

Regex convertido en robot



Ing. Max Cerna

Agenda

1. Parsers

2. Gramáticas libres de contexto (CFG)

3. Derivaciones

4. Ambigüedad

Parsers

Lenguajes regulares

- Los lenguajes formales más débiles que se pueden utilizar
 - Son capaces de describir patrones simples como palabras clave, identificadores, y ciertas estructuras repetitivas en el código fuente

- Muchas aplicaciones
 - Validación de Patrones Simples
 - Filtros y Procesadores de Texto

Muchos lenguajes no son regulares

Las cadenas de paréntesis balanceados no son regulares

$$(i)^i | i \ge 0$$

¿Qué pueden expresar los lenguajes regulares?

Expresan propiedades que dependen de contar hasta cierto punto

Tienen una capacidad limitada de "memoria"

 Debido a esta limitación, no pueden manejar lenguajes que requieran un conteo exacto de elementos

INPUT

Secuencia de tokens del lexer

OUTPUT

Árbol de parsing del programa



Cool (pseudo lenguaje)

if
$$x = y$$
 then 1 else 2 fi

Entrada al parser (cadena de tokens)

Salida del parser

Gramáticas libres de contexto (CFG)

CFG

No todas las cadenas de tokens son programas. . .

• ... el analizador debe distinguir entre cadenas de tokens válidas e inválidas

- Nosotros necesitamos
 - Un lenguaje para describir cadenas válidas de tokens
 - Un método para distinguir cadenas de tokens válidas de las no válidas

CFG

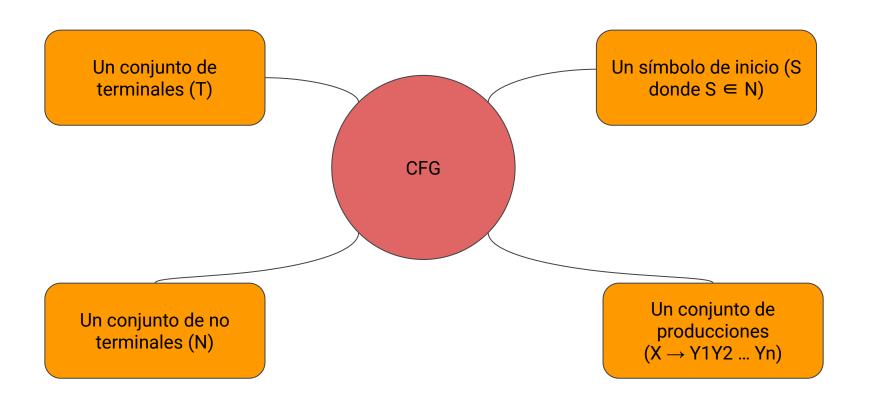
- Los lenguajes de programación tienen estructura recursiva
- Una EXPR es

IF EXPR then EXPR else EXPR fi while EXPR loop EXPR pool

•••

 Las gramáticas libres de contexto son una notación natural para esta estructura recursiva

CFG consta de..



CFG

Las producciones se pueden leer como reglas

CFG - Notación

Los no terminales se escriben en mayúsculas.

Los terminales se escriben en minúsculas.

• El símbolo de inicio es el lado izquierdo de la primera producción.

CFG - Algoritmo

1) Comience con una cadena con solo el símbolo de inicio S

 Reemplace cualquier X no terminal en la cadena por el lado derecho de alguna producción ej: X → Y1Yn

3) Repita (2) hasta que no haya no terminales

CFG

Los terminales se llaman así porque no hay reglas para reemplazarlos

Una vez generados, los terminales son permanentes

Los terminales deben ser tokens del idioma.

CFG - EXPRESIONES ARITMÉTICAS SIMPLES

$$E \rightarrow E * E$$

$$\mid E + E$$

$$\mid (E)$$

$$\mid id$$

CFG - Ejemplo

Cual de las siguientes cadenas están en el lenguaje dado por la CFG

- abcba
- acca
- aba
- abcbcba

$$S \rightarrow aXa$$

$$X \rightarrow \epsilon$$

$$Y \rightarrow \varepsilon$$

CFG

- Permite determinar si una cadena pertenece al lenguaje definido por la gramática.
- Además de verificar si una cadena pertenece al lenguaje, es esencial generar un árbol de análisis sintáctico (parse tree).
- Debe manejar los errores con gracia.
- Necesita una implementación de CFG (p. ej., Bison, CUP).
- La forma de la gramática es importante
 - Muchas gramáticas generan el mismo lenguaje
 - Las herramientas son sensibles a la gramática.

Una derivación es una secuencia de producciones:

$$S \rightarrow \dots \rightarrow \dots \rightarrow \dots \rightarrow \dots$$

Una derivación puede dibujarse como un árbol

- El símbolo de inicio es la raíz del árbol
- Para una producción X → Y1...Yn agregar los hijos Y1...Yn al nodo

Gramática
$$E \rightarrow E + E \mid E * E \mid (E) \mid id$$

E

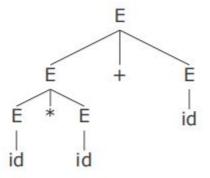
$$\longrightarrow E + E$$

$$\longrightarrow E * E + E$$

$$\longrightarrow id * E + E$$

$$\longrightarrow id * id + E$$

$$\longrightarrow id * id + id$$



- Un árbol de análisis tiene
 - Terminales en las hojas
 - No terminales en los nodos interiores
- Un recorrido en orden de las hojas es la entrada original
- El árbol de análisis muestra la asociación de operaciones, la cadena de entrada no

El ejemplo es una derivación por la izquierda (left-most derivation).

