

公交发车间隔模型研究^{*}

李发智¹⁾ 肖 蕾²⁾ 杨东援¹⁾

(同济大学教育部道路与交通工程重点实验室¹⁾ 上海 201804) (西南交通大学交通运输与物流学院²⁾ 成都 610031)

摘要:从公交线路客流调查样本数据出发,拟合客流到达曲线,将中间站客流特征转化到首站.基于客流曲线特征,建立了公交时段的聚类模型,该模型综合考虑类内部的相似性和类间的差异性.基于前 2 部分成果,建立公交发车间隔模型,该模型综合考虑乘客时间成本和车辆的载客率.以常州市公交线路 B22 的跟车调查数据为基础,进行实证研究,得出公交发车间隔和发车时刻表,验证了模型的可行性和实用性.

关键词:公交调度;发车时刻;公交运营时段划分;乘客到达率

中图分类号:U491.1

doi:10.3963/j.issn.2095-3844.2013.01.022

0 引言

目前,国内外学者对公交调度展开了大量的研究,大多都以乘客乘车成本最小化和公交公司收益最大化为目标进行调度时刻表优化.陈芳^[1]在发车间隔的研究中以乘客等待时间和公交车运行费用为目标,通过权重法结合两目标,分时段建立调度时刻优化模型,采用步长法进行仿真求解.张无非等^[2]从原始数据处理到公交调度模型求解进行了研究.他们直观地从车站客流变化入手,以乘客的等待时间和公交公司的利益为目标进行优化,然后求得发车间隔.在模型建立中,对乘客等待时间量化引入罚函数机制,避免乘客等待时间过长.戴连贵等^[3]分时段考虑发车间隔优化,比较详细地将乘客时间价值分成 2 部分:(1) 乘客在车站的停留时间;(2) 乘客的乘车时间.其中乘车时间又包括 2 站间的行驶时间、乘客下车时间、车上乘客停站等待时间.孙文霞等^[4]假设公交车单位时间运营成本固定,认为乘客费用包括 2 部分:(1) 在公车上的拥挤费用;(2) 等车费用,且单位运费固定,建立公交调度模型,运用解析法求解. Andrede 和 Robin^[5]将公交调度看成 N 中位问题,运用选址

理论,分别考虑线性模型和环模型.朱金寿等^[6]以小时为时段建立公交发车间隔模型,并设计求解算法.杨海军等提出了一种旨在快速响应乘客出行需求的“小粒度”频繁调度方法,构建了以“小粒度”时段为调度周期的多目标优化模型^[7].本文将公交线路处理成只有首末站的两点间运输,将中间站客流变化规律平移到首站,按照客流属性进行时段划分,以乘客的等车时间最小化和车辆的载客率最大化为目标,建立公交调度模型.

1 模型假设和符号系统

1.1 模型假设

1) 公交线路上只有 2 个站,即首末站.实际中的公交线路还有一定数量的中间站,本文将中间站的客流处理到起点站,详见客流特征提取部分.

2) 公交运营以乘客利益为主要目标,同时兼顾资源(在此主要指车辆)的利用率(满载率).由于公共交通具有属准公共物品,具有很强的社会公益性,且其外部效应远远高于公交内部收益,同时,国家和地方财政给予公交一定的支持,所以,本文以乘客时间成本最小化为目标.另外,资源的

收稿日期:2012-11-20

李发智(1984-):男,博士生,主要研究领域为公交调度与控制

(C)1994-2021 China Academic Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net
国家自然科学基金项目(批准号:50738004)、国家科技支撑计划项目(批准号:2009BAE12B01)资助

