

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКОНОМИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Факультет информатики и прикладной математики Кафедра прикладной математики и экономико-математических методов

ОТЧЁТ

по дисциплине:

«Методы оптимизации»

на тему:

«Задание 13. Нелинейная оптимизация»

Направление: 01.03.02

Обучающийся: Бронников Егор Игоревич

Группа: ПМ-1901

Санкт-Петербург 2021

Дано

$$f(x_1, x_2, x_3) = (3x_1 - 3x_2 - 5)^2 + (6x_1 - x_2 - x_3 - 2)^2 + (2x_1 + 5x_2 + x_3 - 1)^2$$

Задание 1

Условие:

Найти стационарную точку и вычислить в ней значение функции.

Решение:

$$\begin{cases} \frac{df}{dx_1} = 6 * (3x_1 + 3x_2 - 5) + 12 * (6x_1 - x_2 - x_3 - 2) + 4 * (2x_1 + 5x_2 + x_3 - 1) = 0 \\ \frac{df}{dx_2} = -6 * (3x_1 + 3x_2 - 5) - 2 * (6x_1 - x_2 - x_3 - 2) + 10 * (2x_1 + 5x_2 + x_3 - 1) = 0 \\ \frac{df}{dx_3} = -2 * (6x_1 - x_2 - x_3 - 2) + 2 * (2x_1 + 5x_2 + x_3 - 1) = 0 \end{cases}$$

Стационарная точка: $(\frac{29}{36}, -\frac{31}{36}, \frac{133}{36})$

Значение функции в стационарной точке: $f(\frac{29}{36}, -\frac{31}{36}, \frac{133}{36}) = 0$

Задание 2

Условие:

Определить экстремум, если он есть.

Решение:

$$\frac{d^2f}{dx_1^2} = 98$$

$$\frac{d^2f}{dx_1x_2} = -10$$

$$\frac{d^2f}{dx_1x_3} = -8$$

$$\frac{d^2f}{dx_2^2} = 70$$

$$\frac{d^2f}{dx_2x_3} = 12$$

$$\frac{d^2f}{dx_3^2} = 4$$

Построим матрицу Гессе:

$$H(X) = \begin{pmatrix} 98 & -10 & -8 \\ -10 & 70 & 12 \\ -8 & 12 & 4 \end{pmatrix}$$

Вычисляем главные миноры:

$$M_1(H) = 98 > 0, \ M_2(H) = 6760 > 0, \ M_3(H) = 10368 > 0$$

В точке $(\frac{29}{36}, -\frac{31}{36}, \frac{133}{36})$ матрица Гессе положительна определена, значит точка $(\frac{29}{36}, -\frac{31}{36}, \frac{133}{36})$ – экстремум и является точкой минимума.

Задание 3

Условие:

Проверить функцию на выпуклость/вогнутость.

Решение:

В точке $(\frac{29}{36}, -\frac{31}{36}, \frac{133}{36})$ матрица Гессе положительно определена, а значит функция является выпуклой.