En cada paso, reemplaza el no terminal más a la izquierda.

Existe una noción equivalente de una derivación por la derecha (right-most derivation).

E

$$\longrightarrow E + E$$

$$\longrightarrow E + id$$

$$\longrightarrow E * E + id$$

$$\longrightarrow E * id + id$$

$$\longrightarrow id * id + id$$

E

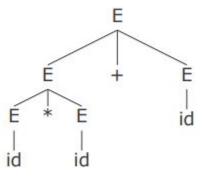
$$\longrightarrow E + E$$

$$\longrightarrow E + id$$

$$\longrightarrow E * E + id$$

$$\longrightarrow E * id + id$$

$$\longrightarrow id * id + id$$



Tenga en cuenta que las derivaciones por la la derecha y por la izquierda tienen el mismo árbol de análisis

¿Cuál de las siguientes es una derivación válida de la gramática dada?

$$S \rightarrow aXa$$

$$X \rightarrow \epsilon \mid bY$$

$$Y \rightarrow \epsilon \mid cXc \mid d$$

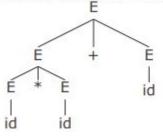
-) S aXa abYa acXca acca
- 2) S aa

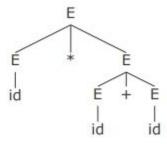
- aXa
 abYa
 abcXca
 abcbYca
 abcbdca
- 4) S
 aXa
 abYa
 abcXcda
 abccda

- No solo estamos interesados en si $s \in L(G)$. Necesitamos un árbol de análisis para s
- Una derivación define un árbol de análisis. Pero un árbol de análisis puede tener muchas derivaciones
- Las derivaciones más a la izquierda y más a la derecha son importantes en la implementación del analizador

Gramática
$$E \rightarrow E + E \mid E * E \mid (E) \mid id$$

La cadena tiene dos árboles diferentes E





- Una gramática es ambigua si tiene más de un árbol de análisis para alguna cadena.
 - De manera equivalente, existe más de una derivación más a la derecha o más a la izquierda para alguna cadena.
- La ambigüedad es MALA
 - Deja indefinido el significado de algunos programas.

¿Cuáles de las siguientes gramáticas son ambiguas?

- $S \rightarrow SS \mid a \mid b$
- $E \rightarrow E + E \mid id$
- $S \rightarrow Sa \mid Sb$
- \bullet E \rightarrow E | E + E
- $E \rightarrow -E \mid id$

- Hay varias formas de manejar la ambigüedad
- El método más directo es reescribir la gramática inequívocamente, es decir sin ambigüedad

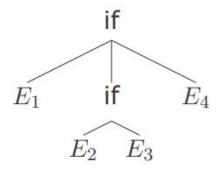
```
E \rightarrow E + E \mid E
E \rightarrow id * E \mid id \mid (E) * E \mid (E)
```

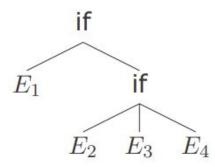
Precedencia de * sobre +

Considere la gramática

```
E \rightarrow \text{ if E then E}
| \text{ if E then E else E}
| \text{ OTHER}
```

La expresión if E1 then if E2 then E3 else E4 tiene dos árboles

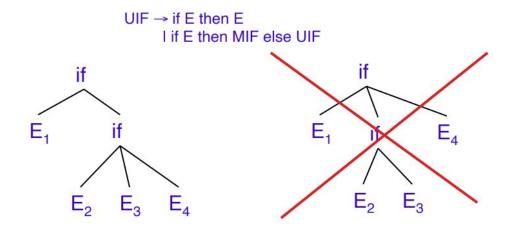




else coincide con el then aún sin coincidir más cercano:

```
E \rightarrow MIF
       UIF
MIF \rightarrow if E then MIF else MIF
           OTHER
UIF \rightarrow if E then E
         | if E then MIF else UIF
```

Entonces expresión if E1 then if E2 then E3 else E4



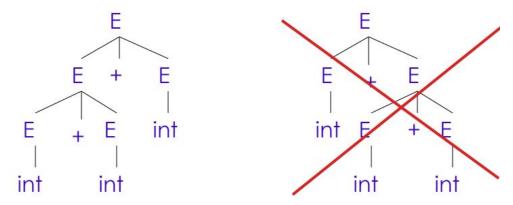
- No hay técnicas generales para manejar la ambigüedad
- Es imposible convertir automáticamente una gramática ambigua en una no ambigua
- Usada con cuidado, la ambigüedad puede simplificar la gramática
 - A veces permite definiciones más naturales
 - Necesitamos mecanismos de desambiguación

- En lugar de reescribir la gramática:
 - Utiliza la gramática más natural (ambigua)
 - Junto con declaraciones de desambiguación

 La mayoría de las herramientas permiten declaraciones de precedencia y asociatividad para desambiguar las gramáticas

Considere la gramática E → E + E | int

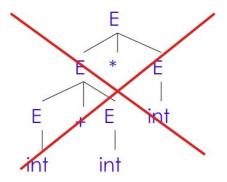
Dos árboles ambiguos para int + int + int:

