МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКОНОМИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Факультет информатики и прикладной математики
Кафедра прикладной математики и экономико-математических методов

ОТЧЁТ

по дисциплине:

«Теория и системы поддержки принятия решений»

на тему:

«Многокритериальная линейная оптимизация. Задание 1»

Направление: 01.03.02
Обучающийся: Бронников Егор Игоревич
Группа: ПМ-1901

Санкт-Петербург
2022

Задача 1

Критерии:
$f_1 = x_1 + x_2 + 2 \longrightarrow max$
$f_2 = x_1 - x_2 + 6 \longrightarrow max$

Ограничения:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 6 \\ 0 \leq x_1 \leq 4 \\ 0 \leq x_2 \leq 2 \end{cases}$$

Найти компромиссное решение

1) Находим индивидуальные экстремальные значения рассматриваемых критериев:

$$\begin{array}{l} max f_1 = 7, \quad x_1 = 4, \;\; x_2 = 1: \;\; f_2 = 9 \\ max f_2 = 10, \; x_1 = 4, \;\; x_2 = 0: \;\; f_1 = 6 \end{array}$$

2) Введём компромиссную переменную z и сформулируем неравенства для относительных отклонений:

$$\begin{array}{r} f_1: \;\; x_1 + x_2 + 2 + 7z \geq 7 \\ f_2: \;\; x_1 - x_2 + 6 + 10z \geq 10 \\ z \geq 0 \end{array}$$

3) Формулируем вспомогательную целевую функцию:

$$F = z \longrightarrow min$$

4) Решаем задачу оптимизации:

Целевая функция:
$F = z \longrightarrow min$

Ограничения:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 6 \\ 0 \leq x_1 \leq 4 \\ 0 \leq x_2 \leq 2 \\ x_1 + x_2 + 2 + 7z \geq 7 \\ x_1 - x_2 + 6 + 10z \geq 10 \\ z \geq 0 \end{cases}$$

Её решение имеет вид:

$$z^* = 0.0588235, \;\; x_1^* = 4, \;\; x_2^* = 0.0588235: \;\; f_1^* = 6.58824 \;\; f_2^* = 9.41177$$

Таким образом, мы получили эффективное решение. Значение z^* показывает, что относительные отклонения компромиссных значений критериев f_1 и f_2 от их оптимальных величин $f_{1,max}$ и $f_{2,max}$ не превышает 6%, что хорошо:

$$f_{1,max} = 7, \;\; f_{2,max} = 10$$

Ответ: $x_1^* = 4, \;\; x_2^* = 0.0588235: \;\; f_1^* = 6.58824, \;\; f_2^* = 9.41177$

Задача 2

Критерии:
$f_1 = x_1 + x_2 + 2 \longrightarrow max$
$f_2 = x_1 - x_2 + 6 \longrightarrow max$

Ограничения:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 6 \\ 0 \leq x_1 \leq 4 \\ 0 \leq x_2 \leq 2 \end{cases}$$

Критерий f_1– главный и уступка $p_1 = 10\%$

Найти эффективное решение методом последовательных уступок (методом главного критерия)

1) Находим индивидуальные экстремальные значения рассматриваемых критериев:

$$\begin{array}{l} max f_1 = 7, \quad x_1 = 4, \;\; x_2 = 1: \;\; f_2 = 9 \\ max f_2 = 10, \;\; x_1 = 4, \;\; x_2 = 0: \;\; f_1 = 6 \end{array}$$

2) Получаем дополнительное ограничение для f_1:

$$f_1: \;\; x_1 + x_2 + 2 \geq 7 \times (1 - 0.1) = 6.3$$

3) Решаем задачу максимизации для f_2 с исходными ограничениями и с дополнительным ограничением:

Целевая функция:
$f_2 = x_1 - x_2 + 6 \longrightarrow max$

Ограничения:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 6 \\ 0 \leq x_1 \leq 4 \\ 0 \leq x_2 \leq 2 \\ x_1 + x_2 + 2 \geq 6.3 \end{cases}$$

Ответ: $x_1^* = 4,\ \ x_2^* = 0.3:\ \ f_1^* = 6.3,\ \ f_2^* = 9.7$

Задача 3

Критерии:
$f_1 = x_1 + x_2 + 2 \longrightarrow max$
$f_2 = x_1 - x_2 + 6 \longrightarrow max$

Ограничения:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 6 \\ 0 \leq x_1 \leq 4 \\ 0 \leq x_2 \leq 2 \end{cases}$$

Уступка p_1 для первого критерия f_1 составляет 5, 10 и 15%
Уступка p_2 для второго критерия f_2 равна 10, 15 и 20%

Найти эффективное решение методом последовательных уступок (случай двух критериев)

1) Находим индивидуальные экстремальные значения рассматриваемых критериев:

$$\begin{aligned} &max f_1 = 7, \quad x_1 = 4,\ \ x_2 = 1:\ \ f_2 = 9 \\ &max f_2 = 10,\ \ x_1 = 4,\ \ x_2 = 0:\ \ f_1 = 6 \end{aligned}$$

2) При максимизации f_1 уступка по f_2 приводит к следующему ограничению:

$$f_2: \ x_1 - x_2 + 6 \geq 10 \times (1 - p_2)$$

При максимизации f_2 уступка по f_1 приводит к следующему ограничению:

$$f_1: \ x_1 + x_2 + 2 \geq 7 \times (1 - p_1)$$

$f_1 \longrightarrow max$:

p_2 для f_2	f_1	f_2
0.03	6.3	9.7
0.05	6.5	9.5
0.08	7	9
0.1	7	9
0.15	7	9
0.2	7	9

$f_2 \longrightarrow max$:

p_1 для f_1	f_1	f_2
0.05	6.65	9.35
0.1	6.3	9.7
0.15	6	10