

Si svolgano 3 esercizi a scelta sui 4 proposti.

Il punteggio finale sarà la somma dei punti dei 3 esercizi riusciti meglio.

Problema 2.1 (12 punti). Il tempo necessario per leggere una pagina di un libro di narrativa è una variabile aleatoria con media 80 secondi e deviazione standard 20 secondi. Il libro è lungo 400 pagine.

(7 punti) Quante ore servono in media per leggere tutto il libro? Quanto vale approssimativamente la probabilità che siano necessarie più di 10 ore? Che ipotesi stiamo facendo per rispondere a questa domanda?

(2 punti) Per un'altra persona il tempo per pagina è invece una variabile aleatoria T con mediana 70 e primo quartile 60 (ovvero $P(T \leq 60) = 25\%$). Quanto vale il quinto percentile di T (ovvero q tale che $P(T \leq q) = 5\%$), se si suppone che T abbia legge Gaussiana?

(3 punti) Tornando alla distribuzione iniziale di media 80 e deviazione standard 20, è possibile approssimarla con la somma di n vv.aa. esponenziali i.i.d.? In caso affermativo, determinare n e il parametro delle esponenziali. In caso negativo, spiegare perché.

Problema 2.2 (12 punti). Sia X una variabile aleatoria continua con funzione di densità

$$f(t) = \begin{cases} ct & 0 < t < 1 \\ c(t-1) & 1 < t < 2 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

(7 punti) Si determinino il valore della costante c , la media, la varianza, la moda e la mediana di X . Si trovi la corrispondente funzione di ripartizione F e si traccino i grafici approssimativi di f e di F .

(2 punti) Determinare la legge di $|X - 1|$.

(3 punti) Sia Y indipendente da X con legge uniforme su $[0, 2]$. Quanto vale la probabilità che $X > Y$?

Problema 2.3 (12 punti). Gli auricolari prodotti da una linea industriale dovrebbero avere il filo con una lunghezza nominale di 1500 mm. Un campione appena raccolto mostra i seguenti valori in mm:

1508	1521	1524	1527	1522	1532
1506	1527	1510	1512	1531	1525

(7 punti) Si verifichi al 5% di significatività se vi sia evidenza che la lunghezza media sia superiore a quella nominale. Quanto vale il p -value di questo test?

(2 punti) Si stimi la deviazione standard σ della lunghezza del filo al 90% di confidenza, con un intervallo unilaterale destro, ovvero del tipo $\sigma \leq u$.

(3 punti) Supponendo che la distribuzione delle lunghezze sia Gaussiana, e prendendo u del punto precedente come valore vero di σ (una sorta di worst-case scenario), si stimi puntualmente e con un intervallo di confidenza bilaterale al 90% la piccola frazione di unità prodotte che avranno filo di lunghezza inferiore a quella nominale. (*Suggerimento:* Nel campione non ne compare nessuna, quindi occorre stimare la coda della distribuzione a partire da media e deviazione standard.)

Problema 2.4 (12 punti). La didattica mista per il prossimo semestre fa discutere tutte le componenti dell'Università. Da un rapido sondaggio su un campione di 25 docenti è risultato che (dati inventati) 5 sono favorevoli, 12 sono indifferenti e 8 sono contrari.

(7 punti) Si verifichi al 5% di significatività se vi sia evidenza che i contrari nel corpo docente siano meno della metà.

(2 punti) Si verifichi tramite calcolo del p -value se vi sia evidenza che i contrari siano più numerosi dei favorevoli.

(3 punti) Se tra i 5 docenti degli insegnamenti di una singola classe non vi sarà alcun contrario, è certo che la didattica mista sarà attivata per tutti e cinque gli insegnamenti. Si stimi puntualmente e al 95% di confidenza la probabilità che ciò avvenga per una classe fissata.