Ing. Max Cerna



# Agenda

- 1. Parsers bottom-up
- 2. Shift-reduce
- 3. Handles
- 4. Trabajando con Handles
- 5. Reconociendo prefixes Viables
- 6. Parsing LR(0) y SLR

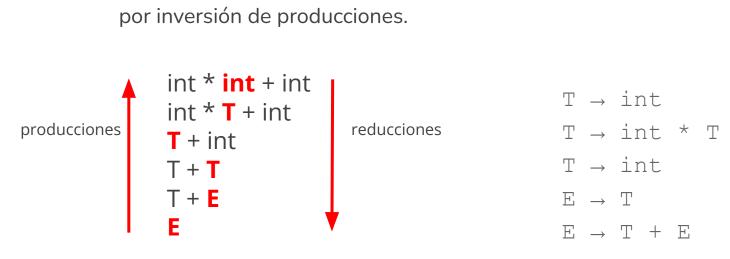
# Parsers bottom-up

- El análisis de abajo hacia arriba es más general que análisis de arriba hacia abajo (determinista)
- Igual de eficiente
- Se basa en ideas en el análisis de arriba hacia abajo
- De abajo hacia arriba es el método preferido por distintas herramientas (CUP, Bison)

- Los analizadores de abajo hacia arriba no necesitan factorizar a la izquierda.
- Vuelve a la gramática "natural"

Consideremos la cadena int \* int + int

 El análisis de abajo hacia arriba reduce una cadena al símbolo de inicio por inversión de producciones.



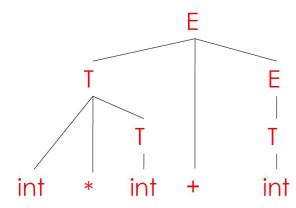
símbolo inicial

Si las reducciones se leen al contrario, se puede trazar una derivación más a la derecha.

#### Regla #1

Un parser bottom-up traza una derivación más a la derecha/por la derecha

```
int * int + int
int * T + int
T + int
T + T
T + E
E
```

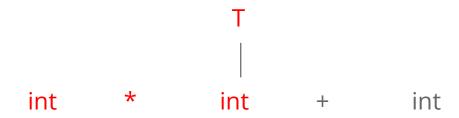


→ int \* int + int

→ int \* int + int

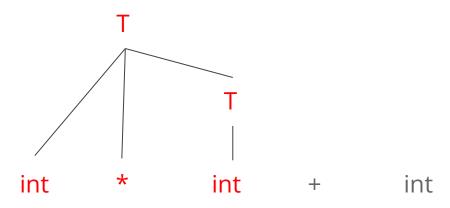


```
int * int + int
int * T + int
```





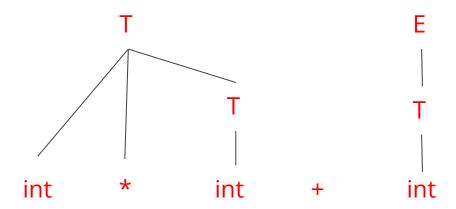
```
int * int + int
int * T + int
T + int
```





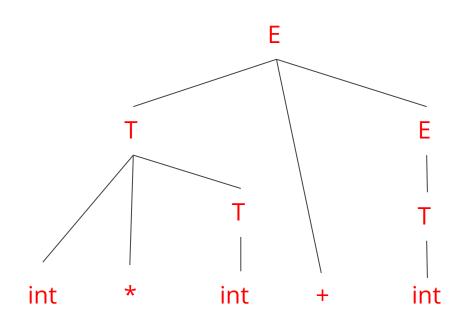
```
int * int + int
int * T + int
T + int
T + T
```

T + E





```
int * int + int
int * T + int
T + int
T + T
T + E
```



Considere la siguiente gramática y genere las reducciones para la cadena – (id+id) +id

$$E \rightarrow E' | E' + E$$

$$E' \rightarrow -E' | id | (E)$$

# **Shift-Reduce**

La regla #1 tiene una consecuencia interesante:

- Sea  $\alpha\beta\omega$  un paso dentro de un análisis de abajo hacia arriba
- Suponga que la próxima reducción es por  $X \to \beta$
- Entonces  $\omega$  es una secuencia de terminales

¿Por qué? Dado que  $\alpha X \omega \to \alpha \beta \omega$  es un paso en el extremo derecho derivación

- Idea: dividir la cadena en dos subcadenas
- La subcadena derecha aún no ha sido examinada por el análisis (una cadena de terminales)
- La subcadena izquierda tiene terminales y no terminales
- El punto de división está marcado por un l
- Inicialmente, toda la entrada está sin examinar: |x1x2 . . . xn

#### Definición

Los parsers de abajo hacia arriba solo cuentan con dos operaciones: 1- Shift y 2- Reduce

#### Shift

Mover | un lugar a la derecha ABC|xyz ⇒ ABCx|yz

#### Reduce

Aplicar una producción inversa en el extremo derecho de la cadena izquierda. Si  $A \to xy$  es una producción, entonces  $Cbxy|ijk \Rightarrow CbA|ijk$ 

Ε

```
int * int + int
                                     shift
int |* int + int
                                     shift
int * |int + int
                                     shift
int * int |+ int
                                     reduce T \rightarrow int
                                     reduce T → int * T
int * T |+ int
T + int
                                     shift
T + lint
                                     shift
T + int
                                     reduce T \rightarrow int
                                     reduce E \rightarrow T
T + T
                                     reduce E \rightarrow T + E
T + E
```

