

Si svolgano 3 esercizi a scelta sui 4 proposti. In nessun caso verranno assegnati punti per più di 3 esercizi.

**Problema 2.1** (11 punti). Il numero di automezzi che percorre un certo ponte nell'arco di 24 ore è una variabile aleatoria di media 85 mila e deviazione standard 32 mila.

**(7 punti)** Sia  $T$  il numero totale di automezzi che percorrerà quel ponte nell'arco dell'intero 2020. Quanto valgono media e deviazione standard di  $T$ ? Quanto vale approssimativamente la probabilità che  $T$  sia maggiore di 30 milioni?

**(2 punti)** Quanti giorni bisogna considerare perché vi sia almeno il 10% di probabilità che in quel periodo passino complessivamente almeno 10 milioni di automezzi?

**(2 punti)** Considerandone media e deviazione standard, la distribuzione degli automezzi che percorrono in un giorno il ponte può essere approssimata con una Gaussiana? Può essere approssimata con la somma di un numero opportuno di esponenziali i.i.d.?

**Problema 2.2** (13 punti). Sia  $X$  una variabile aleatoria continua con funzione di densità di probabilità

$$f_X(t) = \begin{cases} \frac{3}{4}(1 - t - t^2 + t^3) & -1 \leq t \leq 1 \\ 0 & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

Sia inoltre  $Y := \frac{X+1}{2}$  e  $f_Y$  la sua densità.

**(8 punti)** Si determinino la media, la varianza e la moda di  $X$ . Si determinino la media, la varianza e i valori possibili di  $Y$ .

**(2 punti)** Si traccino i grafici di  $f_X$  e  $f_Y$ . Si determini la moda di  $Y$ .

**(3 punti)** Si vuole determinare la mediana  $m$  di  $X$ . Come primo passo, si determini se  $m$  è minore o maggiore di  $z = -\frac{1}{4}$ . Detta quindi  $F$  la funzione di ripartizione di  $X$ , si usi questa approssimazione per ricavare una stima di  $m$ :

$$F(m) \approx F(z) + (m - z)F'(z)$$

**Problema 2.3** (11 punti). All'ultimo scritto di statistica si sono iscritti 62 studenti. Quelli che si sono presentati, hanno consegnato e sono risultati sufficienti sono stati 24.

**(6 punti)** Si stimi al 95% di confidenza la probabilità  $p$  che uno studente iscritto ad un appello superi l'esame in quell'appello.

**(2 punti)** Si verifichi al 5% di significatività se è plausibile che  $p$  sia  $1/3$ .

**(3 punti)** Allo scritto successivo si sono nuovamente iscritti 62 studenti. Supponendo che  $p$  non sia cambiata, si stimi puntualmente e al 90% di confidenza con un intervallo unilaterale del tipo  $q \leq Q$ , la probabilità  $q$  che i sufficienti siano 20 o meno.

**Problema 2.4** (11 punti). I giocatori di go hanno tipicamente un livello diverso sui server online e dal vero: siamo interessati a stimare la media di questa differenza, che denotiamo con  $\mu$  e che si pensa essere almeno 4. Per un campione di 12 giocatori, le differenze di grado registrate sono queste:

3 4 5 -1 1 2 5 3 0 5 3 2

**(7 punti)** Si verifichi al 5% di significatività se questi dati sono compatibili con l'ipotesi che  $\mu$  sia maggiore di 4. Qual è la regione di accettazione relativa alla media campionaria?

**(2 punti)** Usando il metodo del  $p$ -dei-dati, si ripeta il test del punto precedente sul campione di 200 giocatori sinteticamente riportato in questa tabella:

differenza	-3	-2	-1	0	1	2
giocatori	1	1	3	14	22	27
differenza	3	4	5	6	7	8
giocatori	40	48	29	10	4	1

**(2 punti)** Relativamente al test del punto precedente, ipotizzando un livello di significatività del 5%, si determini un valore di  $\mu$  per cui la potenza del test sia dell'80%.