

## Kesikli Ortak Olasılık Dağılımında Koşullu OLASILIK Hesabı

$$E(u(X)/Y=y) = \sum_x u(X) P(X|Y)$$

$$P(X|Y=y) = \frac{P(X=x, Y=y)}{P(Y=y)}$$

ortalık  
olasılık  
Dağılımı

Y'nin marjinali

$Y \backslash X$	2	3	4
5	0,12	0,42	0,06
6	0,08	0,28	0,04

A)  $P(X=2/Y=6) = ?$

B)  $P(Y=5/X=4) = ?$

C)  $P(Y=6/X \leq 3) = ?$

1. Adım: Marginalleri bul

$Y$	5	6
$P(Y)$	0,6	0,4

$X$	2	3	4
$P(X)$	0,2	0,7	0,1

X ile Y'nin  
aynı anda gerçekleş-  
mesinin olasılığı  
tablodan bulunur

2. Adım: Formülde yerine koy

A)  $\frac{P(X=2, Y=6)}{P(Y=6)} = \frac{0,08}{0,4} = \boxed{\frac{1}{5}}$

Formül =  $\frac{P(X=x, Y=y)}{P(Y=y)}$   
marginal  
olasılık

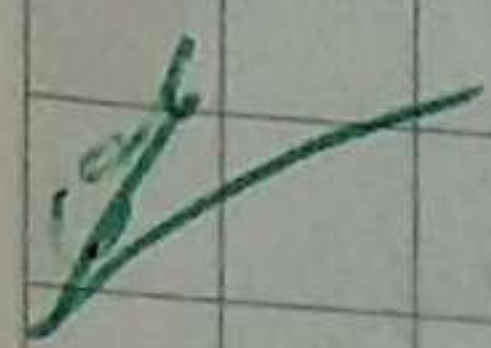
B)  $\frac{P(Y=5, X=4)}{P(X=4)} = \frac{0,06}{0,1} = \boxed{\frac{3}{5}}$

C)  $\frac{P(Y=6, X=2) + P(Y=6, X=3)}{P(X \leq 3)} = \frac{0,08 + 0,28}{0,7 + 0,2} = \boxed{\frac{2}{5}}$   
marginal hesaba



## Sürekli Ortak Olasılık Dağılımında Koşullu Olasılık Hesaplamaları

$$P(X|Y=y) = \frac{P(X=x, Y=y)}{P(Y=y)}$$



$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{2}{3}(x+2y), & \text{for } 0 < x < 1, 0 < y < 1 \\ 0, & \text{elsewhere} \end{cases}$$

Find the conditional mean and the conditional variance  $X$  given  $Y = \frac{1}{2}$

Adım 1: Marjinal olasılıkları bul

$x$  marginal  $\rightarrow g(x) = \int_0^1 \frac{2}{3}(x+2y) dy = \boxed{\frac{2}{3}(x+1)}$

$y$  marginal  $\rightarrow h(y) = \int_0^1 \frac{2}{3}(x+2y) dx = \boxed{\frac{1}{3}(4y+1)}$   $\leftarrow$  Fonksiyonu marjinal böl

Adım 2: Koşullu olasılık yapma fonksiyonunu hesapla

$$f(x|y) = \frac{f(x, y)}{f(y)} = \frac{\frac{2}{3}(x+2y)}{\frac{1}{3}(1+4y)} = \boxed{\frac{2x+4y}{1+4y}}$$

Adım 3:  $Y = \frac{1}{2}$  yerine koy fonksiyonu hesapla  $\nearrow y = \frac{1}{2}$  koy

$$f(x|\frac{1}{2}) = \begin{cases} \frac{2}{3}(x+1), & \text{for } 0 < x < 1 \\ 0, & \text{elsewhere} \end{cases}$$

Adım 4: Varyansı hesapla

$$E[X] = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx \Rightarrow E(X|\frac{1}{2}) = \int_0^1 \frac{2}{3}x \cdot (x+1) dx = \boxed{\frac{5}{9}}$$

$$E[X^2] = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f(x) dx \Rightarrow E(X^2|\frac{1}{2}) = \int_0^1 \frac{2}{3}x^2(x+1) dx = \boxed{\frac{7}{18}}$$

$$\text{Var}[X] = E[X^2] - (E[X])^2 \Rightarrow \text{Var}(X|\frac{1}{2}) = \frac{7}{18} - \left(\frac{5}{9}\right)^2 = \boxed{\frac{13}{162}}$$