

Языки программирования. Семантика и система типов Теоретическое задание. Тема 1

Бронников Егор

Выражение 1. $(\lambda x. \lambda y. \lambda z. y x) (\lambda y. y) (\lambda y. z)$

1. *Вычисление терма.*

$$\begin{aligned} &(\lambda x. \lambda y. \lambda z. y x) (\lambda y. y) (\lambda y. z) \longrightarrow \\ &(\lambda y. \lambda z. y (\lambda y. y)) (\lambda y. z) \longrightarrow \\ &\lambda z'. (\lambda y. z) (\lambda y. y) \longrightarrow \\ &\lambda z'. z \end{aligned}$$

2. *Определение свойств конечного терма.*

Конечный терм находится в нормальной форме и является значением.

Примечание. Свободные переменные и абстракции считаются значениями.

3. *Перевод исходного терма в безымянное представление.*

$$(\lambda x. \lambda y. \lambda z. y x) (\lambda y. y) (\lambda y. z) \longrightarrow (\lambda \lambda \lambda 1 2) (\lambda 0) (\lambda 2)$$

4. *Вычисление терма в безымянном представлении.*

$$\begin{aligned} &(\lambda \lambda \lambda 1 2) (\lambda 0) (\lambda 2) \longrightarrow \\ &(\lambda \lambda 1 (\lambda 0)) (\lambda 2) \longrightarrow \\ &\lambda (\lambda 2) (\lambda 0) \longrightarrow \\ &\lambda 2 \end{aligned}$$

Выражение 2. $(\lambda x. \lambda y. (\lambda z. x) y) (\lambda y. y) (\lambda y. z)$

1. *Вычисление терма.*

$$\begin{aligned} &(\lambda x. \lambda y. (\lambda z. x) y) (\lambda y. y) (\lambda y. z) \longrightarrow \\ &(\lambda x. \lambda y. x) (\lambda y. y) (\lambda y. z) \longrightarrow \\ &(\lambda y'. (\lambda y. y)) (\lambda y. z) \longrightarrow \\ &\lambda y. y \end{aligned}$$

2. *Определение свойств конечного терма.*

Конечный терм находится в нормальной форме и является значением.

3. *Перевод исходного терма в безымянное представление.*

$$(\lambda x. \lambda y. (\lambda z. x) y) (\lambda y. y) (\lambda y. z) \longrightarrow (\lambda \lambda (\lambda 2) 0) (\lambda 0) (\lambda 2)$$

4. Вычисление терма в безымянном представлении.

$(\lambda \lambda (\lambda 2) 0) (\lambda 0) (\lambda 2) \rightarrow$

$(\lambda (\lambda (\lambda 0)) 0) (\lambda 2) \rightarrow$

$(\lambda (\lambda 0)) (\lambda 2) \rightarrow$

$\lambda 0$

Выражение 3. $(\lambda x. \lambda y. \lambda z. x z y) (\lambda y. \lambda x. x) z x$

1. Вычисление терма.

$(\lambda x. \lambda y. \lambda z. x z y) (\lambda y. \lambda x. x) z x \rightarrow$

$(\lambda y. \lambda z. (\lambda y. \lambda x. x) z y) z x \rightarrow$

$(\lambda z'. (\lambda y. \lambda x. x) z' z) x \rightarrow$

$(\lambda y. \lambda x. x) x z \rightarrow$

$(\lambda x. x) z \rightarrow$

z

2. Определение свойств конечного терма.

Конечный терм находится в нормальной форме и является значением.

3. Перевод исходного терма в безымянное представление.

$(\lambda x. \lambda y. \lambda z. x z y) (\lambda y. \lambda x. x) z x \rightarrow (\lambda \lambda \lambda 2 0 1) (\lambda \lambda 0) 2 0$

4. Вычисление терма в безымянном представлении.

