

Süretili Ortak Olasılık Dağılımında Korelasyon Hesaplaması

$$\text{Korelasyon} = \rho_{xy} = E(XY) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} XY f(x,y) dx dy$$

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{x \cdot y}{6}, & 1 \leq x \leq 3, 1 \leq y \leq 2 \\ 0, & \text{diğer durumlar} \end{cases}$$

$E(XY)$ nedir? (korelasyon nedir?)

önce y'ye
line integral

$$E(XY) = \int_1^3 \int_1^2 x \cdot y \cdot \left(\frac{x \cdot y}{6} \right) dy dx = \int_1^3 \int_1^2 \frac{x^2 y^2}{6} dy dx$$

$$\left. \frac{x^2 y^3}{18} \right|_1^2 = \frac{8x^2}{18} - \frac{x^2}{18} = \frac{7x^2}{18} \rightarrow x'ye \text{ göre integral al}$$

$$\int_1^3 \frac{7x^2}{18} dx = \left. \frac{7x^3}{54} \right|_1^3 = \frac{182}{54} = \frac{91}{27} \rightarrow \text{korelasyon}$$

• korelasyon için XY ile çarp $\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} (xy) f(x,y) dx dy$

• işlemlerden başlayarak integral al.

Sürekli Ortak Olasılık Dağılımında Kovaryans Hesaplama

$$\text{Kovaryans} = \text{COV}(X, Y) = \nabla_{XY} = E(XY) - E(X) \cdot E(Y)$$

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x}{6} + \frac{y}{6}, & 1 \leq x \leq 2, 4 \leq y \leq 5 \\ 0, & \text{diğer durumlarda} \end{cases}$$

$$\text{Kovaryans} = ? \quad (\text{COV}(X, Y) = ? , \nabla_{XY} = ?)$$

1. Adım: Korelasyon Hesapla $\rightarrow E(XY) = \int_4^5 \int_1^2 xy \cdot \left(\frac{x}{6} + \frac{y}{6}\right) dx dy$

$$= \int_4^5 \int_1^2 \left(\frac{x^2 y}{6} + \frac{y^2 x}{6}\right) dx dy = \left[\frac{x^3 y}{18} + \frac{x^2 y^2}{12} \right]_1^2 = \left[\frac{7y}{18} + \frac{y^2}{4} \right]_4^5$$

$$= \int_4^5 \left(\frac{7y}{18} + \frac{y^2}{4} \right) dy = \left[\frac{41}{6} \right] \rightarrow \text{korelasyon} = E(XY)$$

2. Adım: X'in ve Y'nin marjinallerini bul.

$$f(x) = \int_4^5 \left(\frac{x}{6} + \frac{y}{6} \right) dy = \left[\frac{x}{6} + \frac{3}{4} \right] \rightarrow x\text{'in marjinali}$$

$$f(y) = \int_1^2 \left(\frac{x}{6} + \frac{y}{6} \right) dx = \left[\frac{y}{6} + \frac{1}{4} \right] \rightarrow y\text{'nin marjinali}$$

3. Adım: Beklenen değerleri hesapla $E(X) = \int x \cdot f(x) dx$

$$E(X) = \int_1^2 x \cdot \left(\frac{x}{6} + \frac{3}{4} \right) dx = \left[\frac{109}{72} \right]$$

$$E(Y) = \int_4^5 y \cdot \left(\frac{y}{6} + \frac{1}{4} \right) dy = \left[\frac{325}{72} \right]$$

4. Adım: Kovaryans Hesapla $\rightarrow E(XY) - E(X) \cdot E(Y)$

$$= \frac{41}{6} - \frac{109}{72} \cdot \frac{325}{72} = \left[-0,000192 \right]$$