

РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ДРУЖБЫ НАРОДОВ
Факультет физико-математических и естественных
наук

Кафедра прикладной информатики и теории
вероятностей

ОТЧЕТ ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ №5

дисциплина: Математическое моделирование

Преподаватель: Кулябов Дмитрий Сергеевич

Студент: Терентьев Егор Дмитриевич

Группа: НФИбд-03-19

МОСКВА

2022 г.

Цель работы

Построение модели взаимодействия двух видов типа «хищник — жертва» - модель Лотки-Вольтерры.

Теоретическое введение

Данная двувидовая модель основывается на следующих предположениях:

1. Численность популяции жертв x и хищников y зависят только от времени.

2. В отсутствии взаимодействия численность видов изменяется по модели Мальтуса, при этом число жертв увеличивается, а число хищников падает.
3. Естественная смертность жертвы и естественная рождаемость хищника считаются несущественными.
4. Эффект насыщения численности обеих популяций не учитывается.
5. Скорость роста численности жертв уменьшается пропорционально численности хищников.

Описывается след. уравнением, которое имеет вид:

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= ax(t) - bx(t)y(t) \\ \frac{dy}{dt} &= -cy(t) + dx(t)y(t)\end{aligned}\tag{1}$$

В этой модели x – число жертв, y – число хищников. Коэффициент a описывает скорость естественного прироста числа жертв в отсутствие хищников, c – естественное вымирание хищников, лишенных пищи в виде жертв. Вероятность взаимодействия жертвы и хищника считается пропорциональной как количеству жертв, так и числу самих хищников (xy). Каждый акт взаимодействия уменьшает популяцию жертв, но способствует увеличению популяции хищников (члены $-bxy$ и dxy в правой части уравнения). Математический анализ этой (жесткой) модели показывает, что имеется стационарное состояние всякое же другое начальное состояние приводит к периодическому колебанию численности как жертв, так и хищников, так что по прошествии некоторого времени система возвращается в состояние В.

Стационарное состояние системы уравнений (положение равновесия, не зависящее от времени решение) будет в точке:

$$x_0 = \frac{c}{d}, y_0 = \frac{a}{b}.$$

Условия задачи

Вариант 35

Постройте график зависимости численности хищников от численности жертв, а также графики изменения численности хищников и численности жертв при следующих начальных условиях: $x_0 = 7$, $y_0 = 14$, а также найти стационарное состояние системы для данного уравнения:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -0.29x(t) + 0.031x(t)y(t) \\ \frac{dy}{dt} = 0.33y(t) - 0.024x(t)y(t) \end{cases}$$

