МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКОНОМИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Факультет информатики и прикладной математики

Кафедра прикладной математики и экономико-математических методов

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА

на тему:

«Решение нелинейного уравнения или системы нелинейных уравнений»

метод:

«**Метод секущих для системы нелинейных уравнений - 2.3.3а-1**»

Направление (специальность)________________01.03.02__________________
(код, наименование)

Направленность (специализация)____

Обучающийся ________________Бронников Егор Игоревич_________________
(Ф.И.О. полностью)

Группа___ПМ-1901__
(номер группы)

Проверил ________________Хазанов Владимир Борисович__________________
(Ф.И.О. преподавателя)

Должность_____профессор____

Оценка _________________________ Дата: _________________

Подпись: ________________

Санкт-Петербург

2021

Оглавление

1. НЕОБХОДИМЫЕ ФОРМУЛЫ

Данные:

$\mathbf{f}(\mathbf{x})=\mathbf{0}$ – *система нелинейных уравнений*

h – *малая величина*

K_{max} – *критерий прекращения итерационного процесса по числу итераций*

δ – *критерий прекращения итерационного процесса по малости двух соседних приближений*

x_0 – *начальное приближение*

Шаги метода секущих:

$$\gamma_{ij}^{(k)}=f_i(\boldsymbol{x_k}-h\boldsymbol{e_j})-f_i(\boldsymbol{x_k})$$

$$\boldsymbol{\Gamma_k}=\{\gamma_{ij}^{(k)}\}_{i,j}^{s}$$

$$\boldsymbol{H_k}=h\boldsymbol{I}$$

$$\boldsymbol{f_k'^{-1}}\approx\boldsymbol{\Gamma_k^{-1}}\boldsymbol{H_k}$$

$$\boldsymbol{x_{k+1}}=\boldsymbol{x_k}-\boldsymbol{f_k'^{-1}}\boldsymbol{f_k}$$

$$k=1,\dots,K_{max}$$

2. ВХОДНЫЕ ДАННЫЕ

Матрица F

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \begin{pmatrix} x_1^2 - x_2^2 - 1 \\ x_1 x_2^3 - x_2 - 1 \end{pmatrix}$$

Матрица x_0

$$\mathbf{x}_0 = \begin{pmatrix} 1.8 \\ -0.3 \end{pmatrix}$$

$K_{max} = 10$

$\delta = 10^{-5}$

$h = 10^{-10}$

3. СКРИНШОТЫ ПРОГРАММЫ

Входные данные:

```
h = 10.^-10;
x0 = {1.5, 1.5};
δ = 10.^-5;
Kmax = 10;

Clear[f1]
f1[x_] := x⟦1⟧^2 - x⟦2⟧^2 - 1

Clear[f2]
f2[x_] := x⟦1⟧ x⟦2⟧^3 - x⟦2⟧ - 1

Clear[F]
F[x_] := {f1[x], f2[x]}
```

Алгоритм

```
Clear[secantMethod]
secantMethod[F_Symbol, x0_List, Kmax_Integer, δ_Real, h_Real] := Module[
  {
   x = {x0},
   k = 1,
   dRes = δ,
   H, G, fDInv, e, n
  },
  n = Length[F[x⟦1⟧]]; (* количество уравнений в системе *)
  H = h*IdentityMatrix[n]; (* матрица H *)
  While[k ≤ Kmax ∧ δ ≤ dRes, (* критерии остановки: число итераций и малось соседних приближений*)
   G = Table[ (* рассчитываем матрицу Γ *)
     e = ConstantArray[0, n];
     e⟦j⟧ = 1;
     F[x⟦k⟧ + h*e]⟦i⟧ - F[x⟦k⟧]⟦i⟧, (* считаем γij *)
     {i, n}, {j, n}];
   fDInv = Inverse[G].H; (* считаем fk'-1*)
   AppendTo[x, x⟦k⟧ - fDInv.F[x⟦k⟧]]; (* считаем xk+1 *)
   dRes = Norm[x⟦k + 1⟧ - x⟦k⟧]; (* считаем значение соседних приближений *)
   k += 1
  ];
  x⟦-1⟧ (* выводим результат *)
 ]
```

4. РЕЗУЛЬТАТЫ И ТЕСТЫ

Результаты

```
secantMethod[F, x0, Kmax, δ, h]
```

```
{1.50284, 1.12185}
```

Результат встроенной функции

```
NSolve[{x1^2 - x2^2 - 1 == 0, x1 x2^3 - x2 - 1 == 0}, {x1, x2}, Reals]
```

```
{{x1 → 1.50284, x2 → 1.12185}, {x1 → -1.19726, x2 → -0.658357}}
```

5. ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ ПОЛУЧЕННОГО РЕШЕНИЯ

Оценка точности

```
r = F[x]
```

$\{-3.77476\times10^{-15},\ 3.44169\times10^{-14}\}$