



# Árboles binarios

# Contenido

- Introducción
  - ↑ Árboles
  - ↑ Conceptos generales
- Árboles binarios
- Recorridos
- Árboles binarios de búsqueda
- Árboles AVL



# 5

## Árboles AVL

### Concepto y operaciones



# Árboles AVL

- ❑ Es un árbol binario de búsquedas auto balanceable.
- ❑ La razón de mantener este balance es que el crecimiento de una operación de búsqueda se mantenga lo más cercano a  $O(\log_2 n)$ .

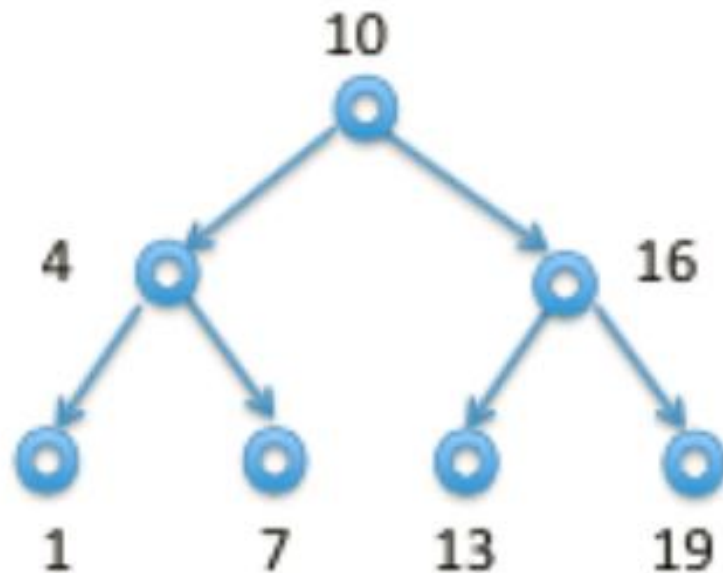


## Factor de equilibrio (FE)

- ☐ Es la principal diferencia entre los ABB y los AVL.
- ☐ Se recalcula al realizar una inserción o borrado.
- ☐ Si el valor absoluto del factor de equilibrio es mayor a 1 se debe hacer el proceso de Rotación.

