

2021 第六届“数维杯”大学生数学建模竞赛论文

题 目 数学建模竞赛论文的题目（三号黑体）

摘 要

（第 1 段）问题重述 + 简要思想：首先简要叙述所给问题的背景和动机，并分别分析每个小问题的特点（以下以三个问题为例）。根据这些特点说出自己的思想：针对于问题 1，采用……的方法解决；针对问题 2 用……的方法解决；针对问题 3 用……的方法解决。

（第 2 段）模型建立及求解结果：介绍思想和模型：对于问题 1 我们首先建立了……模型 I。首先利用……，其次计算了……，并借助……数学算法和……软件得出了……结论。

（第 3 段）对于问题 2 我们用……（模型的建立与求解结果的陈述中，思想、模型、软件和结果必须描述清晰，亮点详细说明需突出。

（第 4 段）对于问题 3 我们用……（模型的建立与求解结果的陈述中，思想、模型、软件和结果必须描述清晰，亮点详细说明需突出。

（第 5 段）优化结果及总结：在……条件下，针对……模型进行适当修改与优化，这种条件的改变可能来自你的一种猜想或建议。要注意合理性。此推广模型可以不深入研究，也可以没有具体结果。

注 1. 字数 300~600 之间，需控制在一页；摘要中必须将具体方法、模型和所得结果写出来；摘要要求“总分总”，段开头可用“针对问题 1，针对问题 2，针对问题 3..”或者“首先，然后，其次，最后”等词语进行有逻辑的论述。摘要是重中之重，必须严格执行！

- 前面一页必须使用模板格式（黑色部分），否则论文检测不通过。
- 此页为论文开始处，论文正文用阿拉伯数字从“1”开始连续编号，页码位于每页页脚中部。（目录可加可不加）

关键词：使用到的模型名称、方法名称、特别是亮点一定要在关键字里出现，3~5 个较合适。

目 录

一、问题重述	1
1.1 引言	1
1.2 要解决的具体问题	1
二、名词解释与符号说明	2
2.1 名词解释与说明	2
2.2 主要符号与说明	2
三、问题分析	3
3.1 数据分析	3
3.2 地铁客流随时间的分布研究	4
3.3 乘客体验感指标	5
3.4 问题一的分析	6
3.5 问题二的分析	6
四、模型假设	8
4.1 通用假设	8
4.2 问题一假设	8
4.3 问题二假设	8
4.4 问题三假设	8
4.5 问题四假设	8
五、模型的建立与求解	8
5.1 问题一的分析 and 求解	8
5.1.1 时间度量的映射	8
5.1.2 高斯混合模型的建立	9
5.1.3 客流量数据的特征分析	9

5.1.4	客流量数据的生成模型	11
5.1.5	客流量数据的生成示例	11
5.1.6	*** 模型的建立	12
5.1.7	行车间隔优化模型的建立	12
5.1.8	行车间隔优化模型的求解	12
5.1.9	结果分析	12
5.2	问题二的分析和求解	12
5.2.1	限制条件的推导	12
5.2.2	模型建立	14
5.3	问题三的求解和分析的求解和分析的求解和分析	16
5.3.1	对问题的分析	16
5.3.2	对问题的求解	16
六、模型的评价与推广模型的评价与推广		16
6.1	模型的评价	16
6.2	模型的、模型的推广	17
七、模型的改进		17
7.1	模型一的改进	17
7.2	模型二的改进	17

一、问题重述

1.1 引言

呼和浩特市地处中国的华北地区、北部地区，建成区面积约为 260 平方千米，常住人口在 344 万左右。截止 2020 年 10 月，呼和浩特市已经开通运营路线 2 条，地铁里程总长约 49 千米，车站总计 43 站。

在工作日，地铁通常用于满足人们通勤的需求，这样符合地铁建设的初衷，缓解交通高峰时段的交通拥堵。呼和浩特市的城市总面积较大，但常住人口相对较少，人口基数小，会直接应该影响地铁的当日客流量，从而直接影响运营的成本。

本文的目的就是想从车厢数量和发车间隔的确定入手，继而进行新增地铁线路的选址，并尽可能保证地铁可以营利。最后要基于地铁和公交现状，提出新的地铁和公交互补的公交线路，普惠于呼和浩特人民。

1.2 要解决的具体问题

1. 当前的地铁运营是否合理？

表 1-1: 早晚高峰时间表

	早高峰	晚高峰
工作日	7:00-9:00	17:00-19:00
节假日	9:00-11:00	16:00-18:00

呼和浩特市地铁运营时间为 6:00-22:00，地铁型号为 6B，每一列地铁最多容纳 6×400 人次。目前实行错峰发车，具体信息如 1-1 所示。在高峰发车间隔 6 分钟，在平峰时刻发车间隔 10 分钟，在晚 20 点以后发车间隔为 12 分钟。尽管在官方报道的客流量数据中，地铁客流量在逐渐增加，2020 年 12 月 6 日，地铁客运量达到了 17 万人次，但是每天单向会发出 100 次，粗略的平均每列地铁的人次在 400 左右，载客率过低，也导致亏损十分严重。同时发车间隔也是影响成本的重要指标，在高峰时期的发车间隔短，可以优化乘客的乘车体验。在平峰和低峰时期，减少发车的次数，尽管会在一定程度上影响乘客的出行，但更大程度上会减少运营成本。所以我们需要先对当下的运营情况进行评估，然后给出最优车厢数量和发车间隔

2. 建设新的线路选址在哪里？

在新建新的线路的过程中，我们需要选择新的地点，来确保更多人会选择地铁这种运行方式，并且需要预测出每天至少需要多少人，才能满足地铁盈利的需求。

3. 实现学生党和工作党的错峰出行，实现平峰目标该怎么做？

考虑到疫情的特殊背景，我们需要对不同站点的学生和工作者进行出行时间设定，以满足疫情防控的需要

4. 如何对公交新增线路，实现地铁公交更好的互补？

将公交和地铁结合，通过相互补充满足更多人员高峰出行的需求。

一些都可以用的东西。轨道交通影响整个城市的运转效率，发车间隔对整个轨道系统影响至关重要。运营公司自然希望在满足客流需求的太欧剑侠获得最大的收益，尽可能提升列车周转量与满载率。假设到站乘客服从均匀分布

二、名词解释与符号说明

2.1 名词解释与说明

1. **断面客流量**：在单位时间内，沿同一方向通过对到交通线路某断面你的乘客数量，即通过该断面你所在区间的客流量，分为上行断面客流量。
2. **最大断面客流量**：在单位时间内，通过轨道交通线路各断面的客流量的最大值。
3. **满载率**：反应车辆乘客满载程度的相对值，衡量车量利用程度的指标，可通过实际载客量与额定载客量之比求得。
4. **乘客到达率**：乘客在某单位时刻在某一站点下车人数，单位通常为人/min。

2.2 主要符号与说明

序号	符号	符号说明
1	M	地铁车站的总数量
2	N	当日的发车次数
3	t_i^j	第 i 辆地铁到达第 j 个站点的时间
4	Δt_i^j	t_{i-1}^j 到 t_i^j 的时间间隔
5	$F(\Delta t_i^j)$	在 Δt_i^j 时间间隔内的进站人数
6	$f_j(t)$	站点 j 的乘客到达率函数
7	$f(t)$	地铁线路的乘客到达率
8	$\Delta(t)$	发车间隔
9	\bar{F}	地铁的最大荷载人数
10	η_i	第 i 量车辆的载客率
11	W_i	乘客要乘第 i 量车的等待时间
12	K	k 取值为 1-43，一号线二号线依次编号，1a 为 1,1t 为 20,2a 为 1...
13	Ω	所有站点指标的集合，如 1a、2u。
...	...	

