

## Языки программирования. Семантика и система типов Теоретическое задание. Тема 1

Бронников Егор

---

**Выражение 1.**  $(\lambda x. \lambda y. \lambda z. y x) (\lambda y. y) (\lambda y. z)$

1. *Вычисление терма.*

$(\lambda x. \lambda y. \lambda z. y x) (\lambda y. y) (\lambda y. z) \longrightarrow$

$(\lambda y. \lambda z. y (\lambda y. y)) (\lambda y. z) \longrightarrow$

$\lambda z'. (\lambda y. z) (\lambda y. y) \longrightarrow$

**$\lambda z'. z$**

2. *Определение свойств конечного терма.*

Конечный терм находится в нормальной форме и является значением.

*Примечание.* Свободные переменные и абстракции считаются значениями.

3. *Перевод исходного терма в безымянное представление.*

$(\lambda x. \lambda y. \lambda z. y x) (\lambda y. y) (\lambda y. z) \longrightarrow (\lambda \lambda \lambda 1 2) (\lambda 0) (\lambda 2)$

4. *Вычисление терма в безымянном представлении.*

$(\lambda \lambda \lambda 1 2) (\lambda 0) (\lambda 2) \longrightarrow$

$(\lambda \lambda 1 (\lambda 0)) (\lambda 2) \longrightarrow$

$\lambda (\lambda 2) (\lambda 0) \longrightarrow$

**$\lambda 2$**

---

**Выражение 2.**  $(\lambda x. \lambda y. (\lambda z. x) y) (\lambda y. y) (\lambda y. z)$

1. *Вычисление терма.*

$(\lambda x. \lambda y. (\lambda z. x) y) (\lambda y. y) (\lambda y. z) \longrightarrow$

$(\lambda x. \lambda y. x) (\lambda y. y) (\lambda y. z) \longrightarrow$

$(\lambda y'. (\lambda y. y)) (\lambda y. z) \longrightarrow$

**$\lambda y. y$**

2. *Определение свойств конечного терма.*

Конечный терм находится в нормальной форме и является значением.

3. *Перевод исходного терма в безымянное представление.*

$(\lambda x. \lambda y. (\lambda z. x) y) (\lambda y. y) (\lambda y. z) \longrightarrow (\lambda \lambda (\lambda 2) 0) (\lambda 0) (\lambda 2)$

4. Вычисление терма в безымянном представлении.

$(\lambda \lambda (\lambda 2) 0) (\lambda 0) (\lambda 2) \longrightarrow$

$(\lambda (\lambda (\lambda 0)) 0) (\lambda 2) \longrightarrow$

$(\lambda (\lambda 0)) (\lambda 2) \longrightarrow$

**$\lambda 0$**

---

**Выражение 3.**  $(\lambda x. \lambda y. \lambda z. x z y) (\lambda y. \lambda x. x) z x$

1. Вычисление терма.

$(\lambda x. \lambda y. \lambda z. x z y) (\lambda y. \lambda x. x) z x \longrightarrow$

$(\lambda y. \lambda z. (\lambda y. \lambda x. x) z y) z x \longrightarrow$

$(\lambda z'. (\lambda y. \lambda x. x) z' z) x \longrightarrow$

$(\lambda y. \lambda x. x) x z \longrightarrow$

$(\lambda x. x) z \longrightarrow$

**$z$**

2. Определение свойств конечного терма.

Конечный терм находится в нормальной форме и является значением.

3. Перевод исходного терма в безымянное представление.

$(\lambda x. \lambda y. \lambda z. x z y) (\lambda y. \lambda x. x) z x \longrightarrow (\lambda \lambda \lambda 2 0 1) (\lambda \lambda 0) 2 0$

4. Вычисление терма в безымянном представлении.