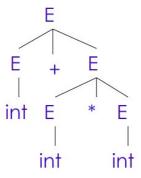


Asociación y declaración por la izquierda: %left +

Considere la gramática $E \rightarrow E + E \mid E + E \mid$ int

Dos árboles ambiguos para int + int * int:





Asociación de precedencia: %left +

%left *



Traducción dirigida por sintaxis

Ing. Max Cerna

Agenda

- 1. Gestión de errores
- 2. AST
- 3. Recursive Descent Parsing
- 4. Recursive Descent Algorithm
- 5. Recursión por la izquierda

Gestión de errores

- El propósito del compilador es
 - o Para detectar programas no válidos
 - Traducir los válidos
- Muchos tipos de posibles errores (por ejemplo, en C)

Tipo	Ejemplo	Detectado por
Léxico	\$	Lexer
Sintáctico	x * %	Parser
Semántico	int x; $y = x(3)$;	Type Checker
Exactitud	tu prox. proyecto de compi	Usuario

- El manejador de errores debe:
 - Reportar los errores de manera precisa y clara.
 - Recuperarse rápidamente de un error.
 - No ralentizar la compilación de código válido.
- Un buen manejo de errores no es fácil de lograr.

- Enfoques de simples a complejos:
 - Modo pánico
 - Producción de errores
 - Corrección automática local o global

No todos son compatibles con todos los generadores de analizadores.

Modo pánico

El modo de pánico es el método más simple y popular

Cuando se detecta un error:

- Descartar tokens hasta que se encuentre uno con un rol claro
- Continuar desde allí

Buscando tokens de sincronización

• Por lo general, los terminadores de declaraciones o expresiones

Modo pánico

Considere la expresión errónea

$$(1 + +2) + 3$$

Recuperación en modo pánico: Saltar al siguiente entero y luego continuar

Bison/Cup: use el error de terminal especial para describir cuanto saltar en la entrada

$$E \rightarrow int|E + E|(E)|error int|(error)$$

Modo pánico

```
Ejemplo, entrada:
```

```
int 123a = 5;
```

float
$$x = 3.14.15$$
;

string name = "Hello World;

Modo pánico

Lexer, macros:

letter = [a-zA-Z]

digit = [0-9]

oper = [+-*/]

whitespace = $[\t \n\r]$

separator = [;()"]

Modo pánico

```
Lexer, expresiones regulares:
```

```
id = letter (digit | letter)*
```

$$no_recognized = [^a-zA-Z0-9+\-*/\t\n\r;()"]$$

Modo pánico

Parser, producciones SIN manejo de errores:

S -> ASSIGN;

ASSIGN -> id = EXPR

EXPR -> EXPR + TERM | EXPR - TERM | TERM

TERM -> TERM * FACTOR | TERM / FACTOR | FACTOR

FACTOR -> (EXPR) | num | id

Modo pánico

Parser, producciones CON manejo de errores:

```
S -> ASSIGN; | error ';'
```

ASSIGN -> id = EXPR | error '=' EXPR

EXPR -> EXPR + TERM | EXPR - TERM | TERM | error ('+' | '-')

TERM -> TERM * FACTOR | TERM / FACTOR | FACTOR | error ('*' | '/')

FACTOR -> (EXPR) | num | id | error ('(' | ')' | num | id)

Producciones de error

Especificar errores comunes conocidos en la gramática

Ejemplo:

- Escribe 5 x en lugar de 5 * x
- Añadir la producción $E \rightarrow E E$

Desventaja:

Complica la gramática

Producciones de error

Otros ejemplos:

expresiones donde falta un paréntesis de cierre, como en 5 * (3 + 2

Añadir la producción $E \rightarrow (E)$

capturar errores donde un operador es repetido innecesariamente, como en 5 ++ 3

Añadir la producción $E \rightarrow E ++ E$

Corrección automática local o global

- Idea: encontrar un programa "cercano" correcto
 - Pruebe las inserciones y eliminaciones de tokens
 - Búsqueda exhaustiva
- Desventajas:
 - Difícil de implementar
 - Ralentiza el análisis de los programas correctos
 - "Cercano" no es necesariamente el programa "previsto"

Pasado

- Ciclo de recompilación lento (incluso una vez al día)
- Encuentra tantos errores en un ciclo como sea posible

Presente

- Ciclo de recopilación rápida
- Los usuarios tienden a corregir un error/ciclo
- La recuperación de errores complejos es menos convincente

AST (Abstract Syntax Trees)

AST

Un parser rastrea la derivación de una secuencia de tokens.

Pero el resto del compilador necesita una representación estructural del programa.

Árboles de sintaxis abstracta (Abstract Syntax Trees)

- Como los parse trees vistos hasta ahora pero ignorando ciertos detalles.
- Abreviado como AST

AST

Considere la gramática

$$\circ$$
 E \rightarrow int | (E) | E + E

• Y la cadena

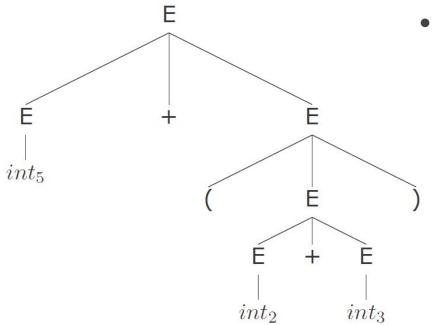
$$\circ$$
 5 + (2 + 3)