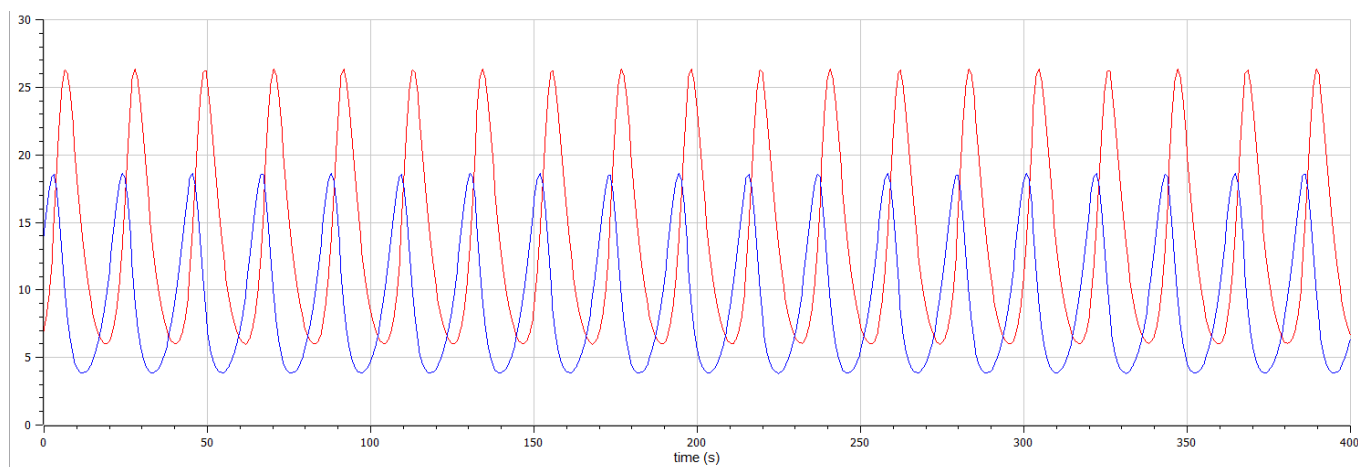
Выполнение лабораторной работы

Построение модели Лотки-Вольтерры "хищник-жертва"

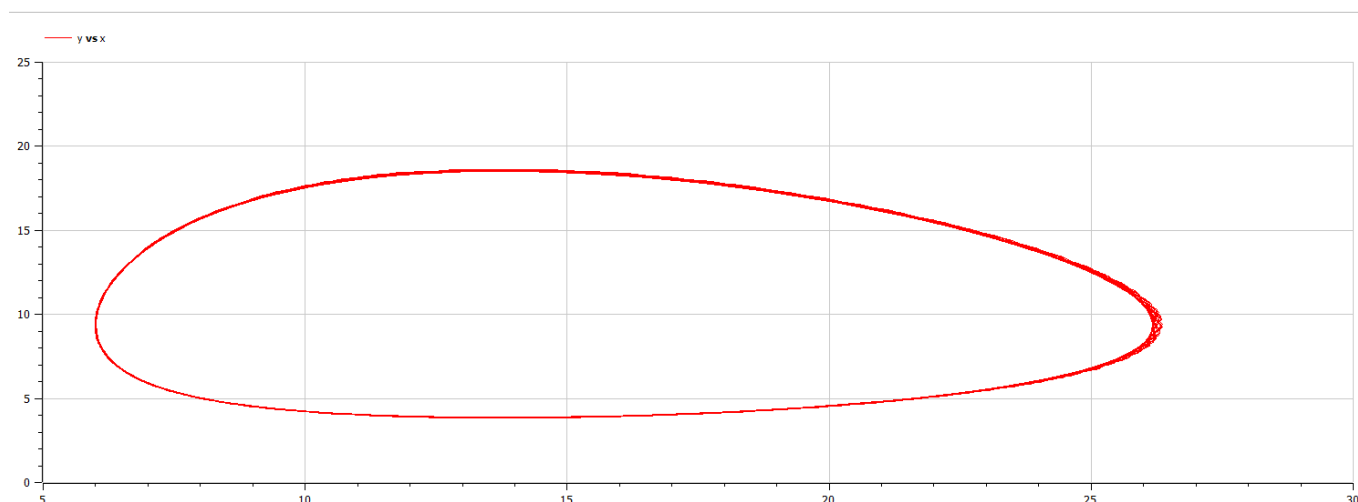
Чтобы построить фазовый портрет модели, я написал следующий код:

```
1  model lab5
2    parameter Real a = 0.29;
3    parameter Real b = 0.031;
4    parameter Real c = 0.33;
5    parameter Real d = 0.024;
6    parameter Real x0 = 7;
7    parameter Real y0 = 14;
8    parameter Real stacX = c/d;
9    parameter Real stacY = a/b;
10   Real x(start=x0);
11   Real y(start=y0);
12   equation
13     der(x) = -a*x + b*x*y;
14     der(y) = c*y - d*x*y;
15   end lab5;
```

и получил фазовый портрет модели в варианте для обычной системы, зависящей от времени:



и фазовый портрет модели в варианте для параметрической системы:



а также получил стационарное состояние системы:

<input type="checkbox"/> <code>stacX</code>	<code>13.75</code>
<input type="checkbox"/> <code>stacY</code>	<code>9.35484</code>

Выводы

После завершения данной лабораторной работы - я научился выполнять построение модели Лотки-Вольтерры "хищник-жертва" в OpenModelica.

Список литературы

1. Кулябов, Д.С. - Модель хищник-жертва