx f. Projeto Final (Bacharelado em Engenharia Mecânica) - Faculdade de Engenharia, Universidade do Estado do Rio de Janeiro (UERJ), Rio de Janeiro, 2019.

Aqui entra o seu resumo organizado em um parágrafo apenas.

Palavras-chave: Método de Elementos Finitos, Formulação Corrente-Vorticidade, Escoamento Multifásico, Escoamento Particulado.

#### ABSTRACT

 ${\bf Aqui}$ entra seu resumo em inglês também organizado em apenas um parágrafo.

 $\label{thm:computation} \mbox{Keywords: Pattern Formation, Swift-Hohenberg Equation, Computational Modelling, Word4.}$ 

#### LISTA DE FIGURAS

#### LISTA DE TABELAS

#### LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

MDF Método das Diferenças Finitas

CN Crank-Nicolson

## SUMÁRIO

	INTRODUÇÃO	10
1	REVISÃO DA LITERATURA	12
1.1	Introdução	12
1.2	Reações-difusão em ciência dos materiais	12
	CONCLUSÃO	13
	APÊNDICE A	14
	REFERÊNCIAS	15

#### INTRODUÇÃO

Os problemas físicos de interesse da engenharia mecânica, muitas vezes, podem se apresentar de forma multidisciplinar e em razão disso também oferecem resultados que exigem ferramental e perspectivas oferecidos por outras disciplinas e áreas não contempladas em um curso usual de um engenheiro mecânico. Um desses problemas é o fenômeno de difusão acompanhado de reações químicas (homogêneas ou heterogêneas), em geral não lineares, que, em condições conhecidas, configuram processos de organização espacial de substâncias ou espécies. Por exemplo, reações químicas autocatalíticas ou outros tipos de interações em sistemas difusivos com mais de uma substâncias ou espécies, e.g., o caso particular de auto-organização dentro de uma classe mais ampla conhecida como estruturas dissipativas: padrões (estruturas) de turing.

As equações de reação-difusão são conhecidas por modelarem fenômenos químicos e biológicos, os quais, se originam da interação entre indivíduos, células ou espécies. A modelagem matemática desses mecanismos tem sido bem sucedida e vem se desenvolvendo em áreas como ecologia, embriologia (morfogênese), neurobiologia, outros, bem como cinéticas químicas no estado sólido. Este último tema é de interesse da ciência dos materiais computacional, uma vez que modelos matemáticos de problemas físicos tais como crescimento dendrítico (evolução cristalina), formação de precipitados em ligas metálicas e cerâmicas ou até mesmo transformação de fase por avanço de frente tornam-se possíveis.

Padrões espaço-temporais se apresentam em diversos âmbitos da natureza e sua descrição e compreensão ainda levantam questões importantes e básicas. Comparando com cerca de 30 anos atrás, grande progresso foi conquistado na modelagem de instabilidades, análise da dinâmica na vizinhança, formação e es-

tabilidade de padrões, análise quantitativa experimental e numérica de padrões, e assim por diante.

Modelos de Reação-Difusão podem evoluir para um padrão espacial heterogêneo e estável ao longo do tempo devido a pequenas perturbações das concentrações das substâncias químicas em relação a um estado de equilíbrio espacial homogêneo.

Posicionar histórico, experiências, resultados, modelos, referências, etc. As teorias matemáticas...

#### 1 REVISÃO DA LITERATURA

#### 1.1 Introdução

Tópicos:

- O papel do estudo da formação de padrões na eng mec
- Background teórico e disciplinas/áreas necessárias
- Casos de interesse

#### 1.2 Reações-difusão em ciência dos materiais

## CONCLUSÃO

Aqui entra sua conclusão!!

# APÊNDICE A - SOLUÇÃO NUMÉRICA DA EQUAÇÃO DO CALOR BIDIMENSIONAL E VALIDAÇÃO DO CÓDIGO

O estudo das soluções numérica e analítica de equações diferenciais parciais foi essencial para o desenvolvimento do presente trabalho. O método adotado foi o segundo esquema de Douglas [1] (também conhecido por *Stabilizing Correction*) para solução das EDP's que modelam os mecanismos de reação-difusão presentes no capítulo [4]. Como motivação, foi considerada a equação de calor bidimensional, uma vez que ela configura uma equação parabólica utilizada para modelar problemas com dependência espacial através do termo difusivo  $(\nabla^2)$ , presente nas dinâmicas estudadas neste projeto. O desenvolvimento do código foi em *python*. A equação da temperatura, com as hipóteses abaixo:

#### REFERÊNCIAS

- [1] DOUGLAS, J. J.; RACHFORD, J. H. H. On the numerical solution of heat conduction problems in two and three space variables. *Transactions of the American Mathematical Society*, American Mathematical Society, v. 82, 07 1956. Disponível em: <a href="http://gen.lib.rus.ec/scimag/index.php?s=10.2307/1993056">http://gen.lib.rus.ec/scimag/index.php?s=10.2307/1993056</a>.
- [2] LENGYEL I.; EPSTEIN, I. R. Modeling of turing structures in the chlorite-iodide-malonic acid-starch reaction system. *Science*, American Association for the Advancement of Science, v. 251, 02 1991. Disponível em: <a href="http://gen.lib.rus.ec/scimag/index.php?s=10.1126/science.251.4994.650">http://gen.lib.rus.ec/scimag/index.php?s=10.1126/science.251.4994.650</a>.
- [3] KONDO S.; MIURA, T. Reaction-diffusion model as a framework for understanding biological pattern formation. *Science*, American Association for the Advancement of Science, v. 329, 09 2010. Disponível em: <a href="http://gen.lib.rus.ec/scimag/index.php?s=10.1126/science.1179047">http://gen.lib.rus.ec/scimag/index.php?s=10.1126/science.1179047</a>.
- [4] TURING, A. M. The chemical basis of morphogenesis. *Philosophical Transactions Biological Sciences*, The Royal Society, v. 237, 1952. Disponível em: <a href="http://gen.lib.rus.ec/scimag/index.php?s=10.1098/rstb.1952.0012">http://gen.lib.rus.ec/scimag/index.php?s=10.1098/rstb.1952.0012</a>.
- [5] V, D. Reaction diffusion and solid state chemical kinetics. IPMS Publications, 2010. ISBN 9660225458,9660225431. Disponível em: <a href="http://gen.lib.rus.ec/book/index.php?md5=B709C6A513A0F16012044F5D0E98A21F">http://gen.lib.rus.ec/book/index.php?md5=B709C6A513A0F16012044F5D0E98A21F</a>.
- [6] NICOLIS, I. P. G. Self-Organization In Non-Equilibrium Systems. First edition.
  John Wiley & Sons, 1977. ISBN 9780471024019,0471024015. Disponível em:
  <a href="http://gen.lib.rus.ec/book/index.php?md5=061AE112831E0910B2967F45363B499F">http://gen.lib.rus.ec/book/index.php?md5=061AE112831E0910B2967F45363B499F</a>.

- [7] BERGHAUS, D. G. Numerical methods for experimental mechanics. Kluwer Academic Publishers, 2001. ISBN 0792374037,9780792374039. Disponível em: <a href="http://gen.lib.rus.ec/book/index.php?md5=5F7D56F2CF51D7CF43A308F76217ACF4">http://gen.lib.rus.ec/book/index.php?md5=5F7D56F2CF51D7CF43A308F76217ACF4</a>.
- [8] PATANKAR, S. Numerical Heat Transfer and Fluid Flow. 1. ed. Taylor & Francis, 1980. (Hemisphere Series on Computational Methods in Mechanics and Thermal Science). ISBN 9780891165224,0891165223. Disponível em: <a href="http://gen.lib.rus.ec/book/index.php?md5=93BA07992007DB273755D0FBB50AD653">http://gen.lib.rus.ec/book/index.php?md5=93BA07992007DB273755D0FBB50AD653</a>.
- [9] MURRAY, J. Mathematical Biology. 1st. ed. [S.l.]: Springer-Verlag, 1989.
- [10] ANJOS, P. G. Transmissão de Calor Análise Discreta. [S.l.], 2017.
- [11] MASSIH, J. Κ. Α. Dynamic stability of weakly damped cillators with elastic impacts **Journal** Sound and wear. andVibration, Science, 263, 2003. Disponível Elsevier em: v. <a href="http://gen.lib.rus.ec/scimag/index.php?s=10.1016/s0022-460x(02)01104-460x">http://gen.lib.rus.ec/scimag/index.php?s=10.1016/s0022-460x(02)01104-460x</a> 5 > .
- [12] HIRSCH, S. S. Μ. W. Differential Equations, Dynamical Sys-And Linear Algebra.Academic Press, (Pure and tems, 1974. apmathematics of monographs textbooks 60). plied series and **ISBN** 9780080873763,9780123495501,0123495504.Disponível em: <a href="http://gen.lib.rus.ec/book/index.php?md5=FA032C77A868E06BD7B8F5EE96D5A692">http://gen.lib.rus.ec/book/index.php?md5=FA032C77A868E06BD7B8F5EE96D5A692</a>.
- [13] EDELSTEIN-KESHET, L. Mathematical models in biology. 1. ed. Society for Industrial and Applied Mathematics, 2005. (Classics in applied mathematics 46). ISBN 9780898715545,0898715547. Disponível em: <a href="http://gen.lib.rus.ec/book/index.php?md5=FE34583D9789926F89E594E4F8C5F7DB">http://gen.lib.rus.ec/book/index.php?md5=FE34583D9789926F89E594E4F8C5F7DB</a>.
- [14] WALGRAEF, R. R. J. P. C. C. F. R. C. N. E. R. D. Gradient pattern analysis of swift—hohenberg dynamics: phase disorder characterization. *Physica*

- A: Statistical Mechanics and its Applications, Elsevier Science, v. 283, 2000. Disponível em: <http://gen.lib.rus.ec/scimag/index.php?s=10.1016/s0378-4371(00)00144-8>.
- [15] AIFANTIS, J. P. D. W. E. On dislocation patterning: Multiple slip effects in the rate equation approach. *International Journal of Plasticity*, Elsevier Science, v. 22, 2006. Disponível em: <a href="http://gen.lib.rus.ec/scimag/index.php?s=10.1016/j.ijplas.2005.07.011">http://gen.lib.rus.ec/scimag/index.php?s=10.1016/j.ijplas.2005.07.011</a>.