

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКОНОМИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Факультет информатики и прикладной математики Кафедра прикладной математики и экономико-математических методов

ОТЧЁТ

по дисциплине:

«Теория и системы поддержки принятия решений» на тему:

«Многокритериальная оптимизации на конечном множестве альтернатив. Задание 2»

Направление: 01.03.02

Обучающийся: Бронников Егор Игоревич

Группа: ПМ-1901

 $ext{Санкт-} \Pi$ етербург 2022

Задача 6

Задание: Задать критерий для каждого пункта, указанного в заголовке таблицы, и упорядочить банки в соответствии с принятыми критериями (тестами)

Из всех факторов (признаков) было решено оставить 10 субъективновыбранных:

- 1. Максимальная ставка по кредиту, $\% P1 \le 11.5$
- 2. Первый взнос, $\% P2 \le 10$
- 3. Комиссия банка, % P3 < 2
- 4. Рассмотрение заявки, дн. $-P4 \le 10$
- 5. Максимальная сумма кредита, млн. руб $P5 \ge 13$
- 6. Средняя ставка по кредиту, $\% P6 \le 10$
- 7. Плата за просрочку, $\% P7 \le 0.75$
- 8. Максимальный возраст заёмщика, г. $P8 \ge 60$
- 9. Максимальный срок кредита, г. $P9 \ge 25$
- 10. Минимальный общий стаж, г. P10 < 1

Банки	Н Максимальная ставка по кредиту, %	=> Первый взно <i>с</i> , %	комиссия банка, %	Ф Н Вассмотрение заявки, дн	С Максимальная сумма кредита, млн.	о ∩ - - - - 		Максимальный возраст заёмщика, г.	66 	Минимальный общий стаж, г.
ВТБ	11,5	10	2	10 14	13 25	10	0,75	60 65		
Санкт-Петербург	13,2 14	0 10	1,3 1	5	37,5	11,45 12,45	0,1 0,04	65		
Райффайзен	11,5	10	1	5	25	10,75	0,04	60		
МДМ	12,5	10	1,2	4	12,5	11,6	0,5	65		
Сбербанк			0	18	25	10,75	0,75	75		
GeMoney	7,05	12 10 7,05 5		1	37,5	5,525	2	69		
DeltaCredit	11	15	1	3	7,5	9,5	1	55		
Абсолют	13	0	1	5	25	11	0,3	60		
ПСБ	11	30	0	1	7,5	10	0,5	70		
КМБ	11,5	15	1	5	12,5	10,25	0,16	60		
отп	11,8	10	0,8	5	50	10,65	0,2	70	30	
ЮниКредит	11,9	15	1,5	7	37,5	10,45	0,2	60	20	
Городской импотечный	11,5	15	0,8	3	50	10,25	3	54	25	1
РосБанк	11,5	10	0	5	12,5	10,5	0,5	60	25	0,5
Северная казна	10,5	25	3	5	7,5	9,625	0,5	60	25	

Таблица 1 — Характеристики банков

Значения признаков, удовлетворяющие ограничениям, выделены полужирным шрифтом. Заменив эти значения единицами, а значения, не удовлетворяющие ограничениям — нулями, получим двоичную таблицу, отражающую выполеннеи заданных ограничений.

	Банки	Максимальная ставка по кредиту, %	Первый взнос, %	Комиссия банка, %	Рассмотрение заявки, дн	Максимальная сумма кредита, млн. руб.	Средняя ставка по кредиту, %	Плата за просрочку, %	Максимальный возраст заёмцика, г.	Максимальный срок кредита, г.	Минимальный общий стаж, г.
		P1<=	P2 <=	P3 <=	P4 <=	P5 >=	P6 <=	P7<=	P8 >=	P9 >=	P10 <=
		11,5	10	2	10	13	10	0,75	60	25	1
1	ВТБ	0	1	1	0	0	0	1	0	0	1
2	Санкт-Петербург	0	0	1	1	0	0	1	1	1	1
3	Райффайзен	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1
4	МДМ	0	1	0	1	1	0	1	0	1	1
5	Сбербанк	1	1	1	0	0	1	0	0	0	1
6	GeMoney	1	1	0	1	0	1	0	1	1	0
7	DeltaCredit	0	0	1	0	1	0	1	1	1	1
8	Абсолют	0	1	1	0	0	0	1	0	1	0
9	ПСБ	1	0	1	1	1	1	0	0	1	1
10	КМБ	0	1	0	0	0	0	1	1	1	1
11	ОТП	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0
12	ЮниКредит	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1
13	Городской импотечный	1	1	1	1	0	1	0	1	0	1
14	РосБанк	1	1	1	0	1	0	1	0	1	1
15	Северная казна	1	0	0	1	1	1	1	1	1	0

