# ACD sous Python avec scientisttools

# Duvérier DJIFACK ZEBAZE

Ce tutoriel a pour objectif de présenter rapidement les principales fonctionnalités offertes par le package « scientisttools » pour réaliser une Analyse des Correspondances Discriminante .

# Présentation des données

L'analyse des correspondances discriminante (ACD) est le pendant de l'analyse factorielle discriminante pour les descripteurs catégoriels. On la reconnaît sous les traits de l'analyse discriminante barycentrique. Lorsque le nombre de classes est supérieur à 2, l'approche passe par un tableau de contingence particulier soumis à une analyse factorielle des correspondances (AFC).

# Importation des données

# Chargement des données

## None

Nous illustrons l'analyse des correspondances discriminante à l'aide d'un exemple sur les données « Races Canines » extraites de l'ouvrage de Tenenhaus. Il s'agit de prédire la variable « Fonction » (utilite, chasse, compagnie) de (n=27) chiens à partir de leurs caractéristiques (Taille, Poids, etc. 6 variables).

```
import pandas as pd
# Données actives
DTrain = pd.read_csv("./donnee/races_canines.txt",sep="\t",encoding='latin-1',
                     index_col=0)
print(DTrain.info())
## <class 'pandas.core.frame.DataFrame'>
## Index: 27 entries, Beauceron to Terre-Neuve
## Data columns (total 7 columns):
##
   #
        Column
                      Non-Null Count
                                      Dtype
## ---
##
   0
        Taille
                      27 non-null
                                      object
##
        Poids
                      27 non-null
                                      object
    1
                                      object
##
  2
        Velocite
                      27 non-null
        Intelligence 27 non-null
                                      object
## 3
## 4
        Affection
                                      object
                      27 non-null
## 5
                      27 non-null
                                      object
        Agressivite
   6
        Fonction
                      27 non-null
                                      object
## dtypes: object(7)
## memory usage: 1.7+ KB
```

#### Distribution relative

Nous calculons la distribution relative des classes :

Table 1 – Distribution relative des classes

Fonction	p(k)
compagnie	0.3703704
chasse	0.3333333
utilite	0.2962963

# Analyse bivariée

Une première piste consiste à procéder à une simple analyse bivariée. Nous croisons chaque descripteur avec la variable cible. Nous disposons ainsi d'une première indication sur les liaisons individuelles de chaque descripteur avec « Fonction ».

 ${\bf Table} \ {\bf 2} - V \ de \ Cramer \ entre \ la \ cible \ et \ les \ descripteurs$ 

	Affection	Poids	Taille	Agressivite	Velocite	Intelligence
Fonction	0.7393939	0.6722976	0.5503246	0.511811	0.3963569	0.2769003

Nous avons quelques relations qui sont assez fortes : Affection avec un V de Cramer de 0.74; Poids avec un V de Cramer de 0.67; Taille avec un V de Cramer de 0.55 et Agressivite avec un V de Cramer de 0.51. Il semble donc possible d'expliquer la fonction des chiens à partir de leurs caractéristiques. Mais il faut le faire de manière multivariée c'est - à - dire en tenant compte du rôle simultané de l'ensemble des descripteurs.

# Analyse avec scientisttools

# Modélisation avec scientisttools

Sage précaution avec les packages pour Python, nous affichons le numéro de la version de « scientisttools » utilisée dans ce tutoriel.

```
# version
import scientisttools
print(scientisttools.__version__)
```

#### ## 0.0.9

Nous fonctionnons avec la version « 0.0.9 ».

```
# Importation
from scientisttools.discriminant_analysis import DISCA
```

On crée une instance de la classe DISCA, en lui passant ici des étiquettes pour les variables explicatives et la variable cible.