int \* int + int



int \* int + int

int |\* int + int



int \* int + int

int |\* int + int

int \* |int + int



int \* int + int

int |\* int + int

int \* |int + int

int \* int |+ int



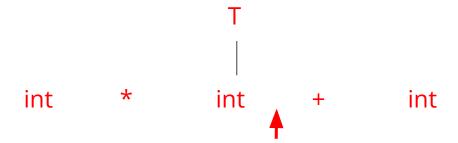
int \* int + int

int |\* int + int

int \* |int + int

int \* int |+ int

int \* T |+ int



int \* int + int

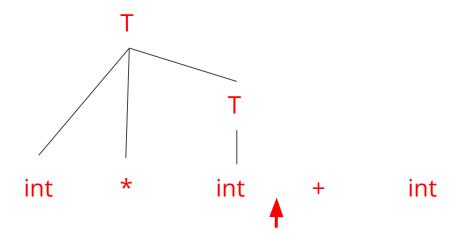
int |\* int + int

int \* |int + int

int \* int |+ int

int \* T |+ int

T + int



int \* int + int

int |\* int + int

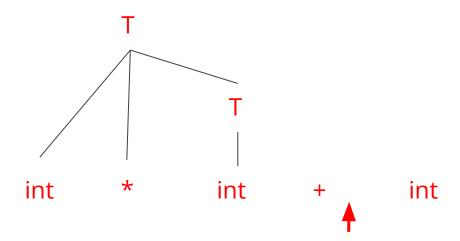
int \* |int + int

int \* int |+ int

int \* T |+ int

T + int

T + int



int \* int + int

int |\* int + int

int \* |int + int

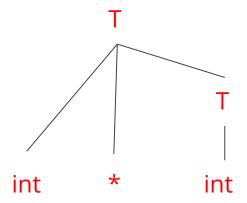
int \* int |+ int

int \* T |+ int

T + int

T + int

T + int





int

+

int \* int + int

int |\* int + int

int \* |int + int

int \* int |+ int

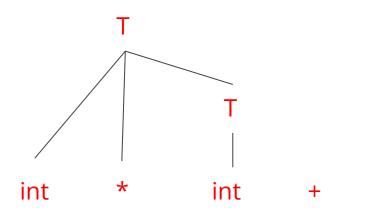
int \* T |+ int

T + int

T + int

T + int

T + T





int

int \* int + int

int |\* int + int

int \* |int + int

int \* int |+ int

int \* T |+ int

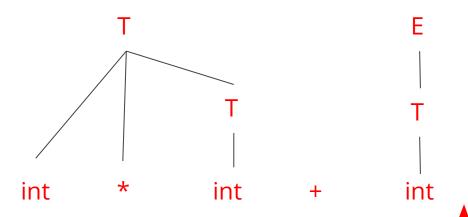
T + int

T + int

T + int

T + T

T + E



int \* int + int

int |\* int + int

int \* |int + int

int \* int |+ int

int \* T |+ int

T + int

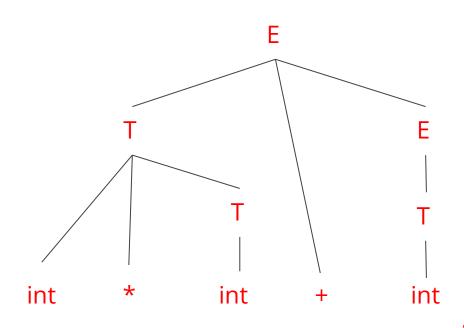
T + int

T + int

T + T

T + E

Е



Considere la siguiente gramática y genere las operaciones Shift-Reduce para la cadena

#### -(id+id)+id

$$E \rightarrow E' \mid E' + E$$

$$E' \rightarrow -E' | id | (E)$$

- La cadena izquierda puede ser implementada por una pila
- La parte superior de la pila es el |
- Shift empuja una terminal en la pila
- Reduce saca símbolos de la pila (producción derecha)
- Reduce coloca un no terminal en la pila (producción izquierda)

- En un estado dado, más de una acción (cambiar o reducir) puede conducir a un análisis válido
- Si es legal cambiar o reducir, hay un conflicto de tipo shift-reduce
- Si es legal reducir en dos producciones diferentes, hay conflicto reduce-reduce

- ¿Cómo decidimos cuándo cambiar o reducir?
- Ejemplo de gramática:

```
E \rightarrow T + E|T
T \rightarrow int|int * T|(E)
```

- Considere paso int| \* int + int
- Podríamos reducir por T → int mediante T| \* int + int
- Un error porque no hay forma de reducir al símbolo de inicio E

- Intuición: queremos reducir solo si el resultado aún puede ser reducido al símbolo de inicio
- Supongamos una derivación más a la derecha

$$S \to \!\! * \alpha X \omega \to \alpha \beta \omega$$

• Entonces  $\alpha\beta$  es un handle de  $\alpha\beta\omega$ 

- Handles son la formalización de la intuición
  - Un handle es una reducción que también permite mediante más reducciones volver al símbolo de inicio
- Solo queremos reducir en handles

$$E \rightarrow E' \mid E' + E$$
  
 $E' \rightarrow -E' \mid id \mid (E)$ 

Dada la gramática a la derecha, identifica el handle para el siguiente estado del análisis shift-reduce:

$$E' + -id + -(id + id)$$

- ☐ E' + -id
- ☐ id
- ☐ -id
- □ E' + -E'

#### Regla #2

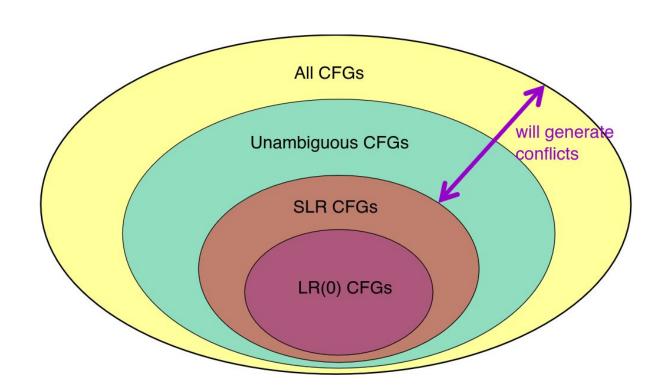
En el análisis de shift-reduce, los handles aparecen solo en la parte superior de la pila, nunca dentro

Inducción informal sobre el número de movimientos de reducción:

- La pila está vacía inicialmente
- Inmediatamente después de reducir un handle
  - El no terminal más a la derecha en la parte superior de la pila
  - El siguiente handle debe estar a la derecha del no terminal más a la derecha porque esta es una derivación más a la derecha
  - La secuencia de shift me lleva al siguiente handle

- En el análisis shift-reduce, los handlers siempre aparecen en la parte superior de la pila
- Los handles nunca están a la izquierda del no terminal más a la derecha.
- Los algoritmos de análisis de abajo hacia arriba se basan en reconocer handles

- Mala noticias: No existen algoritmos eficientes para reconocer Handles
- Buenas noticias:
  - Hay buenas heurísticas para adivinar handles
  - En algunos CFG, las heurísticas siempre adivinan



- No es obvio cómo detectar Handles
- En cada paso, el analizador solo ve la pila, no la entrada completa
- $\alpha$  es un prefijo viable si hay una  $\omega$  tal que  $\alpha|\omega$  es un estado de un analizador shift-reduce

- Un prefijo viable no se extiende más allá del extremo derecho del Handle
- Es un prefijo viable porque es un prefijo del Handle
- Mientras un analizador tenga prefijos viables en la pila no se ha detectado ningún error de análisis

#### Regla #3

Para cualquier gramática, el conjunto de prefijos viables es un lenguaje regular

#### Items:

- Un ítem es una producción con un "." en algún lugar del lado derecho de la producción
- Los ítems para  $T \rightarrow (E)$  son:
  - $\circ$   $T \rightarrow .(E)$
  - $\circ$   $T \rightarrow (.E)$
  - $\circ$   $T \rightarrow (E.)$
  - $\circ$   $T \rightarrow (E)$ .

- El problema de reconocer prefijos viables es que la pila tiene sólo partes y piezas del lado derecho de la producción
- Si estuviera completo, podríamos reducir
- Estos bits y piezas son siempre prefijos de producciones en el lado derecho

Considere la entrada: *(int)* para la gramática:

$$E \rightarrow T + E|T$$
  
 $T \rightarrow int * T|int|(E)$ 

- Entonces (E) es un estado de un análisis shift-reduce
- (E es un prefijo del lado derecho de la producción  $T \rightarrow$  (E) que se reducirá (reduce) al siguiente shift
- El ítem  $T \rightarrow (E.)$  dice que hasta ahora hemos visto (E) de esta producción y esperamos ver (E)

- La pila puede tener muchos prefijos de lados derechos de producciones:
  - Prefix<sub>1</sub> Prefix<sub>2</sub>...Prefix<sub>n-1</sub> Prefix<sub>n</sub>
- Sea **Prefix**i un prefijo el lado derecho de la producción  $X_i \rightarrow \alpha_i$ 
  - Prefixi eventualmente se reducirá a Xi
  - La parte que falta de **a**i-1 comienza con **X**i
  - $\circ$  Es decir, hay un  $X_{i-1} o Prefix_{i-1}X_ioldsymbol{eta}$  para algún  $oldsymbol{eta}$
- De forma recursiva, **Prefix**<sub>k+1</sub>...**Prefix**<sub>n</sub> finalmente se reduce a la parte que falta de  $\alpha_k$