Después del análisis léxico (una lista de tokens)

```
o int5 + ( int2 + int3 )
```

Ejemplo de Parse Tree

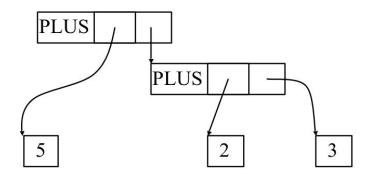
Durante el análisis construimos un árbol de análisis



Un árbol de análisis

- Rastrea el funcionamiento del parser.
- Captura la estructura anidada
- Mucha información (paréntesis, sucesores simples)

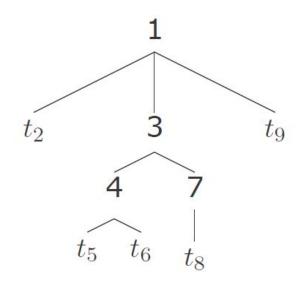
Ejemplo de Abstract Syntax Tree



- También captura la estructura de anidamiento
- Pero se abstrae de la sintaxis concreta
 - Más compacto y fácil de usar
- Es una estructura de datos importante en un compilador

Recursive Descent Parsing

- El árbol de análisis se construye
 - Desde la parte superior
 - De izquierda a derecha
- Los terminales se ven en orden de aparición en el flujo de tokens: t2 t5 t6 t8 t9



• Considere la gramática

- El flujo de tokens es: (int5)
- Comience con el nivel superior no terminal E
- Pruebe las reglas para E en orden

```
E \rightarrow T \mid T + E

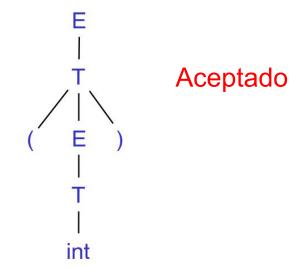
T \rightarrow int \mid int * T \mid (E)
```

```
( int<sub>5</sub> )
```

$$E \rightarrow TIT + E$$

T \rightarrow int | | int * T | (E)

 (int_5)



Recursive Descent Algorithm

Consideraciones a tomar

 TOKEN: Representa un símbolo genérico que puede ser cualquier tipo de token -e.g. INT, OPEN, CLOSE, PLUS, TIMES -

 NEXT: Es un puntero o cursor que apunta al próximo token en la secuencia de entrada que se está analizando.

RDA es un algoritmo que define **funciones booleanas** que verifiquen coincidencia de:

1) Un terminal de token dado

```
bool term(TOKEN tok) return *next++ == tok;
verifica si el token al que apunta NEXT coincide con el token esperado
(tok)
```

2) La enésima producción de S bool Sn() ...

3) Comprueba todas las producciones de S:

bool S() ...

Considerando la gramática:

```
E → T

E → T + E

T → int

T → int * T

T → ( E )
```

Para la producción $E \rightarrow T$

bool E1() { return T(); }

Para la producción $E \rightarrow T + E$

bool E2() { return T() && term(PLUS) && E(); }

Para todas las producciones de E (con backtracking)

bool E() {

TOKEN *save = next; //guarda el valor actual del puntero

return (next = save, E1())|| (next = save, E2()); }

Funciones para un no terminal T

```
bool T1() { return term(INT); }
bool T2() { return term(INT) && term(TIMES) && T(); }
bool T3() { return term(OPEN) && E() && term(CLOSE); }
bool T() {
    TOKEN *save = next;
    return (next = save, T1()) || (next = save, T2()) ||
    (next = save, T3());
```

Para iniciar el analizador

- Inicializar al lado del punto del primer token
 - Invocar E()

Fácil de implementar a mano

```
bool term(TOKEN tok) { return *next++ == tok; }
    bool E1() { return T(); }
     bool E2() { return T() && term(PLUS) && E(); }
 6
    bool E() {TOKEN *save = next; return (next = save, E 1())
                                          || (next = save, E2()); }
 8
    bool T1() { return term(INT); }
     bool T2() { return term(INT) && term(TIMES) && T(); }
10
     bool T3() { return term(OPEN) && E() && term(CLOSE); }
11
12
13
    bool T() { TOKEN *save = next; return (next = save, T1())
14
                                          | | (next = save, T2())
15
                                          || (next = save, T3()); }
```

- $E \to E'|E' + id$ $E' \to -E'|id|(E)$
 - ☐ Línea 3
 - ☐ Línea 5
 - ☐ Línea 6
 - ☐ Línea 12

```
1 bool term(TOKEN tok) { return *next++ == tok; }
2 bool E₁() { return E'(); }
3 bool E<sub>2</sub>() { return E'() && term(PLUS) && term(ID); }
4 bool E() {
      TOKEN *save = next;
      return (next = save, E_1()) && (next = save, E_2());
7
8 bool E'_1() { return term(MINUS) && E'(); }
9 bool E'<sub>2</sub>() { return term(ID); }
10 bool E'<sub>3</sub>() { return term(OPEN) && E() && term(CLOSE); }
11 bool E'() {
      TOKEN *next = save; return (next = save, T_1())
13
                                      | | (next = save, T_2())
14
                                       | | (next = save, T_2());
15
```

Considere una producción S → Sa

```
bool S1() { return S() && term(a); }
bool S() { return S1(); }
```

- S() entra en un ciclo infinito
- Una gramática recursiva por la izquierda tiene una S no terminal $S \rightarrow + S\alpha$ para alguna α
- El descenso recursivo no funciona en tales casos