合理配置利用是公交面临的又一棘手问题,所以本文以公交车辆载客率为目标。

3) 车辆能承载候车的所有乘客。城市公交的发车频率大,后一辆车基本上能承载前后两辆车的时间间隙内达到的所有乘客。

1.2 符号系统

t_i^j 为第 i 车辆到达第 j 个公交车站的时间; Δt_i^j 为 t_{i-1}^j 到 t_i^j 的时间间隔, $\Delta t_i^j = t_i^j - t_{i-1}^j$; $F(\Delta t_i^j)$ 为 Δt_i^j 时间间隔内的上车人数; $f_0(\Delta t_i^j)$ 为 Δt_i^j 时间间隔内的乘客到达率; $f_j(t)$ 为公交站 j 的乘客到达率函数; M 为公交线路车站数量; N 为在调查日的发车次数; t_0^j 为公交首站(第1站)到站 j 的运行时间; $f(t)$ 为公交线路的乘客到达率; Δt 为有序聚类的时间粒度/步长(如 10 min); $0, T$ 为首末班车时间; K 为将公交运行时长离散化的有序样本个数; $P(K, s)$ 为划分 P 将 K 个有序样本分成 s 类; $S(i)$ 为类 i 的相似度, $i \in s$; \bar{f}_i 为类 i 元素的均值, $i \in s$; $D(i, j)$ 为类 i 与类 j 的距离, $i, j \in s$; s_0 为常数,最少分类数(取 2); $[T_a, T_b]$ 为调度模型分析时段; Δt 为发车间隔; N_{ab} 为时间段 $[T_a, T_b]$ 的发车总数; C_i 为第 i 辆车乘客的等车时间成本; α 为时间价值系数; TC 为时段 $[T_a, T_b]$ 的乘客等车时间总成本; \bar{F} 为公交车辆最大荷载人数; λ_i, λ 为车内人数折算系数; η_i, η 为车辆载客率; $[\Delta t_0', \Delta t_0'']$ 为发车时间间隔约束区间。

2 客流特性提取

本文考虑单条公交线路的调度问题。通过调查可获得每个站点在各个时刻的上下客人数。第 i 车辆到达第 j 个公交车站的时间是 t_i^j , 整条公交线路有 M 个公交车站, 在调查日的发车次数为 N 次。则到达站台 j 的公交车时刻表为 $t_1^j, t_2^j, \dots, t_i^j, \dots, t_N^j$, 并且有 $t_1^j < t_2^j < \dots < t_i^j < \dots < t_N^j$ 。 t_{i-1}^j 到 t_i^j 的时间间隔为 $\Delta t_i^j = t_i^j - t_{i-1}^j$, 上车的人数为 $F(\Delta t_i^j)$, 乘客到达率 $f_0(\Delta t_i^j)$ 为

$$f_0(\Delta t_i^j) = \frac{F(\Delta t_i^j)}{\Delta t_i^j} \quad (1)$$

将 $f_0(\Delta t_i^j)$ 视为站点 j 在 t_i^j 时刻的乘客到达率, 对于站点 j , 有 N 个点 $(t_i^j, f_0(\Delta t_i^j))$, $1 \leq i \leq N$, 对这些点做样条插值(拟合), 使得乘客到达率转化成一个随时间变化的连续函数 $f_j(t)$ 。

三次样条是工业生产中应用较广的插值方法, 该方法可以得到平滑并且二阶可导的曲线, 但由于三次样条插值要求样条曲线必须经过样本点, 这使得因样本数值的变化而曲线发生剧烈变化。所以, 在此用平滑样条(有理 B 样条)来处理乘客到达率, 平滑样条得到的曲线较为平缓, 并且并非必须经过样本点。根据常州市 B22 公交线路 2010 年 6 月 11 日的调查数据, 拟合得到站点乘客到达率曲线, 见图 1。

