Задание №2

$$\begin{cases} \dot{x} = a - (b+1)x + x^2 y \\ \dot{y} = bx - x^2 y \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} a - (b+1)x + x^2 y = 0 \\ bx - x^2 y = 0 \end{cases}$$

Особая точка: $\left(a; \frac{b}{a}\right)$

$$\begin{pmatrix} -1 - b + 2xy & x^2 \\ b - 2xy & -x^2 \end{pmatrix}\Bigg|_{\substack{x=a \\ y=\frac{b}{a}}} = \begin{pmatrix} -1+b & a^2 \\ -b & -a^2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} -1+b-\lambda & a^2 \\ -b & -a^2-\lambda \end{vmatrix} = a^2 + \lambda + a^2\lambda - b\lambda + \lambda^2 = 0$$

$$\lambda^2 + (a^2+1-b)\lambda + a^2 = 0$$

$$\lambda_{1,2} = \frac{-1-a^2 \pm \sqrt{-4a^2 + (1+a^2-b)^2} + b}{2}$$

$$\lambda_{1,2} = -\frac{1}{2}(a^2+1-b) \pm \frac{1}{2}\sqrt{((a+1)^2-b)((a-1)^2-b)}$$

Полученное положение равновесия является асимптотически устойчивым, если $a^2+1-b>0$. Если $a^2+1-b<0$, то положение равновесия становится неустойчивым и у системы появляется предельный цикл. Значения параметров a и b, для которых $a^2+1-b=0$ являются бифуркационными.