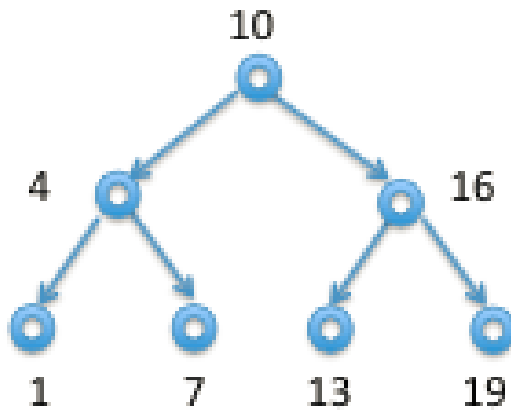


# Árboles AVL





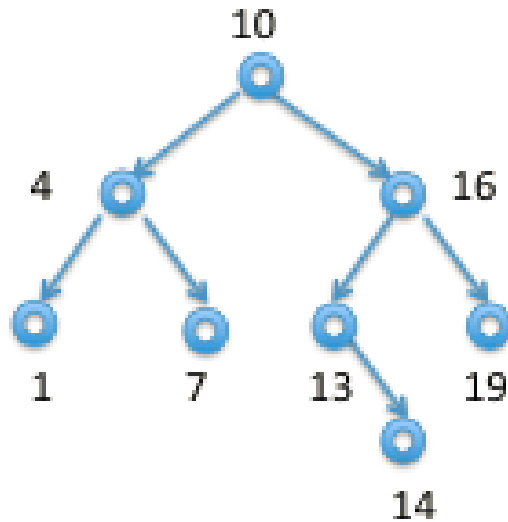
# Árboles AVL



height = 3  
height inv. satisfied



# Árboles AVL



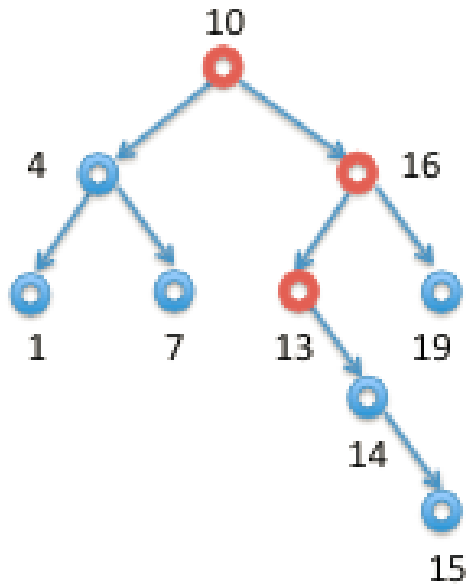
height = 4

height inv. satisfied





# Árboles AVL

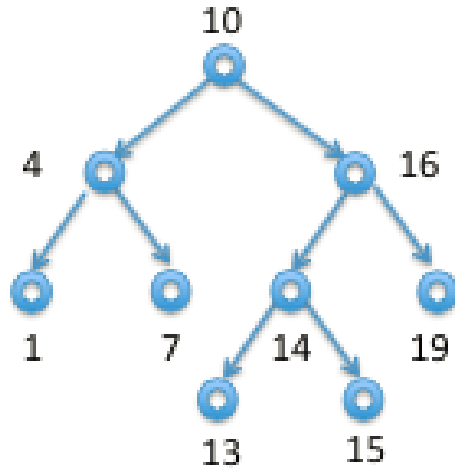


height = 5

height inv. violated at 13, 16, 10



# Árboles AVL



height = 4

height inv. restored at 14, 16, 10



# Rotaciones



Para poder re-balancear estos árboles existen mecanismos denominados **rotaciones**.

Las rotaciones pueden ser simples o dobles de dos tipos:



Izquierda  
Derecha



# Rotación Simple a la Derecha

Dado un árbol de raíz  $r$  con hijos izquierdo  $i$  y  $d$  decimos:



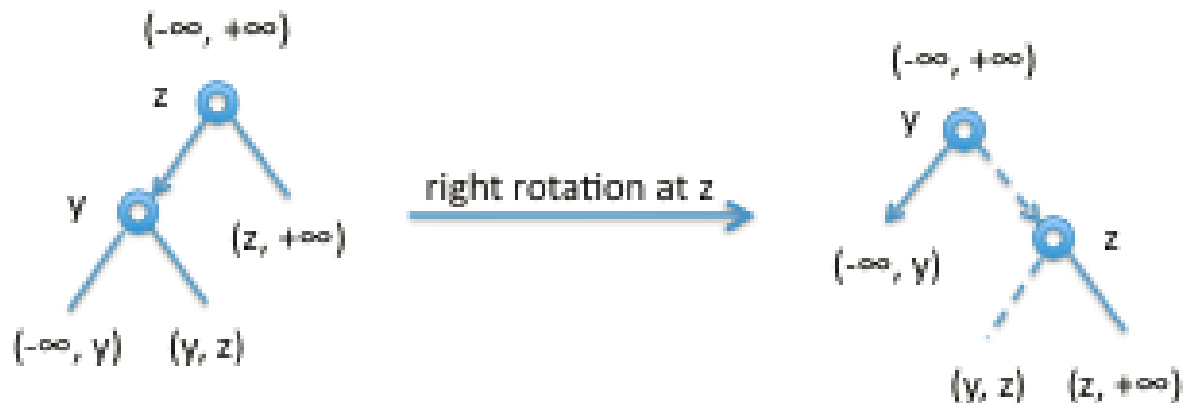
Crear un nuevo árbol donde la raíz es  $i$

