



**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**

**Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
ЭКОНОМИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

Факультет информатики и прикладной математики  
Кафедра прикладной математики и экономико-математических методов

**ОТЧЁТ**

по дисциплине:

**«Теория и системы поддержки принятия решений»**

на тему:

**«Представление функций рядом Фурье. Задание 4»**

Направление: 01.03.02

Обучающийся: Бронников Егор Игоревич

Группа: ПМ-1901

Санкт-Петербург  
2022

## Задача 14

*Задание:* Разложить в ряд Фурье периодическую функцию  $f(x)$  с периодом  $2l$ , заданную в интервале  $(-l, l)$ :

$$l = \pi, \quad f(x) = \pi + x$$

*Решение:*

Разложение в ряд Фурье на интервале  $(-\pi, \pi)$  имеет вид:

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cdot \cos\left(\frac{\pi nx}{\pi}\right) + b_n \cdot \sin\left(\frac{\pi nx}{\pi}\right)$$

$$a_0 = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) dx$$

$$a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos\left(\frac{\pi nx}{\pi}\right) dx = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos(nx) dx$$

$$b_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin\left(\frac{\pi nx}{\pi}\right) dx = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin(nx) dx$$

Таким образом, подставляя исходные данные, получаем:

$$a_0 = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} (\pi + x) dx = \frac{1}{\pi} \left( \frac{x^2}{2} + \pi x \right) \Big|_{-\pi}^{\pi} = \frac{1}{\pi} \left( \frac{3\pi^2}{2} - \left( -\frac{\pi^2}{2} \right) \right) = 2\pi$$

$$\begin{aligned} a_n &= \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} (\pi + x) \cos(nx) dx = \frac{1}{\pi} \left( \frac{x \sin(nx)}{n} + \frac{\pi \sin(nx)}{n} + \frac{\cos(nx)}{n^2} \right) \Big|_{-\pi}^{\pi} = \\ &= \frac{1}{\pi} \left( 2\pi \cdot \frac{\sin(\pi n)}{n} + \frac{\cos(\pi n)}{n^2} - \frac{\cos(\pi n)}{n^2} \right) = \frac{2 \sin(\pi n)}{n} = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b_n &= \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} (\pi + x) \sin(nx) dx = \frac{1}{\pi} \left( -\frac{x \cos(nx)}{n} - \frac{\pi \cos(nx)}{n} + \frac{\sin(nx)}{n^2} \right) \Big|_{-\pi}^{\pi} = \\ &= \frac{1}{\pi} \left( -2\pi \cdot \frac{\cos(\pi n)}{n} + \frac{\sin(\pi n)}{n^2} + \frac{\sin(\pi n)}{n^2} \right) = -2 \cdot \frac{\cos(\pi n)}{n} = -2 \frac{(-1)^n}{n} \end{aligned}$$

Окончательно, получаем искомое разложение:

$$f(x) = \pi + \sum_{n=1}^{\infty} \left( -2 \frac{(-1)^n}{n} \right) \cdot \sin(nx)$$