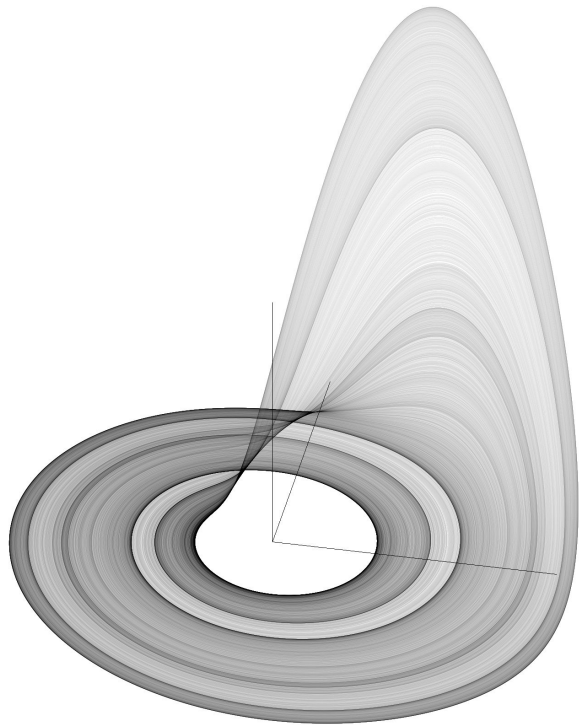


Аттрактор Рёсслера



Система ДУ Рёсслера

2/7

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -y - z \\ \frac{dy}{dt} = x + ay \\ \frac{dz}{dt} = b + z(x - r) \end{cases}, a > 0, b > 0, r > 0$$

При значениях параметров $a = b = 0.2$ и $2.6 \leq r \leq 4.2$ уравнения Рёсслера обладают устойчивым предельным циклом. Сам Рёсслер изучал систему при постоянных $a = 0.2$, $b = 0.2$ и $r = 5.7$, но также часто используются и значения $a = 0.1$, $b = 0.1$, и $r = 14$.

Анализ поведения системы на плоскости

3/7

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -y \\ \frac{dy}{dt} = x + ay \end{cases} \quad , a > 0, b > 0$$

$$\lambda_{1,2} = \frac{a \pm \sqrt{a^2 - 4}}{2}$$

Неподвижные точки

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -y - z = 0 \\ \frac{dy}{dt} = x + ay = 0 \\ \frac{dz}{dt} = b + z(x - r) = 0 \end{cases}$$

`Solve[{-y - z == 0, x + a y == 0, b + z (x - r) == 0}, {x, y, z}][[All, ;;, 2]] // Column`

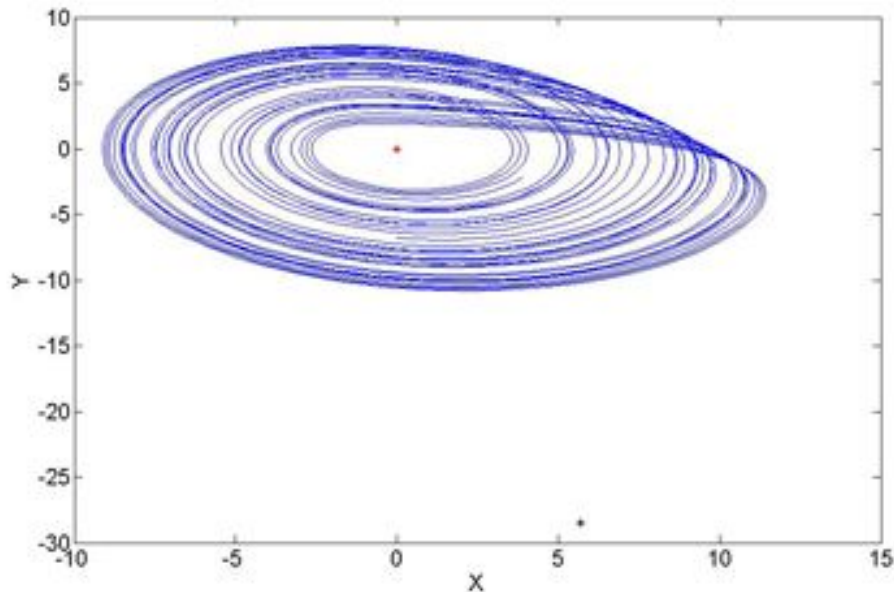


$$\left\{ \frac{1}{2} \left(r - \sqrt{-4ab + r^2} \right), \frac{1}{2} \left(-\frac{r}{a} + \frac{\sqrt{-4ab + r^2}}{a} \right), \frac{r - \sqrt{-4ab + r^2}}{2a} \right\}$$

$$\left\{ \frac{1}{2} \left(r + \sqrt{-4ab + r^2} \right), \frac{1}{2} \left(-\frac{r}{a} - \frac{\sqrt{-4ab + r^2}}{a} \right), \frac{r + \sqrt{-4ab + r^2}}{2a} \right\}$$

$$\left(\frac{r + \sqrt{r^2 - 4ab}}{2}, \frac{-r - \sqrt{r^2 - 4ab}}{2a}, \frac{r + \sqrt{r^2 - 4ab}}{2a} \right)$$

$$\left(\frac{r - \sqrt{r^2 - 4ab}}{2}, \frac{-r + \sqrt{r^2 - 4ab}}{2a}, \frac{r - \sqrt{r^2 - 4ab}}{2a} \right)$$