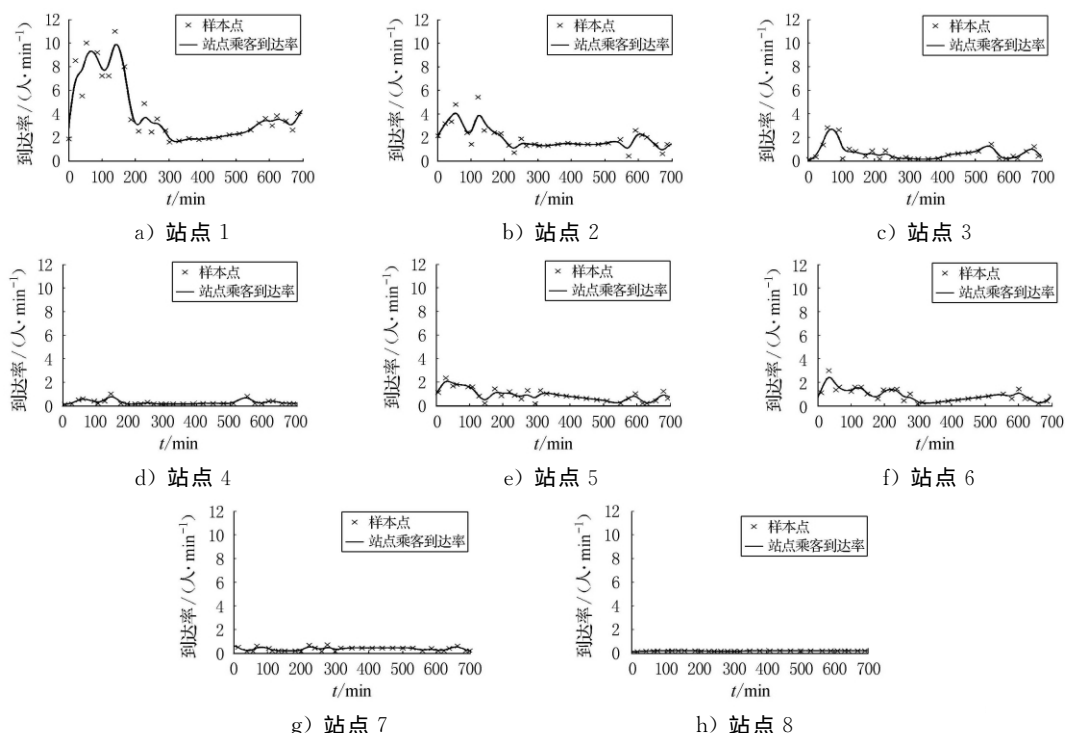


图1 各站(站1到站8)乘客到达率曲线
注:该公交线路一共有9个站;时间段为06:30~18:10,起止点分别对应图中0,700 min。

公交首站(第1站)到站 j 的运行时间为 t_0^j , 则时间 t 在站点 j 的乘客乘坐车次在首站发车时刻为 $t - t_0^j$ (见表1和图2). 通过平移时间 t_0^j , 将站点 j 的乘客到达率转换为首站乘客到达率, 当把所有的中间站乘客到达率都平移到首站, 则线路的乘客到达率即为首站的乘客到达率, 达到率表达式为

$$f(t) = \sum_{j=1}^M f_j(t - t_0^j) \quad (2)$$

表1 各站运行时间间隔

站号	1	2	3	4	5	6	7	8	9
运行时间/min	0.0	2.1	4.8	6.5	8.3	11.5	14.7	17.0	20.2

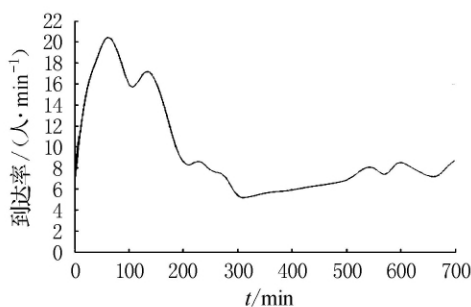


图2 公交线路乘客到达率

3 调度时段划分

以步长为 Δt 为时间刻度(比如10 min)将一天的发车总时长等分, 则有刻度 $0, \Delta t, 2\Delta t, \dots, k\Delta t, \dots, K\Delta t, T$. 其中: 0 为首班车发车时间, T 为末班车的发车时间, $K = \lceil T/\Delta t \rceil$ 为下取整, 聚类中不考虑首末班车, 将其合并到第一个和最后时段. 则有中间时刻对应的乘客到达率为

$$f(\Delta t), \dots, f(k\Delta t), \dots, f(K\Delta t)$$

各时刻的乘客到达率组成一维有序样本. 为了方便, 将 $f(k\Delta t)$ 简化为 f_k . 按照某一划分规则, 将其划分为 $P(K, s): \{f_{i_1}, f_{i_1+1}, \dots, f_{i_2-1}\}, \{f_{i_2}, f_{i_2+1}, \dots, f_{i_3-1}\}, \dots, \{f_{i_s}, f_{i_s+1}, \dots, f_K\}$. 其中: $1 = i_1 < i_2 < \dots < i_s < K$.

