

# Simulação Numérica De Escoamentos Dispersos Utilizando Método De Elementos Finitos

**Lucas Carvalho De Sousa**

Gustavo Rabello Dos Anjos

Universidade do Estado do Rio de Janeiro

*encarvlucas@hotmail.com*

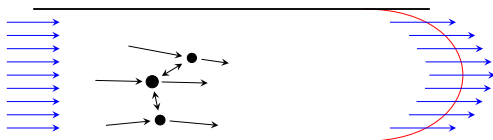
7 de Janeiro de 2019



# Sumário

- 1 Introdução
  - Motivação
- 2 Metodologia
  - Sistema de Equações
  - Equações Matriciais
- 3 Resultados Preliminares
- 4 Cronograma Futuro

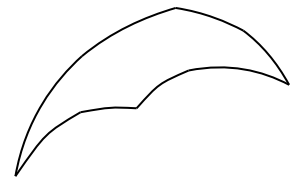
# Simulação de Escoamentos Multifásicos em Turbomáquinas



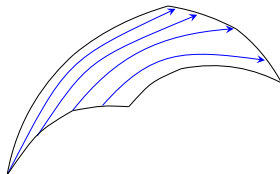
Escoamento entre placas, Hagen-Poiseuille.



Fonte: © BrokenSphere / Wikimedia Commons.



Seção de um rotor.



Perfil de escoamento em um rotor.

# Modelo Matemático

## Equação de Vorticidade

$$\frac{\partial \omega_z}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla \omega_z = \nu \nabla^2 \omega_z$$

## Equação de Corrente

$$\nabla^2 \psi = -\omega_z$$

## Equação BBO

(*Basset–Boussinesq–Oseen*)

$$\sum \vec{F}_p = \vec{F}_{drag} + \vec{F}_{grav} + \vec{F}_{etc}$$

## Equações Auxiliares

$$\frac{\partial \psi}{\partial y} = v_x$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial x} = -v_y$$

$$\omega_z = \frac{\partial v_x}{\partial y} - \frac{\partial v_y}{\partial x}$$

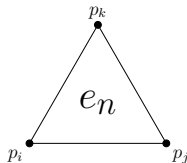
## Força de Arrasto (*Stokes*)

$$\vec{F}_{drag} = 3\pi\mu d_p(\vec{v} - \vec{v}_p)$$

## Força Gravitacional

$$\vec{F}_{grav} = \frac{\pi}{6} d_p \rho_p \vec{g}$$

# Matrizes dos Elementos Triangulares



## Coeficientes de Forma

$$\mathbf{B} \begin{cases} b_i = y_j - y_k \\ b_j = y_k - y_i \\ b_k = y_i - y_j \end{cases} \quad \mathbf{C} \begin{cases} c_i = x_k - x_j \\ c_j = x_i - x_k \\ c_k = x_j - x_i \end{cases}$$

## Matriz de Gradiente (eixo x)

$$\mathbf{G}_x = \frac{1}{6} \begin{bmatrix} b_i & b_j & b_k \\ b_i & b_j & b_k \\ b_i & b_j & b_k \end{bmatrix}$$

## Matriz de Gradiente (eixo y)

$$\mathbf{G}_y = \frac{1}{4A} \begin{bmatrix} c_i & c_j & c_k \\ c_i & c_j & c_k \\ c_i & c_j & c_k \end{bmatrix}$$

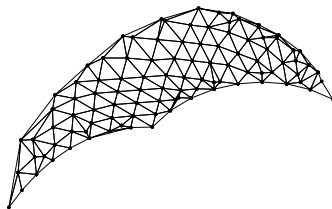
## Matriz de Rigidez

$$\mathbf{K} = \frac{1}{4A} \begin{bmatrix} b_i^2 + c_i^2 & b_i b_j + c_i c_j & b_i b_k + c_i c_k \\ b_j b_i + c_j c_i & b_j^2 + c_j^2 & b_j b_k + c_j c_k \\ b_k b_i + c_k c_i & b_k b_j + c_k c_j & b_k^2 + c_k^2 \end{bmatrix}$$

## Matriz de Massa

$$\mathbf{M} = \frac{A}{12} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

# Equações Matriciais



Malha gerada para um perfil de rotor.

## Vorticidade

$$\left( \frac{\mathbf{M}}{\Delta t} + \nu \mathbf{K} + \mathbf{v} \cdot \mathbf{G} \right) \omega_z^{n+1} = \frac{\mathbf{M}}{\Delta t} \omega_z^n$$

## Corrente

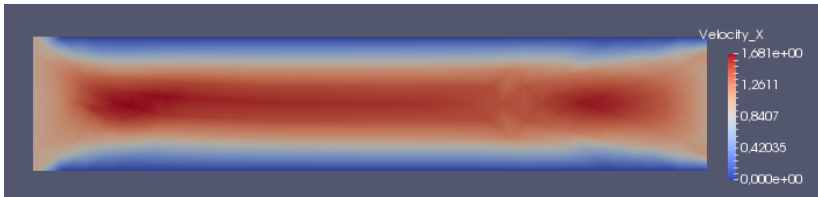
$$\mathbf{K} \psi = \mathbf{M} \omega_z$$

## Auxiliares

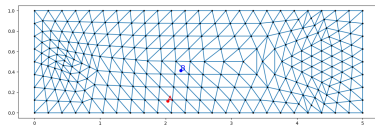
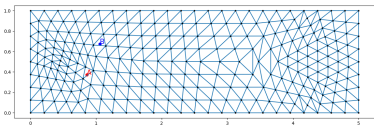
$$\mathbf{M} v_x = \mathbf{G}_y \psi$$

$$\mathbf{M} v_y = -\mathbf{G}_x \psi$$

$$\mathbf{M} \omega_z = \mathbf{G}_x v_y - \mathbf{G}_y v_x$$



Perfil de velocidades no eixo x para um escoamento entre placas.



Demonstração de partículas em movimento

# Atividades Concluídas e Previsão

Atividades	Set/18	Out/18	Nov/18	Dez/18	Jan/19	Fev/19	Mar/19	Abr/19	Mai/19	Jun/19	Jul/19	Ago/19
Revisão Bibliográfica												
Desenvolvimento de código (poiseuille)												
Desenvolvimento de código (dispersos)												
Desenvolvimento de código (temperatura)												
Testes e validações												
Simulação de problemas físicos												
Escrever dissertação												
Apresentação												

Tarefas Realizadas

Tarefas a Realizar



Figura: Cronograma previsto atualizado.



# Agradecimentos



Muito Obrigado!