



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ЭКОНОМИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Факультет информатики и прикладной математики
Кафедра прикладной математики и экономико-математических методов

ОТЧЁТ

по дисциплине:

«Модели комбинаторной оптимизации»

на тему:

**«Задание №9. Оптимальный план производства: цех (сложные
технические карты)»**

Направление: 01.03.02

Обучающийся: Бронников Егор Игоревич

Группа: ПМ-1901

Санкт-Петербург
2022

Дано

- $H = \{1, \dots, T\}$ – горизонт планирования
- S – множество машин
- P – множество номенклатуры
- τ_p – дедлайн для производства номенклатуры $p \in P$
- $tech_p$ – упрощённая техкарта нового типа для номенклатуры $p \in P$
- d_p – спрос на номенклатуру $p \in P$
- $price_p$ – цена за единицу продукции $p \in P$
- $next(p, s)$ – машины-потомки по техкарте $p \in P$ после машины $s \in S$ (if машина s – последняя, то \emptyset)
- $prev(p, s)$ – машины-родители по техкарте $p \in P$ до машины $s \in S$ (if машина s – первая, то \emptyset)
- $first(p)$ – первые машины по техкарте для $p \in P$
- $M = \{m_{p,s,t}\}_{p \in P, s \in S, t \in H}$ – производственные мощности
- BAL_p – множество пар (S^-, S^+) для техкарты номенклатур $p \in P$ для сохранения объёма пула $S^-, S^+ \subset machines(tech_p)$
- $tc_{p,s}$ – время обработки номенклатуры $p \in P$ на машине s
- $T_{p,s} = \{T_{p,s}^{LB}, \dots, T_{p,s}^{UB}\}$ – множество временных отрезков
- $U_{s,t}$ – множество троек (p, s, t') таких, что если начать производство p в квант времени t' на машине s , то машина s будет «занята» работой в квант t

Переменные

$x_{p,s,t} \geq 0$ – объём производства p , если он начал обрабатываться в квант времени t на машине s

$$\forall p \in P, \quad \forall s \in machines(tech_p), \quad \forall t \in H$$

$$y_{p,s,t} = \begin{cases} 1, & \text{if номенклатура } p \text{ начинает производиться в квант времени } t \\ & \text{на машине } s \\ 0, & \text{в противном случае} \end{cases}$$

$$\forall p \in P, \quad \forall s \in machines(tech_p), \quad \forall t \in H$$

$h_p \geq 0$ – суммарный объём производства продукции p

$$\forall p \in P$$

$$y'_{p,t} = \begin{cases} 1, & \text{if номенклатура } p \text{ начинает производиться в квант времени } t \\ 0, & \text{в противном случае} \end{cases}$$

$$\forall p \in P, \quad \forall t \in H$$

Целевая функция

1) Прибыль:

$$\sum_{p \in P} price_p h_p \longrightarrow \max$$

2) Как можно раньше хотим закончить работы:

$$\sum_{p \in P} \sum_{t \in T_{p,s}: s \in first(p)} w_t \cdot y'_{p,t} \longrightarrow \min$$

где w_t – штраф

Целевая функция

$$\sum_{p \in P} price_p h_p - \sum_{p \in P} \sum_{t \in T_{p,s}: s \in first(p)} w_t \cdot y'_{p,t} \longrightarrow \max$$

Ограничения

1) Связываем переменные $y_{p,s,t}$ и $y'_{p,t}$:

$$y'_{p,t} \geq \frac{\sum_{s \in first(p)} y_{p,s,t}}{K}, \quad \forall p \in P, t \in T_{p,s'} : s' \in first(p)$$

где K – большое число

2) Объём пула, который обрабатывается на машине в квант времени, должен быть меньше или равен производительности машины:

$$x_{p,s,t} \leq m_{p,s,t} \cdot y_{p,s,t}, \quad \forall p \in P, \forall s \in machines(tech_p), \forall t \in T_{p,s}$$

3) Связь переменных $x_{p,s,t}$ и h_p :

$$\sum_{s \in first(p)}, \sum_{t \in T_{p,s}} x_{p,s,t} = h_p \quad \forall p \in P$$

4) На каждой машине, в один квант времени может обрабатываться не более одной номенклатуры:

$$\sum_{(p,s,t') \in U_{s,t}} y_{p,s,t'} \leq 1, \quad \forall s \in S, \quad \forall t \in \{\min_{p \in P} T_{p,s}^{LB}, \dots, \max_{p \in P} T_{p,s}^{UB}\}$$

