



**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**

**Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
ЭКОНОМИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

Факультет информатики и прикладной математики  
Кафедра прикладной математики и экономико-математических методов

**ОТЧЁТ**

по дисциплине:

**«Теория и системы поддержки принятия решений»**

на тему:

**«Многокритериальная оптимизации на конечном множестве  
альтернатив. Задание 2»**

Направление: 01.03.02

Обучающийся: Бронников Егор Игоревич

Группа: ПМ-1901

Санкт-Петербург  
2022

## Задача 6

*Задание:* Задать критерий для каждого пункта, указанного в заголовке таблицы, и упорядочить банки в соответствии с принятыми критериями (тестами)

Из всех факторов (признаков) было решено оставить 10 субъективно-выбранных:

1. Максимальная ставка по кредиту, % –  $P1 \leq 11.5$
2. Первый взнос, % –  $P2 \leq 10$
3. Комиссия банка, % –  $P3 \leq 2$
4. Рассмотрение заявки, дн. –  $P4 \leq 10$
5. Максимальная сумма кредита, млн. руб –  $P5 \geq 13$
6. Средняя ставка по кредиту, % –  $P6 \leq 10$
7. Плата за просрочку, % –  $P7 \leq 0.75$
8. Максимальный возраст заёмщика, г. –  $P8 \geq 60$
9. Максимальный срок кредита, г. –  $P9 \geq 25$
10. Минимальный общий стаж, г. –  $P10 \leq 1$

Банки	Максимальная ставка по кредиту, %	Первый взнос, %	Комиссия банка, %	Рассмотрение заявки, дн	Максимальная сумма кредита, млн. руб.	Средняя ставка по кредиту, %	Плата за просрочку, %	Максимальный возраст заёмщика, г.	Максимальный срок кредита, г.	Минимальный общий стаж, г.
	P1 <=	P2 <=	P3 <=	P4 <=	P5 >=	P6 <=	P7 <=	P8 >=	P9 >=	P10 <=
	11,5	10	2	10	13	10	0,75	60	25	1
ВТБ	13,2	0	1,3	14	25	11,45	0,1	65	50	1
Санкт-Петербург	14	10	1	5	37,5	12,45	0,04	65	25	1
Райффайзен	11,5	10	1	5	25	10,75	0,9	60	25	1
МДМ	12,5	10	1,2	4	12,5	11,6	0,5	65	25	1
Сбербанк	12	10	0	18	25	10,75	0,75	75	30	0,5
GeMoney	7,05	5	1	1	37,5	5,525	2	69	30	2
DeltaCredit	11	15	1	3	7,5	9,5	1	55	25	1
Абсолют	13	0	1	5	25	11	0,3	60	25	2
ПСБ	11	30	0	1	7,5	10	0,5	70	25	1
КМБ	11,5	15	1	5	12,5	10,25	0,16	60	25	0,25
ОТП	11,8	10	0,8	5	50	10,65	0,2	70	30	2
ЮниКредит	11,9	15	1,5	7	37,5	10,45	0,2	60	20	2
Городской ипотечный	11,5	15	0,8	3	50	10,25	3	54	25	1
РосБанк	11,5	10	0	5	12,5	10,5	0,5	60	25	0,5
Северная казна	10,5	25	3	5	7,5	9,625	0,5	60	25	1,5

Таблица 1 – Характеристики банков

Значения признаков, удовлетворяющие ограничениям, выделены полужирным шрифтом. Заменяя эти значения единицами, а значения, не удовлетворяющие ограничениям — нулями, получим двоичную таблицу, отражающую выполнение заданных ограничений.

