ИТМО

Языки программирования. Семантика и система типов Теоретическое задание. Тема 2

Бронников Егор

Выражение 1. $(\lambda x : Bool \rightarrow Nat. \lambda y : Bool. \operatorname{succ}(xy)) (\lambda x : Bool. \operatorname{if} x \operatorname{then} \operatorname{succ} 0 \operatorname{else} 0) true$ Дерево вывода типа. $x: Bool \rightarrow Nat, y \rightarrow Bool \vdash succ(x y): Nat$ $x: Bool \vdash x: Bool$ $x: Bool \vdash succ 0 : Nat$ $x: Bool \vdash 0 : Nat$ $x: Bool \rightarrow Nat \vdash \lambda y: Bool. succ (x y) : (Bool \rightarrow Nat)$ $x: Bool \vdash if x then succ 0 else 0 : Nat$ $\vdash \lambda x: Bool \rightarrow Nat. \lambda y: Bool. succ (x y) : (Bool \rightarrow Nat) \rightarrow (Bool \rightarrow Nat)$ $\vdash \lambda x: Bool.$ if x then succ 0 else $0: Bool \rightarrow Nat$ $\vdash (\lambda x: Bool \rightarrow Nat. \lambda y: Bool. succ (x y)) (\lambda x: Bool. if x then succ 0 else 0) : Bool \rightarrow Nat$ ⊢ true : **Bool** \vdash ($\lambda x: Bool \rightarrow Nat . \lambda y: Bool . succ (x y)) (<math>\lambda x: Bool . if x then succ 0 else 0) true : Nat$ Выражение 2. $(\lambda b: Bool. \text{ if } b \text{ then}(\lambda x: Nat. \lambda y: Bool. x) \text{ else } (\lambda x: Nat. \lambda y: Bool. y))$ false 0 Дерево вывода типа. b: Bool, x: Nat, y: $Bool \vdash x : Nat$ b: Bool, x: Nat, y: $Bool \vdash y : Bool$ b: Bool, x: Nat $\vdash \lambda y$: Bool. x: Bool \rightarrow Nat b: Bool, x: Nat $\vdash \lambda y$: Bool. y: Bool \rightarrow Bool b: *Bool* ⊢ b: *Bool* b: $Bool \vdash \lambda x: Nat \cdot \lambda v: Bool \cdot x: Nat \rightarrow (Bool \rightarrow Nat)$ b: $Bool \vdash \lambda x$: $Nat \cdot \lambda v$: $Bool \cdot v : Nat \rightarrow (Bool \rightarrow Bool)$ b: $Bool \vdash if b then (\lambda x: Nat . \lambda y: Bool . x) else (\lambda x: Nat . \lambda y: Bool . y) : (Nat \rightarrow (Bool \rightarrow Nat)) \lor (Nat \rightarrow (Bool \rightarrow Bool))$ ⊢ false: **Bool** \vdash (\(\lambda\): Bool. if b then (\(\lambda\): Nat. \(\lambda\): Bool. \(\lambda\): Bool. \(\lambda\): false: \(\begin{align*}Bool \rightarrow (Nat \rightarrow (Bool \rightarrow Nat))\) \(V(Nat \rightarrow (Bool \rightarrow Bool)))\) ⊢ 0: *Nat* \vdash (λ b: Bool. if b then (λ x: Nat. λ y: Bool. x) else (λ x: Nat. λ y: Bool. y)) false $0: (Bool \rightarrow Nat) \lor (Bool \rightarrow Bool)$ Ответ. Данный терм является плохо типизированным. Выражение 3. $(\lambda f: (Nat \rightarrow Nat) \rightarrow (Nat \rightarrow Nat). f(f(\lambda x: Nat.x))) (\lambda z: Nat \rightarrow Nat.\lambda n: Nat.z(zn))$ Дерево вывода типа. \rightarrow Nat) \rightarrow (Nat \rightarrow Nat) \vdash f : (Nat \rightarrow Nat) \rightarrow (Nat \rightarrow Nat) $z: Nat \rightarrow Nat$, $n: Nat \vdash n : Nat$ $f: (Nat \rightarrow Nat) \rightarrow (Nat \rightarrow Nat) \vdash f: (Nat \rightarrow Nat) \rightarrow (Nat \rightarrow Nat)$ $z: Nat \rightarrow Nat, n: Nat \vdash z: Nat \rightarrow Nat$ $z: Nat \rightarrow Nat, n: Nat \vdash z (z n): Nat$ $f: (Nat \rightarrow Nat) \rightarrow (Nat \rightarrow Nat) \vdash f(f(\lambda x; Nat \cdot x)) : (Nat \rightarrow Nat)$ $f: (Nat \rightarrow Nat) \rightarrow (Nat \rightarrow Nat) \vdash 0 : Nat$ $f: (Nat \rightarrow Nat) \rightarrow (Nat \rightarrow Nat) \vdash f(f(\lambda x: Nat, x)) : Nat$ z: Nat → Nat ⊢ λn: Nat. z (z n): Nat → Nat $(Af: (Nat \rightarrow Nat) \rightarrow (Nat \rightarrow Nat). (f([\lambda x: Nat. x)] 0): (f(Nat \rightarrow Nat) \rightarrow f(Nat \rightarrow Nat)) \rightarrow Nat \\ + (Af: (Nat \rightarrow Nat) \rightarrow (Nat \rightarrow Nat). f(f(\lambda x: Nat. x)) 0) (\lambda x: Nat \rightarrow Nat. \lambda n: Nat. x (x n)) \cdot Nat. \lambda n: Nat. x (x n)) \cdot Nat \rightarrow Nat. \lambda n: Nat. x (x n) \cdot N$ $\vdash (\lambda z: Nat \rightarrow Nat, \lambda n: Nat, z (z n)): (Nat \rightarrow Nat) \rightarrow (Nat \rightarrow Nat)$

Примечание. Рекомендуется изучить исходный Excel-документ source.xlsx.