• Considere la gramática recursiva por la izquierda $s \rightarrow s\alpha \mid \beta$

- S genera todas las cadenas que comienzan con β y siguen cualquier número de α
- Se puede reescribir usando la recursividad derecha

$$S \rightarrow \beta S0$$
 $S0 \rightarrow \alpha S0 \mid \epsilon$

En general:

$$S \rightarrow S\alpha_1 | \dots | S\alpha n | \beta_1 | \dots | \beta_m$$

Todas las cadenas derivadas de S comienzan con uno de $\beta_1,...,\beta_m$ y continúan con varias instancias de $\alpha_1,...,\alpha_n$

Reescribir como

$$S \rightarrow \beta_1 S' | \dots | \beta_m S'$$
 $S' \rightarrow \alpha_1 S' | \dots | \alpha_n S' | \varepsilon$

Considere la siguiente gramática:

lo que puede llevar a un bucle infinito al intentar analizar una expresión como 1 + 2 + 3

La gramática:

$$S \rightarrow A \alpha \mid \delta$$

$$\boldsymbol{A} \ \rightarrow \ \boldsymbol{S} \quad \boldsymbol{\beta}$$

También es recursiva por la izquierda, dado que si reemplazamos la producción A en S tendremos:

$$S \rightarrow + S \beta \alpha$$

Acerca del Descenso Recursivo

- Estrategia de análisis simple y general
 - La recursividad a la izquierda debe eliminarse primero
 - ... pero eso se puede hacer automáticamente
- Históricamente impopular debido al backtracking.
 - Se pensaba que era demasiado ineficiente.
 - En la práctica, con algunos ajustes, es rápida y simple en máquinas modernas.
 - El backtracking puede ser controlado restringiendo la gramática.



PARSERS PREDICTIVOS

Ing. Max Cerna

Agenda

1. Predictive Top-Down Parsers

2. First

3. Follow

4. Tabla LL(1)

Predictive Top-Down Parsers

- Analizadores predictivos de arriba hacia abajo
- Similares a RDP pero el analizador puede "predecir" qué, produccion usar
 - Mirando los siguientes tokens
 - Sin retroceso (backtrack)
- Los analizadores predictivos aceptan gramáticas LL(k)
 - L significa escaneo de entrada "de izquierda a derecha"
 - L significa "derivación (más a la/por) izquierda"
 - k significa "predecir basado en k tokens de anticipación"
 - En la práctica, se utiliza LL(1)

Por ejemplo, recordemos la gramática

- Difícil de predecir porque
 - Para T dos producciones comienzan con int
 - o Para E no está claro cómo predecir
- Necesitamos factorizar la gramática por/(a la) izquierda

Ejemplo de factorización a la izquierda

Factorizar los prefijos comunes de las producciones

```
    E → T X // factor común T, lo de la derecha genera nueva producción
    X → + E | ε // nueva producción
    T → int Y | (E) // factor int, derecha genera nueva producción
    Y → * T | ε // nueva producción
```

Elija la alternativa que factoriza correctamente la gramática dada

```
EXPR → if BOOL then { EXPR }
    if BOOL then { EXPR } else { EXPR }
  BOOL → true | false
EXPR → if true then { EXPR }
if false then { EXPR }
if true then { EXPR } else { EXPR }
 if false then { EXPR } else { EXPR }
EXPR→ if BOOL EXPR'
EXPR' → then { EXPR }
| then { EXPR } else { EXPR }
BOOL → true | false
```

```
3.

EXPR → EXPR' | EXPR' else { EXPR } EXPR' → if BOOL then { EXPR } | ...

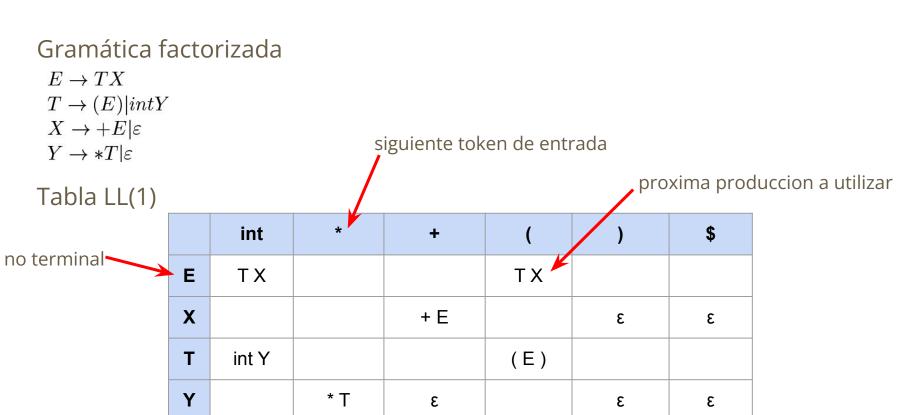
BOOL → true | false

4.

EXPR → if BOOL then { EXPR } EXPR' | ...

EXPR' → else { EXPR } | ε

BOOL → true | false
```



Considere la entrada [E, int]

- "Cuando el no terminal actual es *E* y la siguiente entrada es *int*, usar la producción *E* → *TX*"
- Esto puede generar un *int* en la primera posición

	int	*	+	()	\$
E	TX			ΤX		
X			+ E		3	3
Т	int Y			(E)		
Y		* T	3		3	3

Considere la entrada [Y, +]

