

*Si svolgano 3 esercizi a scelta sui 4 proposti.*

*Il punteggio finale sarà la somma dei punti dei 3 esercizi riusciti meglio.*

**Problema 1.1** (12 punti). Un negozio di giocattoli ha un articolo molto richiesto. La domanda giornaliera di questo articolo è una variabile aleatoria con media 1.1 e deviazione standard 1.7. Inizialmente si può supporre che le richieste in giorni diversi siano indipendenti. Il negozio è aperto 7 giorni su 7 e si rifornisce ogni due settimane, riportando ogni volta le scorte di questo articolo a  $k = 20$  pezzi.

**(7 punti)** Qual è la probabilità  $P$  che in un periodo di due settimane le scorte siano sufficienti?

**(2 punti)** Qual è il più piccolo valore di  $k$  per cui  $P$  è almeno del 95%?

**(3 punti)** Come cambia la risposta al quesito precedente se, invece dell'indipendenza, si suppone che le richieste di ogni coppia di giorni abbiano una correlazione lineare di 0.1?

**Problema 1.2** (12 punti). Sia  $X$  una variabile aleatoria continua con funzione di densità

$$f_X(t) = \begin{cases} \frac{1}{9}(t-9)^2 & 9 \leq t \leq 12 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

**(7 punti)** Si verifichi che questa sia una pdf valida; si tracci il grafico di  $f_X$ ; si calcolino media, moda e deviazione standard di  $X$ .

**(2 punti)** Si determini la funzione di ripartizione di  $X$ , se ne tracci il grafico e si calcoli la mediana di  $X$ .

**(3 punti)** Sia  $\tilde{X}$  indipendente da  $X$  e con la stessa legge. Si determini la pdf di  $Z := \min(X, \tilde{X})$  e se ne tracci il grafico.

**Problema 1.3** (11 punti). In un campione di 300 tamponi rapidi effettuati in un piccolo centro, il numero di positivi al Sars-Cov-2 è di 25.

**(6 punti)** Stimare al 95% di confidenza, con un intervallo bilaterale, la frazione di positivi nella popolazione in esame.

**(2 punti)** La frazione di positivi a livello nazionale per questa stessa popolazione è del 4.3%. Si verifichi tramite calcolo del  $p$ -value se il centro in cui è stato raccolto il campione abbia una frazione di positivi analoga a quella nazionale. Si usi il 5% di significatività.

**(3 punti)** Si determini la potenza del test del punto precedente per una frazione di positivi pari al triplo di quella nazionale.

**Problema 1.4** (12 punti). Un tizio prova una dieta dimagrante trovata su internet. Siccome però non si fida, per 21 giorni misura anche scrupolosamente le calorie assunte con la dieta (già diminuite di quelle consumate con l'esercizio). Alla fine, trova una media campionaria di 1961.4 kcal e una deviazione standard campionaria di 340.8 kcal. Sa inoltre che il suo fabbisogno giornaliero (per non perdere né acquisire peso) è di 2120 kcal.

**(6 punti)** Si verifichi al 5% di significatività se vi sia evidenza statistica che la dieta sia corretta, ovvero che dia effettivamente un apporto inferiore al fabbisogno.

**(3 punti)** Si verifichi tramite il calcolo del  $p$ -value se i dati siano compatibili con l'ipotesi che la dieta garantisca mediamente un deficit calorico  $d$  di almeno 250 kcal. Si usi il 10% di significatività. (Si intende che il deficit è pari alla differenza tra fabbisogno e calorie introdotte.)

**(3 punti)** Per quale valore  $d$  del deficit il test del punto precedente avrebbe una probabilità di errore di seconda specie  $\beta = 20\%$ ? Si può assumere per questo punto che la deviazione standard dei dati del campione sia di 400 kcal.