



Языки программирования. Семантика и система типов
Теоретическое задание. Тема 2

Бронников Егор

Дерево вывода типа.

$$\begin{array}{c}
\frac{x: \text{Bool} \rightarrow \text{Nat}, y \rightarrow \text{Bool} \vdash \text{succ } (x \ y) : \mathbf{Nat}}{x: \text{Bool} \rightarrow \text{Nat} \vdash \lambda y: \text{Bool}. \text{succ } (x \ y) : (\mathbf{Bool} \rightarrow \text{Nat})} \quad \frac{x: \text{Bool} \vdash x : \mathbf{Bool} \quad x: \text{Bool} \vdash \text{succ } 0 : \mathbf{Nat} \quad x: \text{Bool} \vdash 0 : \mathbf{Nat}}{x: \text{Bool} \vdash \text{if } x \text{ then succ } 0 \text{ else } 0 : \mathbf{Nat}} \\
\vdash \lambda x: \text{Bool} \rightarrow \text{Nat}. \lambda y: \text{Bool}. \text{succ } (x \ y) : (\mathbf{Bool} \rightarrow \text{Nat}) \rightarrow (\mathbf{Bool} \rightarrow \text{Nat}) \quad \vdash \lambda x: \text{Bool}. \text{if } x \text{ then succ } 0 \text{ else } 0 : \mathbf{Bool} \rightarrow \mathbf{Nat} \\
\vdash (\lambda x: \text{Bool} \rightarrow \text{Nat}. \lambda y: \text{Bool}. \text{succ } (x \ y)) (\lambda x: \text{Bool}. \text{if } x \text{ then succ } 0 \text{ else } 0) : \mathbf{Bool} \rightarrow \mathbf{Nat} \quad \vdash (\lambda x: \text{Bool} \rightarrow \text{Nat}. \lambda y: \text{Bool}. \text{succ } (x \ y)) (\lambda x: \text{Bool}. \text{if } x \text{ then succ } 0 \text{ else } 0) \text{ true} : \mathbf{Nat} \quad \vdash \text{true} : \mathbf{Bool}
\end{array}$$

Дерево вывода типа.

	$\frac{}{b: \text{Bool} \vdash b: \mathbf{Bool}}$	$\frac{}{b: \text{Bool}, x: \text{Nat}, y: \text{Bool} \vdash x: \mathbf{Nat}}$	$\frac{}{b: \text{Bool}, x: \text{Nat}, y: \text{Bool} \vdash y: \mathbf{Bool}}$
		$\frac{}{b: \text{Bool}, x: \text{Nat} \vdash \lambda y: \text{Bool}. x: \mathbf{Bool} \rightarrow \mathbf{Nat}}$	$\frac{}{b: \text{Bool}, x: \text{Nat} \vdash \lambda y: \text{Bool}. y: \mathbf{Bool} \rightarrow \mathbf{Bool}}$
		$\frac{}{b: \text{Bool} \vdash \lambda x: \text{Nat}. \lambda y: \text{Bool}. x: \mathbf{Nat} \rightarrow (\mathbf{Bool} \rightarrow \mathbf{Nat})}$	$\frac{}{b: \text{Bool} \vdash \lambda x: \text{Nat}. \lambda y: \text{Bool}. y: \mathbf{Nat} \rightarrow (\mathbf{Bool} \rightarrow \mathbf{Bool})}$
	$\frac{}{b: \text{Bool} \vdash \text{if } b \text{ then } (\lambda x: \text{Nat}. \lambda y: \text{Bool}. x) \text{ else } (\lambda x: \text{Nat}. \lambda y: \text{Bool}. y): (\mathbf{Nat} \rightarrow (\mathbf{Bool} \rightarrow \mathbf{Nat})) \vee (\mathbf{Nat} \rightarrow (\mathbf{Bool} \rightarrow \mathbf{Bool}))}$		$\vdash \text{false}: \mathbf{Bool}$
	$\vdash (\lambda b: \text{Bool}. \text{if } b \text{ then } (\lambda x: \text{Nat}. \lambda y: \text{Bool}. x) \text{ else } (\lambda x: \text{Nat}. \lambda y: \text{Bool}. y)): \mathbf{false}: \mathbf{Bool} \rightarrow ((\mathbf{Nat} \rightarrow (\mathbf{Bool} \rightarrow \mathbf{Nat})) \vee (\mathbf{Nat} \rightarrow (\mathbf{Bool} \rightarrow \mathbf{Bool})))$		$\vdash 0: \mathbf{Nat}$
		$\vdash (\lambda b: \text{Bool}. \text{if } b \text{ then } (\lambda x: \text{Nat}. \lambda y: \text{Bool}. y) \text{ else } (\lambda x: \text{Nat}. \lambda y: \text{Bool}. x)): \mathbf{false} 0: (\mathbf{Bool} \rightarrow \mathbf{Nat}) \vee (\mathbf{Bool} \rightarrow \mathbf{Bool})$	

Выражение 3. $(\lambda f : (Nat \rightarrow Nat) \rightarrow (Nat \rightarrow Nat). f (f (\lambda x : Nat. x)) 0)(\lambda z : Nat \rightarrow Nat. \lambda n : Nat. z (z n))$

Дерево вывода типа.

[illegible]

1