

*Si svolgano 3 esercizi a scelta sui 4 proposti. In nessun caso verranno assegnati punti per più di 3 esercizi.*

**Problema 5.1** (12 punti). Una squadra di calcio gioca un campionato da 38 partite. In ciascuna partita, il numero di gol fatti dalla squadra è una variabile aleatoria di media  $\mu = 0.8$  e deviazione standard  $\sigma = 0.8$ .

**(6 punti)** Qual è approssimativamente la probabilità che la squadra in questione superi quest'anno i 39 gol fatti nella stagione precedente?

**(3 punti)** Supponendo che la probabilità di fare 3 o più gol in una partita sia trascurabile e tenendo conto dei valori assegnati di  $\mu$  e  $\sigma$ , si determinino le probabilità di fare 0, 1 o 2 gol.

**(3 punti)** Supponendo invece che il numero di gol abbia legge binomiale, sempre tenendo conto dei valori assegnati di  $\mu$  e  $\sigma$ , si determinino i parametri della distribuzione; si determini infine la probabilità di pareggio, nel caso di una partita in cui i gol fatti dalle due squadre abbiano la medesima legge binomiale e siano indipendenti.

**Problema 5.2** (11 punti). Sia  $X$  una variabile aleatoria continua con funzione di densità

$$f_X(t) = \begin{cases} \frac{t}{2} & 0 < t \leq 1 \\ \frac{1}{2} & 1 < t \leq 2 \\ \frac{3-t}{2} & 2 < t \leq 3 \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

**(7 punti)** Si tracci il grafico della densità e si determinino media e deviazione standard di  $X$ .

**(2 punti)** Sia  $Y$  una variabile aleatoria con funzione di densità  $f_Y(t) = f_X(t - 5)$  per ogni  $t$  reale (quindi semplicemente traslata rispetto a quella di  $X$ ). Si determinino media e deviazione standard di  $Y$ .

**(2 punti)** Si determinino due reali  $a$  e  $b$  tali che la variabile aleatoria  $Z := a + bX$  abbia media 0 e varianza 1. Si determini infine (eventualmente anche solo graficamente) la densità di  $Z$ .

**Problema 5.3** (11 punti). Un podista esce per una corsa di 10 km. Per ogni intervallo di 1 km, il software che usa annota il suo passo. Alla fine si ottengono le seguenti statistiche:

$$\bar{X} = 308 \text{ s/km}, \quad S = 13 \text{ s/km}, \quad n = 10$$

**(6 punti)** Si stimi puntualmente e al 95% di confidenza il passo medio del podista.

**(3 punti)** Si verifichi, tramite il calcolo del  $p$ -dei-dati, se vi sia evidenza che il passo medio sia più lento di 300 s/km. (Attenzione che, a causa dell'unità di misura scelta, a passi più lenti corrispondono valori numerici maggiori.)

**(2 punti)** La volta scorsa, il podista aveva fatto 12 km, con media campionaria 301 e deviazione standard campionaria 18. Si verifichi al 5% di significatività se vi sia evidenza che il passo medio sia peggiorato rispetto ad allora (ovvero sia stato più lento).

**Problema 5.4** (11 punti). Su un sito di e-commerce, il tempo che intercorre tra una transazione e un'altra è una variabile aleatoria che si suppone avere **legge esponenziale** di media incognita. Di seguito è riportato un campione di 14 tempi, espressi in ms:

1.2	2.0	7.1	8.7	6.8	21.0	0.5
30.3	5.9	2.3	15.3	8.0	12.1	32.2

**(7 punti)** Si verifichi se questo campione è compatibile con l'ipotesi che il valore medio sia di 15 ms al 10% di significatività.

**(2 punti)** Si verifichi tramite il calcolo del  $p$ -dei-dati, se vi sia evidenza che il valore medio sia inferiore a 15 ms.

**(2 punti)** Si stimi al 90% di confidenza, con un intervallo unilaterale del tipo  $p \leq u$ , la probabilità  $p$  che tra una transazione e la successiva passi un tempo inferiore a 0.1 ms.