三、问题分析

本次比赛的四个问题，本质上也都是在围绕一个核心的意义-如何让地铁运营方的收益和乘客的体验感同时可以到达一个更好的水平，也就是如何更好的“以乘客为本，兼顾效益”。

从乘客的角度，影响体验感的变量会有：平均等待时长、票价、地铁空间体验感等等。从运营者角度需要考虑的问题就是：发车间隔、站点选址、票价定价、运营成本。

3.1 数据分析

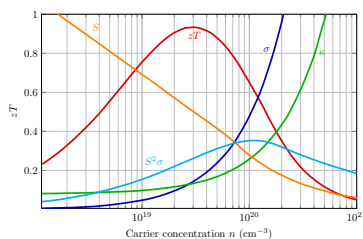


图 3-1: 发车时间图

附件一给出了每一个地铁站的经纬度坐标，容易发现，一号线共有 20 个站点，二号线共有 24 个站点，二号线的交点为新华广场站，在一号线中

标号为 $1h$, 在二号线中标记为 $2k$, 地铁一号线的总运行时间在 45 分钟, 二号线的总运行时间在 47 分钟。同时根据当前的发车时间间隔数据, 可以求出发车时间表, 如下图3-1

附件二中给出了在 9 月 1 日到 9 月 14 日共计 14 天的, 自早上 6 点到晚上 22 点 45 分的各站点进出站的数据。数据间隔为 15 分钟, 以 9 月 1 日 6 点的 1A 为例, 进站数据为 62 人, 即在 6 点到 6 点 15 期间有 62 人刷卡进站。由于具体时点的人员分布对于解决问题来讲没有那么重要, 所以在每一个 15 分钟我们都认为, 乘客的到达服从均匀分布, 在上例中, 就是每分钟约有 4 人进站。同时我们也认为乘客的等待时间服从均匀分布, 如果是在非高峰期, 那么就是服从均值为 5, 取值在 $[0,10]$ 的均匀分布, 如果在高峰期就是均值为 3, 取值为 $[0,6]$ 的均匀分布。

此处的附件二给出了某一时点的进站数据和出站数据, 对于进站的人员来说, 既可以在两个地铁方向中选择一个方向 (如果是中转站, 就是 4 个方向), 又可以在众多站点中选择一个终点, 由于目前我们的数据无法获得, 但此处依旧想引入一个转移矩阵的概念, 前面定义了 K , 并且用数字代替了站名, 用 1 代表 1a, 此处我们用 Ω 代表所有点, 其中 $\Omega = 1a, 1b, 1c..., 2v, 2w, 2x$ 表示所有站点的集合。我们设转移矩阵为 X , 其中 X_{ij} 表示从 i 个站点出发, 到 j 个站点下车的概率。比如说, X_{1a1k} 是指从伊利健康谷上车, 从艺术学院下车的概率。这个概率的计算需要用到当日各闸机数据, 通过整理所有路线的人次, 用 — 即可获得一个转移概率矩阵, 这一矩阵可以更明显的看出热点线路和热点区域。从而可以对某一站点的进站人员的大概率经过的行程进行估计。而本题中所给的数据, 我们简单认为, 进站人数中, 以 0.5 的概率向两个方向行进。

3.2 地铁客流随时间的分布研究

我们将附件 2 的数据进行简要的处理, 通过求和求出每个时间节点的总进站人数与总出站人数, 得到了如下所示的图3-2。

在图中, 橙色的线表示的是出站的数据, 蓝色的是进站的数据, 在发车的前一个半小时, 我们进站数据比出站数据大, 这是合情合理的, 但是随

着时间的推移，到 14:15 点附近时，会发现橙色的线与蓝色的线会形成一个空白部分，这部分在一定程度上代表着有大量的人滞留在地铁站内，这与实际情况是不太相符合的，因为地铁全程是 45 分钟左右，那么滞留旅客在 1-2 小时内均会出站完毕，参考其他城市的进站出站客流量图，在运行 4 个多小时后进出站数据会在一定程度上重合，而并非附件二的数据这样，上午会有大量的人不出站，而下午和晚上出站的人数又远远多于进站。同时通过所给出的数据进行分析，我们采取了 9 月 1 日到 9 月 6 日的数据进行描点，得到的图片中，如下图3-2所示，仔细观察不难看出，6 天的数据边缘重合度较高，每一时点和下一个时点的变化量之间没有什么明显的变化，无论是平日还是节假日，都是有一个进站的高峰和一个出站的高峰。在这种现实情况下，乌鲁木齐地铁并不需要将工作日与节假日的高峰期与平峰期等分开。

在图3-2中，一天之内会形成两个较为平缓的客流高峰，分别位于 8:15 左右和 16:00 左右。并且早高峰的峰值会更高一些，说明早高峰的客流比较集中。晚高峰的客流相对缓和。工作日与非工作日的波动性差距不大，非工作日的数据会工作日的数据更上移一些。

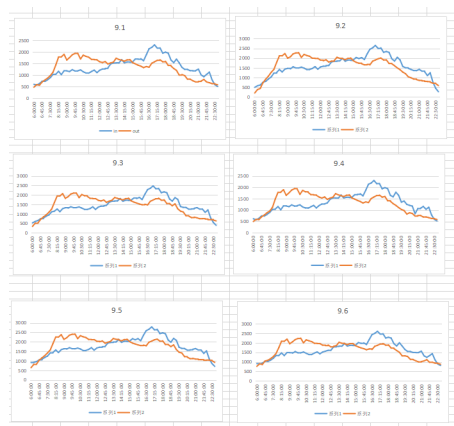


图 3-2: 客流量图

3.3 乘客体验感指标

平均等待时间: 在前面我们已经陈述，在此处我们认为等待时间服从均匀分布，所以此时的平均等待时间的期望为 3 分钟，5 分钟，和 6 分钟。

乘客舒适度体验: 地铁车厢的拥挤程度会直接影响乘客的乘车舒适度，

我们会沿用车厢内乘客站立人员。在此处因为呼和浩特的地铁人员偏稀少，所以我们不对这部分加以展开，就选择一个合适的密度来进行计算。在此处，我们在求车厢节数的时候，极限站席密度会用 $7/m^{-2}$ 。这种情况下的拥挤程度为感到有些拥挤，站席范围有些突破。

3.4 问题一的分析

通过前面对于数据的初步观察，可以看出目前的运营模式下有几点不太贴合现实情况，所以我们初步可以认定目前发车方案的不合理。理由包括但不限于

1. 地铁空载率过高，在每一个时刻，以一号线为例，一列地铁运行时间为 45 分钟，那么在这个过程中，以平峰发车的间隔十分钟为例，每个时刻，在整个一号线双向行驶中，至少有 8 列地铁，可以承载 $8 * 400 * 6$ 人次，而在每一时刻，最大的断面流量xxxx 人次，远远少于

