İSTATİSTİK

①

Örnekleme Dağılımları: Fikir; kitleye ait tahmin yürütmek için örneklemi kullanmak.

NOT: Örneklem oranı kitle oranını hedefler. Örneklem ortalaması kitle ortalamasını hedefler.

İstatistiksel Tahmin Çeşitleri:
- Nokta Tahmini: (Point estimation) Tek bir değer tahmin edilir.
- Aralık Tahmini: (interval estimation) Aralık tahmin edilir. → Confidence interval (güven aralığı)

Aralık Tahminine Giriş (Güven Aralığı)

(Interval Estimation — Confidence Interval)

1) Tek popülasyon için

* Ortalama (mean) için aralık tahmini

① — Popülasyon varyansı bilinen (Z tablosu)

② — Popülasyon varyansı bilinmeyen

2.1 $n \geq 30$ (örneklem veri adedi $= n$) (Z tablosu)

2.2 $n < 30$ (t tablosu)

* Varyans için aralık tahmini (σ^2)

ki kare tablosu → chisquare table

* Popülasyon Oranı (proportion) için aralık tahmini (P)

Z tablosu

* Eşleştirilmiş gözlemlerin farkları için ortalama tahmini

(paired observation) Md t tablosu

2) İki popülasyon için

* Ortalamaların farkı için aralık tahmini: $\mu_1 - \mu_2$

2 seçenek

* Popülasyon varyansları biliniyorsa
Z tablosu

* Popülasyon varyansları bilinmiyorsa

[illegible]

* Varyanslar eşit kabul edilerek
* Varyanslar eşit kabul edilmeyerek

(T tablosu)

* Popülasyon varyanslarının oranı için aralık tahmini: $\left(\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}\right)$ F tablosu

Ortalama için Güven Aralığı Bulma Temel Bilgiler

(confidance Interval for mean)

1) **Güven düzeyi (confidence level): $(1-\alpha)$** Aralık tahmininin popülasyon parametresini içermesi konusundaki kesinlik düzeyi. α %95 güven düzeyinde

2) **Güven aralığı (confidence interval):** Belli bir güven düzeyi ile ilişkili aralık tahminidir.

3) **Önem düzeyi (significant level): (α)** Gerçek popülasyon değerinin tahmin aralığı dışında olma olasılığını temsil eder. α %95 güven düzeyinde $\Rightarrow$ önem düzeyi %5 = 0,05

4) **Hata payı (Error): (e)** Güven aralığının kapsadığı nokta tahmininden ($\bar{x}$) muhtemel en büyük uzaklıktır.

$$\boxed{\bar{x}-e<\mu<\bar{x}+e}$$

Popülasyon Ortalaması μ için güven aralığı

$$\boxed{\bar{x}-e<\mu<\bar{x}+e}$$

μ = Popülasyon ortalaması
$\bar{x}$ = örneklem ortalaması
e = Hata

e Hesabı

1. Durum: Popülasyon varyansı (σ^2) (standart sapması (σ)) biliniyorsa

$$\boxed{e=Z_{\frac{\alpha}{2}}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

n = örneklemdeki veri adedi
(Z tablosu ile)
α = önem düzeyi

2. Durum: Popülasyon varyansı bilinmiyorsa $(n\geq 30)$

$$\boxed{e=Z_{\frac{\alpha}{2}}\cdot\frac{s}{\sqrt{n}}}$$

s = örneklem standart sapması
(Z tablosu ile)
α = önem düzeyi
n = örneklemdeki veri adedi

$\bar{x}-e<\mu<\bar{x}+e$

3. Durum: Popülasyon varyansı bilinmiyorsa $(n<30)$

$$\boxed{e=\left(t_{\frac{\alpha}{2},n-1}\right)\cdot\frac{s}{\sqrt{n}}}$$

t tablosu

Popülasyon Varyansı Biliniyorken Ortalama için Güven Aralığı

$$\boxed{\bar{X} - Z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{X} + Z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