On estime le modèle en appliquant la méthode .fit de la classe DISCA sur le jeu de données.

```
# Entraînement du modèle
disca.fit(DTrain)

## DISCA(features_labels=array(['Taille', 'Poids', 'Velocite', 'Intelligence', 'Affection',
## 'Agressivite'], dtype=object),
## target=['Fonction'])
```

# Inspection de l'objet DISCA

— priors\_ correspond à la distribution relative des classes.

```
# distribution des classes
print(lda.priors_)
```

 ${\bf Table} \ {\bf 3} - {\bf Distribution} \ {\bf relative} \ {\bf pour} \ {\bf chaque} \ {\bf classe}$ 

compagnie	chasse	utilite
0.3703704	0.3333333	0.2962963

— statistics\_test\_ correspond aux tests statistiques entre variables qualitatives

```
# Tests statistiques
stats_test = disca.statistics_test_
print(stats_test.keys())
```

```
## dict_keys(['chi2', 'log-likelihood-test', "cramer's V", "tschuprow's T", 'pearson'])
```

— mod\_stats correspond à la distribution absolue et relative des classes

 ${\bf Table}~{\bf 4}-{\rm Test~statistique~de~chi2}$ 

	statistic	df	pvalue
Taille	20.161309	4	0.0004641
Poids	25.634866	4	0.0000375
Velocite	11.775726	4	0.0190993
Intelligence	4.067405	4	0.3969605
Affection	18.860828	2	0.0000802
Agressivite	7.690039	2	0.0213860

# distribution absolue et relative des classes
print(disca.mod\_stats)

 ${f Table}\ {f 5}$  — Distribution absolue et relative pour chaque classe

	n(l)	p(l)
Taille_Taille+	5	0.0308642
$Taille\_Taille++$	15	0.0925926
Taille_Taille-	7	0.0432099
Poids_Poids+	14	0.0864198
Poids_Poids++	5	0.0308642
Poids_Poids-	8	0.0493827
$Velocite\_Veloc+$	8	0.0493827
$Velocite\_Veloc++$	9	0.0555556
Velocite_Veloc-	10	0.0617284
$Intelligence\_Intell +$	13	0.0802469
$Intelligence\_Intell++$	6	0.0370370
$Intelligence\_Intell-$	8	0.0493827
Affection_Affec+	14	0.0864198
Affection_Affec-	13	0.0802469
$Agressivite\_Agress +$	13	0.0802469
Agressivite_Agress-	14	0.0864198

# Analyse des classes

# Coordonnées des classes

L'objet « disca » fournit les coordonnées des points - classes.

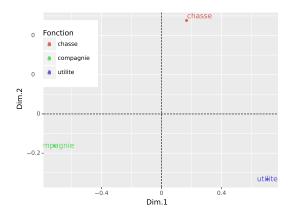
```
# Coordonnées des points - classes disca.gcoord_
```

Table 6 – Coordonnées factorielles des classes

	Dim.1	Dim.2
chasse	0.1671133	0.4767969
compagnie	-0.7146513	-0.1626452
utilite	0.7053116	-0.3330900

On projette ces points - classes dans le plan :

```
# Projection des points classes
from plotnine import *
gcoord = disca.gcoord_
```



 ${\bf Figure} \ {\bf 1} - {\bf Carte \ des \ points - classes}$ 

Visiblement, « compagnie » et « utilite » s'opposent sur le premier facteur. « chasse » se démarque des deux autres sur le second facteur.

#### Distances entre centres de classes

Les distances entre centres de classes permettent de situer les proximités entre les groupes sur l'ensemble des facteurs. La distance euclidienne entre les classes dans le répère factoriel est la suivante :

Table 7 – Distance euclidienne entre les classes

	chasse	compagnie	utilite
chasse	0.0000000	1.186395	0.9455743
compagnie	1.1863951	0.000000	2.0453462
utilite	0.9455743	2.045346	0.0000000