问题一首先需要对数据进行简单地处理，对于通过数据可以得出的结论进行总结和讨论。然后通过数据来推测最优车厢节数，以及最优发车间隔。最优车厢节数的推算，需要用到最大断面流量。最大断面流量的获得先需要对客流特征进行提取，建立客流到达率函数。通过到到达率函数用 Fisher 有序样本聚类分析，得到客流量高峰、低峰和平峰，用于错峰发车，划分调动时段。最后考虑乘客的等车时间成本和车辆的利用率用遗传算法确定发车间隔。再通过混合高斯模型进行数据的仿真，对模型进行检测。

3.5 问题二的分析

问题二需要根据呼和浩特的城市特点，提出合理的选址方案，让民众更加倾向于选择地铁这种出行方式，这样才能更大程度上缓解交通的拥堵情况。在这一部分，我们是以事实为依据，对于现实生活中实时路况信息进行调查，对于拥堵严重的地区，考虑用地铁缓解交通的压力。

确定热点位置之后，通过最小二乘法确定路线。

问题二同样包含一个地铁运营的盈利边界问题。这里会涉及到地铁运营成本模型，考虑的现金的时间价值问题。

中国的城市轨道发展至今，地铁运营行业一直需要面对的课题就是：如

何提高地铁运营企业的经济效益，如何降低运营成本，如何增加客票收入，实现“减亏”。

通常意义下定义的地铁运营企业的收支平衡，是指剔除了还本付息、折扣和大修基金之后的相对平衡，也就是在考虑收支平衡的时候不考虑前期的成本。在（地铁成本运营分析中）有写地铁的完全成本，包括建设成本，营业支出（包括地铁在运营期内发生的运营成本）其他三项支出（折旧、计提大修基金和利息）。

地铁的前期建造成本以亿为单位进行计算，如果考虑完全成本，那么地铁盈利是基本不可能的，所以我们也同样不考虑建设成本，只计算电费、维修、人工、管理和相关税费，与票价冲抵之后的平衡。

首先对未来的客流量进行一定的预测。由于我们可收集到的数据有限，只有 6 组单日客流量数据以及题目中给出的仿真数据，官方数据如下所示，所以我们此处只引入集中计算未来客流量的简单模型。

由于呼和浩特市地铁正在蓬勃发展，那么我们可以假设增速为一定常数来进行建模。在实际应用时，考虑 Y 时需要将工作日数据与节假日数据分开进行预测。具体公式如下所示

$$Y = Y \times (1 + \beta)^t$$

Y 为计划年度运量， Y 为基期年度运量， β 为年平均增长率， t 为年数，然后会根据这个数据进行预测到达多少人才会实现地铁运营的目标。

日期	单日客流量
2019/12/29	58171
2019/12/30	57714
2019/12/31	82211
2020/1/1	119613
2020/10/31	162629
2020/12/5	166234
2020/12/6	171687

四、模型假设

4.1 通用假设

4.2 问题一假设

1. 假设所给数据能推出的结论是合理的。

4.3 问题二假设

1. 网站的路面信息可以反映真实的交通拥堵状况。
2. 假设各区域人口服从均匀分布，在本题不考虑居民的分布情况。
3. 在地铁选址的过程中，不考虑实际的地点是否可行。
4. 在考虑地铁的运营成本时，不考虑地铁的前期成本。

4.4 问题三假设

4.5 问题四假设

五、模型的建立与求解

5.1 问题一的分析 and 求解

首先，我们分析并提炼附件 2 中客流量的数据特征，使用高斯混合模型 (GMM, Gaussian mixture model) 结合随机噪声 (random noise)，生成了 5 组仿真模拟数据。随后，根据地铁的发车间隔和运行速度，我们编写代码模拟 (simulate) 了整个地铁的运行过程。最后，我们统计了每趟列车的车载人数的变化情况，分析得出最优的车厢数量方案，并使用聚类算法 (cluster algorithm) 分段求解最优的发车间隔。

5.1.1 时间度量的映射

我们设 t 是一个表示时间的变量。 t 的值加 1 表示过了一分钟。我们设定当 $t = 0$ 时表示一天的开始时刻，则 $t = 720$ 时表示一天的正午时刻， $t = 1440$ 时表示一天的结束时刻。地铁的首班列车发车时间是早上 6 时，此时 $t = 360$ ，末班列车发车时间是晚上 22 时，此时 $t = 1320$ 。

我们考虑一个连续型的概率密度函数 (Probability Density Function)，不妨记为 $P(x)$ 。由于 $P(x)$ 是一个定义在 $(-\infty, \infty)$ 上的函数，而地铁一天的运行时间只有 16 个小时，因此我们需要对时间建立一个从 $(-\infty, \infty)$ 到 $[360, 1320]$ 的映射。设映射后的概率密度函数为 $Q(t)$ ，映射算子为 $T(\cdot)$ ，映

射过程如公式1所示。映射过程的含义是，仅考虑 $P(x)$ 在 $[360, 1320]$ 上的取值，再做一个归一化操作。

$$Q(t) = T(P(t)) = \frac{1}{\int_{360}^{1320} P(x)dx} P(t) \quad (1)$$

其中， $\int_{360}^{1320} P(x)dx$ 是归一化因子，确保概率密度函数 $Q(t)$ 在区间 $[360, 1320]$ 上的积分值为 1。

同理，对于离散型的概率密度函数 $Q(s)$ ，设其定义域为集合 S 。映射算子 $T(\cdot)$ 的定义如公式2所示。映射过程的含义是，仅考虑 $P(x)$ 在集合 S 上的取值，再做一个归一化操作。

$$Q(s) = T(P(s)) = \frac{1}{\sum_{x \in S} P(x)} P(s) \quad (2)$$

5.1.2 高斯混合模型的建立

高斯混合模型 (GMM, Gaussian mixture model) 是多个高斯分布 (Normal Distribution) 的叠加。形式化地，一个均值为 μ 方差为 σ^2 的高斯分布，其概率密度函数 $P(x; \mu, \sigma^2)$ 如公式3所示。

$$P(x; \mu, \sigma^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{(x - \mu)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (3)$$

现有 N 个高斯分布，其均值分别为 $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_N$ ，其方差分别为 $\sigma_1^2, \sigma_2^2, \dots, \sigma_N^2$ ，则其概率密度函数分别为 $P_1(x; \mu_1, \sigma_1^2), P_2(x; \mu_2, \sigma_2^2), \dots, P_N(x; \mu_N, \sigma_N^2)$ 。设每个高斯分布发生的概率为 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_N$ ，则高斯混合模型 $P_0(x)$ 可按照公式4构建。

$$P_0(x) = \sum_{i=1}^N \alpha_i P_i(x; \mu_i, \sigma_i^2) \quad (4)$$

其中， $\sum_{i=1}^N \alpha_i = 1$ 。

5.1.3 客流量数据的特征分析

附件 2 中的客流量数据存在诸多明显不符合实际情况的地方，其中两处最明显的错误是：

- 每天早上出站人数均远多于进站人数。例如对于 9 月 1 日的数据，截至早上 9 时，累计进站 11517 人次，累计出站 14591 人次，这在实际生活中是明显不可能出现的情况。
- 末班车在晚上 22 时由起点站发车，但是在末班车开走之后，仍有旅客进站。例如对于 9 月 1 日的数据，1 号线于 22 时由 1a 站和 1t 站分别发出当天的最后一班列车，但是在 22:15 分还有 8 人进入 1a 站，在 22:30 分还有 9 人进入 1a 站，在 22:15 分还有 10 人进入 1a 站，这些旅客不可能再坐上任何一趟地铁。

