C.01　2 次関数の答え

1　2 次関数

1.0　2 次方程式

例 1.1. 2 次方程式の解の判別

答え．判別式 $D = k^2 - 4k - 12 = 0$
$\Longrightarrow$ $k = -2,\ k = 6$
　$k = -2$ のとき，重解は $x = -1$
　$k = 6$ のとき，重解は $x = 3$ □

例 1.2. 解と係数の関係

答え．(1)　$\alpha^2 + \beta^2 = 22$
(2)　$\alpha^3 + \beta^3 = 100$
(3)　$\dfrac{\alpha}{\beta} + \dfrac{\beta}{\alpha} = -\dfrac{22}{3}$

□

練習 1.3. 解と係数の関係

答え．$k = 12$，2 つの解は 2, 6 □

1.1　2 次関数とそのグラフ

練習 1.4. 2 次関数のグラフの軸と頂点

答え．(1)　軸は $x = 2$，頂点は $(2, 4)$
(2)　軸は $x = -\dfrac{3}{2}$，頂点は $\left(-\dfrac{3}{2},\ \dfrac{13}{4}\right)$
(3)　軸は $x = -\dfrac{a+4}{4}$，
　頂点は $\left(-\dfrac{a+4}{4},\ -\dfrac{a^2}{8} - a + 6\right)$

□

例 1.5. 放物線の平行移動

答え．x 軸方向に -4，y 軸方向に 3 だけ平行移動すればよい。 □

練習 1.6. 放物線の平行移動

答え．$y = -x^2 + x + 10$ □

練習 1.7. 曲線の対称移動

答え．(1)　$y = x - 1$
(2)　$y = -2x^2 - x - 3$
(3)　$y = -x^2 - 2x$

□

例 1.8. 2 次関数の最大・最小

答え．$a \leqq 0$ のとき，最小値は $f(0) = 0$
$0 < a \leqq 2$ のとき，最小値は $f(a) = -a^2$
$2 < a$ のとき，最小値は $f(2) = 4 - 4a$ □

例 1.9. 2 次関数の最大・最小

答え．$0 < a \leqq 3$ のとき, 最小値は $f(a) = a^2 - 6a + 5$
$3 < a$ のとき，最小値は $f(3) = -4$ □

練習 1.10. 2 次関数の最大・最小

答え．$a \leqq 0$ のとき，最大値は $f(a+2) = -a^2 + 4$
$0 < a \leqq 2$ のとき，最大値は $f(2) = 4$
$2 < a$ のとき，最大値は $f(a) = -a^2 + 4a$ □

例 1.11. 2 次関数の決定

答え．(1)　$y = (x+1)^2 + 3$

(2)　$y = 2(x-1)^2 - 5$

(3)　$y = -x^2 + 3x + 2$

(4)　$y = 2(x+3)(x-1)$

□

例 1.12. 2 次関数の決定

解答．2 次関数のグラフの頂点を $(p, 2p-5)$ とおくと，2 次関数は $y = 2(x-p)^2 + 2p - 5$ と表される。
このグラフが点 $(3, 5)$ を通るから

$$2(3-p)^2 + 2p - 5 = 5$$

が成り立つ。よって，$p = 1$ または $p = 4$
$p = 1$ のとき，$y = 2(x-1)^2 - 3$
$p = 4$ のとき，$y = 2(x-4)^2 + 3$ □

例 1.13. 曲線の共有点

答え．(1)　$(2, 1)$, $(5, 7)$

(2)　$(3, 1)$

□

練習 1.14. 曲線の共有点

答え．$(1, 1)$, $(3, 5)$ □

1.2　2 次不等式

練習 1.15. 2 次不等式

答え．(1)　$-4 < x < -2$

(2)　$x = \dfrac{1}{2}$

(3)　$1 < x < 2$

(4)　解がない

□

練習 1.16. 連立不等式

答え．(1)　$-1 < x \leqq \dfrac{1}{2}$

(2)　$x < -5$ または $1 + \sqrt{3} \leqq x$

□

練習 1.17. 連立不等式

答え．$1 < x \leqq 3$ □

例 1.18. 2 次方程式の解の範囲

解答. 2 次関数 $f(x) = 2x^2 - ax + 1$ とおくと，条件より

$$\begin{cases} D = a^2 - 8 > 0 \\ f(0) = 1 > 0 \\ f(1) = 2 - a + 1 < 0 \\ f(2) = 8 - 2a + 1 > 0 \end{cases}$$

