Continious Joint Probability Distribution: Sürekli ortak olasılık dağılımı, X ve Y gibi iki farklı rastgele değişkenin olasılıklarının aynı anda gerçekleşmesine ait olasılıkların dağılım fonksiyonudur.

Kesikli ortak olasl.

$X = \{0, 1, 2\}$

$Y = \{3, 4\}$

$\downarrow$

$y \backslash x$	0	1	2
3			
4			

Sürekli ortak olas.

$1 \leq x \leq 3$

$2 \leq y \leq 5$

$\downarrow$

$$f(x,y) = \begin{cases} \ldots, & 1 \leq x \leq 3,\ 2 \leq y \leq 5 \\ 0, & \text{diğer} \end{cases}$$

Sürekli ortak olasılık Olma şartları:

1) $\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x,y)\, dx\, dy = 1$

2) $f(x,y) \geq 0$ for $-\infty < x < \infty$, $-\infty < y < \infty$

NOT: İki sınırda sayı ise hangi sıra ile yazıldığının önemi yok.

NOT: $\dfrac{\partial^2 F(X,Y)}{\partial x \partial y}$ → kısmi türevler, ortak dağılım fonksiyonu $F(X,Y)$ ve olasılık yoğunluk fonksiyonu $f(x,y)$ gibi iki sürekli rassal değişkenin birlikte davranışını modellemek için kullanılırlar.

* $F(x_1, x_2, \ldots, x_n) = \int_{-\infty}^{x_n} \cdots \int_{-\infty}^{x_2} \int_{-\infty}^{x_1} f(t_1, t_2, \ldots, t_n)\, dt_1\, dt_2 \ldots dt_n$

for $-\infty < x_1 < \infty;\ -\infty < x_2 < \infty; \ldots; -\infty < x_n < \infty$

n adet sürekli rastgele değişken $X_1, X_2, \ldots, X_n$'in ortak olasılık yoğunluk fonksiyonunun n-boyutlu integrali, n boyutlu aralıkta n-tuple'ların olasılıklarını verir ve bu nedenle n boyutlu ortak dağılım fonksiyon olarak adlandırılır.

$$\underbrace{f(x_1, x_2, \ldots, x_n) = \frac{\partial^n F(x_1, x_2, \ldots, x_n)}{\partial x_1 \partial x_2 \ldots \partial x_n}}$$

n boyutlu ortak dağılım fonksiyonunun n adet değişkeninin her birinin değişimine göre kısmi türevlerin alınmasıyla hesaplanan ortak olasılık yoğunluk fonksiyonudur.

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{1}{6}(x+y), & 1 \leq x \leq 2,\ 4 \leq y \leq 5 \\ 0, & \text{diğer} \end{cases}$$

a) $P(X = 1.5, Y = 4.2) = 0$

b) $P(X < \frac{3}{2}, Y \leq \frac{9}{2}) = \int_1^{3/2} \int_4^{9/2} \left(\frac{x}{6} + \frac{y}{6}\right) dy\, dx = \frac{xy}{6} + \frac{y^2}{12} \Big|_4^{9/2} = \frac{x}{12} - \frac{17}{48} dx$

c) $P(-2 < X < 1.2, Y = 4) = 0$

d) $P(1 < X, Y < \frac{9}{2}) = \int_1^2 \int_4^{9/2} \left(\frac{x}{6} + \frac{y}{6}\right) dy\, dx$

$\int_1^{3/2} \frac{x}{12} - \frac{17}{48} dx = \frac{x^2}{24} - \frac{17x}{48} \Big|_1^{3/2}$

$= \boxed{\frac{11}{48}}$