- "Cuando el no terminal actual es Y y la siguiente entrada es +, eliminar Y"
- Y puede ir seguido de + solo si $Y \rightarrow \varepsilon$

	int	*	+	()	\$
E	ΤX			ΤX		
X			+ E		3	3
Т	int Y			(E)		
Y		* T	£		3	3

Considere la entrada [E, *]

 "No hay forma de derivar una cadena que comience con * desde el no terminal E"

	int	*	+	()	\$
E	ΤX			ΤX		
X			+ E		3	3
Т	int Y			(E)		
Y		* T	3		3	3

- Método similar al descenso recursivo, excepto
 - Para el S no terminal más a la izquierda
 - Miramos el siguiente token de entrada a
 - Y elige la producción que se muestra en [S, a]
- Una pila registra la frontera del árbol de análisis
 - No terminales que aún no se han ampliado
 - Terminales que aún tienen que coincidir con la entrada
 - o Parte superior de la pila = terminal pendiente más a la izquierda o no terminal
- Rechazar al llegar al estado de error
- Aceptar al final de la entrada y pila vacía

LL(1) Parsing Algorithm

```
initialize stack = <S $> and next
repeat
  case stack of
     \langle X, rest \rangle: if T[X,*next] = Y_1...Y_n
                        then stack \leftarrow <Y_1...Y_n, rest>;
                        else error ();
     \langle t, rest \rangle : if t == *next ++
                        then stack \leftarrow <rest>;
                        else error ();
until stack == < >
```

LL(1) Parsing Algorithm

marca el fondo de la pila

```
initialize stack = <S $> and next
                                                                   Para X no terminal en la parte
                                                                   superior de la pila, búsqueda de
                repeat
                                                                   producción
                   case stack of
                      \langle X, rest \rangle: if T[X,*next] = Y_1...Y_n
                                           then stack \leftarrow <Y<sub>1</sub>...Y<sub>n</sub>, rest>;
                                           else error ();
                      \langle t, rest \rangle : if t == *next ++
                                           then stack ← <rest>;
Para la terminal t en la parte superior de la
                                           else error ();
pila, verifique que t coincida con el
siguiente token de entrada.
```

Pop X, push la producción a la pila. Ten en cuenta que el símbolo más a la izquierda de la producción está en la parte superior de la pila.

until stack == < >

Ejemplo LL(1) Parsing

	int	*	+	()	\$
E	ΤX			ΤX		
X			+ E		3	3
Т	int Y			(E)		
Y		* T	3		3	3

Stack	Entrada	Acción
E\$	int * int\$	ТX
T X \$	int * int\$	int Y
int Y X \$	int * int\$	terminal
Y X \$	* int \$	* T
* T X \$	* int \$	terminal
T X \$	int \$	int Y
int Y X \$	int \$	terminal
Y X \$	\$	ε
X \$	\$	ε
\$	\$	ACCEPT

Considere la siguiente tabla y gramática. ¿Cual es el siguiente estado si el stack actualmente contiene \mathbf{E}' \$ y la entrada contiene

else { if false then { false } } \$?

	if	then	else	{	}	true	false	\$
Е	if B then { E } E'				3	В	В	3
E'			else { E }		3			3
В						true	false	

```
m{E} 
ightarrow m{if} \; m{B} \; m{then} \; \{m{E}\} \; m{E}' \, |\, m{B} | \, m{arepsilon} \ m{B} 
ightarrow \; m{true} | \, m{false}
```

La Intuición para la construcción de tablas de análisis

- Considere el no terminal **A**, la producción $\mathbf{A} \rightarrow \boldsymbol{\alpha}$ y el token \boldsymbol{t}
- Agregar $T[A, t] = \alpha$ en dos casos
 - 1. Si $\mathbf{A} \rightarrow \boldsymbol{\alpha} \rightarrow \boldsymbol{\star} \boldsymbol{t} \boldsymbol{\beta}$
 - α puede derivar t en la primera posición
 - Decimos que $t \in First(\alpha)$
 - 2. Si $\mathbf{A} \rightarrow \boldsymbol{\alpha} \rightarrow \star \boldsymbol{\varepsilon} \mathbf{y} \mathbf{S} \rightarrow \star \boldsymbol{\gamma} \mathbf{A} \boldsymbol{t} \boldsymbol{\delta}$
 - Útil si la pila tiene A, la entrada es t y A no puede derivar t
 - En este caso, la única opción es deshacerse de \mathbf{A} (derivando $\boldsymbol{\varepsilon}$)
 - Lo anterior solo puede funcionar si t puede seguir a A en al menos una derivación
 - Decimos t ∈ Follow(A)

First

First

```
Definición:
First(X) = \{t | X \rightarrow t\alpha\} \ \ U \ \ \{\varepsilon | X \rightarrow \varepsilon\}
Algoritmo:
1) \quad First(t) = \{t\}
2) \varepsilon \in First(X)
        a) Si X \rightarrow \varepsilon
        b) si X \rightarrow A_1 \dots A_n y \varepsilon \in First(A_i) para todo 1 \le i \le n
3) First(\alpha) \subseteq First(X)
        a) Si X \rightarrow \alpha
        b) si X \rightarrow A_1 \dots A_n \alpha y \varepsilon \in First(A_i) para todo 1 \le i \le n
```

