

Analítica PRESCRIPTIVA

Descripción del problema

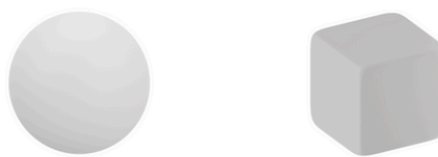
Este problema aborda la optimización de la programación de pedidos en una empresa manufacturera que produce una variedad de productos mediante el ensamblaje de componentes fabricados en distintas líneas de producción. El objetivo principal de la empresa es maximizar la utilidad total obtenida de los productos ensamblados y entregados en respuesta a los pedidos recibidos.

La empresa gestiona múltiples pedidos, cada uno de los cuales incluye una demanda específica de productos terminados.

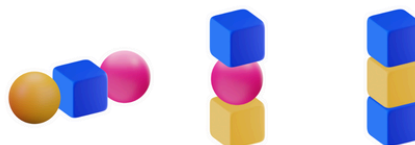
	Prod 1	...	Pdto n
pedido 1	10		
...	2		4
pedido m	5	7	

Estos productos se ensamblan a partir de componentes básicos. La cantidad de cada componente requerido para ensamblar un producto está claramente definida.

Componentes



Productos



Los componentes son fabricados en diferentes líneas de producción con capacidades y tasas de producción variables. Cada línea de producción tiene un límite en la cantidad de turnos que puede operar, así como una capacidad de producción por turno para cada tipo de componente. Dado a los tiempos de alistamiento necesarios para producir un determinado tipo de componentes, una línea debe producir el mismo tipo de componente durante todo el turno.

La planificación implica decidir cuántos turnos de producción asignar a cada línea para fabricar los componentes necesarios y cuántos productos ensamblar para satisfacer la demanda de cada pedido. Estas decisiones deben cumplir con varias restricciones clave: las líneas de producción no pueden exceder su capacidad, la producción de componentes debe ser suficiente para cubrir los requerimientos de los productos ensamblados, y los productos ensamblados para cada pedido no pueden superar la demanda establecida.

La solución óptima busca maximizar la utilidad total, que se calcula como la suma del beneficio generado por los productos ensamblados para todos los pedidos. Este modelo considera, además, que tanto los turnos de producción como los productos ensamblados deben representarse como valores enteros no negativos.

Verbalización del modelo

El problema puede verbalizarse de la siguiente manera:

1. Conjuntos:

- **Pedidos (D):** Cada pedido incluye una demanda específica de productos.
- **Componentes (C):** Son los materiales básicos utilizados para ensamblar los productos.
- **Productos (P):** Los bienes terminados ensamblados a partir de los componentes.
- **Líneas de producción (L):** Instalaciones donde se fabrican los componentes.

2. Parámetros:

- **Utilidad de los productos (uj):** Beneficio asociado a cada producto ensamblado.
- **Demanda de productos (djk):** Cantidad requerida de un producto específico en un pedido.
- **Requerimientos de componentes (rij):** Cantidad de un componente necesario para fabricar un producto.
- **Capacidad de producción (cl):** Número máximo de turnos disponibles en cada línea de producción.
- **Producción por turno (pil):** Cantidad de componentes que una línea puede producir en un turno.

3. Variables de decisión:

- **Turnos de producción (xil):** Cantidad de turnos asignados a la producción de cada componente en cada línea.
- **Productos ensamblados (yjk):** Cantidad de productos ensamblados para satisfacer la demanda de cada pedido.

4. Función objetivo:

- Maximizar la utilidad total de los productos ensamblados y entregados, sumando la utilidad individual de los productos ensamblados para todos los pedidos.

5. Restricciones:

- Capacidad de las líneas: La suma de turnos usados en cada línea no puede exceder su capacidad.
- Cumplimiento de la demanda: La cantidad de productos ensamblados no puede superar la demanda de los pedidos.
- Balance de componentes: La cantidad de componentes utilizados para ensamblar productos no puede exceder la cantidad producida en las líneas.
- Naturaleza de las variables: Tanto los turnos de producción como los productos ensamblados deben ser números enteros no negativos.

Formulación matemática

La formulación matemática asociada a la verbalización descrita es la siguiente:

Conjuntos

- D : Conjunto de pedidos.
- C : Conjunto de componentes.
- P : Conjunto de productos.
- L : Conjunto de líneas de producción.

Parámetros

- u_j : Utilidad del producto j , $\forall j \in P$
- d_{jk} : Demanda del producto j en el pedido k , $\forall j \in P, \forall k \in D$.
- r_{ij} : Cantidad de componentes tipo i que requiere el producto j , $\forall i \in C, \forall j \in P$.
- c_l : Capacidad (en turnos) de la línea l , $\forall l \in L$
- p_{il} : Número de unidades del componente i producidas en un turno de la línea l , $\forall i \in C, \forall l \in L$.

Variable de Decisión

- x_{il} : Número de turnos de producción del componente i en la línea l , $\forall j \in C, \forall l \in L$
- y_{jk} : Número de productos j ensamblados para el pedido k $\forall j \in P, \forall k \in D$.

Función Objetivo

Maximizar la utilidad total:

$$\text{Maximizar } \sum_{k \in D} \sum_{j \in P} u_j y_{jk}$$

Restricciones

- Restricción de capacidad por línea:

$$\sum_{i \in C} x_{il} \leq c_l, \quad \forall l \in L$$

- Restricción de demanda:

$$y_{jk} \leq d_{jk}, \quad \forall j \in P, \forall k \in D$$

- Restricción de balance:

$$\sum_{k \in D} \sum_{j \in P} r_{ij} y_{jk} \leq \sum_{l \in L} p_{il} x_{il}, \quad \forall i \in C$$

- Restricción de variables enteras:

$$\begin{aligned} x_{il} &\in \mathbb{Z}_{\geq 0}, & \forall i \in C, \forall l \in L \\ y_{jk} &\in \mathbb{Z}_{\geq 0}, & \forall j \in P, \forall k \in D \end{aligned}$$