

城市轨道交通发车间距优化模型探讨

林震 杨浩

(北方交通大学)

摘要 随着机动化和城市化的迅速发展,城市交通问题已经成为一个非常严重的社会问题,城市轨道交通系统由于其特有的优势被作为解决城市交通问题的一个很重要的手段。本文首先对影响轨道交通发车间距的因素进行了分析。在影响因素分析的基础上,分别通过以运营者效益最大化与社会福利最大化为目标函数,建立了合理发车间距的优化模型。最后,给出一个简单的算例。

关键词 发车间距 轨道交通 运营者利润 社会福利

中图分类号: U491.2⁺27 文献标识码: A

文章编号: 1000-131X (2003) 01-0001-05

STUDY ON HEADWAY OPTIMIZATION MODEL OF URBAN RAIL TRANSIT

Lin Zhen Yang Hao

(Northern Jiaotong University)

Abstract

Urban transport problems have become severe social problems with the motorization and urbanization. Urban rail transit system has been considered as an efficient means to mitigate urban transport problems because of its advantages. Firstly, the article analyzes the influential factors of headway. Based on the analysis of these factors, an optimization model of headway is put forward with the objective function of operator profit maximization and social welfare maximization respectively. Finally, this article put forward a simple case to show how to compute a optimal headway.

Keywords: headway, rail transit, operator profit, social welfare

1 发车间距的影响因素分析

城市轨道交通系统作为一种大容量和高效率的公共交通方式,是解决城市交通问题的一种有效手段。轨道交通系统作为解决城市交通问题的一种有效手段是与之良好的运营水平密切相关的。合理的发车间距是影响轨道交通系统运营水平的一个很重要的因素。

过大的发车间距增大了旅客在车站的等待时间,可能使部分旅客由于不堪忍受过长的等待时间而转向其他交通方式,无法起到缓解交通拥挤的作用;还使轨道交通运营者由于无法运输足够数量的旅客而获得足够的收益,从而被迫降低服务水平以减少成本支出,进一步造成旅客的流失,引起恶性循环。

过小的发车间距将提高设备和工作人员的负荷,提高运营成本;由于无法保证一定数量的乘坐率,造成输送能力的浪费;无法应付突发事件和延误等,造

成全线延误或者停开列车,从而无法保证一定的服务水平;同时,由于收益水平较低甚至入不敷出,也会造成服务水平的降低。

因此,为了满足相应的交通需求,保证一定的服务水平,在满足运营者一定收益和良好的社会效益的情况下,确定的发车间距才是比较合理的。

发车间距的影响因素很多,也很复杂,主要包括以下几个:

(1) 设备条件与行车作业水平

设备条件与行车作业水平是影响发车间距的一个很重要的因素。不同的闭塞设备其最小发车间距是不同的。发车间距不能小于车站保证安全行车作业的最小间距。

(2) 延误与突发事件

列车在运行过程中不可避免的要发生一些突发事件,因此,发车间距的确定要充分考虑到这些因素的存在,预留必要的缓冲时间,从而保证一定的服务水平。如果不考虑这些因素,没有预留必要的缓冲时间,

则在发生突发事件时可能影响后续列车的正常运行或者停开部分列车,从而降低服务水平。

(3) 满足交通需求

城市轨道交通系统承担城市居民大规模的日常交通需求,如通勤、上学等,起到缓解交通拥挤的作用。因此,轨道交通的发车间距应当足够小以保证足够的发车频率来满足交通需求。

同时,交通需求还影响列车在车站的停留时间。需求量大,列车在车站的停留时间就长,反之,列车在车站的停留时间就短。

(4) 运营成本最小

轨道交通系统是一种城市基础设施。修建轨道交通系统的目的是为了缓解交通拥挤,缩短使用者的出行时间,提高出行的效率,这其实是实现社会效益的最大化,然而,轨道交通系统一般是由运营者来负责运营的,它还具有盈利的性质。运营者希望能够以最小的成本来获得最大的收益,因此,他们希望在满足需求的情况下,以合理的发车频率来运营,即保证利润的最大化。