First

Trabajemos con la gramática factorizada

$$oldsymbol{E}
ightarrow oldsymbol{T} \ oldsymbol{X} \ oldsymbol{T}
ightarrow oldsymbol{(E)} \ oldsymbol{I} \ oldsymb$$

Ejercicio 1 - First

Ejercicio 2 - First

Follow

Follow

Definición:

```
Follow(X) = \{t \mid S \rightarrow * \beta X t \delta\}
```

Razonamiento

- Si X → AB entonces First(B) ⊆ Follow(A) y Follow(X) ⊆
 Follow(B)
 - También si $\mathbf{B} \rightarrow * \mathbf{\epsilon}$ entonces $\mathbf{Follow}(\mathbf{X}) \subseteq \mathbf{Follow}(\mathbf{A})$
- Si s es el símbolo inicial entonces \$ ∈ Follow

Follow

Algoritmo:

1. $$ \in Follow(S)$

2. First(β) - { ϵ } \subseteq Follow(X) a. Para cada producción A $\rightarrow \alpha X \beta$

3. Follow(A) \subseteq Follow(X)

a. Para cada producción A \rightarrow α X β dónde ϵ \in First(β)

Ejercicio 1 - Follow

$$S \rightarrow X Y$$
 $X \rightarrow a X \mid \varepsilon$
 $Y \rightarrow b \mid \varepsilon$

Ejercicio 2 - Follow

$$egin{array}{llll} egin{array}{lllll} egin{array}{lllll} egin{array}{lllll} A &
ightarrow & A & B & | & egin{array}{lllll} eta & & & & \\ B &
ightarrow & b & B & | & c & \\ \end{array}$$

Construir una tabla de análisis T para CFG

Para cada producción $\mathbf{A} \rightarrow \mathbf{\alpha}$ en G debemos:

- Para cada terminal $t \in First(\alpha)$ colocamos $T[A, t] = \alpha$
- Si ε ∈ First(α), para cada t ∈ Follow(A) colocamos T[A, t] =
 α
- Si $\varepsilon \in First(\alpha)$ y \$ $\in Follow(A)$ colocamos $T[A, $] = \alpha$

Trabajemos con la gramática factorizada

$$oldsymbol{E}
ightarrow oldsymbol{T} \ oldsymbol{X} \ oldsymbol{T}
ightarrow oldsymbol{(E)} \ oldsymbol{I} \ oldsymb$$

No Terminal	First	Follow
E	{int, (}	{\$,)}
X	{ +, ε }	{\$,)}
Т	{ int, (}	{ +, \$,) }
Υ	{*,ε}	{ +, \$,) }

$$oldsymbol{E}
ightarrow oldsymbol{T} oldsymbol{X}$$
 $oldsymbol{T}
ightarrow oldsymbol{(E)} oldsymbol{I}$ int $oldsymbol{Y}$ $oldsymbol{X}
ightarrow oldsymbol{+} oldsymbol{E}$ $oldsymbol{E}$ $oldsymbol{V} oldsymbol{V} oldsym$

	int	*	+	()	\$
E	ТХ			ТХ		
X						
Т						
Y						

No Terminal	First	Follow
Е	{int, (}	{\$,)}
X	{ +, ε }	{\$,)}
Т	{ int, (}	{ +, \$,) }
Y	{*,ε}	{ +, \$,) }

$$oldsymbol{E}
ightarrow oldsymbol{T} \ X \ oldsymbol{\times} \ oldsymbol{V}
ightarrow oldsymbol{\Psi} \ oldsymbol{X}
ightarrow oldsymbol{\Psi} \ oldsymbol{E} \ oldsymbol{\Psi} \ oldsymbol{\Psi}$$

	int	*	+	()	\$
E	ТХ			ΤX		
X			+ E			
Т						
Y						

No Terminal	First	Follow
E	{int, (}	{\$,)}
X	{ +, ε }	{\$,)}
Т	{ int, (}	{ +, \$,) }
Υ	{*,ε}	{ +, \$,) }

$$oldsymbol{E}
ightarrow oldsymbol{T} \ X \ oldsymbol{\times} \ oldsymbol{I} \ oldsymbol{\wedge} \ oldsymbol{+} \ oldsymbol{E} \ oldsymbol{\mid} \ oldsymbol{E} \ oldsymbol{\mid} \ oldsymbol{E} \ oldsymbol{\mid} \ oldsymbol{\varepsilon} \ oldsymbol{Y} \ oldsymbol{\wedge} \ oldsymbol{+} \ oldsymbol{E} \ oldsymbol{\mid} \ oldsymbol{\varepsilon} \ oldsymbol{\varepsilon} \ oldsymbol{\mid} \ oldsymbol{\varepsilon} \ oldsymbol{\varepsilon} \ oldsymbol{\mid} \ oldsymbol{\varepsilon} \$$

	int	*	+	()	\$
E	ТХ			ТХ		
X			+ E			
Т	int Y					
Y						

No Terminal	First	Follow
E	{int, (}	{\$,)}
Х	{ +, ε }	{\$,)}
Т	{ int, (}	{ +, \$,) }
Υ	{ *, ε }	{ +, \$,) }

$$oldsymbol{E}
ightarrow oldsymbol{T} \ X \ oldsymbol{\times} \ oldsymbol{F} \ oldsymbol{+} \ oldsymbol{E} \ oldsymbol{\mid} \$$