定义1 类 $\{f_i, f_{i+1}, \dots, f_{j-1}\}$ 的相似度 $S(i)$

$$S(i) = \sqrt{\frac{\sum_{i \leq l \leq j-1} (f_l - \bar{f}_i)^2}{j-i}} \quad (3)$$

式中: \bar{f}_i 为第 i 类元素的均值. 由定义可见, $S(i)$ 越小, 相似度越高.

定义2 相邻2类 $\{f_i, f_{i+1}, \dots, f_{j-1}\}, \{f_j, f_{j+1}, \dots, f_{j-1}\}$ 的距离

$$D(i, j) = |\bar{f}_j - \bar{f}_i| \quad (4)$$

由定义可见, $D(i, j)$ 越大, 类之间的差异性

越显著.

定义3 分类 $P(K, s)$ 的误差函数

$$e(P(K, s)) = \begin{cases} \sqrt{\frac{\sum_{1 \leq l \leq K} (f_l - \bar{f})^2}{K}}, & s = 1 \\ \frac{(s-1) \cdot \sum_{i=1}^s S(i)}{s \cdot \sum_{l=1}^{s-1} D(i_l, i_{l+1})}, & s \geq 2 \end{cases} \quad (5)$$

建立聚类优化模型

$$\min e(P(K, s)) \quad (6)$$

$$\text{s. t. } s \geq s_0 \quad (7)$$

式(7)表示分类数不得少于 s_0 , s_0 为常数, 取2.

根据聚类优化模型, 将该公交线路的客流达到曲线数据聚成5类为最优结果(见表2和图3).

表2 聚类结果

聚类数	类边界	$e(P(K, s))$
1	0,700	4.376 3
2	0,176,700	0.220 3
3	0,11,176,700	0.115 2
4	0,11,176,186,700	0.104 3
5*	0,11,21,176,186,700	0.095 8
6	0,11,21,31,176,186,700	0.103 5
7	0,11,21,31,41,176,186,700	0.105 5
8	0,11,21,31,41,51,176,186,700	0.107 4
9	0,11,21,31,41,51,61,176,186,700	0.111 0
10	0,11,21,31,41,51,61,71,176,186,700	0.111 5
...

注: * 为最优结果.

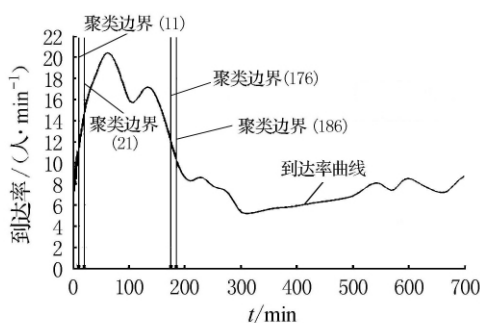


图3 聚类结果图

4 公交调度模型

基于调度时段划分, 该部分的公交调度模型, 只对某一时段 $[T_a, T_b]$ 进行分析即可. 设定发车间隔为 Δt , 则发车时刻为 $T_a + \Delta t, T_a + 2\Delta t, \dots, T_a + N\Delta t$, 其中, N 为该区段的发车总数, $N_{\Delta t} = \lceil (T_b - T_a) / \Delta t \rceil$. 发车间隔内到站的乘客数 F_i 为

$$F_i = \int_{T_a+(i-1)\Delta t}^{T_a+i\Delta t} f(t) dt \quad (8)$$

第 i 辆车乘客的等车时间成本 C_i 为

$$C_i = \alpha \int_{T_a+(i-1)\Delta t}^{T_a+i\Delta t} f(t)(T_a+i\Delta t-t) dt \quad (9)$$

式中: α 为时间价值系数. 时间价值系数即时间价值成本, 包括隐性成本和显性成本. 隐性成本是指因时间延误造成的隐性损失, 如公司的迟到处罚, 体现形式为罚款、奖金折扣等. 显性成本指时间延误的直接损失, 如不能按时到岗的生产力损失, 体现形式为工资损失等. 在此简化处理, 隐性成本按 30 元/min 计量, 显性成本根据平均工资计算为 0.28 元/min ($= 3\,000 / (22 \times 8 \times 60)$), 设定有隐性成本的乘客比例为 4%, 时间价值期望 α 为 1.47 元/min ($= 30 \times 4\% + 0.28 \times 96\%$).