由于附件 2 中数据的明显错误，我们不可能使用附件 2 中的数据。取而代之，我们分析了附件 2 中数据的特点，并基于这些数据特征重新生成了若干组仿真模拟数据。并在生成的模拟数据上进行建模研究。

我们在分析了附件 2 中数据的基础上，概括提炼出了如下的数据特征：

- 每日客流约为 10 万人次，其中 9 月 10 日客流量最少为 77984 人次，9 月 7 日客流量最多，为 122495 人次。
- 出站高峰期在早上 9 时左右，出站客流量大约为 2000 人次每 15 分钟。
- 进站高峰期在晚上 18 时左右，进站客流量大约为 2500 人次每 15 分钟。
- 早上 9 时，1a-1e、2u 站的进站客流量较大，大约在 50-100 人次每 15 分钟每站。
- 晚上 18 时，1e、1f、1m、1p、1s、1t、2b-2i、2k、2q、2u 站的进站客流量较大，大约在 50-200 人次每 15 分钟每站。
- 早上 9 时，1m-1p、1s-1t、2b、2e-2k、2u 站的出站客流量较大，大约在 50-200 人次每 15 分钟每站。
- 晚上 18 时，1a-1b、1e-1f、1m、1p、2u 站的出站客流量较大，大约在 50-150 人次每 15 分钟每站。
- 从早上 10 时到晚上 17 时，1f、1m、1p、2q、2u 站的出站客流量持续较大，大约在 50-150 人次每 15 分钟每站。

5.1.4 客流量数据的生成模型

我们定义二维离散型的概率密度函数 $Q_{in}(t, s)$ 表示一名旅客在时刻 t 从 s 站进站的概率，同理用 $Q_{out}(t, s)$ 表示一名旅客在时刻 t 从 s 站进站的概率。其中 t 的取值范围是区间 $[360, 1320]$ 中的整数， s 的取值范围为集合

$$S = \{1a, 1b, \dots, 1t, 2a, 2b, \dots, 2x\}$$

我们考虑 $Q_{in}(t, s)$ 和 $Q_{out}(t, s)$ 的边缘概率密度函数 (Marginal Probability Density Function)

$$R_{in}(t) = \sum_{s \in S} Q_{in}(t, s)$$

$$R_{out}(t) = \sum_{s \in S} Q_{out}(t, s)$$

$R_{in}(t)$ 和 $R_{out}(t)$ 反映了在 t 时刻所有站点的进站概率和出站概率，是服从混合高斯分布的概率密度函数，其形式化定义如公式5所示。

$$R_{in}(t) = T \left(\max \left(\sum_i \alpha_i P_i(t; \mu_i, \sigma_i^2), c \right) \right)$$

$$R_{out}(t) = T \left(\max \left(\sum_i \alpha_i P_i(t; \mu_i, \sigma_i^2), c \right) \right) \quad (5)$$

其中， c 是一个介于 0 到 1 之间的小数，定义了每个时刻的最小概率。这样做的目的是，防止高斯分布的“ $3 - \sigma$ 原则”导致某些时刻的概率近乎于 0。

在 t_0 时刻， $Q_{in}(t_0, s)$ 和 $Q_{out}(t_0, s)$ 反映了在 t_0 时刻站点 s 的进站概率和出站概率，也是服从混合高斯分布的概率密度函数，其形式化定义如公式6所示。

$$Q_{in}(t_0, s) = T \left(\max \left(\sum_i \alpha_i P_i(s; \mu_i, \sigma_i^2), c \right) \right)$$

$$Q_{out}(t_0, s) = T \left(\max \left(\sum_i \alpha_i P_i(s; \mu_i, \sigma_i^2), c \right) \right) \quad (6)$$

5.1.5 客流量数据的生成示例

表 5-2: 每时刻进出站概率的高斯混合模型

时刻	t	进站 GMM		出站 GMM	
		权重	高斯分布	权重	高斯分布
6 时 - 22 时	[360, 1320]	0.4	$P(t; 8, 0.5)$	0.4	$P(t; 8, 0.5)$
		0.4	$P(t; 18, 0.5)$	0.4	$P(t; 18, 0.5)$
		0.2	$P(t; 21, 0.2)$	0.2	$P(t; 21, 0.2)$

5.1.6 *** 模型的建立

5.1.7 行车间隔优化模型的建立

5.1.8 行车间隔优化模型的求解

5.1.9 结果分析

5.2 问题二的分析和求解

由于题目中只要求我们选择地址，但是因为同时存在多个热点区域，所以为了缓解地面交通压力，降低碳排放，现拟建地铁三号线。优化地铁规划建设是建设新地铁线路前必须解决的问题。因为科学的规划建造方案，才能形成有层次性、稳定性的地铁线网结构。

5.2.1 限制条件的推导

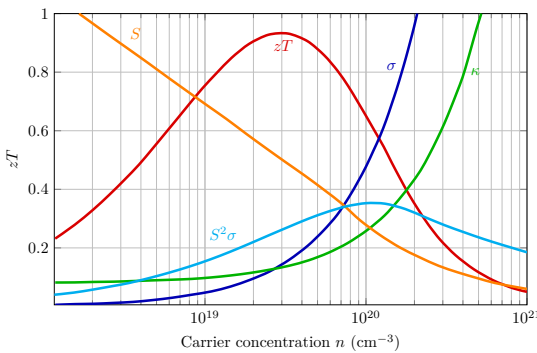


图 5-3: 呼市地图

首先对该地区进行总体分析，下图5-3为该地区地图，通过对地图上主要交通路线分布情况呼和浩特主要交通路线聚集在城市中部以及西北方向。如下 5-4为城市热力图，可以在一定程度上影响该市的交通状况，颜色越深的地方越有可能人员聚集，距离中心较远区域地广人稀，且自然山脉地形

