

Si svolgano 3 esercizi a scelta sui 4 proposti. In nessun caso verranno assegnati punti per più di 3 esercizi.

Problema 6.1 (12 punti). Le arance di un produttore hanno peso casuale con media 250 g e deviazione standard 15 g. Una cassa di arance ne contiene 36.

(6 punti) Quanto valgono media e deviazione standard del peso netto delle arance di una cassa? Qual è approssimativamente la probabilità che tale peso cada al di fuori dell'intervallo 8.8–9.2 kg?

(3 punti) Supponendo che il peso di ogni arancia sia Gaussiano, si determini qual è la probabilità che in una cassa vi siano almeno 10 arance dal peso inferiore ai 240 g.

(3 punti) Supponiamo di riorganizzare le 72 arance casuali di due casse, suddividendole nuovamente in due casse, ma mettendo le 36 più leggere in una e le 36 più pesanti nell'altra, quale sarà approssimativamente la differenza di peso tra le due casse? (Si noti che se Z è Gaussiana standard, allora $\int_0^\infty x f_Z(x) dx = (2\pi)^{-1/2}$.)

Problema 6.2 (12 punti). Sia X una variabile aleatoria continua con funzione di densità

$$f_X(t) = a + x^2, \quad -1 < x < 1$$

(7 punti) Si determini a in modo tale che f_X sia effettivamente una densità di probabilità valida, si tracci il grafico della densità e si determinino media e deviazione standard di X .

(2 punti) Si trovino la funzione di ripartizione di X e quella di $Y := X^2$. Si dica se la mediana di X è maggiore di 0 e se quella di Y è maggiore di 0.64.

(3 punti) Sia Z indipendente da X e con la stessa distribuzione. Quanto vale la probabilità che $|X| + |Z| < 1$?

Problema 6.3 (11 punti). Il controllo qualità di un prodotto prevede di testare un campione di 100 pezzi e di accettare il lotto se al 1% di significatività non vi è evidenza che la difettosità reale sia maggiore del 3%.

(7 punti) Cosa decide il test se si trovano 2 difettosi? Quanto vale il p -dei-dati?

(2 punti) Si determini la regione di accettazione di questo test, relativa alla statistica *numero di pezzi difettosi*.

(2 punti) Si determini la potenza di questo test per una difettosità reale del 10%.

Problema 6.4 (11 punti). Un ricercatore misura la temperatura corporea di un campione di 18 individui trovando i seguenti valori in gradi Celsius:

36.3	35.8	36.2	36.1	36	36.2	35.6	36	36.4
36	35.8	36.1	36.2	36.2	36.6	35.7	36.1	36

(7 punti) Si calcolino media e deviazione standard campionarie e si stimino quelle reali incognite con intervalli di confidenza bilaterali al 95%.

(2 punti) Si verifichi tramite il calcolo del p -dei-dati, se vi sia evidenza che il valore medio sia inferiore a 36.5 gradi.

(2 punti) Si stimi al 90% di confidenza, con un intervallo unilaterale del tipo $p \leq u$, la probabilità p che una persona a caso abbia una normale temperatura corporea superiore ai 37 gradi.