(5) 使用者等待时间

使用者等待时间也是影响发车间距的一个很重要的因素。从使用者的角度来说,他们希望列车的发车间距越小越好,这样他们的等待时间就越短。过长的发车间距会造成过长的等待时间,部分使用者就可能转向其它交通方式,造成使用者的流失。

影响发车间距的因素还包括列车运行速度、车站间距与列车停站时间等。在设备条件已定的情况下,这些因素也确定,因此,本文不再加以详细分析。

2 发车间距优化模型

2.1 变量定义

C_a : 每列车每小时的运输能力; c_f : 日轨道交通固定成本; c_p : 每位旅客运营成本; c_t : 日每列车变动成本; c_u : 每列运营列车每小时的变动成本; e_f : 费用影响因子; e_w : 等待时间影响因子; f : 轨道交通票价; h_0 : 最小发车间距; H : 发车间距; H^* : 日最小发车间距; L : 线路长度; p_i : 每小时的潜在轨道交通需求; P : 每日潜在的轨道交通总需求; q_i : 每小时的实际轨道交通需求; Q : 每日的实际轨道交通需求; t_1 : 轨道交通开始运营时刻; t_2 : 轨道交通结束运营时刻; V : 列车的平均运营速度; e : 最小缓冲时间; m : 检修车与备用车比重。

2.2 模型假设

在构造数学模型之前,本文首先进行了如下的假

设:

(1) 旅客的平均等待时间为发车间距的一半。当发车间距较短时,交通计算上一般采用等于间隔时间一半的平均等待时间;

(2) 全日的运营时间按需求不同分为不同的时段,同一时段列车的发车间距是相同的,而不同时段列车的发车间距可以不同,如高峰期发车间距较小;

(3) 旅客乘坐轨道交通所付的费用是相同的,即采用单一票价制;交通需求只与等待时间以及乘坐费用相关,且为线性相关;

(4) 只考虑列车单位时间的输送能力,列车固定编组长度。即在输送能力的限制下,任何旅客都可以上车;

(5) 轨道交通线路为单向行驶,如图 1 所示:

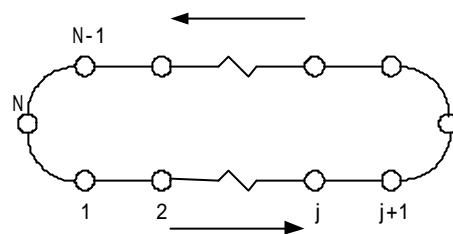


图 1 轨道交通网络

Fig.1 Railway traffic network

2.3 约束条件

假设交通需求 q_i 与旅客等待时间及费用 f 分别呈线性相关,且旅客的平均等待时间为发车间距 H_i 的一半,则:

$$P = \sum_{i=t_1}^{t_2} p_i \quad (1)$$

$$q_i = p_i (1 - e_w \cdot \frac{H_i}{2} - e_f f) \quad (2)$$

$$Q = \sum_{i=t_1}^{t_2} q_i = P(1 - e_f f) - \frac{e_w}{2} \sum_{i=t_1}^{t_2} p_i H_i \quad (3)$$

(1) 约束条件 1

由于设备条件和行车作业水平的限制,因此,为了保证行车安全,列车的发车间距应大于最小发车间距 h_0 。同时,在确定列车的发车间距时,要保证一定的缓冲时间 e 。必要的缓冲时间使列车在出现突发事件如事故时,不至于因发车间距过短而影响后续列车的正常运行或造成停开部分列车,而降低轨道交通系统的服务水平。

$$H \geq h_0 + e \quad (4)$$

(2) 约束条件 2

轨道交通系统的目的是充分利用其大容量、快速、安全和无污染等特点来运输旅客,缓解道路上的交通拥挤。因此,发车间距的设置要使系统能够满足旅客对轨道交通系统的需求。

$$\frac{L}{VH_i} C_a \geq q_i = p_i(1 - e_w \cdot \frac{H_i}{2} - e_f f) \quad (5)$$