Таблица 2 — Оценка свойств банков

Воспользуемся оценочной функцией w_j для определения очерёдности критериев в дереве решений:

$$w_j = \sum_{s=1}^{k_j} n_s^0 n_s^1, \qquad j = \overline{1, n}$$

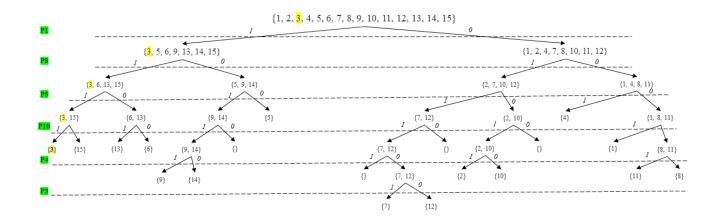
, где n_s^0 и n_s^1 — число нулей и число единиц в s-м подмножестве j-го уровня, а k_j — число подмножеств на j-м уровне.

Результаты вычислений сведены в таблице 3.

Тест	w1	w2	w3	w4	w5	w6	Приоритеты
P1	56	-	-	-	-	-	1
P2	50	25	8	3	2	0	6
P3	50	25	11	4	2	1	6
P4	56	25	9	4	3	-	5
P5	56	27	13	-	-	-	3
P6	56	13	5	2	2	1	6
P7	54	17	8	4	2	0	6
P8	56	28	-	-	-	-	2
P9	44	22	9	2	1	0	6
P10	44	22	8	4	-	-	4

Таблица 3 — Определение порядка тестов

На основании определения порядка тестов можно построить дерево решений. $(Pucyho\kappa\ 1)$



 $Pucyнo\kappa$ 1 — Дерево выбора банка

Если мы будем идти по левой ветви дерева, то банк который нас удовлетворяет — Райффайзен $\{3\}$. Также данную задачу можно было бы решить и без построения дерева решений. Для этого достаточно в maблице 3 найти строку с наимбольшим количеством единиц, что означает выполнение максимально возможного количества требований. (Taблица 4)

	Банки	На Максимальная ставка по кредиту, %	=> Первый взнос, %	Комиссия банка, %	+ Нассмотрение заявки, Дн	С Максимальная сумма кредита,	о Средняя ставка по кредиту, %		Максимальный возраст	Ж Максимальный срок кредита, г.	№ Минимальный общий стаж, г.
		11,5	10	2	10	13	10	0,75	60	25	1
1	ВТБ	0	1	1	0	0	0	1	0	0	1
2	Санкт-Петербург	0	0	1	1	0	0	1	1	1	1
3	Райффайзен	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1
4	мдм	0	1	0	1	1	0	1	0	1	1
5	Сбербанк	1	1	1	0	0	1	0	0	0	1
6	GeMoney	1	1	0	1	0	1	0	1	1	0
7	DeltaCredit	0	0	1	0	1	0	1	1	1	1
8	Абсолют	0	1	1	0	0	0	1	0	1	0
9	ПСБ	1	0	1	1	1	1	0	0	1	1
	КМБ	0	1	0	0	0	0	1	1	1	1
	ОТП	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0
	ЮниКредит	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1
	Городской импотечный	1	1	1	1	0	1	0	1	0	1
	РосБанк	1	1	1	0	1	0	1	0	1	1
15	Северная казна	1	0	0	1	1	1	1	1	1	0

Таблица 4 — Выбор банка без дерева решений

Если же упорядочивать банки, то мы получим следующий список:

- 1. Райффайзен (3)
- 2. Северная казна (15)
- 3. Городской ипотечный (13)
- 4. GeMoney (6)
- 5. ΠCB (9)
- 6. РосБанк (14)
- 7. Сбербанк (5)
- 8. DeltaCredit (7)
- 9. ЮниКредит (12)
- 10. Санкт-Петербург (2)
- 11. KMB (10)
- 12. МДМ (4)
- 13. BTB (1)
- 14. $OT\Pi$ (11)
- 15. Абсолют (8)

Задача 7

Задание: Упорядочить банки по Парето

Из всех факторов (признаков) было решено оставить 8 субъективновыбранных:

- 1. Максимальная ставка по кредиту, $\% P1 \ (min)$
- 2. Первый взнос, % P2 (max)
- 3. Комиссия банка, $\% P3 \ (min)$
- 4. Рассмотрение заявки, дн. Р4 (min)
- 5. Максимальная сумма кредита, млн. руб P5 (max)
- 6. Средняя ставка по кредиту, $\% P6 \ (min)$
- 7. Максимальный возраст заёмщика, г. $P8\ (min)$
- 8. Минимальный общий стаж, г. P10 (min)

	Банки	Максимальная ставка по кредиту, %	Первый взнос, %	Комиссия банка, %	Рассмотрение заявки , Дн	Максимальная сумма кредита, млн. руб.	Средняя ставка по кредиту, %	Максимальный возраст заёмщика, г.	Минимальный общий стаж, г.
		P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8
		min	max	min	min	max	min	min	min
1	ВТБ	13,2	0	1,3	14	25	11,45	65	1
2	Санкт-Петербург	14	10	1	5	37,5	12,45	65	1
3	Райффайзен	11,5	10	1	5	25	10,75	60	1
4	мдм	12,5	10	1,2	4	12,5	11,6	65	1
5	Сбербанк	12	10	0	18	25	10,75	75	0,5
6	GeMoney	7,05	5	1	1	37,5	5,525	69	2
7	DeltaCredit	11	15	1	3	7,5	9,5	55	1
8	Абсолют	13	0	1	5	25	11	60	2
9	ПСБ	11	30	0	1	7,5	10	70	1
10	КМБ	11,5	15	1	5	12,5	10,25	60	0,25
11	ОТП	11,8	10	0,8	5	50	10,65	70	2
12	ЮниКредит	11,9	15	1,5	7	37,5	10,45	60	2
13	Городской импотечный	11,5	15	0,8	3	50	10,25	54	1
14	РосБанк	11,5	10	0	5	12,5	10,5	60	0,5
15	Северная казна	10,5	25	3	5	7,5	9,625	60	1,5

 ${\it Taблица}~5~-$ Характеристики банков

Строим матрицу факторов предпочтений. Она представляет собой отношение Парето-доминирования:

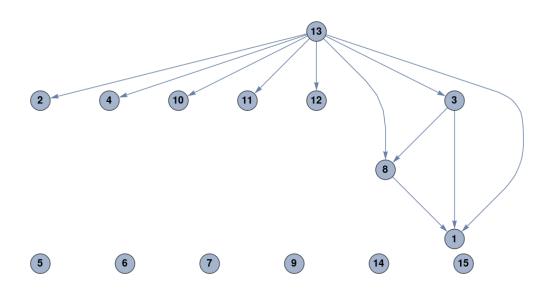
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
13	1	1	1	1	0	0	0	1	0	1	1	1	0	0	0
14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Таблица 6 — Матрица факторов предпочтений

Название банков заменены их номерами.

Упорядочив вершины графа от вершин-истоков к вершине-стоку, получим трёхуровневый граф доминирования.

В множество Парето, соответствующее верхнему уровню графа, вошёл только «Городской ипотечный» банк.



 $Pucynok\ 2$ — Граф Парето-доминирования, построенный по таблице 6

Отношение Парето-доминирования позволяет получить частичный порядок на множестве объектов, поскольку не все объекты сравнимы по Парето.

Если же упорядочивать банки, то мы получим следующий список:

- 1. Городской ипотечный (13)
- 2. Санкт-Петербург (2), МДМ (4), КМБ (10), ОТП (11), ЮниКредит (12), Райффайзен (3), Абсолют (8), ВТБ (1)
- 3. Сбербанк (5), GeMoney (6), DeltaCredit (7), ПСБ (9), РосБанк (14), Северная казна (15)