El sub-árbol derecho de  $i$ , tendrá raíz  $r$

El sub-árbol izquierdo de  $r$  será el sub-árbol derecho original de  $i$

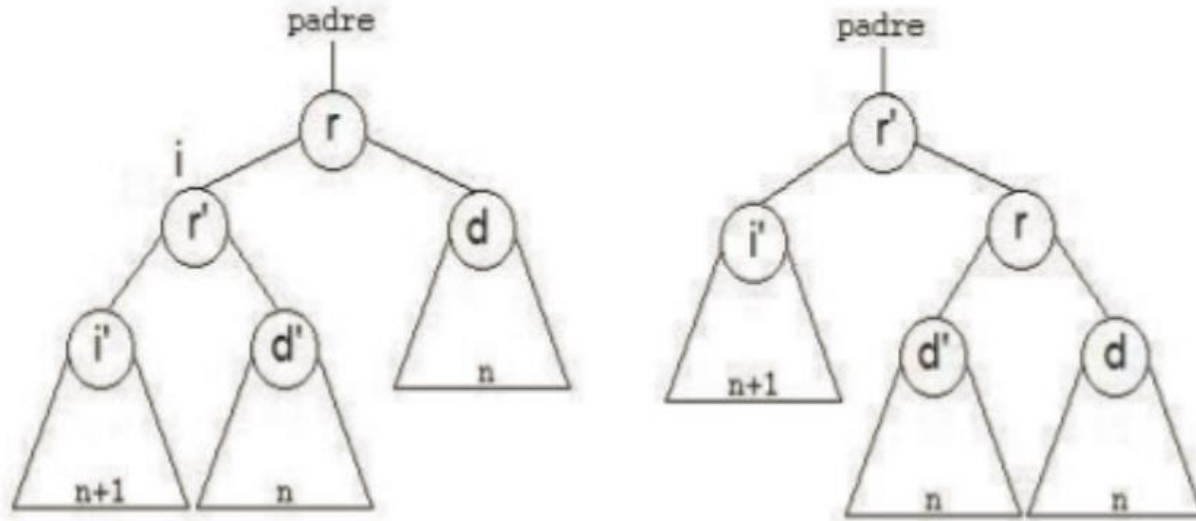


# Rotación Simple a la Derecha





# Rotación Simple a la Derecha





# Rotación Simple a la Izquierda

Dado un árbol de raíz  $r$  con hijos izquierdo  $i$  y derecho  $d$  decimos:

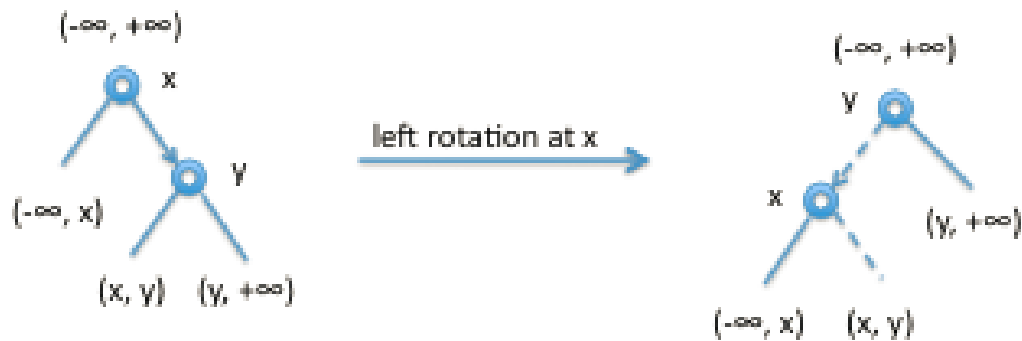


Crear un nuevo árbol donde la raíz es  $d$

El sub-árbol izquierdo de  $d$ , tendrá raíz  $r$

El sub-árbol derecho de  $r$  será el sub-árbol izquierdo original de  $d$

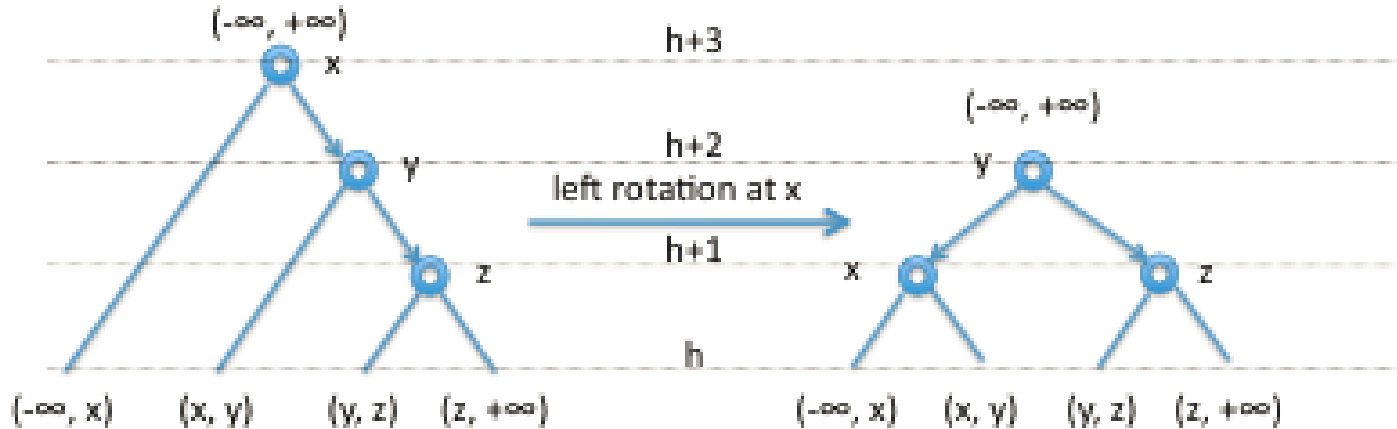
# Rotación Simple a la Izquierda





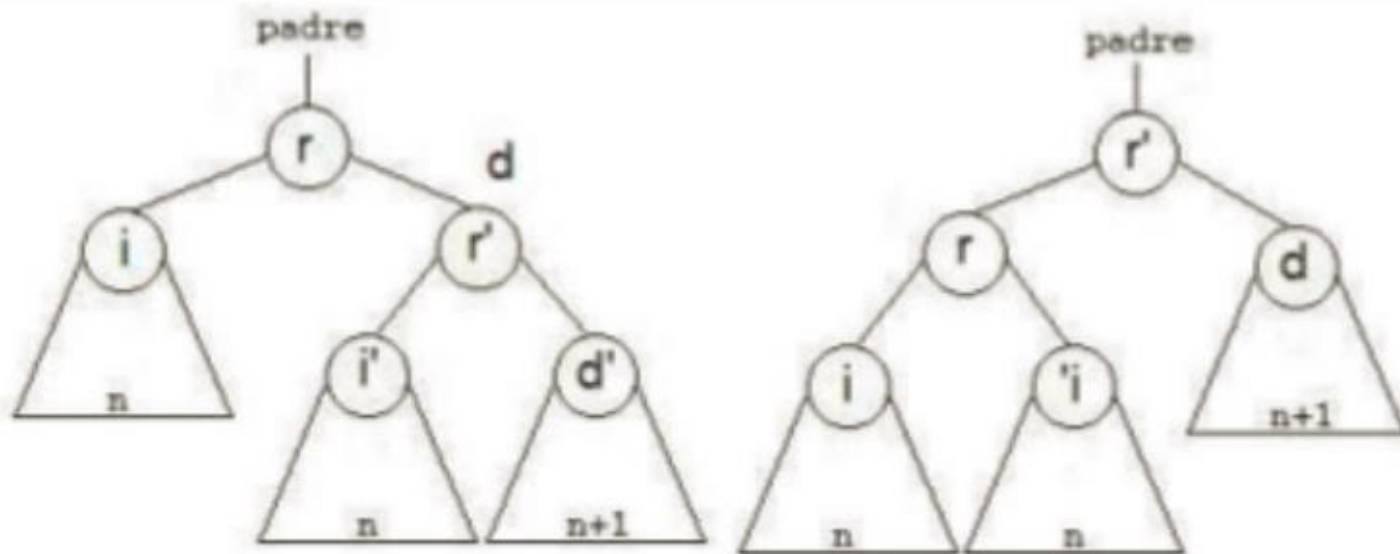


# Rotación Simple a la Izquierda





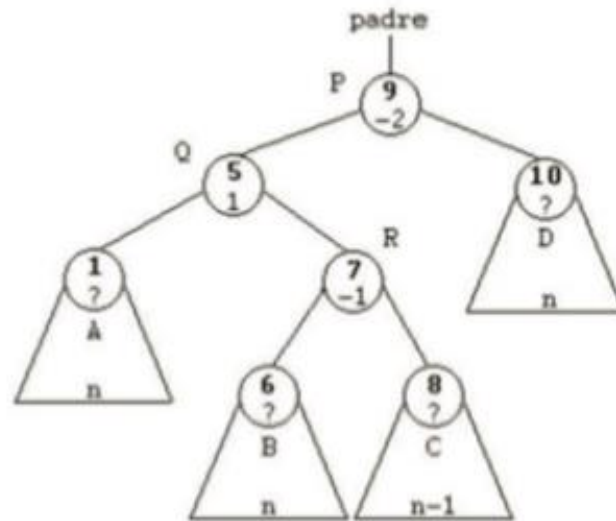