时段 $[T_a, T_b]$ 的乘客等车时间总成本 TC 为 $TC = C_1 + C_2 + \dots + C_{N_{ab}}$ =

$$\begin{aligned} & \alpha \left[\int_{T_a}^{T_a+\Delta t} f(t)(T_a+\Delta t-t) dt + \int_{T_a+\Delta t}^{T_a+2\Delta t} f(t)(T_a+2\Delta t-t) dt + \dots + \int_{T_a+(N_{ab}-1)\Delta t}^{T_a+N_{ab}\Delta t} f(t)(T_a+N_{ab}\Delta t-t) dt \right] = \\ & \alpha T_a \left[\int_{T_a}^{T_a+\Delta t} f(t) dt + \int_{T_a+\Delta t}^{T_a+2\Delta t} f(t) dt + \dots + \int_{T_a+(N_{ab}-1)\Delta t}^{T_a+N_{ab}\Delta t} f(t) dt \right] - \\ & \alpha \left[\int_{T_a}^{T_a+\Delta t} f(t) t dt + \int_{T_a+\Delta t}^{T_a+2\Delta t} f(t) t dt + \dots + \int_{T_a+(N_{ab}-1)\Delta t}^{T_a+N_{ab}\Delta t} f(t) t dt \right] + \\ & \alpha \Delta t \left[\int_{T_a}^{T_a+\Delta t} f(t) dt + 2 \int_{T_a+\Delta t}^{T_a+2\Delta t} f(t) dt + \dots + N_{ab} \int_{T_a+(N_{ab}-1)\Delta t}^{T_a+N_{ab}\Delta t} f(t) dt \right] = \\ & \alpha T_a \int_{T_a}^{T_a+N_{ab}\Delta t} f(t) dt - \alpha \int_{T_a}^{T_a+N_{ab}\Delta t} f(t) t dt + \alpha \Delta t \times \\ & \left[\int_{T_a}^{T_a+\Delta t} f(t) dt + 2 \int_{T_a+\Delta t}^{T_a+2\Delta t} f(t) dt + \dots + N_{ab} \int_{T_a+(N_{ab}-1)\Delta t}^{T_a+N_{ab}\Delta t} f(t) dt \right] \end{aligned} \quad (10)$$

车辆的载客率定义为最大断面车内人数与最大荷载之比. 当将公交线路简化成仅有首末站时, 其车内人数即为最大断面载客数量, 然而实际情况是在中途各站均有上下客, 所以最大断面载客数小于发车间隔内的乘车人数, 在此用第 i 辆车的折算系数 λ_i 进行处理. 折算系数可以通过调查

客流数据统计得到. 在同一调度时段内, 不同车次的折算系数变化较小, 可视为常数 λ . 即有

$$\eta_i = \frac{\lambda_i F_i}{F} \approx \frac{\lambda F_i}{F} = \lambda \int_{T_a+(i-1)\Delta t}^{T_a+i\Delta t} f(t) dt / \bar{F} \quad (11)$$

式中: \bar{F} 为公交车的最大荷载量; λ_i, λ 为折算系数.

整个调度时段的平均载客率为

$$\eta = \frac{\sum_{i=1}^N \eta_i}{N_{ab}} \approx \frac{\lambda \sum_{i=1}^N \int_{T_a+(i-1)\Delta t}^{T_a+i\Delta t} f(t) dt}{N_{ab} \bar{F}} = \frac{\lambda \int_{T_a}^{T_a+N_{ab}\Delta t} f(t) dt}{N_{ab} \bar{F}} \quad (12)$$

建立公交调度模型为

$$\min TC \quad (13)$$

$$\max \eta \quad (14)$$

$$\text{s. t. } \Delta t'_0 \leq \Delta t \leq \Delta t''_0 \quad (15)$$

其中: 式(13)以乘客候车时间最小化为目标; 式(14)以车辆的平均载客率最大化为目标; 约束(15)为发车间隔区间约束, 高峰时段为 $[2 \text{ min}, 10 \text{ min}]$, 平峰时段为 $[5 \text{ min}, 30 \text{ min}]$, 若既有高峰时段, 又有平峰时段的区间, 该约束区间为 $[2 \text{ min}, 30 \text{ min}]$. 见表 3.