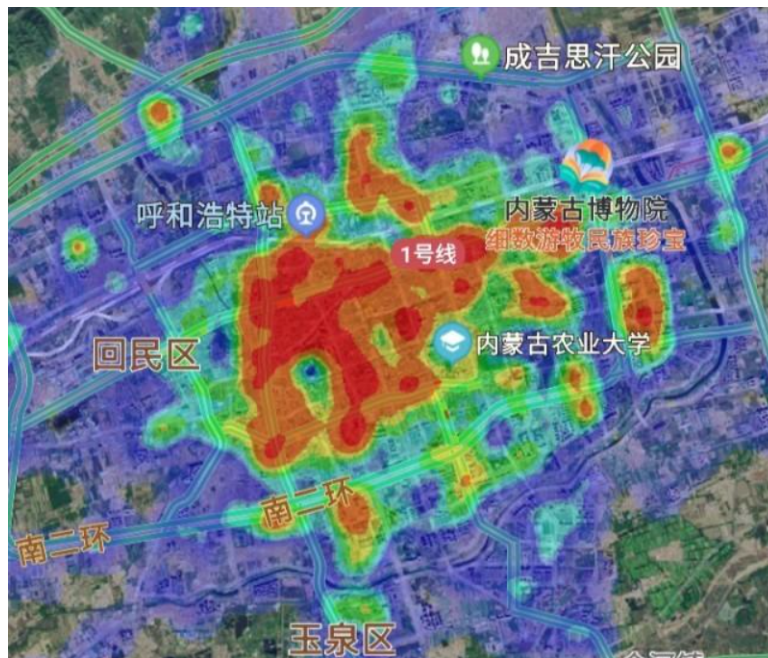


图 5-4: 城市热力图

限制，暂不考虑将地铁延拓到这类相关区域。市区人员出行人流、车流量最大一般在市中心，副中心，居民区，工业区等。



图 5-5: 拥堵图

通过实时监测路况拥堵程度，提取地面车辆密度信息。如下图5-5，是以兴茂家园附近路线为例，其中绿色到黄色再到红色分别表明畅通到拥挤不同程度的路况。由于本文旨在缓解交通压力，减少碳排放，因此地面车辆密度的高低可以很好的反应相关信息。通过对路况信息的监控，拥堵区域集中在小区、学校、大型市场附近。

综上所述，我们可以大致给出关于地铁三号线的建设的初步考虑：1. 穿过城市中心。2. 为缓解地面交通压力，要在尽可能多的途径拥堵路段或其附近区域。3. 由于建造维护成本高，暂不考虑覆盖偏远地区。

5.2.2 模型建立

1. 结构基础在三线地铁的基本结构中，三角形结构最为稳定，根据《成都地铁规划》中，换乘次数、换乘压力、线网吸引力覆盖强度，达到最优。在此基础上我们寻找需要覆盖的重要节点。

2. 引入重要节点在确定了线路整体趋势的基础上，地铁规划又一重要因素在于停车站点的设置。设有 k 个节点，用集合 S 表示。为有效控制建设成本，我们设置 $k < 20$ ，超过时将次要点淘汰。为此我们按照重要性优先级顺序先后考虑如下三类节点：

id	经度	纬度
1	111.6455	40.854321
2	111.713097	40.847481
3	111.691971	40.844742
4	111.680588	40.840221
5	111.668419	40.839783
6	111.671967	40.835911
7	111.663864	40.837093
8	111.697327	40.837112
9	111.707542	40.834732
10	111.704674	40.83046
11	111.700783	40.830231
12	111.693687	40.828114
13	111.647552	40.793724
13	111.644638	40.804459
14	111.647697	40.798195
15	111.670311	40.798656
16	111.695641	40.798409
17	111.710930	40.807781

图 5-6: 经纬度图

I：地面拥堵点监测地面实时路况时，仅保留主要日常交通要道监测对象排除了拥堵的立交桥，快速内环，国道，省道的情况。在此基础上排除附近 1km 内有地铁的路段（假定通过一些措施可以对地面交通进行分流，提高地铁出行率）。通过观察 24 小时拥堵情况变化，利用 Python 提取出城市中心区域 17 个高拥堵点的经纬度。如5-6所示：对于给定的关键大交通流量节点，以及学校工作聚集地，利用 requests 函数获取关键节点的经纬度信息。基于现有节点信息

II：换乘站点用于和 1、2 号线衔接，建造更高覆盖率、更方便快捷的地铁网。站点选择参考进出站热度，以及利用编程软件计算出的待分流区域到各个站点三维坐标轴下距离平方和，为参考依据，最后选择 1j 和 2i 作为 3 号线与 1/2 号线的换乘站点。

III：过渡/其他站点若两个站点之间距离较远，可以选择中间新增一个站点，满足更多乘客的出行需求。若地铁线附近存在有标志性建筑（商圈、公园等），可以考虑增加相关站点。此站点的选择可以根据初步得到的线路进行进一步优化，目前暂时无法确定。

现有站点与高流量地面站点散点图

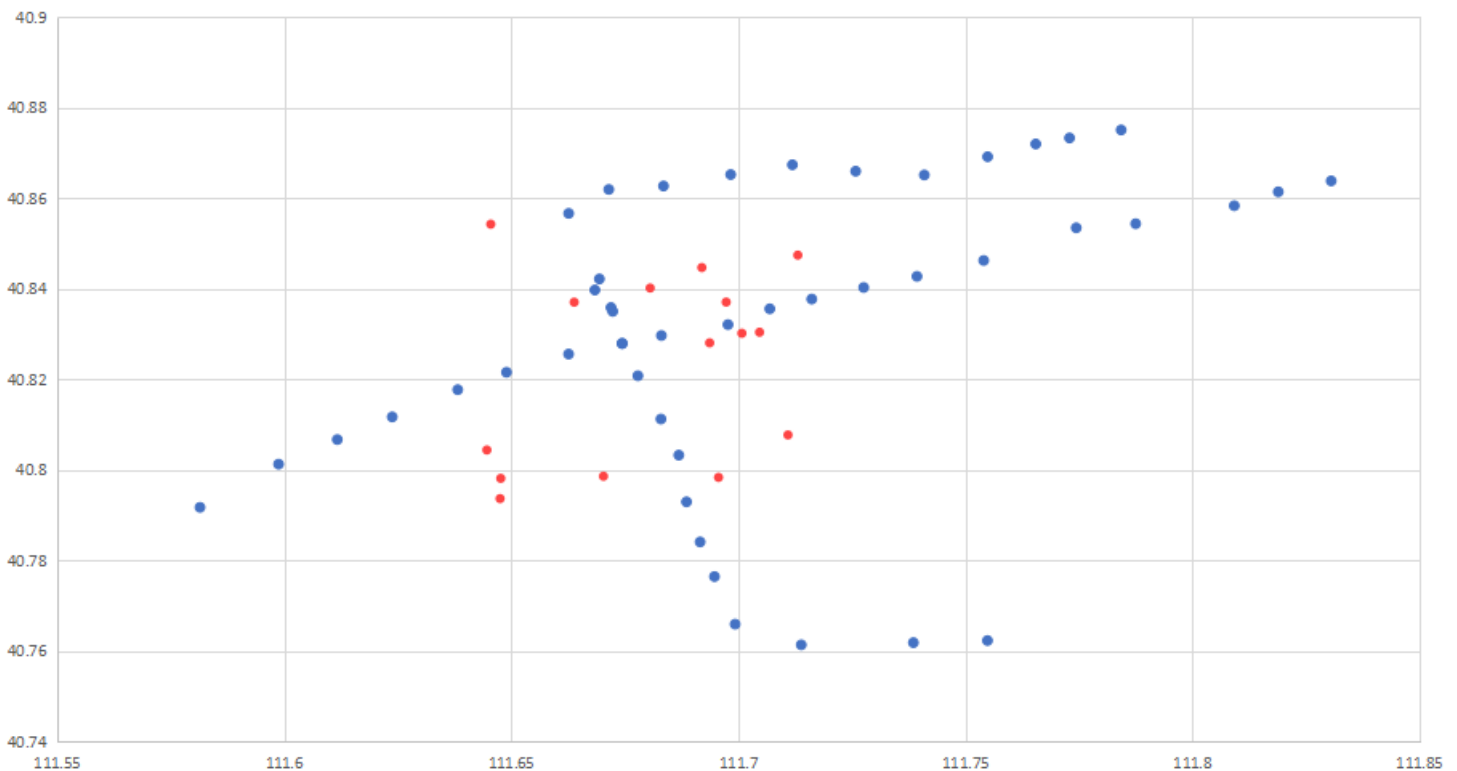


图 5-7: 选址散点图

3. 模糊规划为简化计算，文中通过经纬度信息近似距离信息，假设在平面直角坐标系下，该信息依旧有较高的参考价值。其中蓝色代表现有 1/2 号线对应站点红色代表待分流拥堵点 5-7。(1) 直接拟合从图中可以看到标出的点（出去左上角的点）呈现明显的圆环趋势，因此考虑直接拟合环形地铁，但这类地铁制造、维护成本较高，在接下来尝试是否有更加接近直线的地铁建造方案。(2) 线性规划在考虑近似直线地铁建造规划时，首先想到利