Les trois types de fonctions forment un triangle approximativement isocèle dans le plan factoriel. Ajoutons ces distances sur le plan factoriel :

```
# Projection des points classes avec distances entre classes
p = (ggplot(gcoord,aes(x="Dim.1",y="Dim.2",label=gcoord.index))+
        geom_point(aes(color=gcoord.index))+
        geom_text(aes(color=gcoord.index),
                  adjust_text={'arrowprops': {'arrowstyle': '-','lw':1.0}})+
        geom_hline(yintercept=0,colour="black",linetype="--")+
        geom_vline(xintercept=0,colour="black",linetype="--")+
        theme(legend direction="vertical", legend position=(0.2,0.7))+
        annotate("segment", x=gcoord.iloc[0,0], y=gcoord.iloc[0,1],
                           xend=gcoord.iloc[1,0],yend=gcoord.iloc[1,1],
                           color="blue")+
        annotate("segment", x=gcoord.iloc[0,0], y=gcoord.iloc[0,1],
                           xend=gcoord.iloc[2,0],yend=gcoord.iloc[2,1],
                           color="blue")+
        annotate("segment", x=gcoord.iloc[1,0], y=gcoord.iloc[1,1],
                           xend=gcoord.iloc[2,0],yend=gcoord.iloc[2,1],
                           color="blue")+
        # Add test
        annotate('text', x = -0.3, y = 0.2, label = DE.iloc[0,1].round(2),
                 size = 10, angle='35')+
        annotate('text', x = 0.4, y = 0.2, label = DE.iloc[0,2].round(2),
                 size = 10, angle='-60')+
        annotate('text', x = 0, y = -0.25, label = DE.iloc[2,1].round(2),
                 size = 10, angle='-10')+
        labs(color="Fonction"))
print(p)
```

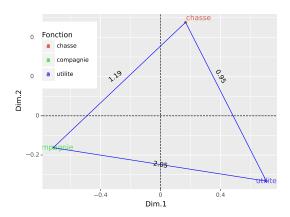


Figure 2 - Carte des points - classes

# Qualité de la représentation des classes

Il suffit de passer les coordonnées au carré et de diviser par la somme en ligne. Sous scientisttools, elles correspondent à la qualité de représentation des points - lignes de l'analyse factorielle des correspondances.

 ${\bf Table~8-Qualit\'e~de~repr\'esentation~des~classes-COS2}$ 

	Dim.1	Dim.2
chasse	0.1094046	0.8905954
compagnie	0.9507549	0.0492451
utilite	0.8176421	0.1823579

Le graphique (Figure 1) ne laissait aucun doute, mais c'est toujours mieux quand les chiffres confirment : les informations portées par « compagnie » et « utilite » sont bien captées par le premier facteur. « chasse » est mieux situé sur le second facteur. Et la somme en ligne dans le tableau des COS2 fait bien 100%.

## Contributions des classes

Sous scientisttools, elles correspondent aux contributions des points - lignes de l'analyse factorielle des correspondances.

Table 9 - Contributions des classes

	Dim.1	Dim.2
chasse	2.691509	63.975158
compagnie	54.691459	8.271504
utilite	42.617032	27.753338

Le premier axe oppose les fonctions « compagnie » et « utilite ». Elles déterminent ( ${\bf contributions}=54.69\%+42.62\%$ ) 97.31% de l'information portée par le facteur. Elles sont aussi très bien représentées puisque 95.08% (resp. 81.76%) de l'information véhiculée par « compagnie » (resp. « utilite ») est restrancrite sur cet axe.

Le second axe permet surtout de distinguer la fonction « chasse » des deux premiers.

# Structures canoniques

Les structures canoniques correspondent aux représentations des modalités colonnes du tableau de contingence - et donc des modalités des variables prédictives - dans le répère factoriel.

# Poids, distance à l'origine et inertie

# # Informations sur les modalités from scientisttools.extractfactor import get\_ca\_col mod\_infos = get\_ca\_col(disca.ca\_model\_)["infos"]

Table 10 – Caractéristiques des modalités

	d(k,G)	p(k)	I(k,G)
Taille_Taille+	0.4520000	0.0308642	0.0139506
Taille_Taille++	0.4520000	0.0925926	0.0418519
Taille_Taille-	1.0448980	0.0432099	0.0451499
Poids_Poids+	0.2585459	0.0864198	0.0223435
Poids_Poids++	2.3750000	0.0308642	0.0733025
Poids_Poids-	1.1140625	0.0493827	0.0550154
Velocite_Veloc+	0.4250000	0.0493827	0.0209877
Velocite_Veloc++	0.2925926	0.0555556	0.0162551
Velocite_Veloc-	0.2450000	0.0617284	0.0151235
$Intelligence\_Intell +$	0.1223373	0.0802469	0.0098172
Intelligence_Intell++	0.2520833	0.0370370	0.0093364
Intelligence_Intell-	0.1296875	0.0493827	0.0064043
Affection_Affec+	0.5076531	0.0864198	0.0438713
Affection_Affec-	0.5887574	0.0802469	0.0472460
$Agressivite\_Agress+$	0.2821006	0.0802469	0.0226377
Agressivite_Agress-	0.2432398	0.0864198	0.0210207

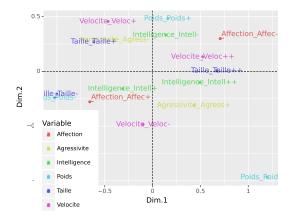
# Coordonnées des points modalités

Les coordonnées des points modalités sont fournies par l'objet ca\_model\_.