# Rotación Simple Izquierda



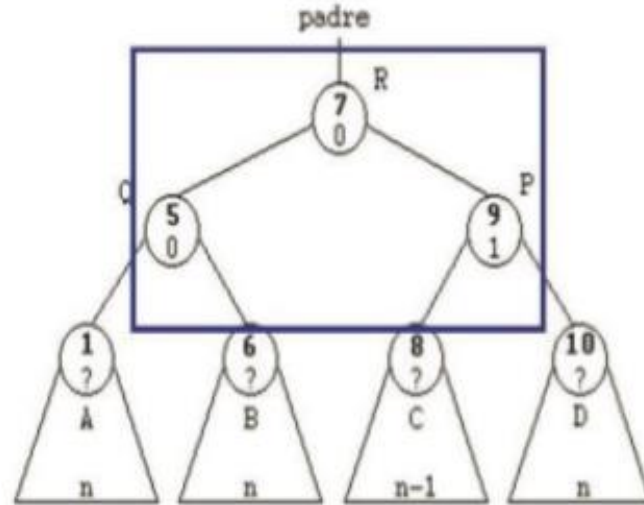
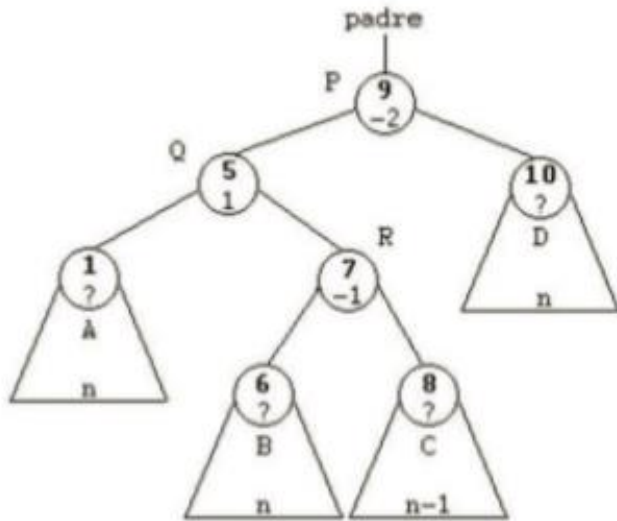
# Rotación Doble a la Derecha

- Se da cuando debemos rotar la raíz hacia la derecha, pero el sub-árbol izquierdo tiene un factor de equilibrio +1
- Realizamos 2 rotaciones simples
  - Rotación simple izquierda del sub-árbol izquierdo
  - Rotación simple derecha de la raíz