La "pila de ítems"  $T \rightarrow \text{(.E)}$   $E \rightarrow .T$   $T \rightarrow \text{int *.T}$ 

#### Significa:

- Hemos visto "(" de  $T \rightarrow (E)$
- Hemos visto  $\varepsilon$  de  $E \rightarrow T$
- Hemos visto int\* de  $T \rightarrow int*T$

Idea: Para reconocer prefijos viables, debemos

- Reconocer una secuencia de lados derechos de producciones parciales donde ...
- Cada lado derecho parcial puede eventualmente reducirse a una parte de el sufijo faltante de su predecesor

- 1. Añadir una producción ficticia  $S' \rightarrow S$  hacia G
- 2. Los estados NFA son los elementos de **G**
- 3. Para el ítem  $E \to \alpha.X\beta$ , agregue la transición  $E \to \alpha.X\beta \to x E \to \alpha X.\beta$
- 4. Para el ítem  $E \rightarrow \alpha X\beta$  y la producción  $X \rightarrow \Delta$ , agregue
- 5.  $E \rightarrow \alpha.X\beta \rightarrow_{\varepsilon} X \rightarrow .\Delta$
- 6. Cualquier estado es un estado de aceptación
- 7. El estado inicial es  $S' \rightarrow .S$

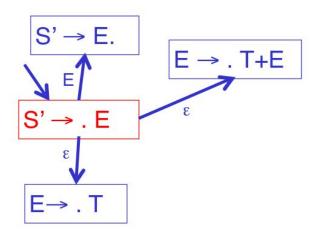
 $S \rightarrow E$   $E \rightarrow T + E|T$  $T \rightarrow int * T|int|(E)$ 

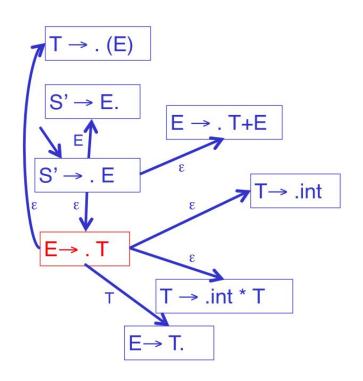
Definimos el NFA...