 ${\bf Table} \ {\bf 11} - {\bf Coordonn\'es} \ {\bf des} \ {\bf points} \ {\bf modalit\'es}$ 

	Dim.1	Dim.2
Taille_Taille+	-0.6154469	0.2706015
Taille_Taille++	0.6722783	0.0064729
Taille_Taille-	-1.0009914	-0.2071572
Poids_Poids+	0.1589724	0.4829841
Poids_Poids++	1.1993018	-0.9678198
Poids_Poids-	-1.0277654	-0.2403349
Velocite_Veloc+	-0.4655129	0.4563965
$Velocite\_Veloc++$	0.5242948	0.1330699
Velocite_Veloc-	-0.0994550	-0.4848801
$Intelligence\_Intell +$	-0.3119926	-0.1581073
Intelligence_Intell++	0.4918395	-0.1008824
Intelligence_Intell-	0.1381083	0.3325862
Affection_Affec+	-0.6560651	-0.2779059
Affection_Affec-	0.7065316	0.2992833
$Agressivite\_Agress +$	0.4309258	-0.3104892
$Agressivite\_Agress-$	-0.4001454	0.2883114

```
# Ajout de la variable
modcoord = mod_coord.copy()
modcoord.loc[:,"variable"] = [x.split("_")[0] for x in mod_coord.index]
```



 ${\bf Figure} \ {\bf 3} - {\bf Carte} \ {\bf des} \ {\bf points} \ {\bf -modalit\acute{e}s}$ 

# Contributions des points modalités aux facteurs

Les contributions des points modalités sont :

# Affectation des classes

# Fonction discriminante canonique

L'exécution de la méthode disca.fit(DTrain) provoque le calcul de plusieurs attributs parmi lesquels disca.coef\_. Ce champ nous intéresse particulièrement car il correspond aux coefficients des fonctions de classement. Ces fonctions canoniques permettent de projeter des individus non étiquetés dans l'espace factoriel.

```
# Coefficients des fonctions discriminantes canoniques
print(disca.coef_)
```

Table 12 – Contribution des points modalités

	Dim.1	Dim.2
Taille_Taille+	3.3801114	1.9080116
Taille_Taille++	12.0995527	0.0032752
Taille_Taille-	12.5181065	1.5654847
Poids_Poids+	0.6314682	17.0194100
Poids_Poids++	12.8353248	24.4067368
Poids_Poids-	15.0819613	2.4080990
Velocite_Veloc+	3.0940922	8.6841100
$Velocite\_Veloc++$	4.4154343	0.8305250
Velocite_Veloc-	0.1765359	12.2523506
$Intelligence\_Intell +$	2.2584563	1.6935499
Intelligence_Intell++	2.5904659	0.3182242
Intelligence_Intell-	0.2723387	4.6115743
Affection_Affec+	10.7547848	5.6347465
Affection_Affec-	11.5820759	6.0681885
$Agressivite\_Agress +$	4.3085212	6.5311108
Agressivite_Agress-	4.0007697	6.0646029

Table 13 – Coefficients des fonctions discriminantes canoniques

	Dim.1	Dim.2
Taille_Taille+	-0.1744162	0.1310424
Taille_Taille++	0.1905221	0.0031346
Taille_Taille-	-0.2836786	-0.1003186
Poids_Poids+	0.0450524	0.2338915
Poids_Poids++	0.3398793	-0.4686797
Poids_Poids-	-0.2912663	-0.1163854
Velocite_Veloc+	-0.1319252	0.2210161
$Velocite\_Veloc++$	0.1485839	0.0644409
Velocite_Veloc-	-0.0281853	-0.2348097
$Intelligence\_Intell +$	-0.0884179	-0.0765656
Intelligence_Intell++	0.1393861	-0.0488537
Intelligence_Intell-	0.0391396	0.1610593
Affection_Affec+	-0.1859273	-0.1345797
Affection_Affec-	0.2002294	0.1449319
$Agressivite\_Agress +$	0.1221233	-0.1503585
Agressivite_Agress-	-0.1134003	0.1396186