Показатели отношения Парето-доминирования

Показатель доминирования

Свойство доминирования оценивается числом дуг $m_{\rm д}$, соединяющих вершины верхних уровней ранжированного графа с вершинами нижних уровней. Отсюда nokasamenb domunuposahus $k_{\rm d}$ вычисляется как доля дуг в общем числе связей полного графа:

$$k_{\rm A} = \frac{2 \cdot m_{\rm A}}{N(N-1)}$$

$$k_{\rm A} = \frac{2 \cdot 8}{15(15-1)} = 0.0761905 = 7.61905\%$$

Показатель неразличимости объектов

Hepasnuчимость объектов количественно оцениваются числом рёбер $m_{\rm p}$, соединяющих вершины, принадлежащие одному уровню графа, и оценивается формулой:

$$k_{\rm Hp} = \frac{2 \cdot m_{\rm p}}{N(N-1)}$$

$$k_{\rm Hp} = \frac{2 \cdot 3}{15(15-1)} = 0.0285714 = 2.85714\%$$

Показатель несравнимости объектов

Число отсутствующих связей, характеризующее долю несравнимых объектов, вычисляется по формуле:

$$k_{\rm HC} = 1 - (k_{\rm A} + k_{\rm HP})$$

$$k_{\text{HC}} = 1 - (0.0761905 + 0.0285714) = 0.895238 = 89.5238\%$$

Показатель строгости порядка

Показатель $строгости порядка <math>k_{cn}$ определим как отношение числа уровней графа к числу объектов:

$$k_{\rm ch} = \frac{\rho_{max} - 1}{N - 1}$$

$$k_{\rm ch} = \frac{3 - 1}{15 - 1} = 0.142857 = 14.2857\%$$

Расчёт полустепеней захода и исхода

Полустепень захода $(deg^+(x_i))$ – число дуг, заходящих в вершину x_i Полустепень исхода $(deg^-(x_i))$ – число дуг, исходящих из вершины x_i

 $ho_{max}(x_i)$ – лучший ранг вершины x_i с полустепенью исхода $deg^-(x_i)$

$$\rho_{max}(x_i) = N - deg^-(x_i)$$

 $\rho_{min}(x_i)$ – лучший ранг вершины x_i с полустепенью захода $deg^+(x_i)$

$$\rho_{min}(x_i) = deg^+(x_i) + 1$$

Расчёты:

Таким образом, мы получили информацию о границах упорядочения объектов.

Задача 8

Задание: Расположить критерии по важности и упорядочить банки в соответствие с их лексикографическим порядком. Затем рассмотреть критерии в обратном порядке и упорядочить банки в соответствие с их новым лексикографическим порядком

Из всех факторов (признаков) было решено оставить 8 субъективновыбранных:

- 1. Максимальная ставка по кредиту, %- P1 (min)
- 2. Первый взнос, $\% P2 \ (max)$
- 3. Комиссия банка, $\% P3 \ (min)$
- 4. Рассмотрение заявки, дн. P4 (min)
- 5. Максимальная сумма кредита, млн. руб P5 (max)
- 6. Средняя ставка по кредиту, $\% P6 \ (min)$
- 7. Максимальный возраст заёмщика, г. P8 (min)
- 8. Минимальный общий стаж, г. P10 (min)

Прямой порядок

Приоритет критериев берём из условия.

	Приоритет	1		2		3		4	ļ.	5		6	j	7	,	8			
	Банки	Максимальная ставка по кредиту, %		Максимальная кредиту,		Первый взнос, %		Комиссия банка, %		Рассмотрение заявки, дн		Максимальная сумма кредита, млн. руб.		Средняя ставка по	кредиту, %	Максимальный возраст	заёмщика, г.	Минимальный общий стаж, г.	
L		min	Ранг	max	Ранг	min	Ранг	min	Ранг	max	Ранг	min	Ранг	min	Ранг	min	Ранг		
1 B	ТБ	13,2	10	0	12	1,3	14	14	14	25	14	11,45	14	65	14	1	14		
2 (анкт-Петербург	14	11	10	13	1	15	5	15	37,5	15	12,45	15	65	15	1	15		
3 F	айффайзен	11,5	4	10	6	1	8	5	8	25	8	10,75	8	60	8	1	8		
4 N	идм	12,5	8	10	10	1,2	12	4	12	12,5	12	11,6	12	65	12	1	12		
5 0	бербанк	12	7	10	9	0	11	18	11	25	11	10,75	11	75	11	0,5	11		
6 6	eMoney	7,05	1	5	1	1	1	1	1	37,5	1	5,525	1	69	1	2	1		
7 [eltaCredit	11	3	15	4	1	4	3	4	7,5	4	9,5	4	55	4	1	4		
8 /	бсолют	13	9	0	11	1	13	5	13	25	13	11	13	60	13	2	13		
9Г	ICE	11	3	30	3	0	3	1	3	7,5	3	10	3	70	3	1	3		
10 H	МБ	11,5	4	15	5	1	6	5	6	12,5	6	10,25	6	60	6	0,25	6		
11 (ПТ	11,8	5	10	7	0,8	9	5	9	50	9	10,65	9	70	9	2	9		
12 H	ОниКредит	11,9	6	15	8	1,5	10	7	10	37,5	10	10,45	10	60	10	2	10		
13 Г	ородской импотечный	11,5	4	15	5	0,8	5	3	5	50	5	10,25	5	54	5	1	5		
14 F	осБанк	11,5	4	10	6	0	7	5	7	12,5	7	10,5	7	60	7	0,5	7		
15 (еверная казна	10,5	2	25	2	3	2	5	2	7,5	2	9,625	2	60	2	1,5	2		