$$E \rightarrow T + E \mid T$$
  
 $T \rightarrow int * T \mid int \mid (E)$ 

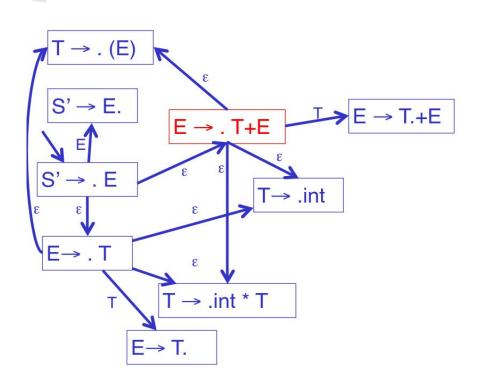




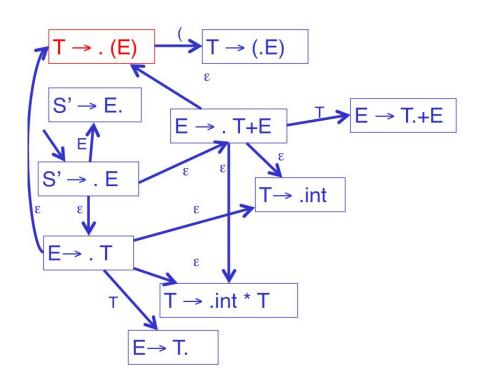




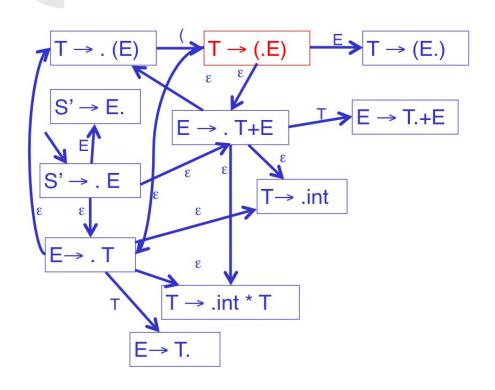
$$E \rightarrow T + E \mid T$$
  
 $T \rightarrow int * T \mid int \mid (E)$ 



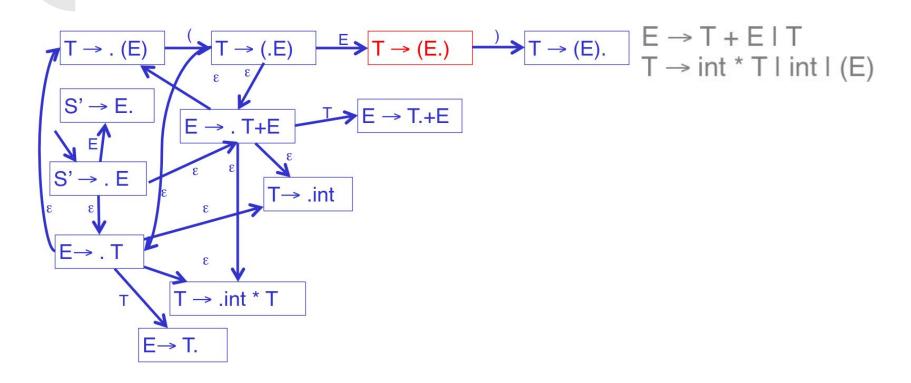
$$E \rightarrow T + E \mid T$$
  
 $T \rightarrow int * T \mid int \mid (E)$ 

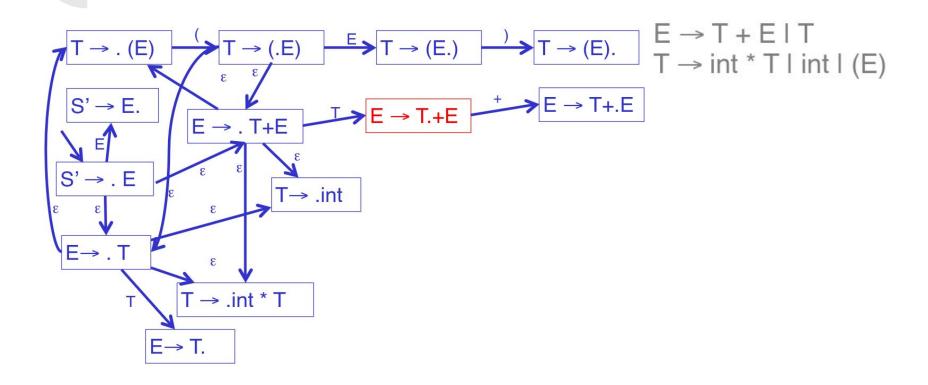


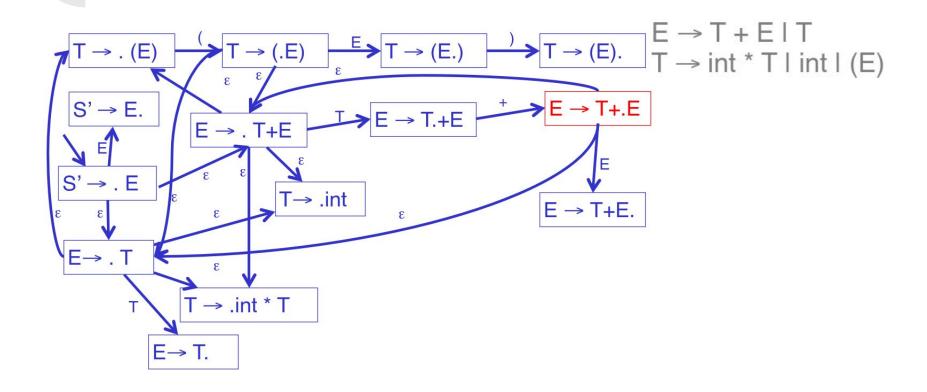
$$E \rightarrow T + E \mid T$$
  
 $T \rightarrow int * T \mid int \mid (E)$ 

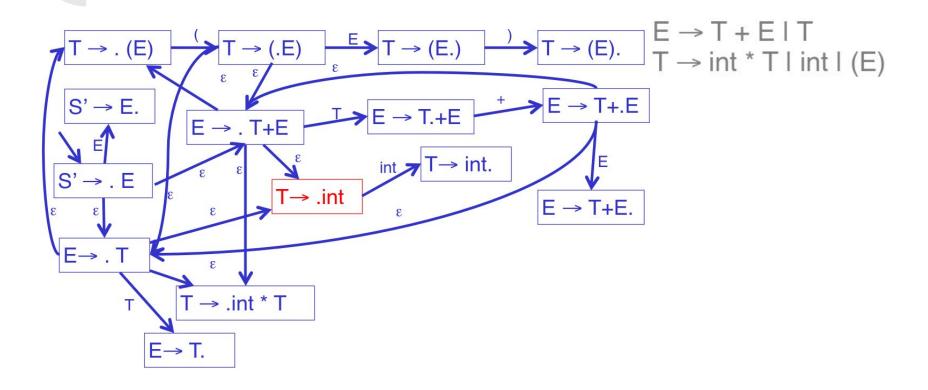


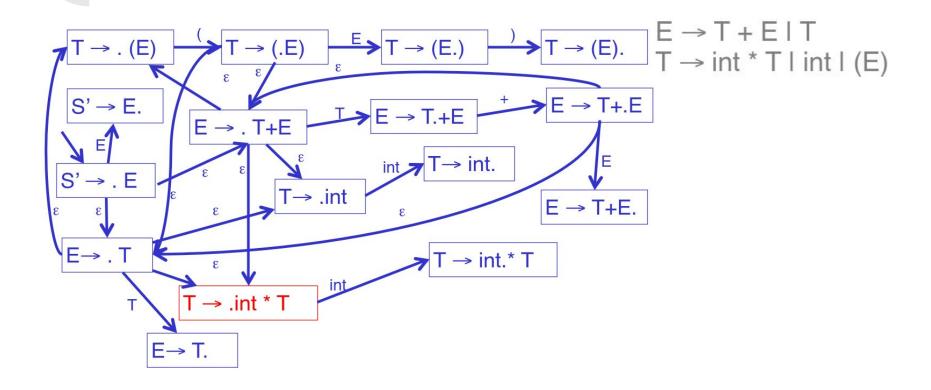
$$E \rightarrow T + E \mid T$$
  
 $T \rightarrow int * T \mid int \mid (E)$ 

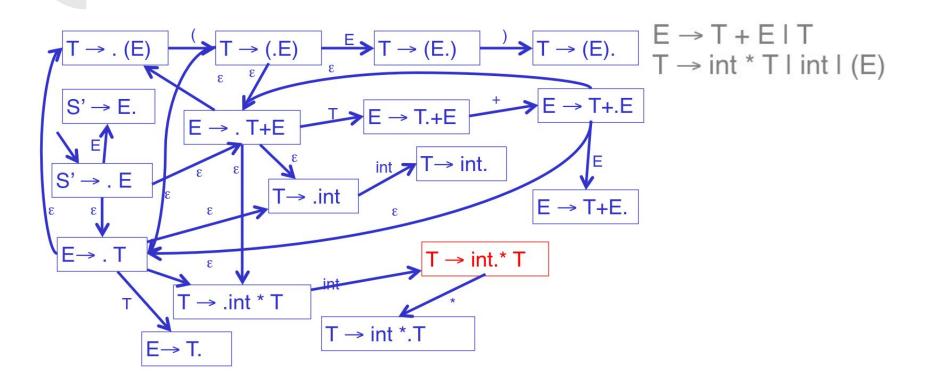


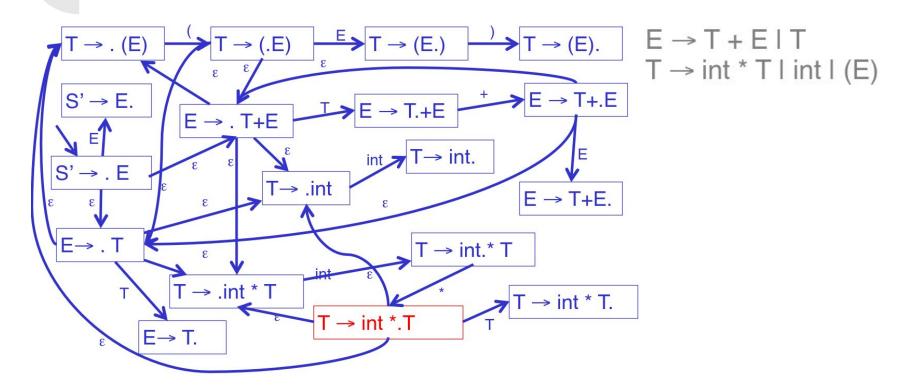




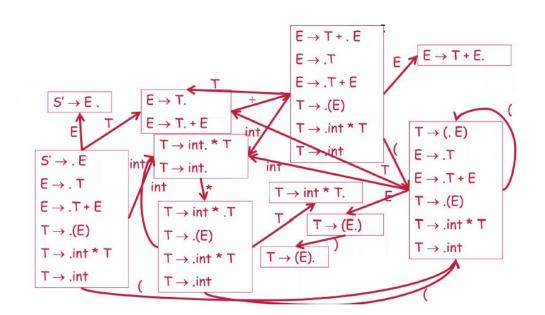








Convirtiendo en DFA



#### Item Válidos

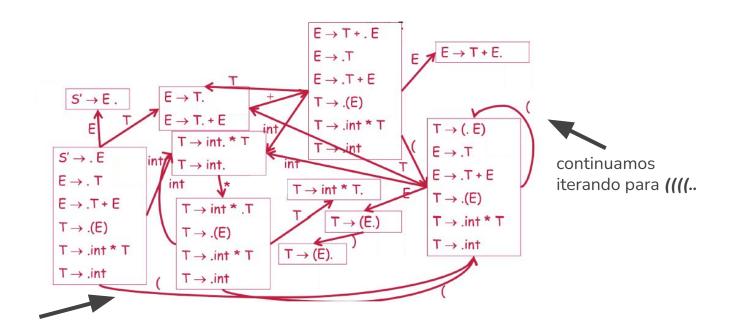
El Ítem  $X \rightarrow \beta . \gamma$  es válido para un prefijo viable  $\alpha \beta$  si

$$S' \rightarrow^* \alpha X \omega \rightarrow \alpha \beta \gamma \omega$$

para una derivación por la derecha.

Después de analizar  $\alpha \beta$ , los elementos válidos son las posibles partes superiores de la pila de elementos.

