



**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**

**Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
ЭКОНОМИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

Факультет информатики и прикладной математики  
Кафедра прикладной математики и экономико-математических методов

**ОТЧЁТ**

по дисциплине:

**«Модели комбинаторной оптимизации»**

на тему:

**«Задание №9. Оптимальный план производства: цех (сложные  
технические карты)»**

Направление: 01.03.02

Обучающийся: Бронников Егор Игоревич

Группа: ПМ-1901

Санкт-Петербург  
2022

## Дано

- $H = \{1, \dots, T\}$  – горизонт планирования
- $S$  – множество машин
- $P$  – множество номенклатуры
- $\tau_p$  – дедлайн для производства номенклатуры  $p \in P$
- $tech_p$  – упрощённая техкарта нового типа для номенклатуры  $p \in P$
- $d_p$  – спрос на номенклатуру  $p \in P$
- $price_p$  – цена за единицу продукции  $p \in P$
- $next(p, s)$  – машины-потомки по техкарте  $p \in P$  после машины  $s \in S$  (if машина  $s$  – последняя, то  $\emptyset$ )
- $prev(p, s)$  – машины-родители по техкарте  $p \in P$  до машины  $s \in S$  (if машина  $s$  – первая, то  $\emptyset$ )
- $first(p)$  – первые машины по техкарте для  $p \in P$
- $M = \{m_{p,s,t}\}_{p \in P, s \in S, t \in H}$  – производственные мощности
- $BAL_p$  – множество пар  $(S^-, S^+)$  для техкарты номенклатур  $p \in P$  для сохранения объёма пула  $S^-, S^+ \subset machines(tech_p)$
- $tc_{p,s}$  – время обработки номенклатуры  $p \in P$  на машине  $s$
- $T_{p,s} = \{T_{p,s}^{LB}, \dots, T_{p,s}^{UB}\}$  – множество временных отрезков
- $U_{s,t}$  – множество троек  $(p, s, t')$  таких, что если начать производство  $p$  в квант времени  $t'$  на машине  $s$ , то машина  $s$  будет «занята» работой в квант  $t$

## Переменные

$x_{p,s,t} \geq 0$  – объём производства  $p$ , если он начал обрабатываться в квант времени  $t$  на машине  $s$

$$\forall p \in P, \quad \forall i \in M, \quad \forall t \in T$$

$$y_{p,i,t} = \begin{cases} 1, & \text{if номенклатура } p \text{ начинает производиться в квант времени } t \\ & \text{на машине } i \\ 0, & \text{в противном случае} \end{cases}$$

$$\forall p \in P, \quad \forall i \in M, \quad \forall t \in T$$

## Целевая функция

1) Прибыль:

$$\sum_{p=1}^n price_p \sum_{i=1}^m \sum_{t=q_0}^{q_{last}} x_{p,i,t} \longrightarrow \max$$

2) Как можно раньше хотим закончить работы:

$$\sum_{p=1}^n \sum_{i=1}^m \sum_{t=q_0}^{q_{last}} ttc_{p,i} \cdot y_{p,i,t} \longrightarrow \min$$

Целевая функция

$$\sum_{p=1}^n price_p \sum_{i=1}^m \sum_{t=q_0}^{q_{last}} x_{p,i,t} - \sum_{p=1}^n \sum_{i=1}^m \sum_{t=q_0}^{q_{last}} ttc_{p,i} \cdot y_{p,i,t} \longrightarrow \max$$

## Ограничения

1) Не должно быть незавершённого производства (вся номенклатура, которая занимает машинное время, должна быть выпущена к времени выпуска, иначе её не планировать):

$$\sum_{p=1}^n \sum_{i=1}^m \sum_{t=q_0}^{q_{last}} b_{p,i,t,t'} \cdot y_{p,i,t} = 1 \quad \forall t' \in T : t' \geq t$$

2) Сумма всех работ на машине, проводимых в квант времени, должна быть меньше или равна производительности машины:

$$\sum_{p=1}^n \sum_{i=1}^m \sum_{t=q_0}^{q_{last}} b_{p,i,t,t'} \cdot x_{p,i,t} \leq m_{t,i} \quad \forall t \in T, \forall t' \in T : t' \geq t, \forall i \in M$$

3) Время использования машины, должно быть равно времени производства пула номенклатуры на машине:

$$\sum_{p=1}^n \sum_{t=q_0}^{q_{last}} \sum_{t' \in T : t' \geq t} \frac{b_{p,i,t,t'} \cdot x_{p,i,t}}{mp_{t,i}} = \sum_{p=1}^n \sum_{t=q_0}^{q_{last}} y_{p,i,t} \cdot ttc_{p,i} \quad \forall i \in M$$

4) Произвести номенклатуру необходимо до времени завершения производства этой номенклатуры:

$$\sum_{i=1}^m \sum_{t=q_0}^{q_{last}} tc_{p,i} \cdot y_{p,i,t} \leq deadline_p \quad \forall p \in P$$

5) На каждой машине, в один квант времени может производиться только одна номенклатура:

$$\sum_{p=1}^n \sum_{i=1}^m y_{p,i,t} \leq 1 \quad \forall t \in T$$

6) Производство номенклатуры не превышает спрос:

$$\sum_{i=1}^m \sum_{t=q_0}^{q_{last}} x_{p,i,t} \leq invoice_p \quad \forall p \in P$$

7) Естественные ограничения:

$$\begin{aligned} x_{p,i,t} &\geq 0, & \forall p \in P, & \quad \forall i \in M, & \quad \forall t \in T \\ y_{p,i,t} &\in \{0; 1\}, & \forall p \in P, & \quad \forall i \in M, & \quad \forall t \in T \end{aligned}$$