$\boxed{1019}$

1) $\lim\limits_{x\to a} f(x) = \infty$ -?, если $\lim\limits_{x\to a} f(x) = \infty$

Приведем контрпример:

$f(x) = \frac{1}{|x|}$, при $a=0$

$\lim\limits_{x\to 0} \frac{1}{|0|} = \infty$

$\lim\limits_{x\to 0} f'(x)$: $\left.\begin{matrix} f'(x),\ x>0 & \left(\frac{1}{x}\right)' = \frac{-1}{x^2} \\ f'(x),\ x<0 & \left(-\frac{1}{x}\right)' = \frac{1}{x^2} \end{matrix}\right| \Rightarrow$

$\lim\limits_{x\to 0} f'(x)$ - не существует, т.к. $\lim\limits_{x\to 0-0} f'(x) \neq \lim\limits_{x\to 0+0} f'(x)$

Ответ: нет, не выполняется.

2) $\lim\limits_{x\to a} |f'(x)| = +\infty$ -?, если $\lim\limits_{x\to a} f(x) = \infty$

Рассмотрим пример:

$f(x) = \frac{1}{x} + \cos\frac{1}{x}$, при $x\to 0$

$f'(x) = -\frac{1}{x^2} - \sin\frac{1}{x}\cdot\left(\frac{-1}{x^2}\right) = \frac{\sin\frac{1}{x} - 1}{x^2}$

$\lim\limits_{x\to 0} f(x)$: $\left.\begin{matrix} \lim\limits_{x\to 0-0} f(x) = \lim\limits_{x\to 0-0}\Big(\underbrace{\frac{1}{x}}_{\downarrow \atop -\infty} + \underbrace{\cos\frac{1}{x}}_{\text{огр}}\Big) = -\infty \\ \lim\limits_{x\to 0+0} f(x) = \lim\limits_{x\to 0+0}\Big(\underbrace{\frac{1}{x}}_{\downarrow \atop +\infty} + \underbrace{\cos\frac{1}{x}}_{\text{огр}}\Big) = +\infty \end{matrix}\right| \Rightarrow$

$\boxed{1019}$

① $\lim\limits_{x\to a} f(x) = \infty$ -?, если $\lim\limits_{x\to a} f(x) = \infty$

Приведем контрпример:

$f(x) = \frac{1}{|x|}$, при $a = 0$

$\lim\limits_{x\to 0} \frac{1}{|0|} = \infty$

$$\lim\limits_{x\to 0} f'(x): \left.\begin{array}{l} f'(x),\ x>0 \quad \left(\frac{1}{x}\right)' = \frac{-1}{x^2} \\ f'(x).\ x<0 \quad \left(-\frac{1}{x}\right)' = \frac{1}{x^2} \end{array}\right| \Rightarrow$$

$\lim\limits_{x\to 0} f'(x)$ - не существует, т.к. $\lim\limits_{x\to 0-0} f'(x) \neq \lim\limits_{x\to 0+0} f'(x)$

Ответ: нет, не выполняется.

② $\lim\limits_{x\to a} |f'(x)| = +\infty$ -?, если $\lim\limits_{x\to a} f(x) = \infty$

Рассмотрим пример:

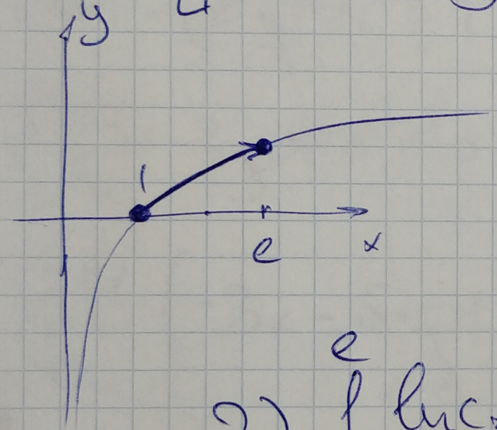
$f(x) = \frac{1}{x} + \cos\frac{1}{x}$, при $x \to 0$

$f'(x) = -\frac{1}{x^2} - \sin\frac{1}{x}\cdot\left(\frac{-1}{x^2}\right) = \frac{\sin\frac{1}{x} - 1}{x^2}$

$$\lim\limits_{x\to 0} f(x): \left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to 0-0} f(x) = \lim\limits_{x\to 0-0}\Big(\underbrace{\frac{1}{x}}_{\downarrow\ -\infty} + \underbrace{\cos\frac{1}{x}}_{\text{огр}}\Big) = -\infty \\ \lim\limits_{x\to 0+0} f(x) = \lim\limits_{x\to 0+0}\Big(\underbrace{\frac{1}{x}}_{\downarrow\ +\infty} + \underbrace{\cos\frac{1}{x}}_{\text{огр}}\Big) = +\infty \end{array}\right| \Rightarrow$$

Ответ: $\frac{\quad}{8}$

$\boxed{9}$ $\int\limits_L \frac{y}{x}dx + dy$: $L: \begin{cases} y = \ln x \\ 1 \le x \le e \end{cases}$



$(1;0) \to (e;1)$

1) $dy = \frac{dx}{x}$

2) $\int\limits_1^e \frac{\ln(x)}{x}dx + \frac{dx}{x} = \int\limits_1^e \frac{\ln(x)}{x}dx + \int\limits_1^e \frac{dx}{x} =$

$= \frac{\ln^2(x)}{2}\Big|_1^e + \ln(x)\Big|_1^e = \frac{\ln^2(e) - \ln^2(1)}{2} + \ln(e) - \ln(1)$

$= \frac{1-0}{2} + 1 - 0 = 1\frac{1}{2} = \frac{3}{2} = 1.5$

Ответ: $\frac{3}{2}$

Предел $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$ – не сущ. т.к. $\lim\limits_{x\to 0-0} f(x) \neq \lim\limits_{x\to 0+0} f(x)$

~~не диффер., т.к.~~

Т.е пример некорректный.

Попробуем доказать в общем виде:

Если $f(x)$ диффер. на (a,b) и $\lim\limits_{x\to a} f(x) = \infty$, то верно ли $\lim\limits_{x\to a} |f'(x)| = +\infty$ – ?

Если $f(x)$ диффер. на (a,b), то по Т. Ферма непрерывна на (a,b).

Т.к. $\lim\limits_{x\to a} f(x) = \infty$, то это функция б.б.

Т.к. функция б.б, то у неё есть верт. асимптота $x = a$.

Т.к. геометрический смысл производной есть угол наклона кас., то верт. асимптота соответствует значению тангенса $\pm\infty$