$(\lambda \lambda \lambda 2 0 1) (\lambda \lambda 0) 2 0 \rightarrow$

$(\lambda \lambda (\lambda \lambda 0) 0 1) 2 0 \rightarrow$

$(\lambda (\lambda \lambda 0) 0 2) 0 \rightarrow$

$(\lambda \lambda 0) 0 2 \rightarrow$

$(\lambda 0) 2 \rightarrow$

2

Смотреть продолжение на следующей странице.

Выражение 4. $(\lambda x. \lambda y. x (x y)) (\lambda y. \lambda z. y (y z)) (\lambda z. x z) y$

1. *Вычисление терма.*

$(\lambda x. \lambda y. x (x y)) (\lambda y. \lambda z. y (y z)) (\lambda z. x z) y \longrightarrow$
 $(\lambda y. (\lambda y. \lambda z. y (y z)) ((\lambda y. \lambda z. y (y z)) y)) (\lambda z. x z) y \longrightarrow$
 $(\lambda y. (\lambda y. \lambda z. y (y z)) (\lambda z. y (y z))) (\lambda z. x z) y \longrightarrow$
 $(\lambda y. \lambda z. (\lambda z. y (y z)) ((\lambda z. y (y z)) z)) (\lambda z. x z) y \longrightarrow$
 $(\lambda y. \lambda z. (\lambda z. y (y z)) (y (y z))) (\lambda z. x z) y \longrightarrow$
 $(\lambda y. \lambda z. y (y (y (y z)))) (\lambda z. x z) y \longrightarrow$
 $(\lambda z. (\lambda z. x z) ((\lambda z. x z) ((\lambda z. x z) ((\lambda z. x z) z)))) y \longrightarrow$
 $(\lambda z. (\lambda z. x z) ((\lambda z. x z) ((\lambda z. x z) (x z)))) y \longrightarrow$
 $(\lambda z. (\lambda z. x z) ((\lambda z. x z) (x (x z)))) y \longrightarrow$
 $(\lambda z. (\lambda z. x z) (x (x (x z)))) y \longrightarrow$
 $(\lambda z. x (x (x (x z)))) y \longrightarrow$
 $x (x (x (x y)))$

2. *Определение свойств конечного терма.*

Конечный терм находится в нормальной форме и является значением.

3. *Перевод исходного терма в безымянное представление.*

$(\lambda x. \lambda y. x (x y)) (\lambda y. \lambda z. y (y z)) (\lambda z. x z) y \longrightarrow (\lambda \lambda 1 (10)) (\lambda \lambda 1 (10)) (\lambda 10) 1$

4. *Вычисление терма в безымянном представлении.*

$(\lambda \lambda 1 (10)) (\lambda \lambda 1 (10)) (\lambda 10) 1 \longrightarrow$
 $(\lambda (\lambda \lambda 1 (10)) ((\lambda \lambda 1 (10)) 0)) (\lambda 10) 1 \longrightarrow$
 $(\lambda (\lambda \lambda 1 (10)) (\lambda 1 (10))) (\lambda 10) 1 \longrightarrow$
 $(\lambda (\lambda (\lambda 2 (20)) ((\lambda 2 (20)) 0))) (\lambda 10) 1 \longrightarrow$
 $(\lambda (\lambda (\lambda 2 (20)) (1 (10)))) (\lambda 10) 1 \longrightarrow$
 $(\lambda (\lambda (1 (1 (1 (10))))) (\lambda 10) 1 \longrightarrow$
 $(\lambda ((\lambda 20) ((\lambda 20) ((\lambda 20) ((\lambda 20) 0))))) 1 \longrightarrow$
 $(\lambda ((\lambda 20) ((\lambda 20) ((\lambda 20) (10))))) 1 \longrightarrow$
 $(\lambda ((\lambda 20) ((\lambda 20) (1 (10))))) 1 \longrightarrow$
 $(\lambda ((\lambda 20) (1 (1 (10))))) 1 \longrightarrow$
 $(\lambda (1 (1 (1 (10))))) 1 \longrightarrow$
 $0 (0 (0 (0 1)))$