#### Coordonnées des individus

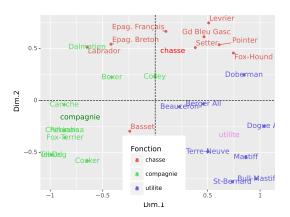
A partir des fonctions discriminantes canoniques, on détermine les coordonnées des individus.

```
# Coordonnées factorielles des individus
row_coord = disca.row_coord_
```

 ${\bf Table} \ {\bf 14} - {\bf Coordonn\acute{e}es} \ {\bf des} \ {\bf individus}$ 

	Dim.1	Dim.2
	DIII.1	DIII.2
Beauceron	0.2319365	-0.0600368
Basset	-0.2416379	-0.2958810
Berger All	0.4597406	-0.0323249
Boxer	-0.4135109	0.2244462
Bull-Dog	-0.9908756	-0.5230403
Bull-Mastif	0.9639549	-0.7546350
Caniche	-0.8668115	-0.0395026
Chihuahua	-0.8633181	-0.2854154
Cocker	-0.6460896	-0.5816565
Colley	-0.0035871	0.2299404
Dalmatien	-0.6490345	0.5144234
Doberman	0.8458972	0.2471867
Dogue All	1.0404775	-0.2454715
Epag. Breton	-0.4212304	0.5421353
Epag. Français	0.1020604	0.6660272
Fox-Hound	0.7456506	0.4570997
Fox-Terrier	-0.8590920	-0.3571917
Gd Bleu Gasc	0.4651415	0.6136749
Labrador	-0.6490345	0.5144234
Levrier	0.5101270	0.7470769
Mastiff	0.8637083	-0.5447220
Pekinois	-0.8633181	-0.2854154
Pointer	0.6103736	0.5371639
St-Bernard	0.7361508	-0.7823469
Setter	0.3825695	0.5094520
Teckel	-0.9908756	-0.5230403
Terre-Neuve	0.5006272	-0.4923697

```
label=gcoord.index,color=["red","green","violet"]))
print(p)
```



 ${\bf Figure}~{\bf 4}-{\rm Carte~des~individus}$ 

# Valeurs propres associées aux facteurs

Les valeurs propres associées aux facteurs sont celles issues de l'analyse factorielle des correspondances.

```
# Valeurs propres
from scientisttools.extractfactor import get_eigenvalue
eig = get_eigenvalue(disca.ca_model_)
```

Table 15 – Valeurs propres associées aux facteurs

	eigenvalue	difference	proportion	cumulative
Dim.1	0.3458638	0.227414	74.48927	74.48927
Dim.2	0.1184498	NaN	25.51073	100.00000

La valeur propre  $(\lambda)$  indique l'inertie (la variance) expliquée par l'appartenance aux groupes sur chaque axe. En les additionnant, nous avons l'inertie expliquée par l'appartenance aux groupes dans l'espace complet soit 0.4643136. Cette inertie indique la quantité d'information que l'on peut modéliser dans la relation entre la cible Fonction et les descripteurs. Le premier facteur explique 74.49% de l'inertie totale.

On peut représenter graphiquement ces valeurs propres

```
# Scree plot
from scientisttools.ggplot import fviz_screeplot
p = fviz_screeplot(disca.ca_model_,choice="proportion",add_labels=True)
print(p)
```

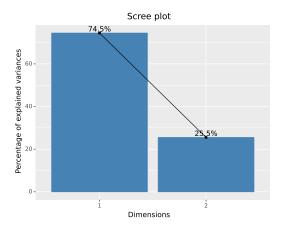


Figure 5 - Scree plot

# Rapport de corrélation

Le champ correlation\_ratio\_correspond aux carrés des rapports de corrélation.

```
# Rapport de corrélation
print(disca.correlation_ratio_)
```

Table 16 - Rapport de correlation

	Dim.1	Dim.2
correl. ratio	0.7351037	0.5180404

Le rapport de corrélation est le ratio entre la variance expliquée par l'appartenance aux groupes et la vaiance totale de l'axe. Il indique la qualité de discrimination des classes sur le facteur. Nous avons  $\eta_1^2 = 0.7351037$ , c'est - à - dire 73.51% de la variabilité des observations est expliquée par l'appartenance aux groupes sur le premier facteur. L'indicateur varie entre 0 (discrimination nulle, les sous - populations sont complètement mélangées) et 1 (discrimination parfaite, elles sont agglutinées) sur les centres de classes qui sont distincts les uns des autres.