Aralık Tahmini ↑

n: örneklemdeki veri sayısı

α: önem düzeyi

$Z_{\frac{\alpha}{2}}$: Z tablosundan hesaplanacak kritik değer

$\bar{X}$: örneklem ortalaması

σ: Popülasyon standart sapması

$\boxed{\text{güven düzeyi} = 1-\alpha}$

Z tablosundan $Z_{\frac{\alpha}{2}}$ okuyup bulma

%90 ($0{,}90$) güven düzeyi için: $Z_{\frac{\alpha}{2}} = ?$ $\quad \alpha = \overbrace{0{,}10}^{1-0{,}90} \Rightarrow \underbrace{Z_{0{,}05}}_{1-0{,}05=\boxed{0{,}95}} = \boxed{1{,}645}$

$\frac{\alpha}{2}$

→ bu değeri z tablosu içinde buluruz.

%95 ($0{,}95$) güven düzeyi için $Z_{\frac{\alpha}{2}} = ?$ $\quad \alpha = 0{,}05 \Rightarrow \underbrace{Z_{0{,}025}}_{1-0{,}025=0{,}975} = \boxed{1{,}96}$

%99 ($0{,}99$) güven düzeyi için $Z_{\frac{\alpha}{2}} = ?$ $\quad \alpha = 0{,}01 \Rightarrow \underbrace{Z_{0{,}005}}_{1-0{,}005=0{,}995} = \boxed{2{,}575}$

Ortalama için üst sınır:

$$\boxed{\mu < \bar{X} + Z_{\alpha} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

Ortalama için Alt sınır:

$$\boxed{\bar{X} - Z_{\alpha} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu}$$

Bilinmiyor

Popülasyon Varyansı Bilinmiyorken Ortalama için Güven Aralığı (n ≥ 30 Durumu)

$n < 30$ (t tablosu) $n \geq 30$ (z tablosu)

s: örneklem standart sapması

$$\boxed{\bar{x} - z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{x} + z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}}$$

→ Sorunun içinde popülasyon varyansı yoksa, örneklemin standart sapması varsa, örneklemdeki veri adedi de 30'dan büyükse

μ için üst sınır:

$$\boxed{\mu < \bar{x} + z_{\alpha} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}}$$

μ için alt sınır:

$$\boxed{\bar{x} - z_{\alpha} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} < \mu}$$

Popülasyon Varyansı Bilinmiyorken Ortalama için Güven Aralığı (n < 30 durumu) (t tablosu)

$$\boxed{\bar{x} - t_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{x} + t_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}}$$

Güven aralığı için $t_{\frac{\alpha}{2}}$ hesaplama → serbestlik derecesi (degrees of freedom)

$$\boxed{V = n - 1}$$

$0{,}95 \Rightarrow 1 - 0{,}95$

%95 güven düzeyi $t_{\frac{\alpha}{2}} = ?$ $n = 10$

$\alpha = 0{,}05$ ikiye böl

$t_{0{,}025\,(9)} = 2{,}262$ ← T tablosundan aldık

μ için alt sınır

$$\boxed{\bar{x} - t_{\alpha} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} < \mu}$$

μ için üst sınır

$$\boxed{\mu < \bar{x} + t_{\alpha} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}}$$

Oran için Güven Aralığı Bulma

(confidence Interval for proportion) z tablosu

$$\boxed{\hat{p} - z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p}.(1-\hat{p})}{n}} < p < \hat{p} + z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p}.(1-\hat{p})}{n}}}$$

n = örneklem sayısı

$\hat{p}$ = örneklem oranı

p = popülasyon oranı

Varyans için Güven Aralığı Bulma

(confidence Interval for Variance)

χ^2 tablosu t tablosu gibi okunan bir tablodur

$\boxed{v = n-1 \text{ Serbestlik derecesi}}$

$$\boxed{\frac{(n-1).s^2}{\chi^2_{\frac{\alpha}{2}}} < \sigma^2 < \frac{(n-1).s^2}{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}}}$$

n = örneklem sayısı

s^2 = örneklemin varyansı

σ^2 = popülasyon varyansı

$$\sqrt{\frac{(n-1).s^2}{\chi^2_{\frac{\alpha}{2}}}} < \sigma < \sqrt{\frac{(n-1).s^2}{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}}}$$

