



**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**  
**Федеральное государственное бюджетное образовательное**  
**учреждение высшего образования**  
**«САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ**  
**ЭКОНОМИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

Факультет информатики и прикладной математики  
Кафедра прикладной математики и экономико-математических методов

**ОТЧЁТ**  
по дисциплине:  
**«Модели комбинаторной оптимизации»**  
на тему:  
**«Задание №8. Оптимальный план производства»**

Направление: 01.03.02

Обучающийся: Бронников Егор Игоревич

Группа: ПМ-1901

Санкт-Петербург  
2022

## Дано

- $P = \{1, \dots, n\}$  – множество номенклатуры
- $M = \{1, \dots, m\}$  – множество машин
- $q$  – квант времени
- $T = \{q_0, \dots, q_{last}\}$  – множество временных периодов, которые описывают горизонт планирования
- $MP = \{mp_{t,i} : mp_{t,i} \geq 0, \quad t \in T, i \in M\}$  – матрица мощностей машины в квант времени (ед. продукции/ед. времени)
- $TC = \{tc_{p,i} : tc_{p,i} \geq 0, \quad p \in P, i \in M\}$  – технологическая карта
- $TTC = \{ttc_{p,i} : ttc_{p,i} \geq 0, \quad p \in P, i \in M\}$  – время производства номенклатуры на машине в соответствии с технологической картой
- $price_p$  – цена номенклатуры  $p$  за ед.  $\forall p \in P$
- $invoice_p$  – спрос на номенклатуру  $p \quad \forall p \in P$
- $deadline_p$  – квант времени, к какому должна быть произведена номенклатура  $p$

## Параметры

$$b_{p,i,t,t'} = \begin{cases} 1, & \text{if машина } i \text{ занята в квант времени } t' \text{ производством} \\ & \text{номенклатуры } p, \text{ которое началось в квант времени } t \\ 0, & \text{в противном случае} \end{cases}$$

$$\forall p \in P, \quad \forall i \in M, \quad \forall t \in T, \quad \forall t' \in T : t' \geq t$$

## Переменные

$x_{p,i,t} \geq 0$  – количество произведённой номенклатуры  $p$  на машине  $i$  в квант времени  $t$

$$\forall p \in P, \quad \forall i \in M, \quad \forall t \in T$$

$$y_{p,i,t} = \begin{cases} 1, & \text{if номенклатура } p \text{ начинает производиться в квант времени } t \\ & \text{на машине } i \\ 0, & \text{в противном случае} \end{cases}$$

$$\forall p \in P, \quad \forall i \in M, \quad \forall t \in T$$

## Целевая функция

1) Прибыль:

$$\sum_{p=1}^n price_p \sum_{i=1}^m \sum_{t=q_0}^{q_{last}} x_{p,i,t} \longrightarrow \max$$

2) Как можно раньше хотим закончить работы:

$$\sum_{p=1}^n \sum_{i=1}^m \sum_{t=q_0}^{q_{last}} ttc_{p,i} \cdot y_{p,i,t} \longrightarrow \min$$

Целевая функция

$$\sum_{p=1}^n price_p \sum_{i=1}^m \sum_{t=q_0}^{q_{last}} x_{p,i,t} - \sum_{p=1}^n \sum_{i=1}^m \sum_{t=q_0}^{q_{last}} ttc_{p,i} \cdot y_{p,i,t} \longrightarrow \max$$

## Ограничения

1) Не должно быть незавершённого производства (вся номенклатура, которая занимает машинное время, должна быть выпущена к времени выпуска, иначе её не планировать):

$$\sum_{p=1}^n \sum_{i=1}^m \sum_{t=q_0}^{q_{last}} b_{p,i,t,t'} \cdot y_{p,i,t} = 1 \quad \forall t' \in T : t' \geq t$$

2) Сумма всех работ на машине, проводимых в квант времени, должна быть меньше или равна производительности машины:

$$\sum_{p=1}^n \sum_{i=1}^m \sum_{t=q_0}^{q_{last}} b_{p,i,t,t'} \cdot x_{p,i,t} \leq m_{t,i} \quad \forall t \in T, \forall t' \in T : t' \geq t, \forall i \in M$$

3) Время использования машины, должно быть равно времени производства пула номенклатуры на машине:

$$\sum_{p=1}^n \sum_{t=q_0}^{q_{last}} \sum_{t' \in T : t' \geq t} \frac{b_{p,i,t,t'} \cdot x_{p,i,t}}{mp_{t,i}} = \sum_{p=1}^n \sum_{t=q_0}^{q_{last}} y_{p,i,t} \cdot ttc_{p,i} \quad \forall i \in M$$

4) Произвести номенклатуру необходимо до времени завершения производства этой номенклатуры:

$$\sum_{i=1}^m \sum_{t=q_0}^{q_{last}} tc_{p,i} \cdot y_{p,i,t} \leq deadline_p \quad \forall p \in P$$

5) На каждой машине, в один квант времени может производиться только одна номенклатура:

$$\sum_{p=1}^n \sum_{i=1}^m y_{p,i,t} \leq 1 \quad \forall t \in T$$

6) Производство номенклатуры не превышает спрос:

$$\sum_{i=1}^m \sum_{t=q_0}^{q_{last}} x_{p,i,t} \leq invoice_p \quad \forall p \in P$$

7) Естественные ограничения:

$$\begin{aligned} x_{p,i,t} &\geq 0, & \forall p \in P, & \quad \forall i \in M, & \quad \forall t \in T \\ y_{p,i,t} &\in \{0; 1\}, & \forall p \in P, & \quad \forall i \in M, & \quad \forall t \in T \end{aligned}$$