Un ítem suele ser válido para muchos prefijos.



Cadena de entrada: ((((...

# Parsing LR(0) y SLR

#### Parsing LR(0)

Idea: Supongamos que

- el stack contiene  $\alpha$
- el siguiente símbolo de entrada es **t**
- el DFA con la entrada  $\alpha$  termina en el estado s
- Reducir por  $X \to \beta$  si
  - -s contiene el ítem  $X \rightarrow \beta$ .
- Hacer shift sí
  - -s contiene el ítem  $X \rightarrow \beta \cdot t \omega$
  - es equivalente a decir que  ${f s}$  tiene una transición etiquetada con  ${f t}$ .

#### Parsing LR(0)

#### **Conflictos**

LR(0) tiene un conflicto de reduce/reduce si:

- Cualquier estado tiene dos ítems de reduce:
- $-X \rightarrow \beta$ .  $Y \rightarrow \omega$ .

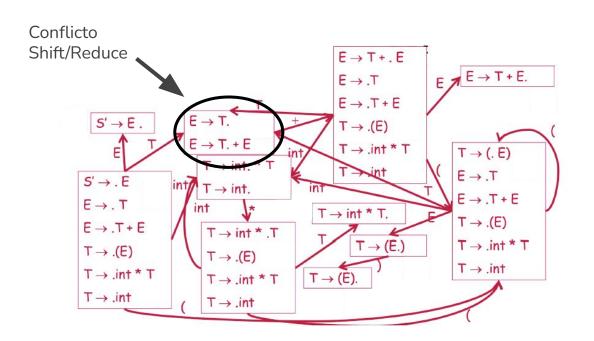
LR(0) tiene un conflicto de shift/reduce si:

- Cualquier estado tiene un ítem de reduce y un ítem de shift:
- $-X \rightarrow \beta$ .  $Y \rightarrow \omega$ .  $t \delta$

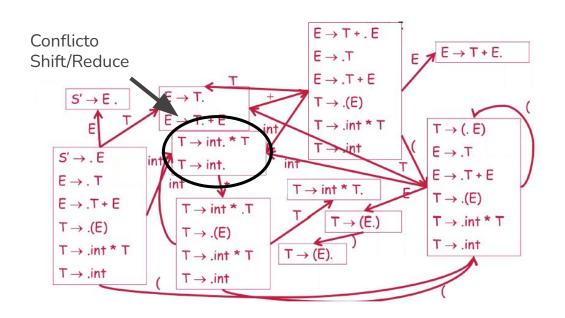
#### Parsing LR(0)

- 3) El DFA termina en un estado s:
  - El DFA ha procesado el prefijo  $\alpha$  de la cadena de entrada y ha llegado al estado s.
  - Este estado **s** contiene un conjunto de ítems que describen qué producciones de la gramática son posibles dado el prefijo  $\alpha$ .

#### Reconociendo Prefixes Viables



#### Reconociendo Prefixes Viables



#### **SLR**

LR = "Left-to-right scan" SLR = "Simple LR"

SLR mejora las heurísticas de shift/reduce de LR(0)

- Menos estados tienen conflictos

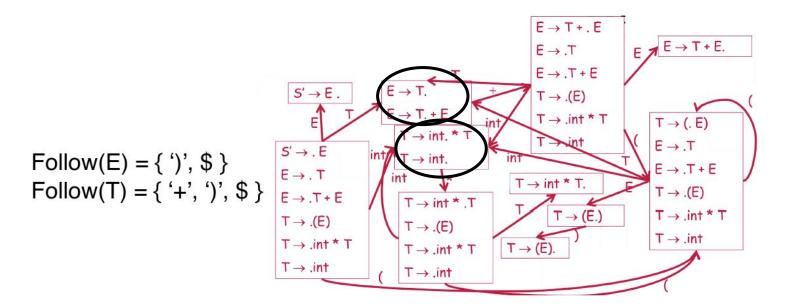
Idea: Supongamos que

- el stack contiene  $\alpha$
- el siguiente símbolo de entrada es **t**
- el DFA con la entrada  $\alpha$  termina en el estado s
- Reducir por  $X \to \beta$  si
  - -s contiene el ítem  $X \rightarrow \beta$ .
  - $-t \in Follow(X)$
- Hacer shift sí
  - -s contiene el ítem  $X \rightarrow \beta \cdot t \omega$

Si hay conflictos bajo estas reglas, la gramática no es SLR.

Las reglas equivalen a una heurística para detectar handles

 Las gramáticas SLR son aquellas donde las heurísticas detectan exactamente los handles.



- Muchas de las gramáticas no son SLR
  - o incluidas todas las gramáticas ambiguas
- Podemos analizar más gramáticas mediante el uso de declaraciones de precedencia
- Instrucciones para resolver conflictos

Considera nuestra gramática ambigua favorita:

$$E \rightarrow E + E \mid E * E \mid (E) \mid int$$

El DFA para esta gramática contiene un estado con los siguientes ítems:

- $E \rightarrow E * E$ .
- $E \rightarrow E \cdot + E$

¡conflicto de shift/reduce!

Declarar "\* tiene mayor precedencia que +" resuelve este conflicto a favor de reducir.

El término "declaración de precedencia" es engañoso.

Estas declaraciones no definen la precedencia; definen resoluciones de conflictos.

¡No es exactamente lo mismo!

#### Algoritmo SLR sin optimizar

Sea M el DFA para los prefijos viables de G.

Sea |x1...xn\$ la configuración inicial.

Repetir hasta que la configuración sea S/\$:

- Sea  $\alpha | \omega$  la configuración actual.
- Ejecutar M en el stack actual  $\alpha$ .
- Si M rechaza  $\alpha$ , reportar error de análisis.
  - $\circ$  El stack  $\alpha$  no es un prefijo viable.
- Si M acepta  $\alpha$  con ítems L, sea t la siguiente entrada.
  - Reduce si  $X \to \beta$ .  $\subseteq L$  y  $t \subseteq Follow(X)$
  - De lo contrario, shift si  $X \rightarrow \beta$ . t  $\gamma \in L$
  - Reportar error de análisis si ninguna de las dos se aplica.

- Si hay un conflicto en el último paso, la gramática no es SLR(k).
- k es la cantidad de anticipación.
  - $\circ$  En la práctica, k = 1.
- Se omitirá el uso de un estado inicial adicional S' en el siguiente ejemplo para ahorrar espacio en las diapositivas.