→ standart sapma için

Eşleştirilmiş Gözlemler için Güven Aralığı Bulma

(Confiddence interval for paired Observation) t tablosu

Farklarının ortalaması için güven aralığı

*μ_d için aralık yazılır

$$\boxed{\bar{d} - t_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{s_d}{\sqrt{n}} < \mu_d < \bar{d} + t_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{s_d}{\sqrt{n}}}$$

$\bar{d}$ = farklarının ortalaması

sd = standart sapma

iki tane yan yana sütun verildiğinde eşit veri olduğunda ve B−A gibi bir fark istediğinde

İki Ortalamanın Farkı için Güven Aralığı Bulma

(Popülasyon Varyansları Biliniyorken) Z tablosu

6

$$(\bar{X}_1-\bar{X}_2)-Z_{\frac{\alpha}{2}}\cdot\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}}<\mu_1-\mu_2<(\bar{X}_1-\bar{X}_2)+Z_{\frac{\alpha}{2}}\cdot\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}}$$

İki Ortalamanın Farkı için Güven Aralığı Bulma

(Popülasyon varyansları Bilinmiyor ve Eşit değil)

$\mu_1-\mu_2$ için aralık tahmini (t tablosu kullanılır) $\sigma_1^2\neq\sigma_2^2$ kabul ediliyor

$$(\bar{X}_1-\bar{X}_2)-t_{\frac{\alpha}{2}}\cdot\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1}+\frac{s_2^2}{n_2}}<\mu_1-\mu_2<(\bar{X}_1-\bar{X}_2)+t_{\frac{\alpha}{2}}\cdot\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1}+\frac{s_2^2}{n_2}}$$

V = Serbestlik Derecesi $\Rightarrow$

$$\frac{\left(\frac{s_1^2}{n_1}+\frac{s_2^2}{n_2}\right)^2}{\frac{\left(\frac{s_1^2}{n_1}\right)^2}{n_1-1}+\frac{\left(\frac{s_2^2}{n_2}\right)^2}{n_2-1}}$$

$\rightarrow$ en yakın tam sayıya yuvarlama yapılacak.

n_1 ve n_2'den küçük olmadan $< V < n_1+n_2$

İki ortalamanın Farkı için güven aralığı Bulma

(Popülasyon varyansları Bilinmiyor ve eşit)

$\mu_1-\mu_2$ Aralık

($\underbrace{\sigma_1^2=\sigma_2^2}_{\text{eşit}}$ bilinmiyor)

$$(\bar{X}_1-\bar{X}_2)-t_{\frac{\alpha}{2}}\cdot Sp\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}<\mu_1-\mu_2<(\bar{X}_1-\bar{X}_2)+t_{\frac{\alpha}{2}}\cdot Sp\cdot\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}$$

$$\boxed{V=n_1+n_2-2}$$

$$Sp^2=\frac{(n_1-1)\cdot s_1^2+(n_2-1)\cdot s_2^2}{n_1+n_2-2}$$

⑦

İki Oranın Farkı İçin Güven Aralığı Bulma

(Confidence Interval for Difference in Proportions)