用最小二乘法进行线性回归。这种方法可以拟合出一条直线到各散点的距离差平方和最小。但是这种方法的弊端在于使得各个点所含的信息量相同，与实际情况出入较大。我们应该考虑尽可能地接近人流量大的拟合点，为了优化现有的线性规划模型，我们考虑在进行最小二乘法距离求和时，给每个点的距离平方引入权重系数。权重的确定采用打分系统，80M 的确定：在监控 24 小时路况时，针对每小时拥堵情况进行累加。

$$W_i = 0.8 * M_i / (\text{sum}(M_i)) + 0.2 * N_i / (\text{sum}(N_i)) \quad (7)$$

4. 实际规划上部分线路的确定仅是提供模糊规划方案，实际线路确定应当围绕所给直线结合实际地形、地质等多方面因素综合考虑。由于信息有限，这里仅提供建议。(1) 互补原则：和现有机动车快速干道没有长距离重复 (2) 低成本性：避免大量拆迁建筑等等

5.3 问题三的求解和分析的求解和分析的求解和分析

5.3.1 对问题的分析

问题三要求我们 …。

5.3.2 对问题的求解

六、模型的评价与推广模型的评价与推广

将模型进行数值计算，并与附件中的真实采样值（进行列表或图示）比较。对误差进行数据分析，给出误差分析的理论估计。

6.1 模型的评价

1. 优点

得到满意的解、较好地解决了 … 问题、使模型得到简化、使结果更合理，避免 … 带来的较大误差、使问题描述比较清晰、减少大的计算量。

(4) 运用多种数学软件（如 MATLAB、SPSS），取长补短，使计算结果更加），取长补短，使计算结果更加准确、明晰。

路况	畅通（绿色）	较拥挤（黄色）	拥挤（红色）
计数	0	1	1.5

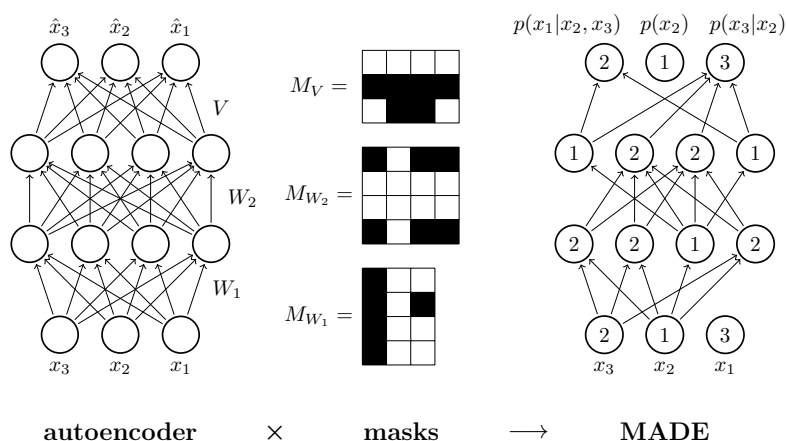


图 6-8: 图 3 的标题名称

2. 缺点

主观性过强、建立在什么的前提条件下、有一定的局限性、存在不确定性、有一定的偏差。

6.2 模型的、模型的推广

- 对本文中的模型给出比较客观的评价，必须实事求是，有根据，以便评卷人参考。
- 推广和优化，需要花费功夫想出合理的、甚至可以合理改变题目给出的条件的、不一定可行但是具有一定想象空间的准理想的方法、模型。由此做出一些改进方向，也可以是参赛者一些来不及实现的思路。

七、模型的改进

7.1 模型一的改进

7.2 模型二的改进

三. 反思与不足 1. 实际情况反思在现有地铁经过的站点附近 1km 为半径的环形区域内，路面交通情况依旧不容乐观，存在着较多时段的拥堵，人们在选择出行方式时，更偏好于地面交通。因此在可以考虑进行低碳出行宣传，以及制定相关政策，对地铁出行方式的偏斜。以便更好地缓解交通压力和碳排放。

2. 在相关数据的采集方面可以更加完善，在站点设置上可以通过调查

问卷方式了解当地居民的看法，合理化地铁规划。同时可以对不同区域进行细分，基于更多的信息考虑各个区域的权重。

程序二：C++ 求解路网正体影响度：

```
//=====
// Name      : Sudoku.cpp
// Author     : wzlf11
// Version    : a.0
// Copyright  : Your copyright notice
// Description : Sudoku in C++.
//=====

#include "graphics.h"
#define LEFT 0
#define TOP 0
#define RIGHT 639
#define BOTTOM 479
#define LINES 400
#define MAXCOLOR 15
main()
{
    int driver,mode,error;
    int x1,y1;
    int x2,y2;
    int dx1,dy1,dx2,dy2,i=1;
    int count=0;
    int color=0;
    driver=VGA;
    mode=VGAHI;
    initgraph(&driver,&mode,"");
    x1=x2=y1=y2=10;
    dx1=dy1=2;
    dx2=dy2=3;
    while(!kbhit())
    {
        line(x1,y1,x2,y2);
        x1+=dx1;y1+=dy1;
        x2+=dx2;y2+=dy2;
        if(x1<=LEFT||x1>=RIGHT)
            dx1=-dx1;
        if(y1<=TOP||y1>=BOTTOM)
            dy1=-dy1;
        if(x2<=LEFT||x2>=RIGHT)
            dx2=-dx2;
```

```
        if (y2<=TOP || y2>=BOTTOM)
            dy2=-dy2;
        if (++count>LINES)
        {
            setcolor(color);
            color=(color>=MAXCOLOR)?0:++color;
        }
    }
    closegraph();
}

main()
{
    int i,j,k,x0,y0,x,y,driver,mode;
    float a;
    driver=CGA;mode=CGAC0;
    initgraph(&driver,&mode,"");
    setcolor(3);
    setbkcolor(GREEN);
    x0=150;y0=100;
    circle(x0,y0,10);
    circle(x0,y0,20);
    circle(x0,y0,50);
    for(i=0;i<16;i++)
    {
        a=(2*PAI/16)*i;
        x=ceil(x0+48*cos(a));
        y=ceil(y0+48*sin(a)*B);
        setcolor(2); line(x0,y0,x,y);
    }
    setcolor(3);circle(x0,y0,60);
    /* Make 0 time normal size letters */
    settxtstyle(DEFAULT_FONT,HORIZ_DIR,0);
    outtextxy(10,170,"press a key");
    getch();
    setfillstyle(HATCH_FILL,YELLOW);
    floodfill(202,100,WHITE);
    getch();
    for(k=0;k<=500;k++)
    {
        setcolor(3);
        for(i=0;i<=16;i++)
        {
            a=(2*PAI/16)*i+(2*PAI/180)*k;
            x=ceil(x0+48*cos(a));
```

```
        y=ceil(y0+48*sin(a)*B);
        setcolor(2); line(x0,y0,x,y);
    }
    for(j=1;j<=50;j++)
    {
        a=(2*PAI/16)*i+(2*PAI/180)*k-1;
        x=ceil(x0+48*cos(a));
        y=ceil(y0+48*sin(a)*B);
        line(x0,y0,x,y);
    }
}
restorecrtmode();
```

