



**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**  
**Федеральное государственное бюджетное образовательное**  
**учреждение высшего образования**  
**«САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ**  
**ЭКОНОМИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

Факультет информатики и прикладной математики  
Кафедра прикладной математики и экономико-математических методов

**ОТЧЁТ**  
по дисциплине:  
**«Теория и системы поддержки принятия решений»**  
на тему:  
**«Разностные уравнения. Задание 3»**

Направление: 01.03.02

Обучающийся: Бронников Егор Игоревич

Группа: ПМ-1901

Санкт-Петербург  
2022

## Задача 9

*Задание:* Найти общее решение однородного линейного разностного уравнения:

$$u_{s+4} - 7u_{s+3} + 22u_{s+2} - 32u_{s+1} + 16u_s = 0$$

*Решение:*

Перепишем исходное уравнение в виде для  $t \geq 4$ :

$$u_t - 7u_{t-1} + 22u_{t-2} - 32u_{t-3} + 16u_{t-4} = 0$$

Будем искать решение в виде:  $\check{u}_t = Ch^t$

$$h^t - 7h^{t-1} + 22h^{t-2} - 32h^{t-3} + 16h^{t-4} = 0$$

Находим характеристическое уравнение:

$$H(t) = h^4 - 7h^3 + 22h^2 - 32h + 16 = 0$$

Решаем уравнение, получим следующие корни:  $h_1 = 1, h_2 = 2, h_3 = 2 - 2i, h_4 = 2 + 2i$ .

Можно видеть, что у нас нет кратных корней, но есть комплексные корни. Запишем представление комплексного числа в тригонометрической форме:

$$\hat{y}_t = r^t((C_1 + C_2) \cos(t\phi) + i(C_1 - C_2) \sin(t\phi))$$

Отсюда следует, чтобы получить действительное решение, постоянные надо взять комплексно-сопряжёнными:  $C_{1,2} = U(\cos \theta \pm i \sin \theta)$ .

В итоге, получается:

$$\hat{y}_t = 2Ur^t \cos(t\phi + \theta)$$

где  $r = 2\sqrt{2}, \phi = \frac{\pi}{4}$

Таким образом, общее решение будет выглядеть следующим образом:

$$\check{u}_t = C_1 + 2^t C_2 + 2U(2\sqrt{2})^t \cos\left(\frac{\pi}{4}t + \theta\right)$$