Задание №1

$$\ddot{x} - (\lambda - x^2)\dot{x} + x = 0$$

$\exists\; y = \dot{x}$

$$\begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = (\lambda - x^2)y - x \end{cases} \to \begin{cases} \frac{dx}{dt} = y \\ \frac{dy}{dt} = (\lambda - x^2)y - x \end{cases} \rightsquigarrow \begin{cases} y = 0 \\ (\lambda - x^2)y - x = 0 \end{cases}$$

Особая точка: $(0;0)$

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1-2xy & \lambda' - x^2 \end{pmatrix}\Bigg|_{\substack{x=0\\y=0}} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & \lambda' \end{pmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} -\lambda & 1 \\ -1 & \lambda' - \lambda \end{vmatrix} = -\lambda\lambda' + \lambda^2 + 1 = 0 \Rightarrow \lambda_{1,2} = \frac{\lambda' \pm \sqrt{\lambda'^2 - 4}}{2}$$

при $\lambda' = 2$: $\lambda_1 < 0$, $\lambda_2 < 0$ $\Rightarrow$ тип состояния равновесия: устойчивый узел

при $-2 < \lambda' < 0$: $\lambda_{1,2} = \alpha \pm i\beta$, $\alpha < 0$ $\Rightarrow$ тип состояние равновесия: устойчивый фокус

при $0 < \lambda' < 2$: $\lambda_{1,2} = \alpha \pm i\beta$, $\alpha > 0$ $\Rightarrow$ тип состояние равновесия: неустойчивый фокус

при $\lambda' > 2$: $\lambda_{1,2} > 0$ $\Rightarrow$ тип состояния равновесия: неустойчивый узел