	int	*	+	()	\$
E	ТХ			ΤX		
X			+ E			
Т	int Y			(E)		
Y						

No Terminal	First	Follow
E	{int, (}	{\$,)}
Х	{ +, ε }	{\$,)}
Т	{ int, (}	{ +, \$,) }
Υ	{ *, ε }	{ +, \$,) }

	int	*	+	()	\$
E	ТХ			ΤX		
X			+ E			
Т	int Y			(E)		
Y		* T				

No Terminal	First	Follow
E	{int, (}	{\$,)}
X	{ +, ε }	{\$,)}
Т	{ int, (}	{ +, \$,) }
Υ	{ *, ε }	{ +, \$,) }

	int	*	+	()	\$
E	ТХ			ΤX		
X			+ E		3	3
Т	int Y			(E)		
Y		* T				

No Terminal	First	Follow
E	{int, (}	{\$,)}
Х	{ +, ε }	{\$,)}
Т	{ int, (}	{ +, \$,) }
Υ	{*,ε}	{ +, \$,) }

	int	*	+	()	\$
E	ТХ			ТХ		
X			+ E		3	ε
Т	int Y			(E)		
Y		* T	ε		ε	3

No Terminal	First	Follow
E	{int, (}	{\$,)}
Х	{ +, ε }	{\$,)}
Т	{ int, (}	{ +, \$,) }
Υ	{ *, ε }	{ +, \$,) }

No Terminal	First	Follow
S	{ a, b, ε }	{ \$, b }
X	{ a, ε }	{ b }
Υ	{ b, ε }	{ \$, b }

	а	b	\$
S	XY	XY	XY
X	аХ	3	
Y		b/ɛ	3



No Terminal	First	Follow
S	{ a, b, ε }	{\$, b}
X	{ a, ε }	{ b }
Υ	{ b, ε }	{\$, b}

No Terminal	First	Follow
S	{ a, b, c }	{\$}
Α	{ a, ε }	{ b, c }
В	{ b, c }	{\$}

$$egin{array}{llll} egin{array}{lllll} egin{array}{lllll} egin{array}{lllll} eta & eta$$

	а	b	С	\$
S	АВ			АВ
A	аА	3	3	
В		b B	С	



No Terminal	First	Follow
S	{ a, b, c }	{\$}
Α	{ a, ε }	{ b, c }
В	{ b, c }	{\$}

- Si una entrada es definida múltiples veces entonces G no es LL(1)
 - No está factorizada por la izquierda
 - Tiene recursividad por la izquierda
 - Es ambigua

La mayoría de lenguajes de programación no son LL(1)

Ejemplos y Ejercicios para CFG

Ing. Max Cerna

Recursividad por la izquierda

Si tenemos producciones de la forma:

Estas dos producciones pueden ser sustituidas por:

$$A' \rightarrow aA' \mid \epsilon$$

Remover recursividad por la izquierda de la siguiente gramatica:

$$S \rightarrow Ab \mid b$$

$$A \rightarrow Ac \mid Sd \mid x$$

recursividad indirecta de $\bf S$, vamos a sustituir la producción $\bf S$ en $\bf A \to \bf Sd$ usando las producciones de $\bf S \to \bf Ab$ | $\bf b$

Ahora las producciones de A seran

$$A \rightarrow Ac \mid Abd \mid bd \mid x$$

Introducir una nueva variable para eliminar la recursividad por la izquierda en A, que llamaremos A'.

Dividimos las producciones de A

- Las que comienzan con A (recursivas): A → Ac | Abd
- Las que no comienzan con A (no recursivas): A → bd | x

Las producciones de A se convierten en las partes no recursivas seguidas por A':

 $A \rightarrow bdA' \mid xA'$

Las producciones de A' manejarán las partes recursivas:

 $A' \ \rightarrow \ cA' \ | \ bdA' \ | \ \epsilon$

Gramática final

 $\textbf{S} \ \rightarrow \ \textbf{Ab} \ \ \textbf{I} \ \ \textbf{b}$

 $A \rightarrow bdA' \mid xA'$

 $A' \ \rightarrow \ cA' \ | \ bdA' \ | \ \epsilon$

$$A \rightarrow Aa \mid A1 \mid A2 \mid b$$
 $B \rightarrow Bb \mid A$
 $C \rightarrow Cc \mid D$
 $D \rightarrow d \mid e$

¿Cuántas cadenas pertenecen al lenguaje descrito por la siguiente gramática?

 $S \rightarrow AB$

 $A \rightarrow 0 \mid \epsilon$

 $B \rightarrow 1B \mid 1 \mid \epsilon$

¿Cuántas cadenas pertenecen al lenguaje descrito por la siguiente gramática?

 $S \rightarrow AB$

 $A \rightarrow 0 \mid 1 \mid \epsilon$

 $B \rightarrow 1 \mid 2 \mid \epsilon$

¿Las gramáticas son equivalentes?

Gramática 1: S \rightarrow aSb | ϵ

Gramática 2: T \rightarrow aTb | ab | ϵ

Dada la gramática recursiva por la izquierda:

$$S \rightarrow Sa \mid b$$

Cuales gramáticas quitan la recursividad por la izquierda y son equivalentes:

a) S
$$\rightarrow$$
 bA b) S \rightarrow b | bS A \rightarrow aA | ϵ

c)
$$S \rightarrow bA$$
 d) $S \rightarrow A \mid b$ $A \rightarrow aA \mid a$