



МИНОБРНАУКИ РОССИИ

**Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ЭКОНОМИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

Факультет информатики и прикладной математики
Кафедра прикладной математики и экономико-математических
методов

ОТЧЁТ

по дисциплине:

«Методы оптимизации»

на тему:

**«Решение задачи дискретной оптимизации методом ветвей
и границ. Задание 10»**

Направление: 01.03.02

Обучающийся: Бронников Егор Игоревич

Группа: ПМ-1901

Санкт-Петербург
2021

Задача 4

Целевая функция:

$$f = 4x_1 + x_2 \longrightarrow \max$$

Ограничения:

$$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 \geq -8 \\ 3x_1 + x_2 \geq 3 \\ x_2 \leq 8 \\ x_1 \leq 4 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

Оптимальное решение задачи:

$$f = 24, x_1 = 4, x_2 = 8$$

Решение исходной задачи получилось целочисленным, поэтому её нужно испортить.

Испортим исходную задачу:

Целевая функция:

$$f = 4x_1 + x_2 \longrightarrow \max$$

Ограничения:

$$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 \geq -8 \\ 3x_1 + x_2 \geq 3 \\ \mathbf{5}x_2 \leq 8 \\ \mathbf{3}x_1 \leq 4 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

Оптимальное решение испорченной задачи:

$$f = 6.93333, x_1 = 1.33333, x_2 = 1.6$$

В качестве переменной для ветвления возьмём переменную x_1 . Разобьём исходную задачу на две подзадачи 1.1 и 1.2.

Задача 1.1

Добавляем ограничение: $x_1 \geq 2$.

Целевая функция:

$$f = 4x_1 + x_2 \longrightarrow \max$$

Ограничения:

$$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 \geq -8 \\ 3x_1 + x_2 \geq 3 \\ 5x_2 \leq 8 \\ 3x_1 \leq 4 \\ x_1 \geq 2 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

Так получилось, что данная задача не имеет решения, поэтому для неё процесс ветвления прерывается.

Задача 1.2

Добавляем ограничение: $x_1 \leq 1$.

Целевая функция:

$$f = 4x_1 + x_2 \longrightarrow \max$$

Ограничения:

$$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 \geq -8 \\ 3x_1 + x_2 \geq 3 \\ 5x_2 \leq 8 \\ 3x_1 \leq 4 \\ x_1 \leq 1 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

Оптимальное решение данной задачи:

$$f = 5.6, x_1 = 1, x_2 = 1.6$$

Опять получили нецелочисленное решение и разбиваем задачу 1.2 на две задачи 1.2.1 и 1.2.2.

Задача 1.2.1

Добавляем ограничение: $x_2 \geq 2$.

Целевая функция:

$$f = 4x_1 + x_2 \longrightarrow \max$$

Ограничения:

$$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 \geq -8 \\ 3x_1 + x_2 \geq 3 \\ 5x_2 \leq 8 \\ 3x_1 \leq 4 \\ x_1 \leq 1 \\ x_2 \geq 2 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

Так получилось, что данная задача не имеет решения, поэтому для неё процесс ветвления прерывается.

Задача 1.2.2

Добавляем ограничение: $x_2 \leq 1$.

Целевая функция:

$$f = 4x_1 + x_2 \longrightarrow \max$$

Ограничения:

$$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 \geq -8 \\ 3x_1 + x_2 \geq 3 \\ 5x_2 \leq 8 \\ 3x_1 \leq 4 \\ x_1 \leq 1 \\ x_2 \leq 1 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

Оптимальное решение данной задачи:

$$\underline{f = 5, x_1 = 1, x_2 = 1}$$

Получили первое целочисленное решение данной задачи.

Теперь в качестве переменной для ветвления возьмём переменную x_2 . Разобьём исходную задачу на две подзадачи 2.1 и 2.2.

Задача 2.1

Добавляем ограничение: $x_2 \geq 2$.

Целевая функция:

$$f = 4x_1 + x_2 \longrightarrow \max$$

Ограничения:

$$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 \geq -8 \\ 3x_1 + x_2 \geq 3 \\ 5x_2 \leq 8 \\ 3x_1 \leq 4 \\ x_2 \geq 2 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

Так получилось, что данная задача не имеет решения, поэтому для неё процесс ветвления прерывается.

Задача 2.2

Добавляем ограничение: $x_2 \leq 1$.

Целевая функция:

$$f = 4x_1 + x_2 \longrightarrow \max$$

Ограничения:

$$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 \geq -8 \\ 3x_1 + x_2 \geq 3 \\ 5x_2 \leq 8 \\ 3x_1 \leq 4 \\ x_2 \leq 1 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

Оптимальное решение данной задачи:

$$f = 6.33333, x_1 = 1.33333, x_2 = 1$$

Опять получили нецелочисленное решение и разбиваем задачу 2.2 на две задачи 2.2.1 и 2.2.2.

Задача 2.2.1

Добавляем ограничение: $x_1 \geq 2$.

Целевая функция:

$$f = 4x_1 + x_2 \longrightarrow \max$$

Ограничения:

$$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 \geq -8 \\ 3x_1 + x_2 \geq 3 \\ 5x_2 \leq 8 \\ 3x_1 \leq 4 \\ x_2 \leq 1 \\ x_1 \geq 2 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

Так получилось, что данная задача не имеет решения, поэтому для неё процесс ветвления прерывается.

Задача 2.2.2

Добавляем ограничение: $x_1 \leq 1$.

Целевая функция:

$$f = 4x_1 + x_2 \longrightarrow \max$$

Ограничения:

$$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 \geq -8 \\ 3x_1 + x_2 \geq 3 \\ 5x_2 \leq 8 \\ 3x_1 \leq 4 \\ x_2 \leq 1 \\ x_1 \leq 1 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

Оптимальное решение данной задачи:

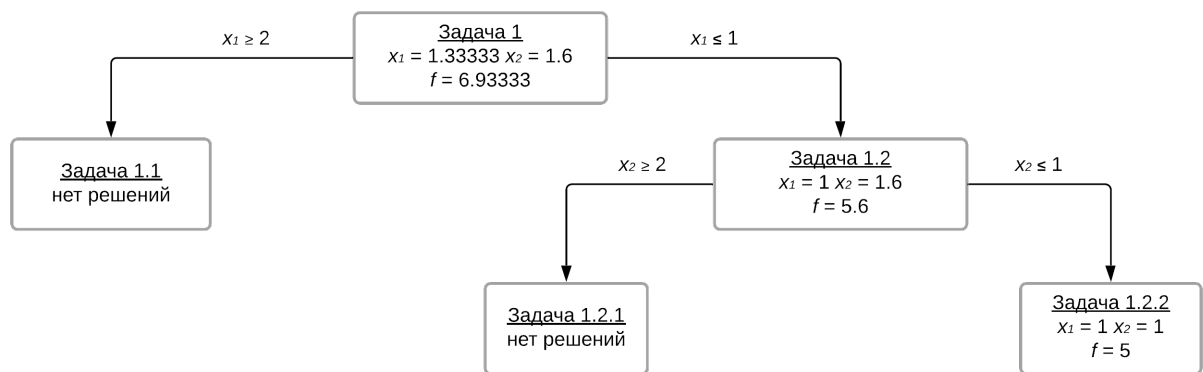
$$\underline{f = 5, x_1 = 1, x_2 = 1}$$

Получили второе целочисленное решение данной задачи, которое совпало с первым.

Ответ: $f = 5, x_1 = 1, x_2 = 1$

Процесс ветвления

По переменной x_1



По переменной x_2