Gramática  $E \rightarrow T + E \mid T$ 

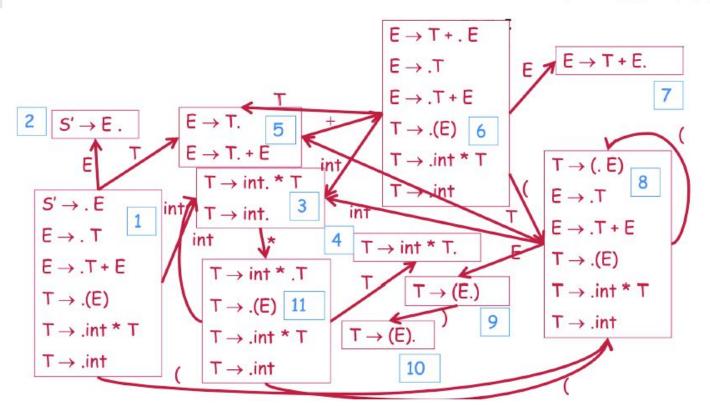
 $T \rightarrow int * T | int | (E)$ 

Entrada

int \* int

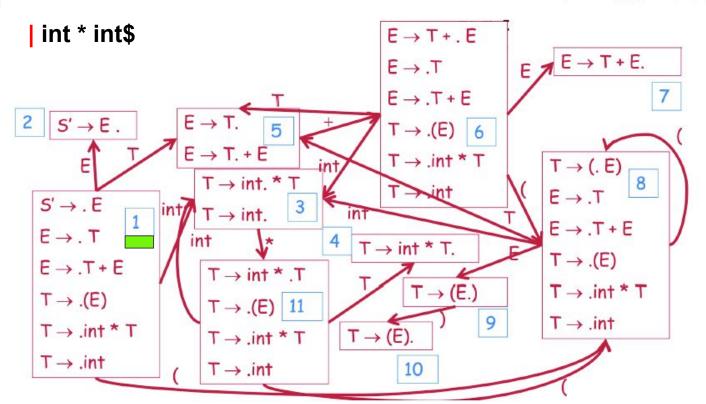
Símbolo de aceptación

$$E \rightarrow T + E \mid T$$
  
T \rightarrow int \* T \rightarrow int | (E)



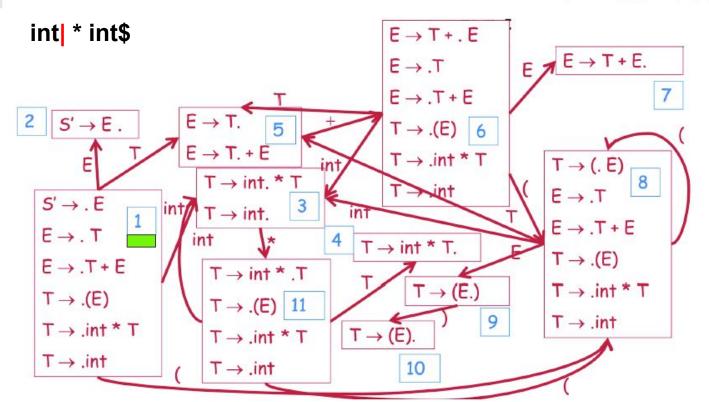
Entrada	Estado DFA	Acción
int * int\$	1	shift

$$E \rightarrow T + E \mid T$$
  
 $T \rightarrow int * T \mid int \mid (E)$ 

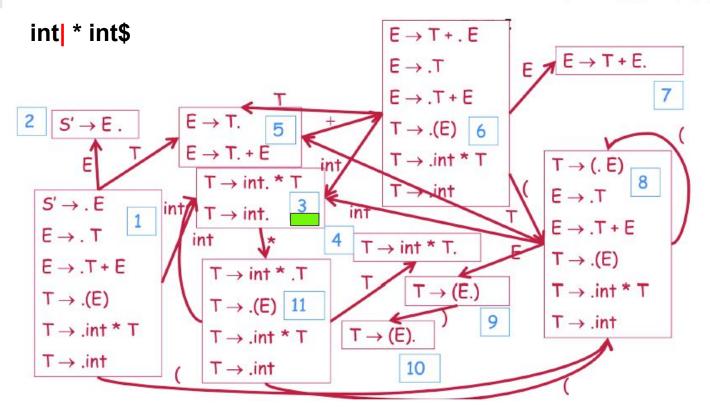


Entrada	Estado DFA	Acción
int * int\$	1	shift
int  * int\$	3 * no es follow de T	shift

$$E \rightarrow T + E \mid T$$
  
T \rightarrow int \* T \rightarrow int | (E)

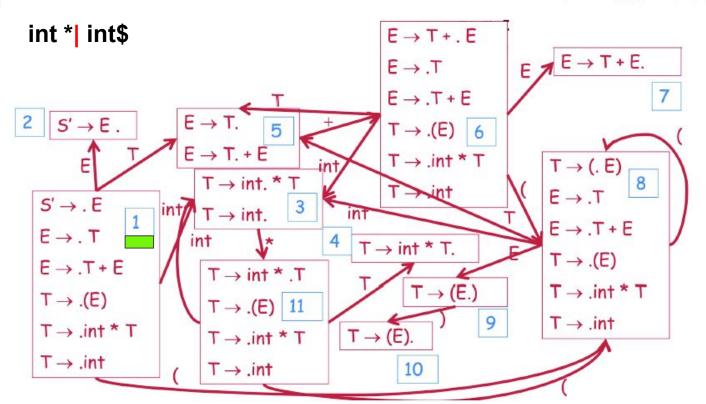


$$E \rightarrow T + E \mid T$$
  
 $T \rightarrow int * T \mid int \mid (E)$ 

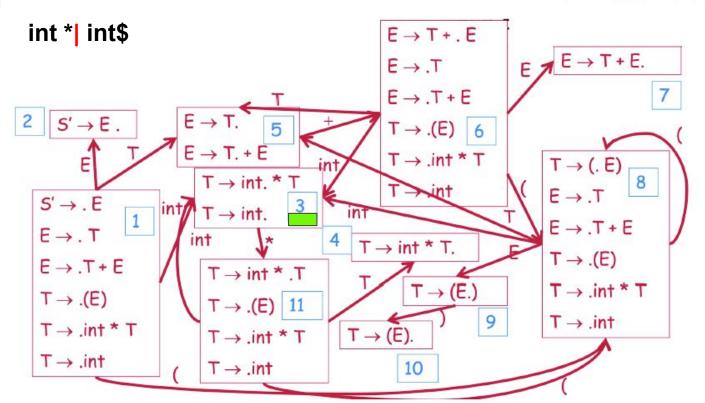


Entrada	Estado DFA	Acción
int * int\$	1	shift
int  * int\$	3 * no es follow de T	shift
int *  int\$	11	shift