$p_1 - p_2$ güven aralığı bulma

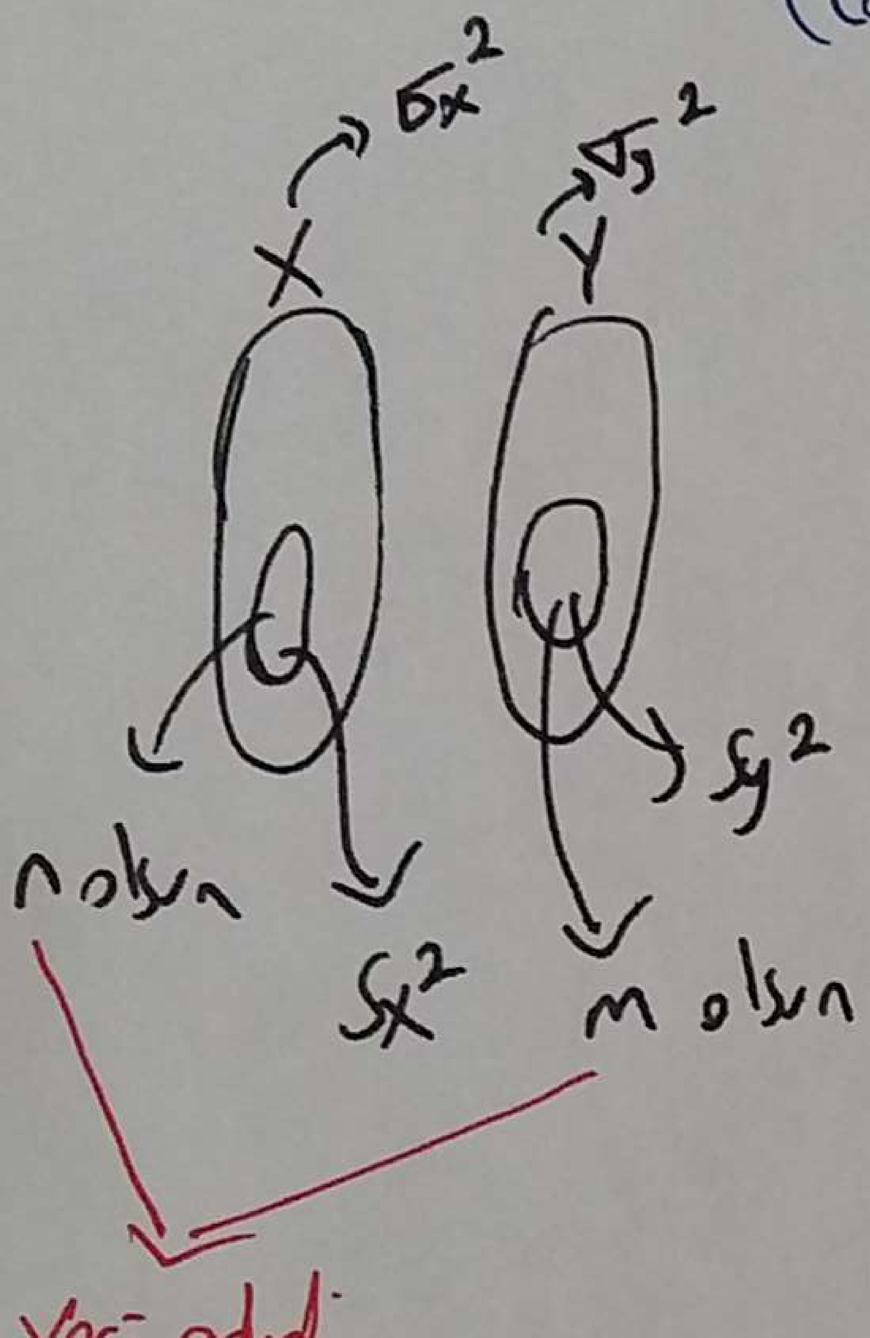
Z tablosu

$$\boxed{(\hat{p}_1-\hat{p}_2) - Z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p}_1\cdot(1-\hat{p}_1)}{n_1}+\frac{\hat{p}_2\cdot(1-\hat{p}_2)}{n_2}} < p_1-p_2 < (\hat{p}_1-\hat{p}_2) + Z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p}_1(1-\hat{p}_1)}{n_1}+\frac{\hat{p}_2\cdot(1-\hat{p}_2)}{n_2}}}$$

Varyansların Oranı için Güven Aralığı Bulma

(Confidance Interval for Ratio of Variances)

F tablosu



$$\boxed{\frac{1}{F_{\frac{\alpha}{2}}(n-1,m-1)} \cdot \frac{S_x^2}{S_y^2} < \frac{\sigma_x^2}{\sigma_y^2} < F_{\frac{\alpha}{2}}(m-1,n-1) \cdot \frac{S_x^2}{S_y^2}}$$

Örneklem Ortalamasının Varyansı

Variance of sample mean

Sonsuz ise: $\Rightarrow V(\bar{X}) = \frac{\sigma^2}{n}$

Sonlu ise: $V(\bar{X}) = \sigma_{\bar{X}}^2 = \frac{\sigma^2}{n} \cdot \left(\frac{N-n}{N-1}\right)$

$$Z = \frac{\bar{X}-\mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

$$n = \left(\frac{Z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sigma}{\frac{M}{2}}\right)^2$$