

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКОНОМИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Факультет информатики и прикладной математики Кафедра прикладной математики и экономико-математических методов

ОТЧЁТ

по дисциплине:

«Методы оптимизации»

на тему:

«Решение задачи дискретной оптимизации методом ветвей и границ. Задание 10»

Направление: 01.03.02

Обучающийся: Бронников Егор Игоревич

Группа: ПМ-1901

Санкт-Петербург 2021

Задача 4

Целевая функция:

$$f = 4x_1 + x_2 \longrightarrow max$$

Ограничения:

$$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 \ge -8\\ 3x_1 + x_2 \ge 3\\ x_2 \le 8\\ x_1 \le 4 \end{cases}$$

$$x_1 \ge 0, x_2 \ge 0$$

Оптимальное решение задачи:

$$f = 24, x_1 = 4, x_2 = 8$$

Решение исходной задачи получилось целочисленным, поэтому её нужно испортить.

Испортим исходную задачу:

Целевая функция:

$$f = 4x_1 + x_2 \longrightarrow max$$

Ограничения:

$$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 \ge -8 \\ 3x_1 + x_2 \ge 3 \\ 5x_2 \le 8 \\ 3x_1 \le 4 \end{cases}$$

$$x_1 \ge 0, x_2 \ge 0$$

Оптимальное решение испорченной задачи:

$$f = 6.93333, x_1 = 1.33333, x_2 = 1.6$$

В качестве переменной для ветвления возьмём переменную x_1 . Разобьём исходну задачу на две подзадачи 1.1 и 1.2.

Задача 1.1

Добавляем ограничение: $x_1 \ge 2$.

Целевая функция:

$$f = 4x_1 + x_2 \longrightarrow max$$

Ограничения:

$$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 \ge -8 \\ 3x_1 + x_2 \ge 3 \\ 5x_2 \le 8 \\ 3x_1 \le 4 \\ x_1 \ge 2 \end{cases}$$

$$x_1 \ge 0, x_2 \ge 0$$

Задача 1.2

Добавляем ограничение: $x_1 \leq 1$.

Целевая функция:

$$f = 4x_1 + x_2 \longrightarrow max$$

Ограничения:

$$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 \ge -8 \\ 3x_1 + x_2 \ge 3 \\ 5x_2 \le 8 \\ 3x_1 \le 4 \\ x_1 \le 1 \end{cases}$$

$$x_1 \ge 0, x_2 \ge 0$$

Оптимальное решение данной задачи:

$$f = 5.6, x_1 = 1, x_2 = 1.6$$

Опять получили нецелочисленное решение и разбиваем задачу 1.2 на две задачи 1.2.1 и 1.2.2.

Задача 1.2.1

Добавляем ограничение: $x_2 \geq 2$.

Целевая функция:

$$f = 4x_1 + x_2 \longrightarrow max$$

Ограничения:

$$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 \ge -8 \\ 3x_1 + x_2 \ge 3 \\ 5x_2 \le 8 \\ 3x_1 \le 4 \\ x_1 \le 1 \\ x_2 \ge 2 \end{cases}$$

$$x_1 \ge 0, x_2 \ge 0$$

Задача 1.2.2

Добавляем ограничение: $x_2 \le 1$.

Целевая функция:

$$f = 4x_1 + x_2 \longrightarrow max$$

Ограничения:

$$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 \ge -8 \\ 3x_1 + x_2 \ge 3 \\ 5x_2 \le 8 \\ 3x_1 \le 4 \\ x_1 \le 1 \\ x_2 \le 1 \end{cases}$$

$$x_1 \ge 0, x_2 \ge 0$$

Оптимальное решение данной задачи:

$$f = 5, x_1 = 1, x_2 = 1$$

Получили первое целочисленное решение данной задачи.

Теперь в качестве переменной для ветвления возьмём переменную x_2 . Разобьём исходну задачу на две подзадачи 2.1 и 2.2.

Задача 2.1

Добавляем ограничение: $x_2 \geq 2$.

Целевая функция:

$$f = 4x_1 + x_2 \longrightarrow max$$

Ограничения:

$$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 \ge -8 \\ 3x_1 + x_2 \ge 3 \\ 5x_2 \le 8 \\ 3x_1 \le 4 \\ x_2 \ge 2 \end{cases}$$

$$x_1 \ge 0, x_2 \ge 0$$

Задача 2.2

Добавляем ограничение: $x_2 \le 1$.

Целевая функция:

$$f = 4x_1 + x_2 \longrightarrow max$$

Ограничения:

$$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 \ge -8 \\ 3x_1 + x_2 \ge 3 \\ 5x_2 \le 8 \\ 3x_1 \le 4 \\ x_2 \le 1 \end{cases}$$

$$x_1 \ge 0, x_2 \ge 0$$

Оптимальное решение данной задачи:

$$f = 6.33333, x_1 = 1.33333, x_2 = 1$$

Опять получили нецелочисленное решение и разбиваем задачу 2.2 на две задачи 2.2.1 и 2.2.2.

Задача 2.2.1

Добавляем ограничение: $x_1 \ge 2$.

Целевая функция:

$$f = 4x_1 + x_2 \longrightarrow max$$

Ограничения:

$$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 \ge -8 \\ 3x_1 + x_2 \ge 3 \\ 5x_2 \le 8 \\ 3x_1 \le 4 \\ x_2 \le 1 \\ x_1 \ge 2 \end{cases}$$

$$x_1 \ge 0, x_2 \ge 0$$

Задача 2.2.2

Добавляем ограничение: $x_1 \le 1$.

Целевая функция:

$$f = 4x_1 + x_2 \longrightarrow max$$

Ограничения:

$$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 \ge -8 \\ 3x_1 + x_2 \ge 3 \\ 5x_2 \le 8 \\ 3x_1 \le 4 \\ x_2 \le 1 \\ x_1 \le 1 \end{cases}$$

$$x_1 \ge 0, x_2 \ge 0$$

Оптимальное решение данной задачи:

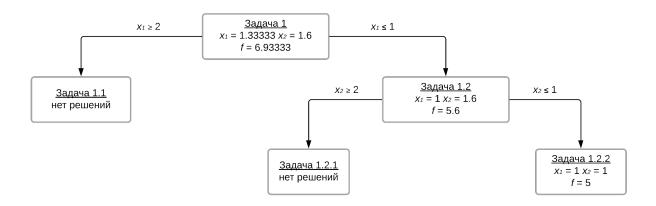
$$f = 5, x_1 = 1, x_2 = 1$$

Получили второе целочисленное решение данной задачи, которое совпало с первым.

Ответ: $f = 5, x_1 = 1, x_2 = 1$

Процесс ветвления

По переменной x_1



По переменной x_2