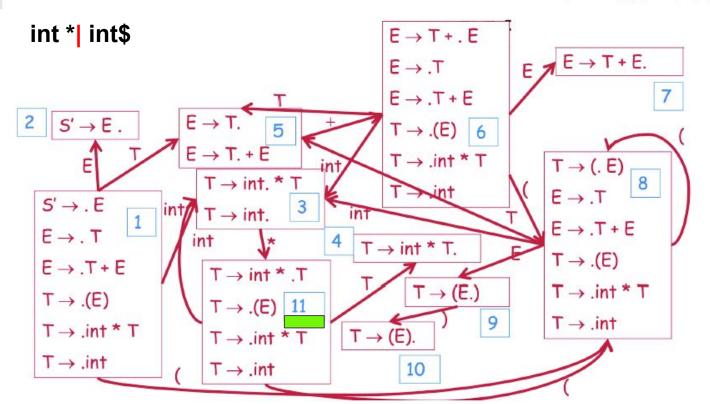
$$E \rightarrow T + E \mid T$$
  
 $T \rightarrow int * T \mid int \mid (E)$ 



$$E \rightarrow T + E \mid T$$
  
 $T \rightarrow int * T \mid int \mid (E)$ 

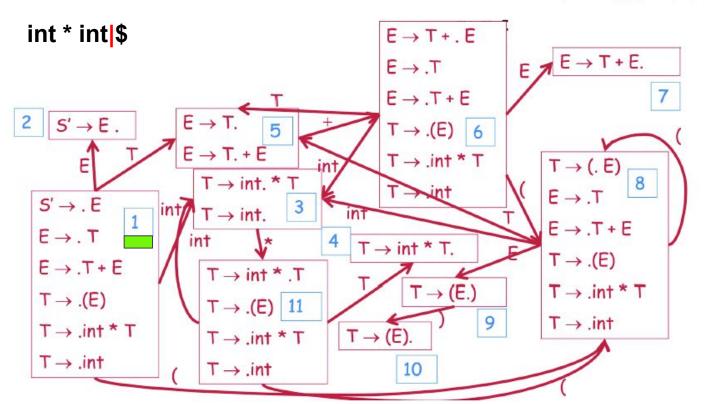


$$E \rightarrow T + E \mid T$$
  
 $T \rightarrow int * T \mid int \mid (E)$ 

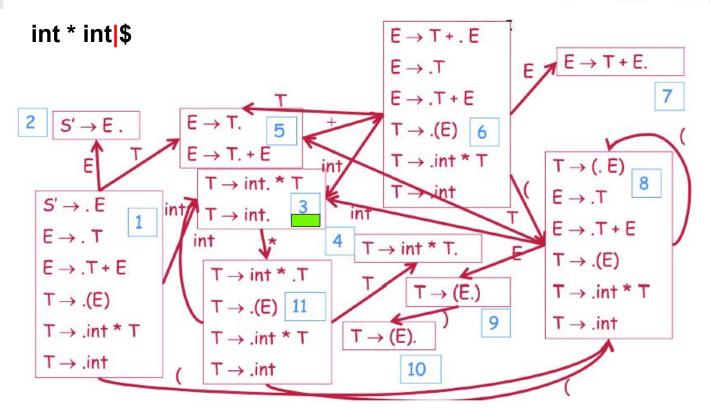


Entrada	Estado DFA	Acción
int * int\$	1	shift
int  * int\$	3 * no es follow de T	shift
int *  int\$	11	shift
int * int \$	\$ ∈ Follow(T)	reduce T→int

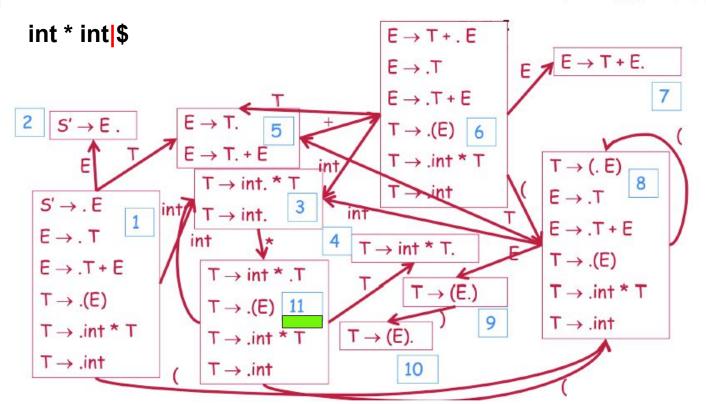
$$E \rightarrow T + E \mid T$$
  
 $T \rightarrow int * T \mid int \mid (E)$ 



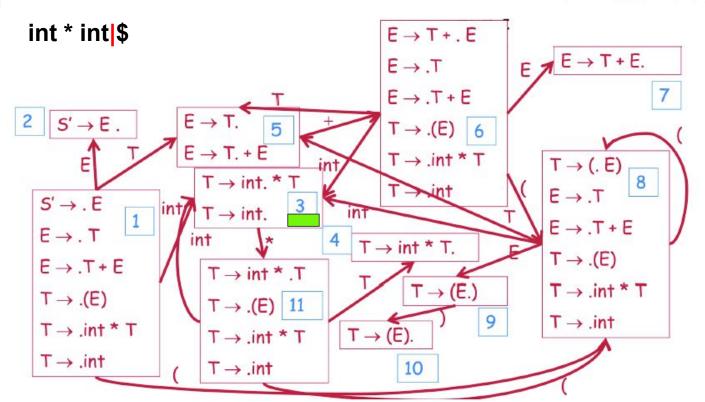
$$E \rightarrow T + E \mid T$$
  
T \rightarrow int \* T \rightarrow int | (E)



$$E \rightarrow T + E \mid T$$
  
 $T \rightarrow int * T \mid int \mid (E)$ 

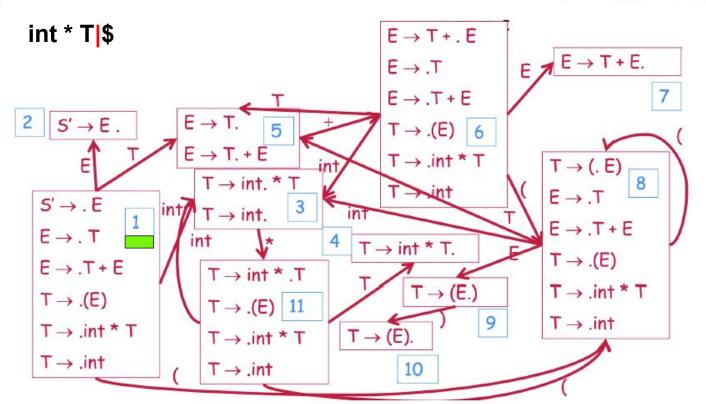


$$E \rightarrow T + E \mid T$$
  
T \rightarrow int \* T \rightarrow int | (E)

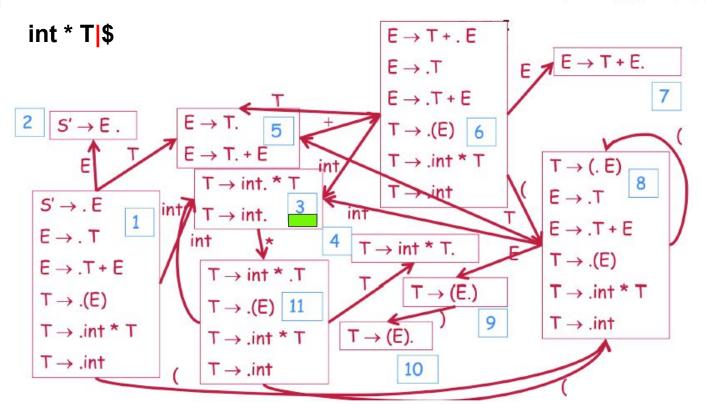


Entrada	Estado DFA	Acción
int * int\$	1	shift
int  * int\$	3 * no es follow de T	shift
int *  int\$	11	shift
int * int <mark> </mark> \$	3 \$ ∈ Follow(T)	reduce T→int
int * T \$	4 \$ ∈ Follow(T)	reduce T→int*T

