

Si svolgano 3 esercizi a scelta sui 4 proposti.

Il punteggio finale sarà la somma dei punti dei 3 esercizi riusciti meglio.

Problema 5.1 (11 punti). Una linea di produzione industriale si arresta con una certa frequenza (per guasti o altri problemi). Più precisamente, ogni giorno possono esserci 0, 1 o 2 “arresti” con probabilità di $\frac{20}{27}$, $\frac{6}{27}$ e $\frac{1}{27}$, rispettivamente.

(7 punti) Si determinino media e deviazione standard del numero di arresti in 1 giorno; si ripeta per il numero di arresti totali in un periodo di 22 giorni. Si calcoli approssimativamente la probabilità che in un periodo di 22 giorni vi siano 10 o più arresti.

(2 punti) Si determini la probabilità che in un periodo di 7 giorni non vi sia alcun arresto.

(3 punti) Si determini il numero medio di giorni che passano prima che avvenga un arresto.

Problema 5.2 (12 punti). Sia X una variabile aleatoria continua con funzione di densità di probabilità

$$f_X(t) = \begin{cases} a \cdot e^{-2t} + b \cdot e^{-6t} & t \geq 0 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

(7 punti) Posto $a = 1$ e $b = 3$, si verifichi che f_X è una funzione di densità valida e, si determini la funzione di ripartizione $F_X(t) = P(X \leq t)$. Si calcolino moda, media e deviazione standard di X .

(2 punti) Determinare a e b tali che $E(X) = \frac{5}{18}$.

(3 punti) Determinare a e b tali che la varianza di X sia massima.

Problema 5.3 (11 punti). In un recente sondaggio sulla legalizzazione della cannabis vi sono stati 1071 favorevoli su 1766 che hanno risposto.

(6 punti) Si dia una stima bilaterale al 90% di confidenza per la percentuale di favorevoli nella popolazione.

(3 punti) Si verifichi tramite il calcolo del p -value se vi sia evidenza statistica che nella popolazione i favorevoli siano la maggioranza.

(2 punti) Supponendo che il campione fosse di 2000 persone e che 234 non abbiano risposto, come si può tenere conto di questa informazione per rispondere in modo più prudente al punto precedente?

Problema 5.4 (12 punti). Uno studio sul BMI (indice di massa corporea) di 75 maschi adulti che vivono in aree verdi, ha trovato una media campionaria di 26.6 e una deviazione standard campionaria di 4.21. Siccome è noto che, nella popolazione maschile generale, si ha una media di 29.1 e una deviazione standard di 4.75, ci domandiamo se la possibilità di vivere in aree verdi abbia un impatto positivo sulla salute (infatti BMI intorno a 20 sarebbero preferibili a valori più alti).

(6 punti) Si verifichi tramite il calcolo del p -value se è plausibile che il BMI medio della popolazione maschile che vive in aree verdi sia lo stesso della popolazione maschile generale.

(3 punti) a) Si stimi al 95% di confidenza il calo di BMI medio associato a vivere in aree verdi.

b) *L'esito del test del punto precedente significa che piantare alberi nelle zone urbane può essere una valida strategia per migliorare la salute delle persone?*

Si risponda commentando questa idea.

(3 punti) Si definisce sovrappeso chi ha un BMI superiore all'85% della popolazione generale del suo sesso. Supponendo che il BMI abbia distribuzione approssimativamente Gaussiana, si stimi al 95% di confidenza la variazione percentuale del numero di maschi sovrappeso, vivendo in aree verdi.