5) Сохранение количества изделий, которые передаются от родителей к детям (баланс):

$$\sum_{s \in S^-} x_{p,s',t} = \sum_{s' \in S^+} x_{p,s',t+tc_{p,s}}, \quad \forall p \in P, \quad \forall (S^-, S^+) \in BAL_p, \quad \forall s \in S^-, \quad \forall t \in T_{p,s}$$

6) В ребёнке не более изделий, чем было у родителя:

$$x_{p,s,t} \leq \sum_{s' \in prev(p,s)} x_{p,s',t-tc_{p,s'}}, \quad \forall p \in P, \quad \forall s \in machines(tech_p) : prev(p,s) \neq \emptyset, \quad \forall t \in T_{p,s}$$

7) Естественные ограничения:

$$\begin{aligned} x_{p,s,t} &\geq 0, x_{p,s,t} \in \mathbb{Z} \quad \forall p \in P, \quad \forall s \in machines(tech_p), \quad \forall t \in H \\ y_{p,i,t} &\in \{0; 1\}, \quad \forall p \in P, \quad \forall s \in machines(tech_p), \quad \forall t \in H \\ y'_{p,t} &\in \{0; 1\}, \quad \forall p \in P, \quad \forall t \in T_{p,s} : s \in first(p) \\ 0 &\leq h_p \leq d_p, \quad \forall p \in P \end{aligned}$$

Задача

Машина интервального типа – это машина, которая имеет не фиксированное время производства, но вместо этого время производства может быть выбрано как любое целое из отрезка $t_p = [t_1, t_2]$ для каждой техкарты p .

Такой тип машин может быть представлен в рамках задачи со сложными технологическими картами.

Обратите внимание, что для такого типа машин нарушается правило о том, что на «сходящиеся» узлы технологического процесса продукция должна приходить одновременно.

В каких случаях и как задачу с интервальными машинами можно свести к задаче со сложными технологическими картами без изменения модели или с малыми изменениями? Приведите примеры.

Решение №1

Данную задачу с машинами интервального типа можно свести к уже рассмотренной задаче просто разбив интервальные машины на фиктивные детерминированные машины. (Рисунок 1)

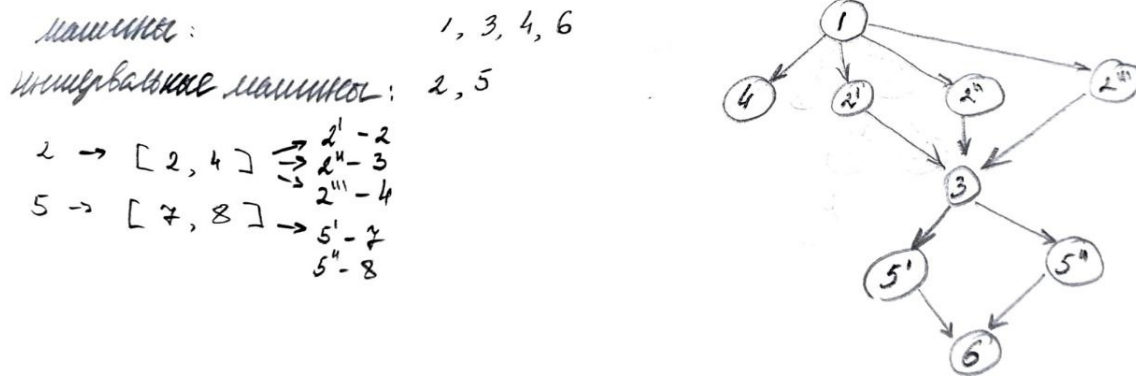


Рис. 1: Пример введения фиктивных машин в технологическую карту

Решение №2

Также данную задачу можно свести в предыдущей точно так же разбив интервальные машины на фиктивные детерминированные машины и решить несколько задач оптимизации для каждого подмножества всем исходных машин.

В рамках предыдущего примера нам нужно решить несколько задач оптимизации со следующими наборами машин:

$$\begin{aligned} &\{1, 2', 3, 4, 5', 6\} \\ &\{1, 2'', 3, 4, 5', 6\} \\ &\{1, 2''', 3, 4, 5', 6\} \\ &\{1, 2', 3, 4, 5'', 6\} \\ &\{1, 2'', 3, 4, 5'', 6\} \\ &\{1, 2''', 3, 4, 5'', 6\} \end{aligned}$$

Дальше можно просто выбрать тот набор машин, которые дадут наибольшее значение целевой функции.