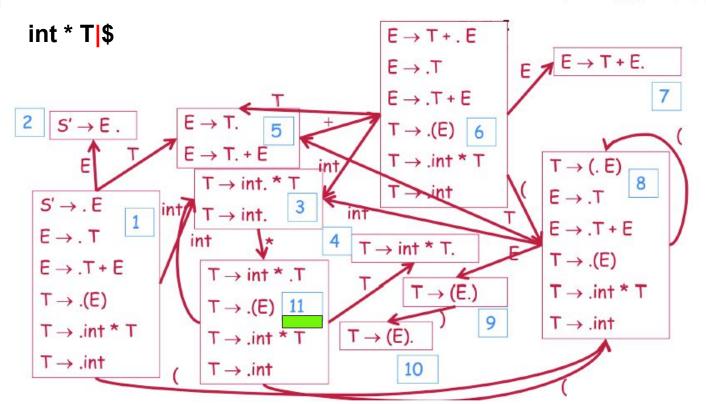
$$E \rightarrow T + E \mid T$$
  
 $T \rightarrow int * T \mid int \mid (E)$ 



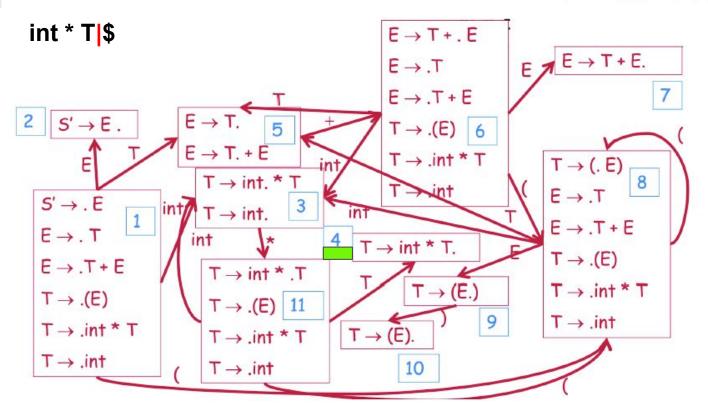
$$E \rightarrow T + E \mid T$$
  
 $T \rightarrow int * T \mid int \mid (E)$ 



$$E \rightarrow T + E \mid T$$
  
 $T \rightarrow int * T \mid int \mid (E)$ 

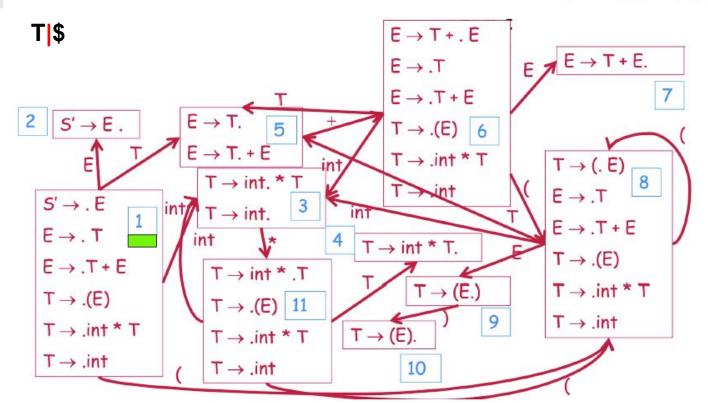


$$E \rightarrow T + E \mid T$$
  
 $T \rightarrow int * T \mid int \mid (E)$ 

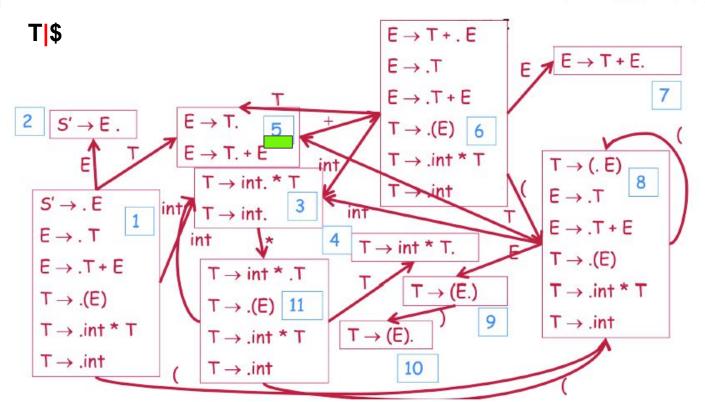


Entrada	Estado DFA	Acción
int * int\$	1	shift
int  * int\$	3 * no es follow de T	shift
int *  int\$	11	shift
int * int <mark> </mark> \$	3 \$ ∈ Follow(T)	reduce T→int
int * T \$	4 \$ ∈ Follow(T)	reduce T→int*T
T \$	5 <b>\$ ∈ Follow(T)</b>	reduce E→T

$$E \rightarrow T + E \mid T$$
  
 $T \rightarrow int * T \mid int \mid (E)$ 



$$E \rightarrow T + E \mid T$$
  
T \rightarrow int \* T \rightarrow int | (E)



Entrada	Estado DFA	Acción
int * int\$	1	shift
int  * int\$	3 * no es follow de T	shift
int *  int\$	11	shift
int * int <mark> </mark> \$	3 \$ ∈ Follow(T)	reduce T→int
int * T \$	4 \$ ∈ Follow(T)	reduce T→int*T
T \$	5 \$ € Follow(T)	reduce E→T
E \$		accept

#### Una mejora

- Ejecutar el autómata en cada paso es ineficiente.
  - La mayor parte del trabajo se repite.
- Recordar el estado del autómata en cada prefijo del stack.
- Cambiar el stack para que contenga pares

⟨ símbolo, estado del DFA ⟩

#### Una mejora

- Para un stack
   \( \simbolo\_1, \text{estado}\_1 \) \( \text{...} \) \( \simbolo\_n, \text{estado}\_n \) \( \text{simbolo}\_n, \text{estado}\_n \) \( \text{estado}\_n \) es el estado final del DFA sobre \( \simbolo\_n \) bolon.
- Detalle: La parte inferior del stack es **(dummy, start)**, donde
  - o dummy es un símbolo ficticio
  - o **start** es el estado inicial del DFA.

Goto (DFA) Table

Definir  $goto[i,A] = j si estado_i \rightarrow_A estado_i$ 

goto es simplemente la función de transición del DFA.

• Una de las dos tablas de análisis.

#### Refinando los movimientos del Parser

- Shift x
  - Empujar ⟨a, x⟩ en la pila
  - o a es la entrada actual
  - o x es un estado del DFA
- Reduce  $X \rightarrow \alpha$ 
  - Como anteriormente
- Accept
- Error

#### **Action Table**

Para cada estado si and terminal t

- Si  $s_i$  tiene el item  $X \to \alpha.t\beta$  and goto[i,t] = k entonces action[i,t] = shift k
- Si  $s_i$  tiene el item  $X \to \alpha$ . and  $t \in Follow(X)$  y  $X \neq S'$  entonces action[i,t] = reduce  $X \to \alpha$
- Si  $s_i$  tiene el item  $S' \rightarrow S$ . then action[i,\$] = accept
- De lo contrario, action[i,t] = error

## Algoritmo SLR

```
Let input = w$ be initial input
Let j = 0
Let DFA state 1 be the one with item S' \rightarrow .S
Let stack = \langle dummy, 1 \rangle // \langle symbol state \rangle
   repeat
          case action[top_state(stack), input[j]] of
                    shift k: push ( input[j++], k )
                    reduce X \rightarrow \alpha:
                         pop lαl pairs,
                         push \( X, goto[top_state(stack), X] \)
                    accept: halt normally
                    error: halt and report error
```

Tomar en cuenta que el algoritmo utiliza solo los estados del DFA y la entrada.

¡Los símbolos del stack nunca se utilizan!

Sin embargo, aún se necesitan los símbolos para las acciones semánticas.

- Algunas construcciones comunes no son SLR(1).
- LR(1) es más poderoso.
  - Incorpora la anticipación en los ítems.
  - Un ítem LR(1) es un par: (ítem LR(0), x lookahead).
  - [T→.int \* T, \$] significa
    - Después de ver T→ int \* T, reduce si el lookahead es \$.
  - Más preciso que simplemente usar conjuntos de follow.