Изменение параметра a

$$b = 0.2, r = 5.7$$

- $a \leq 0$ – сходится к устойчивой точке;
- $a = 0.1$ – крутится с периодом 2;
- $a = 0.2$ – хаос;
- $a = 0.3$ – хаотичный аттрактор;
- $a = 0.35$ – аналогичен предыдущему, но хаос проявляется сильнее;
- $a = 0.38$ – аналогичен предыдущему, но хаос проявляется ещё сильнее.

// убедимся позже в AnyLogic

Изменение параметра b

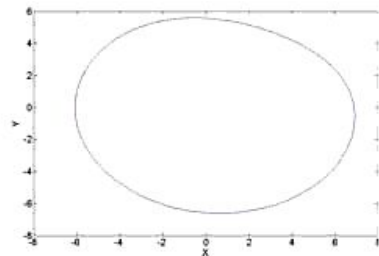
$$a = 0.2, r = 5.7$$

- $b \rightarrow 0$ – аттрактор неустойчив;
- $b > a$ `and` $b > r$ – стационарное состояние.

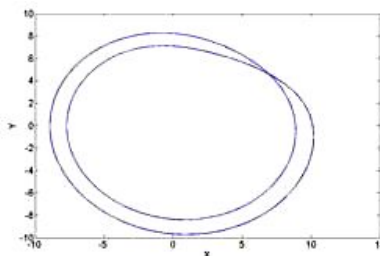
// убедимся позже в AnyLogic

Изменение параметра r

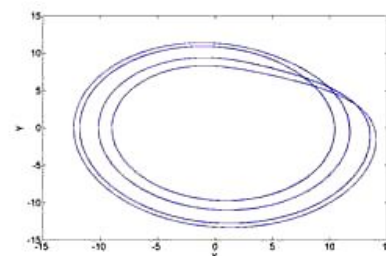
7/7



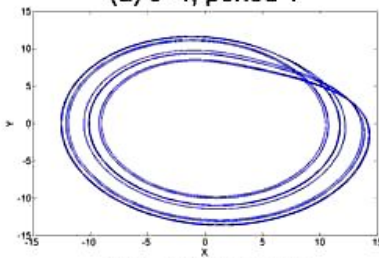
(a) $c=4$, period 1



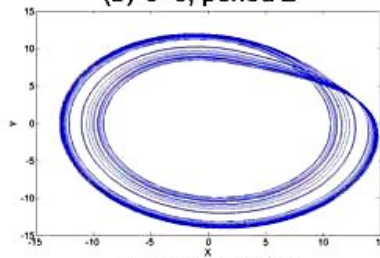
(b) $c=6$, period 2



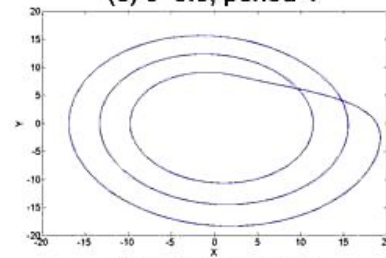
(c) $c=8.5$, period 4



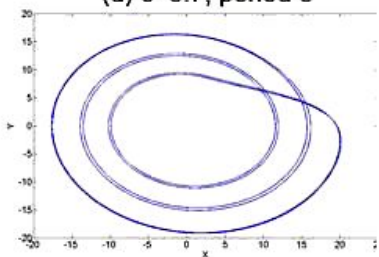
(d) $c=8.7$, period 8



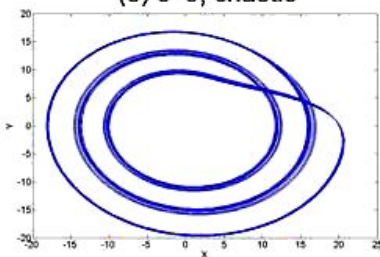
(e) $c=9$, chaotic



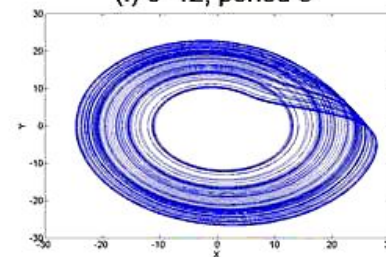
(f) $c=12$, period 3



(g) $c=12.6$, period 6



(h) $c=13$, chaotic



(i) $c=18$, chaotic

*** переход в AnyLogic ***