Банки	Максимальная ставка по кредиту, %	Первый взнос, %	Комиссия банка, %	Рассмотрение заявки, дн	Максимальная сумма кредита, млн. руб.	Средняя ставка по кредиту, %	Плата за просрочку, %	Максимальный возраст заёмщика, г.	Максимальный срок кредита, г.	Минимальный общий стаж, г.
	P1 <=	P2 <=	P3 <=	P4 <=	P5 >=	P6 <=	P7 <=	P8 >=	P9 >=	P10 <=
	11,5	10	2	10	13	10	0,75	60	25	1
1 ВТБ	0	1	1	0	0	0	1	0	0	1
2 Санкт-Петербург	0	0	1	1	0	0	1	1	1	1
3 Райффайзен	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1
4 МДМ	0	1	0	1	1	0	1	0	1	1
5 Сбербанк	1	1	1	0	0	1	0	0	0	1
6 GeMoney	1	1	0	1	0	1	0	1	1	0
7 DeltaCredit	0	0	1	0	1	0	1	1	1	1
8 Абсолют	0	1	1	0	0	0	1	0	1	0
9 ПСБ	1	0	1	1	1	1	0	0	1	1
10 КМБ	0	1	0	0	0	0	1	1	1	1
11 ОТП	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0
12 ЮниКредит	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1
13 Городской ипотечный	1	1	1	1	0	1	0	1	0	1
14 РосБанк	1	1	1	0	1	0	1	0	1	1
15 Северная казна	1	0	0	1	1	1	1	1	1	0

Таблица 2 — Оценка свойств банков

Воспользуемся оценочной функцией  $w_j$  для определения очередности критериев в дереве решений:

$$w_j = \sum_{s=1}^{k_j} n_s^0 n_s^1, \quad j = \overline{1, n}$$

, где  $n_s^0$  и  $n_s^1$  — число нулей и число единиц в  $s$ -м подмножестве  $j$ -го уровня, а  $k_j$  — число подмножеств на  $j$ -м уровне.

Результаты вычислений сведены в таблице 3.

Тест	w1	w2	w3	w4	w5	w6	Приоритеты
P1	56	-	-	-	-	-	1
P2	50	25	8	3	2	0	6
P3	50	25	11	4	2	1	6
P4	56	25	9	4	3	-	5
P5	56	27	13	-	-	-	3
P6	56	13	5	2	2	1	6
P7	54	17	8	4	2	0	6
P8	56	28	-	-	-	-	2
P9	44	22	9	2	1	0	6
P10	44	22	8	4	-	-	4

Таблица 3 — Определение порядка тестов

На основании определения порядка тестов можно построить дерево решений. (Рисунок 1)

