DİZİLER VE SERİLER

3

Dizi: Girdileri (Tanım kümesi) özel tanımlanmış fonksiyonlara denir. $a_n = \underbrace{2n+1}_{\text{genel terim}}$

Bir dizinin limitini bulma: Bir dizinin limiti derken terimlerinin sonsuza mı gittiği yoksa bir sayıya mı yaklaştığını cevaplamayı hedefleriz.

$\lim_{n \to \infty} a_n =$ Bir dizinin limitini bulma n sonsuza giderken limit almak ile gerçekleşir.

* Kesirli ifadelerde sonsuza giden limitler için bir kural: Paydanın derecesi payın derecesinden büyükse limitin sonucu sıfır olacaktır. → * Payda daha hızlı büyüyorsa bu ifade 0'a yaklaşır.

sayı → yakınsak

sonsuz → ıraksak

Seri: Sonsuza kadar devam eden toplama işlemlerine seri denir. $\sum_{n=1}^{\infty} (n+2) = 3+4+\ldots$

* Bir serinin toplamının sonucu sabit bir sayıya mı yaklaşır, sonsuza mı yaklaşır bunu tespit etmek amaçtır.

Seri Testleri ve Amaçları: Bir serinin yakınsak mı ıraksak mı olduğuna karar verebilmektir.

1) n. terim testi (ıraksaklık testi) α
2) Geometrik seri testi
3) P serisi testi α
4) İntegral testi α
5) Kıyaslama Testleri → Direk kıyaslama testi; → Limit kıyaslama testi
6) Oran testi α
7) Kök testi
8) Alternating seri testi $(-1)^n$ α → mutlak değerce yakınsak; → koşullu yakınsak

n. Terim Testi: (Iraksaklık Testi)(Limit Testi)

$\boxed{\ln(\infty) = \infty}$

4

$\boxed{\text{Payın derecesi} \geq \text{Paydanın derecesi}}$

$\left.\sum_{n=0}^{\infty} a_n \right\} \longrightarrow \lim_{n\to\infty} (a_n) \neq 0 \Rightarrow$ Bu seri ıraksaktır

$\lim_{n\to\infty} (a_n) = 0 \Rightarrow$ Bu test işe yaramaz. } Seri halen ıraksakta olabilir yakınsak ta olabilirler.

Geometrik Seri Testi → üstel fonksiyonlardan oluşan seridir)

$\left.\sum_{n=0}^{\infty} r^n \right\}$ Geometrik seri

r = sabit sayı

Kural: $\sum_{n=0}^{\infty} r^n \Longrightarrow$ $|r| \geq 1 \Rightarrow$ ıraksak, $|r| < 1 \Rightarrow$ yakınsak

üst n geldikten sonra

P Serisi Testi

Kural: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$ $p > 1 \rightarrow$ yakınsak, $p \leq 1 \rightarrow$ ıraksak

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$

1 → 2, 3, ... gibi sayılar gelebilir

n^p → Toplama çıkarma durumunda ifade olmamalıdır.

→ önsne çarpma durumunda sayı gelebilir.

Integral Testi

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow$
① Negatif terim seride bulunmamalıdır.
② a_n'in integrali hesaplanabilir olmalıdır.

n=1 nereden başladığı önemsiz

integral Testi:

$\int_1^{\infty} a_n dn$ = Sonuç
→ Sabit sayı çıkarsa seri Yakınsak
→ Sonsuz çıkarsa Seri Iraksak

has olmayan integral çözersin

Oran Testi (Radio Test)

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow \lim_{n\to\infty} \left| \frac{a_{n+1}}{a_n} \right| = \text{Sonuç}$$

→ 1'den büyükse ıraksak
→ 1'den küçükse yakınsak
→ 1 ise bu test işe yaramaz

* İçinde faktöriyel barındıran $n!$, $(n+1)!$ ve üstel fonksiyonlar bulundıran 3^n, 5^n, $(-2)^n$ gibi serileri çok büyük ihtimal çözer.

Alterne Seri Testi

* $(-1)^n$ içeren serilere alterne seriler denir. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot n = \underbrace{-1+2-3+4\cdots}$

Bir eksi bir artı şeklinde sonsuza kadar devam eder.

Koşullar:

1.koşul: Her n için a_n pozitif olmalı
2.koşul: Her n için $a_n > a_{n+1}$
3.koşul: $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$

Bu üç şarttan hepsini sağlayan alterne seriler yakınsaktır. Bu üç şarttan birisi bile sağlanmaz ise seri yakınsak değildir. Iraksaktır da denilemez.