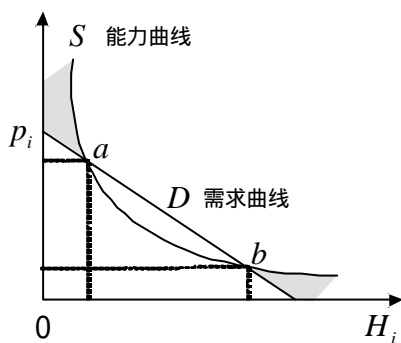


图2 发车间距与需求及能力关系

Fig.2 Relation between interval, demand and capability

如图2所示, D 表示交通需求, S 表示轨道交通系统的输送能力。随着发车间距 H 的增大, 交通需求 D 呈线性下降状态, 而输送能力呈曲线下下降状态。当发车间距小于某一值时, 轨道交通系统提供了充裕的运输能力, 能够满足相应的交通需求, 此时:

$$H_i \leq \frac{1}{e_w} \left(1 - e_f f - \sqrt{(1 - e_f f)^2 - \frac{2e_w C_a L}{p_i V}} \right) \quad (6)$$

当发车间距大于某一值时, 由于旅客等待时间的延长, 许多旅客不堪忍受等待而转向其它交通方式, 使轨道交通需求逐渐下降趋近于零, 此时, 轨道交通的运输能力当然也能满足相应的交通需求。然而, 这种情况在现实中是不可能被采用的。

$$H_i \geq \frac{1}{e_w} \left(1 - e_f f + \sqrt{(1 - e_f f)^2 - \frac{2e_w C_a L}{p_i V}} \right) \quad (7)$$

2.4 运营者利润最大化

对于轨道交通的运营者来说, 经济效益是他们需要考虑的最主要的因素。因此, 发车间距的设置要在满足城市交通管理者的目标即满足交通需求的前提下, 使运营利润最大化。

(1) 运营成本

为了便于计算, 将轨道交通的运营成本 TC 分为固定成本 C_f 、随列车数变化的变动成本 C_t 、随运营列车数变化的变动成本 C_u 以及随运量变化的变动成本 C_p 。则运营成本为:

$$TC = C_f + C_t + C_u + C_p \quad (8)$$

其中:

$$C_u = \sum_{i=t_1}^{t_2} \left(\frac{L}{VH_i} c_u \right) \quad (9)$$

$$C_t = \frac{c_t L}{(1 - m)VH^*} \quad (10)$$

$$C_p = c_p Q = c_p \left[P(1 - e_f f) - \frac{e_w}{2} \sum_{i=t_1}^{t_2} p_i H_i \right] \quad (11)$$

(2) 运营收入

运营收入为全部旅客的乘车票价收入:

$$TR = fQ = f \left[P(1 - e_f f) - \frac{e_w}{2} \sum_{i=t_1}^{t_2} p_i H_i \right] \quad (12)$$

(3) 运营利润

运营利润定义为旅客乘车费用收入 TR 与运营成本 TC 之差。

$$\max PF = TR - TC = P(1 - e_f f)(f - c_p) - c_f - \left\{ \frac{c_t L}{(1 - m)VH^*} + \sum_{i=t_1}^{t_2} \left[\frac{e_w(f - c_p)}{2} p_i H_i + \frac{c_u L}{VH_i} \right] \right\} \quad (13)$$

2.5 社会福利最大化

根据西方经济学理论, 社会总福利为消费者剩余与生产者剩余之和。对于城市交通管理者来说, 轨道交通运营的目的不是为了单纯满足运营者对生产者剩余的需求, 也不是为了满足使用者对消费者剩余的需求, 管理者的目的是为了使其运营的社会福利最大化。

消费者剩余是指消费者愿意为某种商品或服务所支付的最大费用与他所实际支付的费用之差。如图3所示, 使用轨道交通的消费者剩余可以按照式(14)计算:

$$CS = \sum_{i=t_1}^{t_2} \left[\frac{p_i}{2e_f} \left(1 - e_w \frac{H_i}{2} - e_f f \right)^2 \right] \quad (14)$$