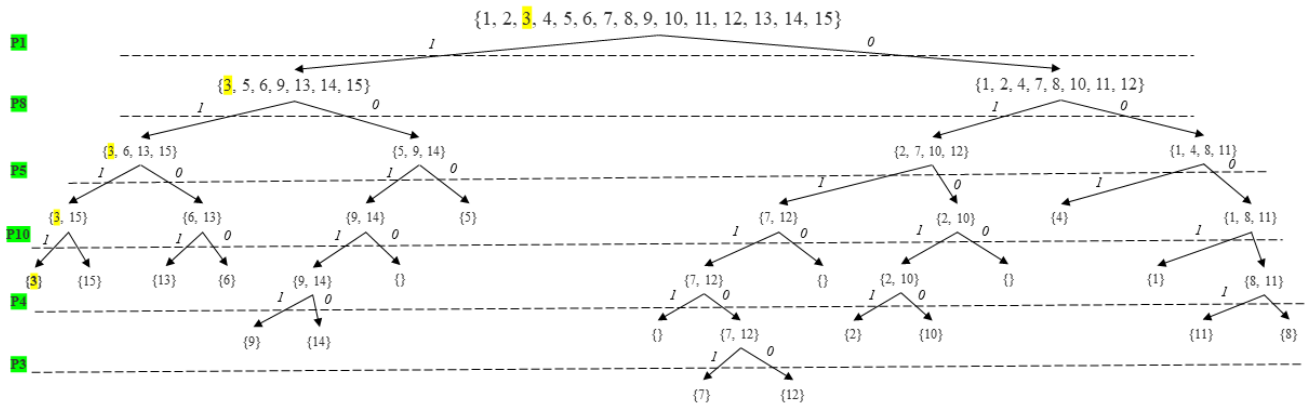


Рисунок 1 — Дерево выбора банка

Если мы будем идти по левой ветви дерева, то банк который нас удовлетворяет — Райффайзен  $\{3\}$ . Также данную задачу можно было бы решить и без построения дерева решений. Для этого достаточно в таблице 3 найти строку с наибольшим количеством единиц, что означает выполнение максимально возможного количества требований. (Таблица 4)

Банки	Максимальная ставка по кредиту, %	Первый взнос, %	Комиссия банка, %	Рассмотрение заявки, дн	Максимальная сумма кредита, млн. руб.	Средняя ставка по кредиту, %	Плата за просрочку, %	Максимальный возраст заёмщика, г.	Максимальный срок кредита, г.	Минимальный общий стаж, г.
	P1 <=	P2 <=	P3 <=	P4 <=	P5 >=	P6 <=	P7 <=	P8 >=	P9 >=	P10 <=
	11,5	10	2	10	13	10	0,75	60	25	1
1 ВТБ	0	1	1	0	0	0	1	0	0	1
2 Санкт-Петербург	0	0	1	1	0	0	1	1	1	1
3 Райффайзен	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1
4 МДМ	0	1	0	1	1	0	1	0	1	1
5 Сбербанк	1	1	1	0	0	1	0	0	0	1
6 GeMoney	1	1	0	1	0	1	0	1	1	0
7 DeltaCredit	0	0	1	0	1	0	1	1	1	1
8 Абсолют	0	1	1	0	0	0	1	0	1	0
9 ПСБ	1	0	1	1	1	1	0	0	1	1
10 КМБ	0	1	0	0	0	0	1	1	1	1
11 ОТП	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0
12 ЮниКредит	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1
13 Городской ипотечный	1	1	1	1	0	1	0	1	0	1
14 РосБанк	1	1	1	0	1	0	1	0	1	1
15 Северная казна	1	0	0	1	1	1	1	1	1	0

Таблица 4 – Выбор банка без дерева решений

Если же упорядочивать банки, то мы получим следующий список:

1. Райффайзен (3)
2. Северная казна (15)
3. Городской ипотечный (13)
4. GeMoney (6)
5. ПСБ (9)
6. РосБанк (14)
7. Сбербанк (5)
8. DeltaCredit (7)
9. ЮниКредит (12)
10. Санкт-Петербург (2)
11. КМБ (10)
12. МДМ (4)
13. ВТБ (1)
14. ОТП (11)
15. Абсолют (8)

## Задача 7

Задание: Упорядочить банки по Парето

Из всех факторов (признаков) было решено оставить 8 субъективновыбранных:

1. Максимальная ставка по кредиту, % — P1 (*min*)
2. Первый взнос, % — P2 (*max*)
3. Комиссия банка, % — P3 (*min*)
4. Рассмотрение заявки, дн. — P4 (*min*)
5. Максимальная сумма кредита, млн. руб — P5 (*max*)
6. Средняя ставка по кредиту, % — P6 (*min*)
7. Максимальный возраст заёмщика, г. — P8 (*min*)
8. Минимальный общий стаж, г. — P10 (*min*)