# Corrélation canonique

La corrélation canonique est la racine carré du rapport de corrélation.

 ${\bf Table} \ {\bf 17} - {\bf Corr\'elation} \ {\bf canonique}$ 

	Dim.1	Dim.2
correl. ratio	0.8573819	0.7197503

# Traitement d'individus supplémentaires

Les fonctions discriminantes canoniques nous permettent de positionner les individus suppémentaires dans le répère factoriel.

# Importation des données

Nous chargeons les individus supplémentaires.

Table 18 – Individus supplémentaires

	Taille	Poids	Velocite	Intelligence	Affection	Agressivite
Medor	Taille+	Poids-	Veloc-	Intell++	Affec-	Agress+
Djeck	Taille++	Poids++	Veloc+	Intell+	Affec+	Agress-
Taico	Taille-	Poids+	Veloc++	Intell++	Affec+	Agress+
Rocky	Taille+	Poids+	Veloc+	Intell-	Affec+	Agress-
Boudog	Taille-	Poids-	Veloc++	Intell+	Affec-	Agress+
Wisky	Taille+	Poids++	Veloc-	Intell-	Affec+	Agress+

# Coordonnées des individus supplémentaires

L'objet « DISCA » contient la fonction transform() bien connue des utilisateurs de scikit-learn. Elle permet d'obtenir les coordonnées des individus dans l'espace factoriel.

```
# Coordonnées des individus supplémentaires
row_sup_coord = disca.transform(Dsup)
```

Table 19 - Coordonnées des individus supplémentaires

	Dim.1	Dim.2
Medor	-0.0321289	-0.2744329
Djeck	0.0107306	-0.3160556
Taico	-0.0144601	-0.1357781
Rocky	-0.5214770	0.7520483
Boudog	-0.1924262	-0.2342553
Wisky	0.1126134	-0.6963258

On rajoute ces individus au plan factoriel

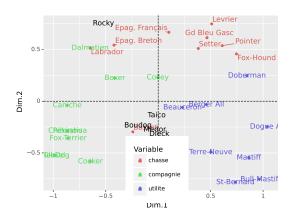


Figure 6 - Carte des individus

## Distances euclidiennes aux classes

La fonction decision\_function() permet de calculer les distances euclidiennes aux centres de classes.

```
# Distances euclidiennes aux classes
disca.decision_function(Dsup)
```

```
##
            chasse compagnie
                               utilite
## Medor 0.604044
                    0.478333 0.547259
## Djeck
                     0.549714 0.482733
         0.653071
## Taico
          0.408217
                    0.490990 0.557003
## Rocky
          0.549920
                     0.873981 2.682536
## Boudog 0.634864
                     0.277847 0.815701
## Wisky
          1.379187
                     0.969182 0.483231
```

# Probabilités d'affectation

L'objet « scientisttools » calcule les probabilités d'affectation aux classes avec predict\_proba().

# # probabilité d'affectation print(disca.predict\_proba(Dsup))

```
## chasse compagnie utilite
## Medor 0.322822 0.381961 0.295217
## Djeck 0.318679 0.372868 0.308453
## Taico 0.345874 0.368724 0.285402
## Rocky 0.444261 0.419785 0.135955
## Boudog 0.318441 0.422972 0.258588
## Wisky 0.266300 0.363212 0.370487
```

# Prédiction

On effectue la prédiction à partir de la matrice des explicatives des individus supplémentaires.

```
# Prediction des individus supplémentaires
ypred = disca.predict(Dsup)
ypred
```

```
## predict
## Chien
## Medor compagnie
## Djeck compagnie
## Taico compagnie
## Rocky chasse
## Boudog compagnie
## Wisky utilite
```