生产者剩余是生产者的所得大于其边际成本的部分, 在此可以用利润来表示。则社会福利可以按式(15)计算, 并使社会福利最大化。

$$\max TW = PF + CS = P(1 - e_f f)(f - c_p) - c_f - \frac{c_t L}{(1 - m)VH^*} + \sum_{i=t_1}^{t_2} \left\{ \left[\frac{p_i}{2e_f} \left(1 - e_w \frac{H_i}{2} - e_f f \right)^2 \right] - \left[\frac{e_w(f - c_p)}{2} p_i H_i + \frac{c_u L}{VH_i} \right] \right\} \quad (15)$$

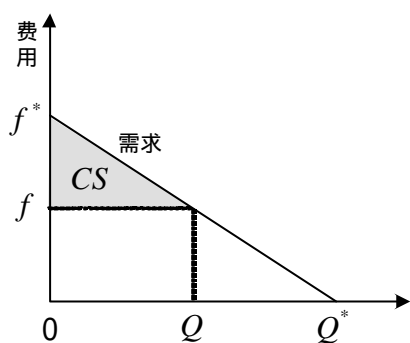


图3 费用、需求与消费者剩余关系

Fig.3 Relationship between expenditure ,demand and surplus

在使社会福利最大化的同时，应当考虑满足亏损约束，即运营者的运营成本与运营收入之间的差应当等于财政补贴 $TC = TR + K$ 。其原因在于如果运营者处于亏损状态，那他们肯定会放弃经营轨道交通系统。

$$PF + K = 0 \quad (16)$$

2.6 模型求解

发车间距优化模型是一个非线性规划的约束极值问题，该模型可以分为两个步骤来求解。

(1) 由于 H^* 为日最小发车间距，该模型可以转化为 $t_2 - t_1 + 1$ 的一般的约束极值问题，形式如下：

$$\max f_j(H) = A + \sum_{t_1}^{t_2} g_i(H_i) + h(H_j) \quad (j = t_1, \dots, t_2) \quad (17)$$

满足约束条件：

$$\begin{cases} H_i - B_i \geq 0 & (i = t_1, \dots, t_2) \\ C_i - H_i \geq 0 & (i = t_1, \dots, t_2) \\ H_i - H_j \geq 0 & (i = t_1, \dots, t_2) \\ H_i \geq 0 & (i = t_1, \dots, t_2) \end{cases} \quad (18)$$

其中 B_i ， C_i 为常数。

(2) 求出上述各子目标函数最大值的最大值，所得 $f(H^A)$ 即为发车间距模型的最大利润或最大社会福利， H^A 为最优的发车间距。即：

$$f(H^A) = \max \{ \max f_j(H) \} \quad (19)$$

在存在可行域的前提下，由于可行域有界，该模型的目标函数一定可以达到最优。当轨道交通需求过大时，式 (6) 的发车间距可能小于式 (4) 的最小发车间距，此时应当首先考虑满足式 (4) 的安全约束。

3 算 例

根据前面介绍的模型，本文给出了一个简单的算

例来加以说明。

假设某一轨道交通线路的各项参数如表 1、2 所示，计算结果见表 3：

表 1 算例参数一

Table 1 Parameter 1

参数	L	V	C_a	e_f	e_w	h_0	e
单位	km	km/h	per/h	-	-	h	h
值	40	40	2500	0.1	2.0	0.03	0.01

表 2 算例参数二

Table 2 Parameter 2

参数	f	C_p	C_u	C_t	C_f	m
单位	\$	\$	\$	\$	\$	-
值	3.0	1.0	1000	1000	20000	0.2

表 3 算例计算结果

Table 3 Results

时间	潜在流量	发车间距		开行列车	
		max PF	max Q	max PF	max Q
5-6	7200	15.8	20.8	4	3
6-7	16800	10.4	8.9	6	7
7-8	40000	6.3	3.75	10	16
8-9	29600	7.8	5.1	8	12
9-10	19600	9.6	7.7	6	8
10-11	20800	9.3	7.2	7	8
11-12	22800	8.9	6.6	7	9
12-13	22000	9.0	6.8	7	9
13-14	24800	8.5	6.0	7	10
14-15	25600	8.4	5.9	7	10
15-16	28800	7.9	5.2	8	12
16-17	34400	7.2	4.4	9	14
17-18	25200	8.5	6.0	7	10
18-19	17600	10.1	8.5	6	7
19-20	11600	12.5	12.9	5	5
20-21	10000	13.4	15.0	5	4
21-22	8400	14.6	17.9	4	4
22-23	6400	16.8	23.4	4	3