Банки	Максимальная ставка по кредиту, %	Первый взнос, %	Комиссия банка, %	Рассмотрение заявки, дн	Максимальная сумма кредита, млн. руб.	Средняя ставка по кредиту, %	Максимальный возраст заёмщика, г.	Минимальный общий стаж, г.
	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8
	<i>min</i>	<i>max</i>	<i>min</i>	<i>min</i>	<i>max</i>	<i>min</i>	<i>min</i>	<i>min</i>
1 ВТБ	13,2	0	1,3	14	25	11,45	65	1
2 Санкт-Петербург	14	10	1	5	37,5	12,45	65	1
3 Райффайзен	11,5	10	1	5	25	10,75	60	1
4 МДМ	12,5	10	1,2	4	12,5	11,6	65	1
5 Сбербанк	12	10	0	18	25	10,75	75	0,5
6 GeMoney	7,05	5	1	1	37,5	5,525	69	2
7 DeltaCredit	11	15	1	3	7,5	9,5	55	1
8 Абсолют	13	0	1	5	25	11	60	2
9 ПСБ	11	30	0	1	7,5	10	70	1
10 КМБ	11,5	15	1	5	12,5	10,25	60	0,25
11 ОТП	11,8	10	0,8	5	50	10,65	70	2
12 ЮниКредит	11,9	15	1,5	7	37,5	10,45	60	2
13 Городской импотечный	11,5	15	0,8	3	50	10,25	54	1
14 РосБанк	11,5	10	0	5	12,5	10,5	60	0,5
15 Северная казна	10,5	25	3	5	7,5	9,625	60	1,5

Таблица 5 — Характеристики банков

Строим матрицу факторов предпочтений. Она представляет собой отношение Парето-доминирования:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
13	1	1	1	1	0	0	0	1	0	1	1	1	0	0	0
14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Таблица 6 – Матрица факторов предпочтений

Название банков заменены их номерами.

Упорядочив вершины графа от вершин-истоков к вершине-стоку, получим трёхуровневый граф доминирования.

В множество Парето, соответствующее верхнему уровню графа, вошёл только «Городской ипотечный» банк.

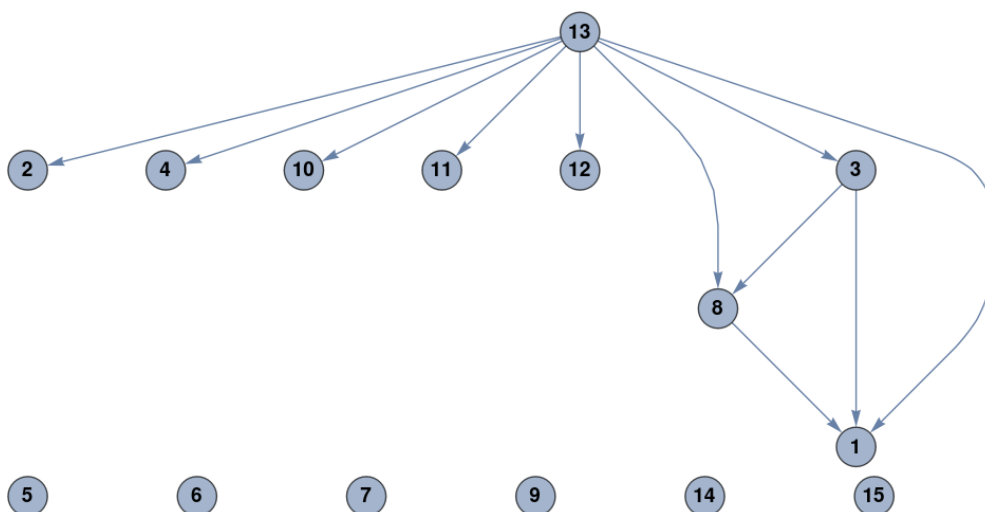


Рисунок 2 – Граф Парето-доминирования, построенный по таблице 6

Отношение Парето-доминирования позволяет получить частичный порядок на множестве объектов, поскольку не все объекты сравнимы по Парето.

