

Si svolgano 3 esercizi a scelta sui 4 proposti.

Il punteggio finale sarà la somma dei punti dei 3 esercizi riusciti meglio.

Problema 6.1 (12 punti). Un modello di smartphone ha un tempo di vita che è una variabile aleatoria di media 14 mesi e deviazione standard 10 mesi.

(7 punti) Il produttore vende 36 unità di questo modello ad una azienda, con l'accordo che se la media aritmetica dei tempi di vita dei 36 telefoni risultasse minore di 12 mesi ci sarebbe un rimborso. Si stimi la probabilità di questo evento in modo approssimato.

(2 punti) Il produttore valuta se riproporre questo accordo ad un'altra azienda, con un numero variabile m di unità (non per forza 36). Per quali valori di m la probabilità calcolata nel primo punto risulta maggiore del 5%? Per quali valori di m risulta minore?

(3 punti) Ipotizzando questa volta che il tempo di vita degli smartphone sia la somma di 2 variabili aleatorie esponenziali i.i.d. e che abbia comunque media 14 mesi, quanto dovrebbe valere la sua deviazione standard? Si stimi nuovamente la probabilità del primo punto, in queste ipotesi, questa volta in modo esatto.

Problema 6.2 (13 punti). Sia X una variabile aleatoria continua con funzione di densità

$$f_X(t) = c|t - 1|, \quad t \in [0, 2]$$

(7 punti) Si determinino c , la media, la deviazione standard, la moda e la mediana di X . Si tracci il grafico della densità.

(2 punti) Si determini una formula esplicita per la funzione di ripartizione di X e se ne tracci il grafico. Si determinino i quartili di X , ovvero i tre valori reali $q_1 < q_2 < q_3$, tali che le probabilità che X cada nei quattro intervalli $(-\infty, q_1]$, $(q_1, q_2]$, $(q_2, q_3]$ e (q_3, ∞) siano tutte uguali tra loro.

(3 punti) Sia $Y = (1 - X)^2$. Si determinino la densità, la media e la deviazione standard di Y . Della densità è richiesto di tracciare anche il grafico.

Problema 6.3 (12 punti). Un campione di persone fa il test sierologico. Su 324 testati, i positivi (che quindi hanno già avuto il COVID-19) sono 12. Sia $p \in [0, 1]$ la frazione di positivi nella popolazione (incognita).

(7 punti) Si determinino gli intervalli di confidenza bilaterali per p , al 90% e al 95% di confidenza.

(2 punti) Si calcoli il p -value per il test sull'ipotesi bilaterale che p sia pari al 5%.

(3 punti) In un gruppo di 25 persone estratte a caso dalla medesima popolazione, sia q la probabilità che nessuno abbia già avuto il COVID-19. Si calcoli l'intervallo bilaterale al 90% di confidenza per q .

Problema 6.4 (12 punti). Un campione di 13 cartucce per stampante riporta i seguenti numeri di pagine stampate, prima di esaurirsi:

1018	1188	970	1117	1153	1063	1581
971	1077	980	1010	849	1168	

I dati possono considerarsi Gaussiani.

(7 punti) Si verifichi al 5% di significatività se vi sia evidenza statistica che il numero medio di pagine stampabili con una cartuccia sia inferiore a 1200.

(2 punti) Considerati i tre possibili test con target/AQL 1200 (quello bilaterale e i due unilaterali), si calcolino i p -value di tutti e tre.

(3 punti) Si determini la potenza del test del primo punto, in caso la media sia effettivamente 1100, ipotizzando due diversi valori della deviazione standard: 100 e 200.