



Языки программирования. Семантика и система типов
Теоретическое задание. Тема 2

Бронников Егор

Дерево вывода типа.

$$\begin{array}{c}
\frac{x: Bool \rightarrow Nat, y \rightarrow Bool \vdash succ(x y): Nat}{x: Bool \rightarrow Nat \vdash \lambda y: Bool. succ(x y): (Bool \rightarrow Nat)} \\
\vdash \lambda x: Bool \rightarrow Nat. \lambda y: Bool. succ(x y): (Bool \rightarrow Nat) \rightarrow (Bool \rightarrow Nat) \\
\vdash (\lambda x: Bool \rightarrow Nat. \lambda y: Bool. succ(x y)) (\lambda x: Bool. if x then succ 0 else 0): Bool \rightarrow Nat
\end{array}
\qquad
\begin{array}{c}
\frac{x: Bool \vdash x: Bool}{x: Bool \vdash succ 0: Nat} \qquad \frac{x: Bool \vdash succ 0: Nat}{x: Bool \vdash 0: Nat} \\
x: Bool \vdash if x then succ 0 else 0: Nat \\
\vdash \lambda x: Bool. if x then succ 0 else 0: Bool \rightarrow Nat
\end{array}
\qquad
\vdash true: Bool$$

Дерево вывода типа.

	$\frac{}{b : \text{Bool} \vdash b : \mathbf{Bool}}$	$\frac{b : \text{Bool}, x : \text{Nat}, y : \text{Bool} \vdash x : \mathbf{Nat}}{b : \text{Bool}, x : \text{Nat} \vdash \lambda y : \text{Bool}. x : \mathbf{Bool} \rightarrow \mathbf{Nat}}$	$\frac{b : \text{Bool}, x : \text{Nat}, y : \text{Bool} \vdash y : \mathbf{Bool}}{b : \text{Bool}, x : \text{Nat} \vdash \lambda y : \text{Bool}. y : \mathbf{Bool} \rightarrow \mathbf{Bool}}$
	$\frac{}{b : \text{Bool} \vdash b : \mathbf{Bool}}$	$\frac{b : \text{Bool} \vdash \lambda x : \text{Nat}. \lambda y : \text{Bool}. x : \mathbf{Nat} \rightarrow (\mathbf{Bool} \rightarrow \mathbf{Nat})}{b : \text{Bool} \vdash \text{if } b \text{ then } (\lambda x : \text{Nat}. \lambda y : \text{Bool}. x) \text{ else } (\lambda x : \text{Nat}. \lambda y : \text{Bool}. y) : (\mathbf{Nat} \rightarrow (\mathbf{Bool} \rightarrow \mathbf{Nat})) \vee (\mathbf{Nat} \rightarrow (\mathbf{Bool} \rightarrow \mathbf{Bool}))}$	$\frac{b : \text{Bool} \vdash \lambda x : \text{Nat}. \lambda y : \text{Bool}. y : \mathbf{Nat} \rightarrow (\mathbf{Bool} \rightarrow \mathbf{Bool})}{b : \text{Bool} \vdash \text{if } b \text{ then } (\lambda x : \text{Nat}. \lambda y : \text{Bool}. y) \text{ else } (\lambda x : \text{Nat}. \lambda y : \text{Bool}. x) : (\mathbf{Nat} \rightarrow (\mathbf{Bool} \rightarrow \mathbf{Nat})) \vee (\mathbf{Nat} \rightarrow (\mathbf{Bool} \rightarrow \mathbf{Bool}))}$
	$\vdash (\lambda b : \text{Bool}. \text{if } b \text{ then } (\lambda x : \text{Nat}. \lambda y : \text{Bool}. x) \text{ else } (\lambda x : \text{Nat}. \lambda y : \text{Bool}. y)) \text{ false} : \mathbf{Bool} \rightarrow ((\mathbf{Nat} \rightarrow (\mathbf{Bool} \rightarrow \mathbf{Nat})) \vee (\mathbf{Nat} \rightarrow (\mathbf{Bool} \rightarrow \mathbf{Bool})))$	$\vdash (\lambda b : \text{Bool}. \text{if } b \text{ then } (\lambda x : \text{Nat}. \lambda y : \text{Bool}. x) \text{ else } (\lambda x : \text{Nat}. \lambda y : \text{Bool}. y)) \text{ false} : \mathbf{0} : (\mathbf{Bool} \rightarrow \mathbf{Nat}) \vee (\mathbf{Bool} \rightarrow \mathbf{Bool})$	$\vdash \text{false} : \mathbf{Bool}$
			$\vdash \mathbf{0} : \mathbf{Nat}$

Выражение 3. $(\lambda f : (Nat \rightarrow Nat) \rightarrow (Nat \rightarrow Nat). f (f (\lambda x : Nat. x)) 0)(\lambda z : Nat \rightarrow Nat. \lambda n : Nat. z (z n))$

Дерево вывода типа.

[illegible]

1