

Si svolgano 3 esercizi a scelta sui 4 proposti.

Il punteggio finale sarà la somma dei punti dei 3 esercizi riusciti meglio.

Problema 8.1 (12 punti). Edoardo è un lettore abbastanza veloce. Per leggere una pagina di un libro di narrativa impiega un tempo variabile, con media 75 secondi e deviazione standard 15 secondi. Ora si accinge a iniziare un libro di 342 pagine.

(7 punti) Usare il teorema del limite centrale per calcolare approssimativamente la probabilità che il tempo totale T necessario per leggere il libro sia superiore alle 7 ore. Quali ipotesi si stanno facendo? Sono ragionevoli?

(2 punti) Si determinino due reali $a < b$ tali che la probabilità che T sia compreso tra a e b sia approssimativamente del 99%.

(3 punti) Sia S il tempo necessario ad Edoardo per leggere il 20% di una pagina. Quali momenti e quali caratteristiche ci aspettiamo dalla distribuzione di S ?

Problema 8.2 (12 punti). Sia X una variabile aleatoria continua con funzione di densità

$$f(t) = \begin{cases} \frac{1}{90} & 0 \leq t \leq 9 \\ \frac{9}{10} & 9 < t \leq 10 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

(7 punti) Si verifichi che f sia una funzione di densità valida. Si determinino media e deviazione standard di X e la probabilità che $X < 5$.

(2 punti) Si determinino la funzione di ripartizione e la mediana di X .

(3 punti) Si chiarisca come sia possibile generare una v.a. con la distribuzione di X .

Problema 8.3 (12 punti). Si testa una variante di un programma per computer, che dovrebbe rendere più veloce l'esecuzione. Vengono testati 30 scenari casuali, e per ciascuno si misura la differenza $t_{\text{base}} - t_{\text{new}}$ del tempo di esecuzione tra il programma base e quello con la

nuova variante attiva. I dati seguenti rappresentano tali differenze, espresse in secondi.

-8.2	9.1	17.2	2.4	12.0	7.0
3.5	3.1	-4.9	-6.4	7.9	8.7
1.8	-1.7	9.9	-8.0	-9.1	13.0
12.9	-1.4	6.6	-7.2	16.6	9.2
6.5	-0.1	10.8	-8.1	7.2	-6.9

(6 punti) Stimare al 95% di confidenza, con un intervallo bilaterale, la differenza media di tempo di esecuzione tra le due versioni del programma.

(3 punti) Testare, tramite calcolo del p -value, se vi sia evidenza statistica che la variante sia effettivamente più veloce.

(3 punti) Qual è la minima numerosità del campione che darebbe al test del secondo punto una potenza dell'80% con differenza media dei tempi pari a 2 secondi?

Problema 8.4 (13 punti). Una macchina riempitrice di capsule di caffè è tarata per mettere 5 grammi di polvere per capsula, e la sua dosata ha idealmente una deviazione standard di 0.1 g o meno. Questi valori vengono periodicamente testati su un campione di 40 capsule.

(7 punti) Per uno di questi campioni, si trovano media campionaria $\bar{X} = 5.034$ g e deviazione standard campionaria $S = 0.137$ g. Questi dati provano all'1% di significatività che la deviazione standard è superiore a 0.1 g? Qual è la regione di accettazione relativa a S , per questo test?

(3 punti) Si determini la potenza del test del punto precedente, per deviazione standard pari a 0.2 g.

(3 punti) Per un difetto noto della linea di produzione, una piccola frazione $p = 2.5\%$ delle capsule risulta del tutto vuota. Che effetti possiamo prevedere che avrà questo problema sul test del primo punto?