

*Si svolgano 3 esercizi a scelta sui 4 proposti. In nessun caso verranno assegnati punti per più di 3 esercizi.*

**Problema 7.1** (11 punti). Da una linea di produzione escono pezzi difettosi con una certa frequenza; considerando quelli di un'ora di produzione, si può assumere che il loro numero abbia distribuzione di Poisson di media 3.6.

**(6 punti)** Sia  $X_{24}$  il numero di pezzi difettosi usciti dalla linea in 24 ore di produzione. Quanto valgono media e deviazione standard di  $X_{24}$ ? Quanto vale la probabilità che siano 100 o più?

**(3 punti)** Quanto vale approssimativamente la probabilità che in 5 minuti di produzione vi siano 2 o più pezzi difettosi?

**(2 punti)** Supponiamo che i difettosi siano di due tipi, con medie di 1.2 e 2.4 casi all'ora, entrambi di Poisson e indipendenti. Il primo difetto non è riparabile, e costa 10 a pezzo, il secondo è riparabile, e costa 3 a pezzo. Quanto valgono media e deviazione standard del costo totale dei difettosi per 24 ore di produzione?

**Problema 7.2** (12 punti). Sia  $X$  una variabile aleatoria continua con funzione di densità

$$f_X(t) = at(2-t), \quad 0 < x < 2$$

**(7 punti)** Si determini  $a$  in modo tale che  $f_X$  sia effettivamente una densità di probabilità valida, si tracci il grafico della densità e si determinino media  $\mu$  e deviazione standard  $\sigma$  di  $X$ .

**(3 punti)** Si determini la legge di  $Y := \sqrt{X}$ .

**(2 punti)** Si determini la mediana di  $X$  e  $P(|X - \mu| > 2\sigma)$ .

**Problema 7.3** (12 punti). Un campione di 32 studenti universitari viene sottoposto ad un test di cultura generale per il quale il punteggio medio nella popolazione è 40. I punteggi ottenuti hanno una media campionaria di 47.0 e una deviazione standard campionaria di 5.00.

**(7 punti)** Questi dati dimostrano al 5% di significatività che gli studenti universitari hanno cultura generale più elevata della popolazione in genere?

**(2 punti)** Si stimi al 95% di confidenza la deviazione standard del punteggio per gli universitari.

**(3 punti)** Tra gli intervistati le femmine hanno avuto media 48.9 e deviazione standard 4.46, mentre i maschi media 43.4 e deviazione standard 3.93. Si può dedurre quanti maschi e quante femmine facevano parte del campione? Si verifichi se questi dati dimostrano che le studentesse hanno cultura generale più elevata degli studenti maschi.

**Problema 7.4** (12 punti). Supponiamo noto che la probabilità che un uomo di mezz'età subisca un infarto entro 10 anni sia circa  $q = 0.009$ . Si sperimenta un farmaco che dovrebbe rendere meno frequente l'infarto, abbassando la probabilità ad un nuovo valore  $p$  (incognito). Il farmaco viene provato su un campione di 2000 uomini di mezz'età e 13 di loro subiscono un infarto entro 10 anni.

**(7 punti)** Si ha evidenza statistica che il farmaco diminuisce la probabilità di infarto? O che la aumenta?

**(3 punti)** Sia  $\hat{p}$  la frazione di individui del campione che subisce un infarto. Quanto grande deve essere il campione perché si possa affermare (al 5% di significatività) l'efficacia del farmaco anche a fronte di un  $\hat{p} = 0.008$ ?

**(2 punti)** Se un farmaco fosse buono al punto che  $p = 0.003$ , quanto grande andrebbe preso il campione affinché il solito test al 5% di significatività ne affermi l'efficacia con il 90% di probabilità?