Если же упорядочивать банки, то мы получим следующий список:

1. Городской ипотечный (13)
2. Санкт-Петербург (2), МДМ (4), КМБ (10), ОТП (11), ЮниКредит (12), Райффайзен (3), Абсолют (8), ВТБ (1)
3. Сбербанк (5), GeMoney (6), DeltaCredit (7), ПСБ (9), РосБанк (14), Северная казна (15)

## Показатели отношения Парето-доминирования

### Показатель доминирования

Свойство доминирования оценивается числом дуг  $m_d$ , соединяющих вершины верхних уровней ранжированного графа с вершинами нижних уровней. Отсюда *показатель доминирования*  $k_d$  вычисляется как доля дуг в общем числе связей полного графа:

$$k_d = \frac{2 \cdot m_d}{N(N-1)}$$

$$k_d = \frac{2 \cdot 8}{15(15-1)} = 0.0761905 = 7.61905\%$$

### Показатель неразличимости объектов

*Неразличимость объектов* количественно оцениваются числом рёбер  $m_p$ , соединяющих вершины, принадлежащие одному уровню графа, и оценивается формулой:

$$k_{np} = \frac{2 \cdot m_p}{N(N-1)}$$

$$k_{np} = \frac{2 \cdot 3}{15(15-1)} = 0.0285714 = 2.85714\%$$

### Показатель несравнимости объектов

Число отсутствующих связей, характеризующее долю *несравнимых объектов*, вычисляется по формуле:

$$k_{nc} = 1 - (k_d + k_{np})$$



$$k_{\text{нс}} = 1 - (0.0761905 + 0.0285714) = 0.895238 = 89.5238\%$$

## Показатель строгости порядка

Показатель *строгости порядка*  $k_{\text{сп}}$  определим как отношение числа уровней графа к числу объектов:

$$k_{\text{сп}} = \frac{\rho_{\max} - 1}{N - 1}$$

$$k_{\text{сп}} = \frac{3 - 1}{15 - 1} = 0.142857 = 14.2857\%$$

## Расчёт полустепеней захода и исхода

Полустепень захода ( $\deg^+(x_i)$ ) – число дуг, заходящих в вершину  $x_i$

Полустепень исхода ( $\deg^-(x_i)$ ) – число дуг, исходящих из вершины  $x_i$

$\rho_{\max}(x_i)$  – лучший ранг вершины  $x_i$  с полустепенью захода  $\deg^-(x_i)$

$$\rho_{\max}(x_i) = N - \deg^-(x_i)$$

$\rho_{\min}(x_i)$  – лучший ранг вершины  $x_i$  с полустепенью захода  $\deg^+(x_i)$

$$\rho_{\min}(x_i) = \deg^+(x_i) + 1$$

*Расчёты:*

$\deg^+(1) = 3$	$\deg^-(1) = 0$	$\rho_{\min}(1) = 4$	$\rho_{\max}(1) = 15$
$\deg^+(2) = 1$	$\deg^-(2) = 0$	$\rho_{\min}(2) = 2$	$\rho_{\max}(2) = 15$
$\deg^+(3) = 1$	$\deg^-(3) = 2$	$\rho_{\min}(3) = 2$	$\rho_{\max}(3) = 13$
$\deg^+(4) = 1$	$\deg^-(4) = 0$	$\rho_{\min}(4) = 2$	$\rho_{\max}(4) = 15$
$\deg^+(5) = 0$	$\deg^-(5) = 0$	$\rho_{\min}(5) = 1$	$\rho_{\max}(5) = 15$
$\deg^+(6) = 0$	$\deg^-(6) = 0$	$\rho_{\min}(6) = 1$	$\rho_{\max}(6) = 15$
$\deg^+(7) = 0$	$\deg^-(7) = 0$	$\rho_{\min}(7) = 1$	$\rho_{\max}(7) = 15$
$\deg^+(8) = 2$	$\deg^-(8) = 1$	$\rho_{\min}(8) = 3$	$\rho_{\max}(7) = 14$
$\deg^+(9) = 0$	$\deg^-(9) = 0$	$\rho_{\min}(9) = 1$	$\rho_{\max}(9) = 15$
$\deg^+(10) = 1$	$\deg^-(10) = 0$	$\rho_{\min}(10) = 2$	$\rho_{\max}(10) = 15$
$\deg^+(11) = 1$	$\deg^-(11) = 0$	$\rho_{\min}(11) = 2$	$\rho_{\max}(11) = 15$
$\deg^+(12) = 1$	$\deg^-(12) = 0$	$\rho_{\min}(12) = 2$	$\rho_{\max}(12) = 15$
$\deg^+(13) = 0$	$\deg^-(13) = 8$	$\rho_{\min}(13) = 1$	$\rho_{\max}(13) = 7$
$\deg^+(14) = 0$	$\deg^-(14) = 0$	$\rho_{\min}(14) = 1$	$\rho_{\max}(14) = 15$
$\deg^+(15) = 0$	$\deg^-(15) = 0$	$\rho_{\min}(15) = 1$	$\rho_{\max}(15) = 15$

