Innlevering 4 INF1080

Endre Wullum
endrewu@ulrik.uio.no

23. september 2013

Oppgave 7.7

(a) Anta at $(P \to Q)$ er sann (1) og at $(Q \to R)$ er sann (2).

Vis at $(P \to R)$ sann.

Anta at P er sann (3).

Som følge av 1 og 3 må derfor Q være sann (4).

Som følge av 2 og 4 må derfor R være sann.

Fordi vi har vist at P og R er sann kan vi konkludere med at $(P \to R)$ er sann.

(c) Anta for motsigelse at påstanden ikke holder. Da må det finnes en valuasjon som gjør $(P \to Q)$ og $(Q \to R)$ sann (1) som samtidig gjør $(P \to R)$ usann.

Anta at $(P \to R)$ er usann (2).

Som følge av 2 må P være sann (3) og R være usann (4) i henhold til vår forståelse av implikasjon.

Som følge av 1 og 3 må Q være sann (5).

Som følge av 1 og 5 må R være sann (6).

Fordi R ikke kan være sann og usann på samme tid, som følge av 4 og 6 har vi derfor en motsigelse. Vi kan konkludere med at påstanden holder.

Oppgave 7.10

(g) Alle formler F må enten sann eller usann.

Dersom F er sann må F være oppfyllbar.

Dersom F er usann må derimot $\neg F$ være oppfyllbar.

Altså for alle formler F må F være oppfyllbar eller $\neg F$ være oppfyllbar.

(h) Et moteksempel er dersom den utsagnslogiske formelen F står $(P \rightarrow Q)$. Da vil ikke formelen være gyldig fordi det finnes en valuasjon som gjør F falsifiserbar. I dette tilfellet en valuasjon som gjør P sann og Q usann.