数据表格

表格数据:

表 7-1: 附表 1 数据

样本编号	车速	车道数	侧向净宽	车道宽	司机反应时间	车辆南止耗时	交通量
1	37	2	1	3	0.5	1.72	1112
2	47	3	2.5	3.5	0.6	2.41	1835
3	48	3	2.5	3.25	1.2	2.475	2034
4	44	2	2.5	3.25	1	2.26	1477
5	46	3	2.5	3	1.2	2.27	1648
6	53	2	2.5	3.5	1.2	2.498	1952
7	54	3	3.5	3.5	2	2.5	2249
8	59	3	3.5	3.5	0.7	2.634	1893
9	59	3	3.5	3.25	0.2	2.642	2245
10	48	3	2.5	3.25	0.3	2.46	2035
11	50	3	4.5	3.5	0.3	2.52	2318
12	56	3	3.5	3.25	0.9	2.617	2203
13	57	2	2.5	3.5	0.8	2.625	2034
14	58	2	2.5	3	0.6	2.641	2178
15	68	4	3.5	3.25	0.9	3.05	2468
16	59	3	4.5	3.75	0.6	2.975	2406
17	75	4	4.5	3.75	0.7	3.15	2648
18	22	1	1	3	1.1	1.45	800
19	27	4	0.5	3	0.6	1.5	903
20	75	1	2.5	3.5	0.6	1.46	1010
21	76	1	3.5	3.5	0.2	1.63	1069
22	46	2	1.5	3.25	1.9	2.3	1682
23	46	2	2.5	3.25	1	2.32	1734
24	46	2	2.5	3.75	0.2	2.4	1826
25	47	3	2.5	3.25	1.2	2.37	1625
26	77	3	4.5	3.5	0.2	2.475	2148
27	48	3	4.5	3.25	0.3	2.47	2278
28	80	3	2.5	3.5	0.5	2.58	2177
29	66	2	3.5	3.5	1	2.72	2249
30	67	4	3.5	3.75	0.9	2.975	2484
31	25	3	1.5	3.5	0.6	1.3	846
32	34	2	4.5	3.5	0.8	1.52	1152
33	47	3	2.5	3.25	0.3	2.42	1753
34	48	4	2.5	3.75	0.3	2.34	1924
35	79	3	2.5	3.25	1.1	2.53	2159
36	55	3	0.5	3.5	0.9	2.62	1568
37	78	2	1	3.5	0.9	2.618	2148
38	59	3	1	3.5 ²²	1	2.64	2272
39	19	1	0	3	1.2	1.4	513
40	19	2	2.5	3.25	1	1.35	810

表 7-2: 小区开放前 VISSIM 正常行驶仿真数据记录表 1

样本编号	车速	车道数	侧向净宽	车道宽	司机反应时间	车辆南止耗时	交通量
47	67	1	0.5	3.75	0.2	2.83	2249
48	67	4	3.5	3.25	0.6	2.815	2463
49	75	2	3.5	3.5	0.6	3.21	2748
50	34	2	1.5	3	1	1.48	957
51	39	2	2.5	3.5	0.8	1.97	1364
52	40	3	2.5	3.25	0.5	2	1359
53	50	3	2.5	3.5	1	2.51	2264
54	55	2	3.5	3.25	1.2	2.6	1978
55	55	3	3.5	3.5	0.6	2.61	2218
56	59	3	0.5	3	0.2	2.638	1974
57	63	4	2.5	3.5	1.1	2.78	2384
58	67	3	2.5	3.75	0.8	2.83	2384
59	75	3	4.5	3.5	0.3	3.2	2801
60	77	2	4.5	3.5	0.2	3.18	2845
61	23	1	0	3	0.5	1.44	458
62	75	2	1	3	0.2	1.625	1065
63	46	2	2.5	3.5	1	2.43	1752
64	61	2	0.5	3	1.2	2.71	1890
65	36	3	2.5	3.5	1	1.67	1233
66	38	2	3.5	3	1.7	1.9	1246
67	55	1	0.5	3.5	0.3	2.615	1763
68	74	2	1.5	3.75	0.7	3.05	2349
69	79	4	2.5	3.75	0.4	3.17	2694
70	38	2	3.5	3	1.1	1.86	1343
71	61	3	1.5	3.25	0.3	2.68	2006
72	79	3	3.5	3.5	2.1	3.48	2948
73	27	2	1	3.75	0.8	1.48	928
74	28	1	1	3	0.9	1.47	947
75	34	2	1	3	0.3	1.49	998
76	44	3	2.5	3.25	0.3	2.24	1520
77	78	3	4.5	3.5	0.7	3.09	2648
78	73	3	3.5	3.5	1.2	3.19	2741
80	37	4	1	3	1.7	1.87	1265
81	37	2	3.5	3.5	1.5	1.84	1325
82	38	2	2.5	3	1.2	1.95	1233
83	38	2	1	3	2.1	1.97	1249
84	40	2	1.5	3	0.4	2.12	1366
85	42	3	4.5	3.75 ²³	0.4	2.16	1638
86	40	3	1.5	3.25	0.8	2.43	1384
87	41	3	1.5	3.5	1.1	2.05	1434

表 7-3: 小区开放前 VISSIM 正常行驶仿真数据记录表 2

样本编号	车速	车道数	侧向净宽	车道宽	司机反应时间	车辆南止耗时	交通量
47	67	1	0.5	3.75	0.2	2.83	2249
48	67	4	3.5	3.25	0.6	2.815	2463
49	75	2	3.5	3.5	0.6	3.21	2748
50	34	2	1.5	3	1	1.48	957
51	39	2	2.5	3.5	0.8	1.97	1364
52	40	3	2.5	3.25	0.5	2	1359
53	50	3	2.5	3.5	1	2.51	2264
54	55	2	3.5	3.25	1.2	2.6	1978
55	55	3	3.5	3.5	0.6	2.61	2218
56	59	3	0.5	3	0.2	2.638	1974
57	63	4	2.5	3.5	1.1	2.78	2384
58	67	3	2.5	3.75	0.8	2.83	2384
59	75	3	4.5	3.5	0.3	3.2	2801
60	77	2	4.5	3.5	0.2	3.18	2845
61	23	1	0	3	0.5	1.44	458
62	75	2	1	3	0.2	1.625	1065
63	46	2	2.5	3.5	1	2.43	1752
64	61	2	0.5	3	1.2	2.71	1890
65	36	3	2.5	3.5	1	1.67	1233
66	38	2	3.5	3	1.7	1.9	1246
67	55	1	0.5	3.5	0.3	2.615	1763
68	74	2	1.5	3.75	0.7	3.05	2349
69	79	4	2.5	3.75	0.4	3.17	2694
70	38	2	3.5	3	1.1	1.86	1343
71	61	3	1.5	3.25	0.3	2.68	2006
72	79	3	3.5	3.5	2.1	3.48	2948
73	27	2	1	3.75	0.8	1.48	928
74	28	1	1	3	0.9	1.47	947
75	34	2	1	3	0.3	1.49	998
76	44	3	2.5	3.25	0.3	2.24	1520
77	78	3	4.5	3.5	0.7	3.09	2648
78	73	3	3.5	3.5	1.2	3.19	2741
80	37	4	1	3	1.7	1.87	1265
81	37	2	3.5	3.5	1.5	1.84	1325
82	38	2	2.5	3	1.2	1.95	1233
83	38	2	1	3	2.1	1.97	1249
84	40	2	1.5	3	0.4	2.12	1366
85	42	3	4.5	3.75 ²⁴	0.4	2.16	1638
86	40	3	1.5	3.25	0.8	2.43	1384
87	41	3	1.5	3.5	1.1	2.05	1434