Таким образом, мы получили информацию о границах упорядочения объектов.

## Задача 8

*Задание:* Расположить критерии по важности и упорядочить банки в соответствии с их лексикографическим порядком. Затем рассмотреть критерии в обратном порядке и упорядочить банки в соответствии с их новым лексикографическим порядком

Из всех факторов (признаков) было решено оставить 8 субъективновыбранных:

1. Максимальная ставка по кредиту, % – P1 (*min*)
2. Первый взнос, % – P2 (*max*)
3. Комиссия банка, % – P3 (*min*)
4. Рассмотрение заявки, дн. – P4 (*min*)
5. Максимальная сумма кредита, млн. руб – P5 (*max*)
6. Средняя ставка по кредиту, % – P6 (*min*)
7. Максимальный возраст заёмщика, г. – P8 (*min*)
8. Минимальный общий стаж, г. – P10 (*min*)

## Прямой порядок

Приоритет критериев берём из условия.

Приоритет	1		2		3		4		5		6		7		8	
Банки	Максимальная ставка по кредиту, %		Первый взнос, %		Комиссия банка, %		Рассмотрение заявки, дн		Максимальная сумма кредита, млн. руб.		Средняя ставка по кредиту, %		Максимальный возраст заёмщика, г.		Минимальный общий стаж, г.	
	<i>min</i>	Ранг	<i>max</i>	Ранг	<i>min</i>	Ранг	<i>min</i>	Ранг	<i>max</i>	Ранг	<i>min</i>	Ранг	<i>min</i>	Ранг	<i>min</i>	Ранг
1 ВТБ	13,2	10	0	12	1,3	14	14	14	25	14	11,45	14	65	14	1	14
2 Санкт-Петербург	14	11	10	13	1	15	5	15	37,5	15	12,45	15	65	15	1	15
3 Райффайзен	11,5	4	10	6	1	8	5	8	25	8	10,75	8	60	8	1	8
4 МДМ	12,5	8	10	10	1,2	12	4	12	12,5	12	11,6	12	65	12	1	12
5 Сбербанк	12	7	10	9	0	11	18	11	25	11	10,75	11	75	11	0,5	11
6 GeMoney	7,05	1	5	1	1	1	1	1	37,5	1	5,525	1	69	1	2	1
7 DeltaCredit	11	3	15	4	1	4	3	4	7,5	4	9,5	4	55	4	1	4
8 Абсолют	13	9	0	11	1	13	5	13	25	13	11	13	60	13	2	13
9 ПСБ	11	3	30	3	0	3	1	3	7,5	3	10	3	70	3	1	3
10 КМБ	11,5	4	15	5	1	6	5	6	12,5	6	10,25	6	60	6	0,25	6
11 ОТП	11,8	5	10	7	0,8	9	5	9	50	9	10,65	9	70	9	2	9
12 Юникредит	11,9	6	15	8	1,5	10	7	10	37,5	10	10,45	10	60	10	2	10
13 Городской ипотечный	11,5	4	15	5	0,8	5	3	5	50	5	10,25	5	54	5	1	5
14 РосБанк	11,5	4	10	6	0	7	5	7	12,5	7	10,5	7	60	7	0,5	7
15 Северная казна	10,5	2	25	2	3	2	5	2	7,5	2	9,625	2	60	2	1,5	2

Таблица 7 – Характеристики банков в обычной и ранговой шкале

Получается, что после третьего критерия мы получили упорядоченный список банков.

