

Si svolgano 3 esercizi a scelta sui 4 proposti. In nessun caso verranno assegnati punti per più di 3 esercizi.

Problema 3.1 (11 punti). A Minneapolis, quando piove, **ogni ora** cade una quantità casuale d'acqua, con media 1.5 mm e deviazione standard 3 mm.

(7 punti) Quanto vale la probabilità che in 72 ore di pioggia consecutiva cadano almeno 150 mm di pioggia? Quali ipotesi si stanno facendo? Sono ragionevoli?

(2 punti) Supponendo per assurdo che la quantità di pioggia in un'ora fosse Gaussiana, con i parametri specificati sopra, quanto varrebbe la probabilità di avere una quantità *negativa* di pioggia? Quante ore di pioggia occorre sommare affinché questa probabilità scenda al di sotto del 1%?

(2 punti) Nei punti precedenti si sono considerate solo le ore di pioggia, ma non sempre piove! La probabilità che nell'arco di un'ora vi sia pioggia è del 4%. Quanto valgono media e deviazione standard della quantità di pioggia per ora considerando tutte le ore e non solo quelle di pioggia?

Problema 3.2 (12 punti). Sia X una variabile aleatoria continua con funzione di ripartizione

$$F_X(t) = \begin{cases} 0 & t \leq -1 \\ 1+t & -1 < t \leq -1/2 \\ 1/2 & -1/2 < t \leq 1/2 \\ t & 1/2 < t \leq 1 \\ 1 & 1 < t \end{cases}$$

(7 punti) Si ricavi un'espressione per la densità f_X di X e si traccino i grafici di F_X e f_X . Si determinino la media e la varianza di X .

(2 punti) Si ricavino le pdf di $U := |X|$ e $V := X^2$ e si traccino i rispettivi grafici, evidenziando le mediane (che vanno determinate graficamente o esattamente).

(3 punti) Sia Y indipendente da X e con la stessa legge. Si ricavi la pdf di $X + Y$ e se ne tracci il grafico.

Problema 3.3 (11 punti). Un libro su [amazon.it](https://www.amazon.it) ha 46 recensioni: 25, 10, 3, 6 e 2 recensioni con 5, 4, 3, 2, 1 stelle, rispettivamente. Ci viene detto che la media campionaria dei voti è 4.087 e la deviazione standard campionaria è 1.2305.

(7 punti) Si stimino al 95% di confidenza media e deviazione standard dei voti, fingendo che i dati siano Gaussiani.

(2 punti) Si ricalcolino media e deviazione standard campionaria a partire dai singoli voti. Quale comune errore avrà commesso chi ha calcolato i valori presentati all'inizio?

(2 punti) Lo stesso libro, su [amazon.com](https://www.amazon.com) ha 979, 232, 112, 83 e 72 recensioni con 5, 4, 3, 2, 1 stelle, rispettivamente. Si verifichi tramite calcolo del p -dei-dati se vi sia evidenza statistica che il libro in USA sia piaciuto di più.

Problema 3.4 (11 punti). Un abile arciera tira 12 frecce verso il bersaglio. Le distanze in cm dal centro del bersaglio risultano essere

28 24 8 23 19 19 17 20 10 9 14 18

Un modello comune suppone che i **quadrati** delle distanze siano variabili aleatorie esponenziali di rate λ dipendente dall'abilità dell'arciera.

(7 punti) Si stimi λ puntualmente e al 90% di confidenza. Qual è l'unità di misura di λ ?

(2 punti) Si verifichi tramite calcolo del p -dei-dati se può essere $\lambda \geq 0.005$.

(2 punti) Relativamente al test del punto precedente, ipotizzando un livello di significatività del 5%, si determini un valore di λ per cui la potenza del test sia dell'80%.