# Rotación Doble a la Derecha



# Rotación Doble a la Derecha

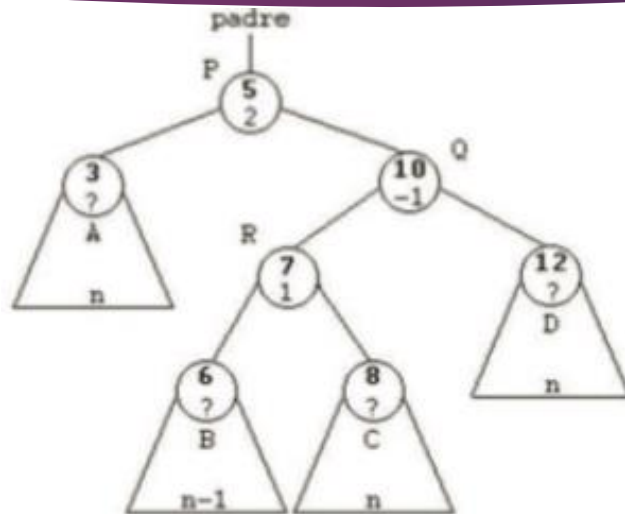


# Rotación Doble a la Izquierda

- Se da cuando debemos rotar la raíz hacia la izquierda, pero el sub-árbol derecho tiene un factor de equilibrio -1
- Realizamos 2 rotaciones simples
  - Rotación simple derecha del sub-árbol derecho
  - Rotación simple izquierda de la raíz

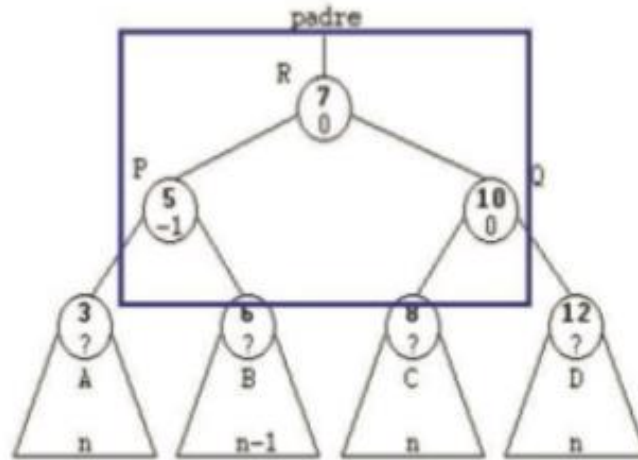
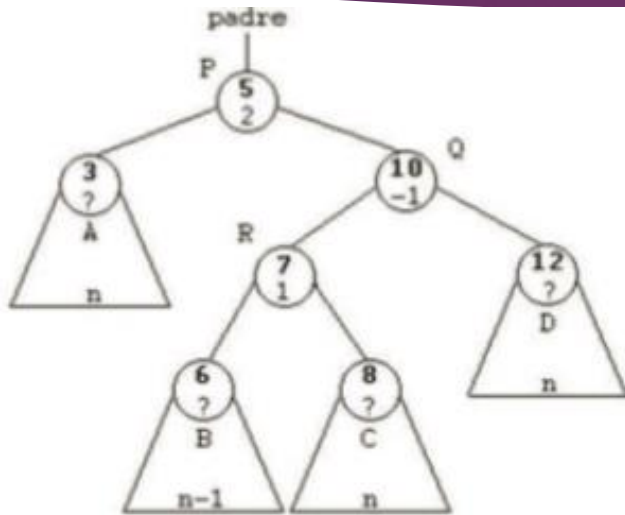


# Rotación Doble a la Izquierda





# Rotación Doble a la Izquierda







# Árboles AVL



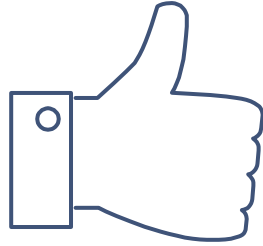
Construya un árbol AVL con los siguientes números:



1, 2, 3, 5, 6, 4



1, 2, 3, 4, 5, 7, 6



¡Gracias por su  
atención!

¿Dudas?