Упорядоченный список банков:

1. GeMoney (6)
2. Северная казна (15)
3. ПСБ (9)
4. DeltaCredit (7)
5. Городской ипотечный (13)
6. КМБ (10)
7. РосБанк (14)
8. Райффайзен (3)
9. ОТП (11)
10. ЮниКредит (12)
11. Сбербанк (5)
12. МДМ (4)
13. Абсолют (8)
14. ВТБ (1)
15. Санкт-Петербург (2)

## Обратный порядок

Приоритет критериев берём из перевёрнутого списка условий.

Приоритет	1		2		3		4		5		6		7		8	
Банки	Минимальный общий стаж, г.		Максимальный возраст заёмщика, г.		Средняя ставка по кредиту, %		Максимальная сумма кредита, млн. руб.		Рассмотрение заявки, дн		Комиссия банка, %		Первый взнос, %		Максимальная ставка по кредиту, %	
	min	Ранг	min	Ранг	min	Ранг	max	Ранг	min	Ранг	min	Ранг	max	Ранг	min	Ранг
1 ВТБ	1	3	65	7	11,45	7	25	7	14	7	1,3	7	0	7	13,2	7
2 Санкт-Петербург	1	3	65	7	12,45	9	37,5	9	5	9	1	9	10	9	14	9
3 Райффайзен	1	3	60	6	10,75	6	25	6	5	6	1	6	10	6	11,5	6
4 МДМ	1	3	65	7	11,6	8	12,5	8	4	8	1,2	8	10	8	12,5	8
5 Сбербанк	0,5	2	75	3	10,75	3	25	3	18	3	0	3	10	3	12	3
6 GeMoney	2	5	69	11	5,525	14	37,5	14	1	14	1	14	5	14	7,05	14
7 DeltaCredit	1	3	55	5	9,5	5	7,5	5	3	5	1	5	15	5	11	5
8 Абсолют	2	5	60	10	11	13	25	13	5	13	1	13	0	13	13	13
9 ПСБ	1	3	70	8	10	10	7,5	10	1	10	0	10	30	10	11	10
10 КМБ	0,25	1	60	1	10,25	1	12,5	1	5	1	1	1	15	1	11,5	1
11 ОТП	2	5	70	12	10,65	15	50	15	5	15	0,8	15	10	15	11,8	15
12 ЮниКредит	2	5	60	10	10,45	12	37,5	12	7	12	1,5	12	15	12	11,9	12
13 Городской ипотечный	1	3	54	4	10,25	4	50	4	3	4	0,8	4	15	4	11,5	4
14 РосБанк	0,5	2	60	2	10,5	2	12,5	2	5	2	0	2	10	2	11,5	2
15 Северная казна	1,5	4	60	9	9,625	11	7,5	11	5	11	3	11	25	11	10,5	11

Таблица 8 — Характеристики банков в обычной и ранговой шкале

Получается, что после третьего критерия мы получили упорядоченный список банков.

Упорядоченный список банков:

1. КМБ (10)
2. РосБанк (14)
3. Сбербанк (5)
4. Городской ипотечный (13)
5. DeltaCredit (7)
6. Райффайзен (3)
7. ВТБ (1)
8. МДМ (4)
9. Санкт-Петербург (2)
10. ПСБ (9)
11. Северная казна (15)
12. ЮниКредит (12)
13. Абсолют (8)
14. GeMoney (6)
15. ОТП (11)