

Si svolgano 3 esercizi a scelta sui 4 proposti.

Il punteggio finale sarà la somma dei punti dei 3 esercizi riusciti meglio.

Problema 7.1 (12 punti). È noto che l'RNA di un certo gene viene rilevato in una cellula con probabilità del 3.6%. Si analizza un campione di 800 cellule.

(7 punti) Si stimi la probabilità che il gene sia rilevato in meno di 20 cellule. Si ripeta per meno di 10 cellule.

(2 punti) In realtà nell'esperimento per ogni cellula è possibile rilevare l'RNA anche più di una volta (il numero di molecole di RNA rilevate in una singola cellula può valere $0, 1, 2, \dots$). Supponiamo che per ogni cellula il numero di molecole rilevate abbia legge di Poisson di media μ . Quanto vale μ tenendo conto che il 3.6% riportato di sopra rappresenta la probabilità che in una cellula si rilevi almeno una molecola?

(3 punti) Sempre nell'ipotesi di distribuzione di Poisson, quanto vale la probabilità che, sull'intero campione di 800, il numero massimo di molecole rilevate in una singola cellula sia 2 o più?

Problema 7.2 (13 punti). Sia X una variabile aleatoria continua con funzione di densità

$$f_X(t) = ce^{-t}, \quad t \geq -1$$

(7 punti) Quali sono i valori possibili di X ? Si determinino c , la media, la deviazione standard, la funzione di ripartizione di X e $P(X > 0)$. Si traccino i grafici di densità e funzione di ripartizione.

(2 punti) Sia Y indipendente da X e con la medesima legge. Si determini la probabilità che $X + Y > 0$.

(3 punti) Si determini la densità della v.a. somma $X + Y$.

Problema 7.3 (11 punti). Un campione di 12 studenti universitari viene sottoposto ad una prova per misurare la velocità di lettura. Vengono riportati i seguenti valori (in secondi per sillaba, quindi a numero minore corrisponde velocità maggiore):

0.1767	0.1904	0.2081	0.1664	0.183	0.1738
0.161	0.2052	0.159	0.1604	0.21	0.1693

I dati possono considerarsi Gaussiani.

(7 punti) Si verifichi con il calcolo del p -value, al 5% di significatività, se vi sia evidenza statistica che la velocità media degli universitari sia maggiore (attenzione che velocità maggiore vuol dire valore minore) di quella degli altri studenti, che è nota essere 0.19.

(2 punti) Si determini un intervallo di confidenza unilaterale destro per la deviazione standard della velocità di lettura del campione in esame. (Quindi del tipo $\sigma \leq k$.)

(2 punti) Si confronta il campione riportato con un altro campione di 12 studenti di terza superiore, che ha riportato una media campionaria di 0.19 e una deviazione standard campionaria di 0.03. Vi è evidenza statistica che le performance di universitari e studenti delle superiori sia differente?

Problema 7.4 (13 punti). Un negozio mette in vendita un modello economico di auricolari Bluetooth. Su 20 pezzi venduti, 4 vengono riportati perché risultano difettosi. In teoria il produttore dichiarava una difettosità massima del 5%.

(7 punti) Si verifichi se vi sia evidenza statistica che la difettosità reale sia maggiore del 5%. Per questo punto si chiede di calcolare il p -value del test, usando la solita approssimazione Gaussiana.

(3 punti) Quale sarebbe il numero massimo di difetti accettabili su un campione di 20, per accettare all'1% di significatività l'ipotesi che la difettosità massima sia effettivamente del 5%?

(3 punti) Si ripeta il test del primo punto senza usare l'approssimazione Gaussiana, che in questo caso ha validità molto discutibile.