该模型是一个多目标规划, 为了便于求解, 将多目标化为单目标. 将目标(14)划成如下约束

$$\eta \geq \eta_0 \quad (16)$$

式中: η_0 为载客率下限, 平峰时段一般取 60%, 高峰时段取 80%.

根据第三部分的聚类结果, 求解区间 $[21, 176]$ 内的发车间隔. 该区间对应的时段是 $[06:51, 09:26]$, 为高峰时段, 发车时刻约束 $[\Delta t'_0, \Delta t''_0]$ 为 $[2 \text{ min}, 10 \text{ min}]$. 根据实际情况, 相关参数取值为: $\bar{F}, 100$ 人; $\alpha, 1.47$ 元/min; $\lambda, 0.8$; $\eta_0, 80\%$. 经模型计算, 最优发车时间间隔为 6 min. 见表 3、表 4.

表 3 计算结果

发车间隔/min	乘客时间成本/元	载客率/%
2	2 636	28
3	3 937	42
4	5 225	56
5	6 625	69
6*	7 764	85
7	9 235	97
8	10 457	112
9	11 823	125
10	12 946	142

注: * 为最优结果.

表 4 发车时刻表

时间	发车时刻									
06:51~07:00	06:51	06:57								
07:00~08:00	07:03	07:09	07:15	07:21	07:27	07:33	07:39	07:45	07:51	07:57
08:00~09:00	08:03	08:09	08:15	08:21	08:27	08:33	08:39	08:45	08:51	08:57
09:00~09:26	09:03	09:09	09:15	09:21						

5 结 束 语

本文以常州公交线路 B22 跟车调查数据为支撑,建立了一套确定发车时刻表的方法.该方法分为 3 步骤:(1)拟合乘客到达率曲线,采用时间平移将中间站的客流特征转化到公交首站,简化了调度模型建立过程;(2)结合 Fisher 有序样本聚类思想,建立划分调度时段的优化模型,划分调度时段;(3)结合前 2 部的成果,综合考虑乘客等车时间成本和车辆的利用率,确定发车间隔.全文以实证研究为主,整套方法简洁地计算出发车时刻表,经调查数据验证了模型和方法的可行性和实用性.

参 考 文 献

[1] 陈 芳. 城市公交调度模型研究[J]. 中南公路工

程,2005, 30(2): 162-164.

[2] 张无非,张 驰,严奇琦. 对于公交汽车调度问题的求解[J]. 工程数学学报,2002, 19(S1): 81-88.

[3] 戴连贵,刘正东. 公交调度发车间隔多目标组合优化模型[J]. 交通运输系统工程与信息,2007(4): 43-46.

[4] 孙文霞,宋 侗,乔国会. 公交调度中发车间隔控制研究[J]. 河北工业大学学报,2007, 36(2): 89-93.

[5] ANDREDE P, ROBIN L. Optimal timetables for public transportation[J]. Transportation Research Part B-Methodological,2001, 35(8): 789-813.

[6] 朱金寿,朱 琪,杨勇刚,等. 公交车调度方案的研究[J]. 武汉理工大学学报:交通科学与工程版, 2002, 26(2): 169-171.

[7] 杨海军,贺国光. 基于快速需求响应的城市公交在线调度方法研究[J]. 武汉理工大学学报:交通科学与工程版, 2009, 33(3): 430-433.

Optimal Departure Timetables for Bus Line

LI Fazhi¹⁾ XIAO Lei²⁾ YANG Dongyuan¹⁾

(Key Laboratory of Road and Traffic Engineering of the Ministry of Education, Tongji University, Shanghai 201804, China)¹⁾

(College of Traffic & Transportation & Logistics, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China)²⁾

Abstract: This paper conducts a study on bus departure timetable. At first, the curve of passenger-arrival rate is fitted based on survey data of bus stations; then, a clustering model of transit operating periods by the changes of arriving station passengers is raised, which takes into account the similarity within class and the differences between classes; finally, according to clustering results of above model, bus departure interval model is established, which consider synthetically time value of passengers and bus load rate. One bus line B22 survey date of Changzhou City is exploited to verify the method and models in every section and obtain satisfactory results, so the method and models is feasible and practical.

Key words: bus dispatching; departure timetable; cluster of transit operating periods; passenger-arrival rate