

Рецензия на работу Е.Нечаева (СУНЦ МГУ)

«Группа, порожденная поворотами двух смежных граней кубика Рубика»

Сразу после своего появления кубик Рубика привлек внимание математиков, прежде всего специалистов по теории групп и теории алгоритмов, как наглядный пример применения этих теорий и источник разнообразных задач. Некоторые из этих задач оказались далеко не простыми. Так, потребовалось около 30 лет для решения задачи о минимальном числе операций, достаточном для упорядочения любого исходного состояния головоломки. Ряд интересных вопросов возник и при исследовании групп, порожденных различными наборами поворотов граней кубика. Одним из наиболее интересных примеров оказалась группа, порожденная поворотами двух смежных граней, и в первую очередь – вопрос о группе перестановок (без учета ориентации) их шести угловых кубиков. Более формально, это группа, порожденная двумя 4-циклами, имеющими два общих последовательных элемента. В общей ситуации двух циклов длин n и m , содержащих общий «отрезок», порожденная ими группа перестановок есть группа всех четных перестановок на их объединении (A_{n+m}) , если n и m нечетны, и группа всех перестановок S_{n+m} в остальных случаях. Единственное исключение – это указанный выше случай, когда группа оказывается изоморфной не S_6 , а S_5 . Тот факт, что число возможных перестановок в этом случае равно $5! = 120$, неоднократно упоминался в популярной литературе (см., например, статью Д.Вакарелова в «Кванте» №7, 1986, где он получен компьютерным перебором). Изоморфизм с S_5 также известен, но его доказательство использовало достаточно «продвинутые» понятия и методы теории групп. Перед автором была поставлена задача получить более элементарное доказательство. Эта задача успешно решена в работе, в которой данный основной результат дополнен описанием всей подгруппы преобразований кубика Рубика, порожденной рассматриваемыми поворотами.

Хотя данный результат и не нов, подчеркну, что доказательство автора является оригинальным. Большим достоинством работы считаю то, что практически вся она, включая изучение необходимого материала по теории групп, выполнена автором самостоятельно; моя роль как руководителя свелась лишь к постановке задачи и немногочисленным указаниям, в том числе литературным. Следует сказать, что в тексте работы остался ряд огрехов, вызванных сжатыми сроками ее выполнения: текст дорабатывался до последнего момента и, надеюсь, будет усовершенствован в ближайшее время.

Научный руководитель

В.Н.Дубровский,

доцент СУНЦ МГУ