よって，$3 < a < \dfrac{9}{2}$ □

注. 正の値と負の値を両方とれるとき，判別式の条件（青い部分）は自動的に満たすから，省略してもよい。

例 1.19. 2 次方程式の解の範囲

解答. 2 次関数 $f(x) = x^2 - 2ax + a + 6$ とおくと，条件より

$$\begin{cases} D = 4a^2 - 4a - 24 \geqq 0 \\ a > 0 \\ f(0) = a + 6 > 0 \end{cases}$$

よって，$a \geqq 3$ □

練習 1.20. 2 次方程式の解の範囲

答え. (1) $\dfrac{1}{5} < a \leqq \dfrac{1}{4}$ または $a \geqq 1$

(2) $a > 1$

□

『 2 次関数』宿題

問 1.1 平成 23 年度第 2 回文数 III

AB	C	D	EFGH	IJK	LM
-2	3	8	9272	988	28

問 1.2 平成 30 年度第 2 回 I-1

A	BC	D	E	F	G
1	21	1	6	5	6
H	**I**	**J**	**K**	**LM**	
8	3	6	1	-2	

問 1.3 平成 27 年度第 1 回 I-1

A	BC	DE	FG	H	IJ	KL	MN
1	43	-3	-1	0	-3	13	13

問 1.4 平成 30 年度第 1 回 I-1

AB	CDE	FG	H	I	JKLM
42	451	14	1	1	1511

2　整式

2.1　整式

練習 2.1. 分母の有理化

答え．(1)　与式 $= 3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}$

(2)　与式 $= \dfrac{13 + 3\sqrt{15}}{2}$

(3)　与式 $= \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$

□

練習 2.2. 2 重根号の簡単化

答え．(1)　与式 $= \sqrt{7} + \sqrt{3}$

(2)　与式 $= \sqrt{6} - \sqrt{2}$

(3)　与式 $= 2\sqrt{2} - \sqrt{3}$

□

練習 2.3. 基本対称式

答え．(1)　$a^2 + b^2 = \dfrac{65}{4}$

(2)　$\dfrac{b}{a} + \dfrac{a}{b} = \dfrac{65}{8}$

(3)　$\dfrac{1}{a^2} + \dfrac{1}{b^2} = \dfrac{65}{16}$

□

練習 2.4. 基本対称式

答え．$x^2 + \dfrac{1}{x^2} = 14,\ x^3 + \dfrac{1}{x^3} = 52$　□

2.2　因数分解

練習 2.5. 因数分解

答え．(1)　与式 $= (3x-2)(5x+1)$

(2)　与式 $= (x + 1 + \sqrt{2}i)(x + 1 - \sqrt{2}i)$

□

練習 2.7. 因数分解

答え．(1)　与式 $= (x^2+1)(x+2)(x-2)$

(2)　与式 $= (x^2 + 3xy + 5y^2)(x^2 - 3xy + 5y^2)$

□

練習 2.8. 因数分解

答え．(1)　与式 $= (x-2)(y+x+3)$

(2)　与式 $= (x+y+3)(x+2y-1)$

(3)　与式 $= (b-a)(c-a)(c-b)$

□

練習 2.9. 因数分解

証明．(略)　□

2.3　整式の割り算

練習 2.10. 整式の割り算

答え．(1)　商は $3x+13$，余りは 38

(2)　商は x^2+3x+1，余りは -7

(3)　商は $2x-1$，余りは $4x-10$

□

練習 2.11. 因数分解

答え．(1)　与式 $=(x-1)(x+3)(x-2)$

(2)　与式 $=(2x+3)(x^2-x+2)$

□

例 2.12. 根号を含む式の計算

解答．まず，根号をはずす方法にしたがって，$x=3+\sqrt{2}$ を満たす 2 次方程式を探す。

$$x^2-6x+7=0$$

次に，整式の除法により

$$\begin{aligned}&3x^3+2x^2+6x-5\\&\qquad=(x^2-6x+7)(3x+20)+105x-145\end{aligned}$$

したがって

$$与式=105(3+\sqrt{2})-145=170+105\sqrt{2}$$

□

『整式』宿題

問 2.1　平成 26 年度第 1 回 I-2

LMN	OPQR	STU
223	3141	365

問 2.2　平成 22 年度第 2 回 I-2

IJ	K	L	MNO	P
-2	0	1	224	0
QR	**S**	**TU**	**V**	
92	0	92	0	