表 7-4: 小区开放前 VISSIM 正常行驶仿真数据记录表 3

数据 P.C.	时间（进入）	时间（离开）	车辆编号	速度（m/s）	车辆长度（m）
1	9.34	-1	4	14.7	4.76
1	-1	9.67	4	14.7	4.76
7	19.34	-1	3	14.7	4.76
7	-1	19.66	3	14.8	4.76
6	20.35	-1	4	14	4.76
6	-1	20.69	4	14	4.76
1	21.49	-1	11	14.8	4.61
2	21.43	-1	5	15.9	4.55
1	-1	21.8	11	14.9	4.61
2	-1	21.72	5	15.9	4.55
5	22.36	-1	6	15.4	4.61
5	-1	22.66	6	15.4	4.61
2	25.81	-1	7	13.8	4.11
2	-1	26.11	7	13.8	4.11
2	27.19	-1	8	14.1	10.21
2	-1	27.92	8	14.2	10.21
7	29.24	-1	10	15.1	4.76
7	-1	29.55	10	15.1	4.76
6	32.23	-1	11	14.5	4.61
6	-1	32.55	11	14.6	4.61
5	35.38	-1	12	14.8	4.55
5	-1	35.68	12	14.9	4.55
7	36.42	-1	13	14.5	4.55
7	-1	36.73	13	14.5	4.55
1	38.87	-1	16	15.4	4.61
1	-1	39.16	16	15.4	4.61
6	49.09	-1	16	15.1	4.61
6	-1	49.4	16	15.1	4.61
1	49.91	-1	24	15.1	4.55
1	-1	50.21	24	15.2	4.55
5	50.59	-1	17	15.3	4.55
5	-1	50.89	17	15.3	4.55
3	56.27	-1	14	15.8	4.76
3	-1	56.57	14	15.9	4.76
7	57.12	-1	23	15.9	4.76
7	-1	57.42	23	15.8	4.76
6	60.56	-1	24	14.6	4.55
6	-1	60.87	24	14.7	4.55
3	63.02	-1	18	15.1	4.11
3	-1	63.29	18	15.1	4.11

表 7-5: 小区开放前 VISSIM 正常行驶仿真数据记录表 1

数据 P.C.	时间 (进入)	时间 (离开)	车辆编号	速度 (m/s)	车辆长度 (m)
5	-1	80.44	35	15	4.55
7	84.64	-1	37	14.5	10.21
7	-1	85.35	37	14.4	10.21
3	89.77	-1	31	14.7	4.76
3	-1	90.09	31	14.8	4.76
2	90.42	-1	32	15.2	4.11
2	-1	90.69	32	15.2	4.11
1	90.84	-1	40	1.7	11.54
3	93.85	-1	34	13.9	4.76
3	-1	94.19	34	14	4.76
1	-1	98.34	40	1.8	11.54
1	101.18	-1	44	3.5	4.4
2	101.41	-1	29	14.6	4.61
2	-1	101.73	29	14.5	4.61
1	-1	101.8	44	4.3	4.4
3	103.39	-1	36	14.5	4.76
3	-1	103.72	36	1.5	4.76
2	109.33	-1	39	15.7	4.76
2	-1	109.63	39	15.7	4.76
1	113.78	-1	52	3.3	4.11
1	-1	114.75	52	5.6	4.11
6	116.66	-1	46	15	4.4
6	-1	116.96	46	15	4.4
4	117.67	-1	1	2	0.44
4	-1	117.89	1	2	0.44
6	119.37	-1	44	14.2	4.4
6	-1	119.68	44	14.1	4.4
1	127.94	-1	56	1.2	0.34
1	-1	128.22	56	1.2	0.34
3	128.54	-1	45	12.7	4.34
3	-1	128.87	45	13	4.34
4	128.86	-1	38	3.4	1.45
4	-1	129.28	38	3.5	1.45
6	132.61	-1	52	14.2	4.11
1	132.94	-1	60	1.6	4.4
1	101.18	-1	44	3.5	4.4
2	101.41	-1	29	14.6	4.61
2	-1	101.73	29	14.5	4.61
1	-1	101.8	44	4.3	4.4
3	103.39	-1	36	14.5	4.76

表 7-6: 小区开放前 VISSIM 正常行驶仿真数据记录表 2

数据 P.C.	时间 (进入)	时间 (离开)	车辆编号	速度 (m/s)	车辆长度 (m)
1	127.94	-1	56	1.2	0.34
1	-1	128.22	56	1.2	0.34
3	128.54	-1	45	12.7	4.34
3	-1	128.87	45	13	4.34
4	128.86	-1	38	3.4	1.45
4	-1	129.28	38	3.5	1.45
2	-1	90.69	32	15.2	4.11
1	90.84	-1	40	1.7	11.54
3	93.85	-1	34	13.9	4.76
3	-1	94.19	34	14	4.76
1	-1	98.34	40	1.8	11.54
1	101.18	-1	44	3.5	4.4
2	101.41	-1	29	14.6	4.61
2	-1	101.73	29	14.5	4.61
1	-1	101.8	44	4.3	4.4
3	103.39	-1	36	14.5	4.76
3	-1	103.72	36	1.5	4.76
2	109.33	-1	39	15.7	4.76
2	-1	109.63	39	15.7	4.76
1	113.78	-1	52	3.3	4.11
1	-1	114.75	52	5.6	4.11
6	116.66	-1	46	15	4.4
6	-1	116.96	46	15	4.4
4	117.67	-1	1	2	0.44
4	-1	117.89	1	2	0.44
6	119.37	-1	44	14.2	4.4
6	-1	119.68	44	14.1	4.4
1	127.94	-1	56	1.2	0.34
1	-1	128.22	56	1.2	0.34
3	128.54	-1	45	12.7	4.34
3	-1	128.87	45	13	4.34
4	128.86	-1	38	3.4	1.45
4	-1	129.28	38	3.5	1.45
6	132.61	-1	52	14.2	4.11
1	132.94	-1	60	1.6	4.4
1	101.18	-1	44	3.5	4.4
2	101.41	-1	29	14.6	4.61
2	-1	101.73	29	14.5	4.61
1	-1	101.8	44	4.3	4.4
3	103.39	-1	36	14.5	4.76