计算结果表明在考虑运营者利润最大化时，需要的列车数小于纯粹满足潜在需求时的列车数。其原因是：(1) 实际的轨道交通需求小于潜在的交通需求；

(2) 过小的发车间距使列车数增加, 耗费了过多的成本; (3) 过大的发车间距不能获得足够的票价收入。计算结果还表明在需求量较小时, 可能需要开行较多的列车以缩短旅客等待时间, 从而运输更多的旅客以提高利润。

4 结 语

本文以运营者利润和社会福利为目标函数, 建立了轨道交通系统发车间距的优化模型, 并给出了一个简单的算例。该模型为寻求合理的轨道交通发车间距提供了一定的参考。为了简化模型, 本文做了一些相应的假设, 这些假设在未来的研究中可以做一些改进, 使之更为符合实际的城市交通状况。

参 考 文 献

- [1] Lazar N. Spasovic, Maria P. Boile, et al. A methodological framework for optimizing bus transit service coverage[J]. Transportation Research Record. Submitted for the 73rd Annual Meeting of the TRB
- [2] YuQing Ding, Steven I. Chien. Improving transit service quality and headway regularity with real-time control[J]. Transportation Research Record. Submitted for the 80th Annual Meeting of the TRB
- [3] 陆化普, 朱军, 王建伟. 城市轨道交通规划的研究与实践[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2001
- [4] 张国宝. 城市轨道交通运输组织[M]. 北京: 中国铁道出版社, 2000

林 震 北方交通大学博士研究生, 主要从事城市交通规划和管理、城市交通可持续发展研究。通讯地址: 100044 北方交通大学交通运输学院 89 信箱。电子信箱: quakelin@263.net

杨 浩 北方交通大学教授, 博士生导师, 交通运输学院院长。主要从事交通规划和管理研究。

第六届亚太智慧型运输系统台北论坛

(6th Asia-Pacific ITS Taipei Forum)

第六届亚太智慧型运输系统论坛将于 2003 年 7 月 1~4 日在台湾台北市举行, 本次研讨会分为会议与展览两大部分, 研讨会之主要目的为提供亚太各国, 分享近年来在 ITS 相关领域的研发成果, 并促进各国研发专家相互讨论与经验交流。另藉由展览会展现各种 ITS 的系统技术与应用产品, 以发掘 ITS 产业的商业机会。

本次大会由中华智慧型运输系统协会 (ITS Taiwan) 主办, 会议共分 29 个主题, 分别为: (1) 旅行者资讯; (2) 交通导引; (3) 通讯系统; (4) 交通控制; (5) 交通管理; (6) 评估、模拟与模式; (7) 旅运需求管理; (8) 车辆控制系统; (9) ITS 基础设施; (10) 商用车辆/车队管理; (11) 物流管理; (12) 先进公路设计; (13) 运输网络; (14) 大众运输; (15) 侦测技术; (16) 运输环境与永续发展; (17) 交通事故与交通安全; (18) 机车智慧交通; (19) 轨道运输智慧化; (20) 电子收费; (21) 驾驶员行为因素; (22) 系统架构; (23) 混合车流理论; (24) 产品标准/规格; (25) ITS 商机; (26) 停车资讯; (27) ITS 政策与经济; (28) 票证与金流; (29) 其他。

大会秘书处: 圆桌会议顾问公司, 104 台北市中山北路二段 16 巷 20 号 1 楼, 联络人: 吴心潔小姐。

电话 (886) - 2 - 2562 - 2568 分机 113, 传真 (886) - 2 - 2565 - 1255 电子信箱: its2003@come2meet.com
详细咨询, 请至大会网站查询: <http://www.its-taiwan.org.tw>。