Таблица 7 — Характеристики банков в обычной и ранговой шкале

Получается, что после третьего критерия мы получили успорядоченный список банков.

Упорядоченный список банков:

- 1. GeMoney (6)
- 2. Северная казна (15)
- 3. ПСБ (9)
- 4. DeltaCredit (7)
- 5. Городской ипотечный (13)
- 6. KMB (10)
- 7. РосБанк (14)
- 8. Райффайзен (3)
- 9. $OT\Pi$ (11)
- 10. ЮниКредит (12)
- 11. Сбербанк (5)
- 12. МДМ (4)
- 13. Абсолют (8)
- 14. BTB (1)
- 15. Санкт-Петербург (2)

Обратный порядок

Приоритет критериев берём из перевёрнутого списка условий.

Приоритет		1 2		!	3	3	4		5		6	5	7	•	8	3
Банки	Минимальный общий	Минимальный общий стаж, г. стаж, г. Максимальный воэраст заёмщика, г.		Средняя ставка по			Максимальная сумма кредита, млн. руб.		Рассмотрение заявки, дн		Комиссия банка, %		Первый взнос, %		Максимальная ставка по кредиту, %	
	min	Ранг	min	Ранг	min	Ранг	max	Ранг	min	Ранг	min	Ранг	max	Ранг	min	Ранг
1 BTE	1	. 3	65	7	11,45	7	25	7	14	7	1,3	7	0	7	13,2	7
2 Санкт-Петербург	1	. 3	65	7	12,45	9	37,5	9	5	9	1	9	10	9	14	9
3 Райффайзен	1	3	60	6	10,75	6	25	6	5	6	1	6	10	6	11,5	6
4 МДМ	1	3	65	7	11,6	8	12,5	8	4	8	1,2	8	10	8	12,5	8
5 Сбербанк	0,5	2	75	3	10,75	3	25	3	18	3	0	3	10	3	12	3
6 GeMoney	2	5	69	11	5,525	14	37,5	14	1	14	1	14	5	14	7,05	14
7 DeltaCredit	1	3	55	5	9,5	5	7,5	5	3	5	1	5	15	5	11	5
8 Абсолют	2	5	60	10	11	13	25	13	5	13	1	13	0	13	13	13
9 ПСБ	1	3	70	8	10	10	7,5	10	1	10	0	10	30	10	11	10
10 KM5	0,25	1	60	1	10,25	1	12,5	1	5	1	1	1	15	1	11,5	1
11 ОТП	2	5	70	12	10,65	15	50	15	5	15	0,8	15	10	15	11,8	15
12 ЮниКредит	2	5	60	10	10,45	12	37,5	12	7	12	1,5	12	15	12	11,9	12
13 Городской импотечны	й 1	3	54	4	10,25	4	50	4	3	4	0,8	4	15	4	11,5	4
14 РосБанк	0,5	2	60	2	10,5	2	12,5	2	5	2	0	2	10	2	11,5	2
15 Северная казна	1,5	 	60	9	9,625	11	7,5	11	5	11	3	11	25	11	10,5	11

 ${\it Taблица} \ 8 \ - {\it Xapaktepuctuku}$ банков в обычной и ранговой шкале

Получается, что после третьего критерия мы получили успорядоченный список банков.

Упорядоченный список банков:

- 1. KMB (10)
- 2. РосБанк (14)
- 3. Сбербанк (5)
- 4. Городской ипотечный (13)
- 5. DeltaCredit (7)
- 6. Райффайзен (3)
- 7. BTB (1)
- 8. МДМ (4)
- 9. Санкт-Петербург (2)
- 10. ΠCB (9)
- 11. Северная казна (15)
- 12. ЮниКредит (12)
- 13. Абсолют (8)
- 14. GeMoney (6)
- 15. OTΠ (11)