$(\lambda \lambda \lambda 2 0 1) (\lambda \lambda 0) 2 0 \longrightarrow$

$(\lambda \lambda (\lambda \lambda 0) 0 1) 2 0 \longrightarrow$

$(\lambda (\lambda \lambda 0) 0 2) 0 \longrightarrow$

$(\lambda \lambda 0) 0 2 \longrightarrow$

$(\lambda 0) 2 \longrightarrow$

**2**

---

*Смотреть продолжение на следующей странице.*

---

**Выражение 4.**  $(\lambda x. \lambda y. x (x y)) (\lambda y. \lambda z. y (y z)) (\lambda z. x z) y$

1. *Вычисление терма.*

$(\lambda x. \lambda y. x (x y)) (\lambda y. \lambda z. y (y z)) (\lambda z. x z) y \longrightarrow$   
 $(\lambda y. (\lambda y. \lambda z. y (y z)) ((\lambda y. \lambda z. y (y z)) y)) (\lambda z. x z) y \longrightarrow$   
 $(\lambda y. (\lambda y. \lambda z. y (y z)) (\lambda z. y (y z))) (\lambda z. x z) y \longrightarrow$   
 $(\lambda y. \lambda z. (\lambda z. y (y z)) ((\lambda z. y (y z)) z)) (\lambda z. x z) y \longrightarrow$   
 $(\lambda y. \lambda z. (\lambda z. y (y z)) (y (y z))) (\lambda z. x z) y \longrightarrow$   
 $(\lambda y. \lambda z. y (y (y (y z)))) (\lambda z. x z) y \longrightarrow$   
 $(\lambda z. (\lambda z. x z) ((\lambda z. x z) ((\lambda z. x z) ((\lambda z. x z) z)))) y \longrightarrow$   
 $(\lambda z. (\lambda z. x z) ((\lambda z. x z) ((\lambda z. x z) (x z)))) y \longrightarrow$   
 $(\lambda z. (\lambda z. x z) ((\lambda z. x z) (x (x z)))) y \longrightarrow$   
 $(\lambda z. (\lambda z. x z) (x (x (x z)))) y \longrightarrow$   
 $(\lambda z. x (x (x (x z)))) y \longrightarrow$   
 **$x (x (x (x y)))$**

2. *Определение свойств конечного терма.*

Конечный терм находится в нормальной форме и является значением.

3. *Перевод исходного терма в безымянное представление.*

$(\lambda x. \lambda y. x (x y)) (\lambda y. \lambda z. y (y z)) (\lambda z. x z) y \longrightarrow (\lambda \lambda 1 (10)) (\lambda \lambda 1 (10)) (\lambda 10) 1$

4. *Вычисление терма в безымянном представлении.*

$(\lambda \lambda 1 (10)) (\lambda \lambda 1 (10)) (\lambda 10) 1 \longrightarrow$   
 $(\lambda (\lambda \lambda 1 (10)) ((\lambda \lambda 1 (10)) 0)) (\lambda 10) 1 \longrightarrow$   
 $(\lambda (\lambda \lambda 1 (10)) (\lambda 1 (10))) (\lambda 10) 1 \longrightarrow$   
 $(\lambda (\lambda (\lambda 2 (20)) ((\lambda 2 (20)) 0))) (\lambda 10) 1 \longrightarrow$   
 $(\lambda (\lambda (\lambda 2 (20)) (1 (10)))) (\lambda 10) 1 \longrightarrow$   
 $(\lambda (\lambda (1 (1 (1 (10))))) (\lambda 10) 1 \longrightarrow$   
 $(\lambda ((\lambda 20) ((\lambda 20) ((\lambda 20) ((\lambda 20) 0))))) 1 \longrightarrow$   
 $(\lambda ((\lambda 20) ((\lambda 20) ((\lambda 20) (10))))) 1 \longrightarrow$   
 $(\lambda ((\lambda 20) ((\lambda 20) (1 (10))))) 1 \longrightarrow$   
 $(\lambda ((\lambda 20) (1 (1 (10))))) 1 \longrightarrow$   
 $(\lambda (1 (1 (1 (10))))) 1 \longrightarrow$   
 **$0 (0 (0 (0 1)))$**

---