
Codificación Aritmética

— Ing. Max Alejandro Antonio
Cerna Flores —

Agenda

Historia

Definición

¿Cómo trabaja?

Decodificación

Historia

Jorma Rissanen es considerado el fundador de la codificación aritmética, desde 1976 hasta principios de los 80 desarrolló un importante trabajo en esta rama de la teoría de la información.

Toda la información de origen o una parte más larga de ella se representa como un número racional.

Si todas las probabilidades de símbolo se pueden representar en el formulario, entonces la codificación aritmética y la codificación de Huffman producen un flujo de datos idénticamente largo y son igualmente eficientes.

Definición

Es una forma de codificación entrópica utilizada en compresión sin pérdidas.

Al ser una codificación entrópica maneja conceptos similares a la codificación de Huffman, diferenciando los símbolos más frecuentes de los menos frecuentes y utilizando menor cantidad de bits en total.

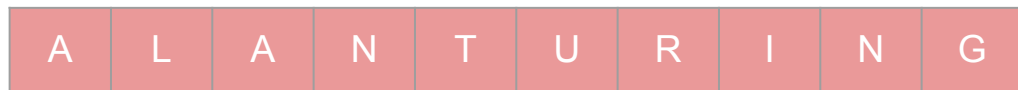
Difiere de Huffman en que más que separar la entrada a símbolos componentes y reemplazar cada uno con un código, la codificación aritmética codifica el mensaje entero a un solo número, una fracción n donde $[0.0 \leq n < 1.0)$.

Características

- La codificación aritmética no produce un código simple para cada símbolo, produce un código para un mensaje entero.
- Cada símbolo añadido al mensaje progresivamente modifica el código de salida.
- El efecto final de cada símbolo de la entrada sobre el código de salida puede ser un número fraccionario de bits en lugar de un número entero.
- Cuanto más largo es el mensaje de entrada se necesitan más bits para el número de salida.
- La salida de la codificación es un número entre 0 y 1

¿Cómo trabaja?

- A cada símbolo de entrada se le asigna una probabilidad.
- A cada símbolo de entrada se le asigna un rango en la “línea de probabilidad”.
- Supongamos el siguiente mensaje: “Alan Turing”



cada carácter representado
por 8 bits

Pasos

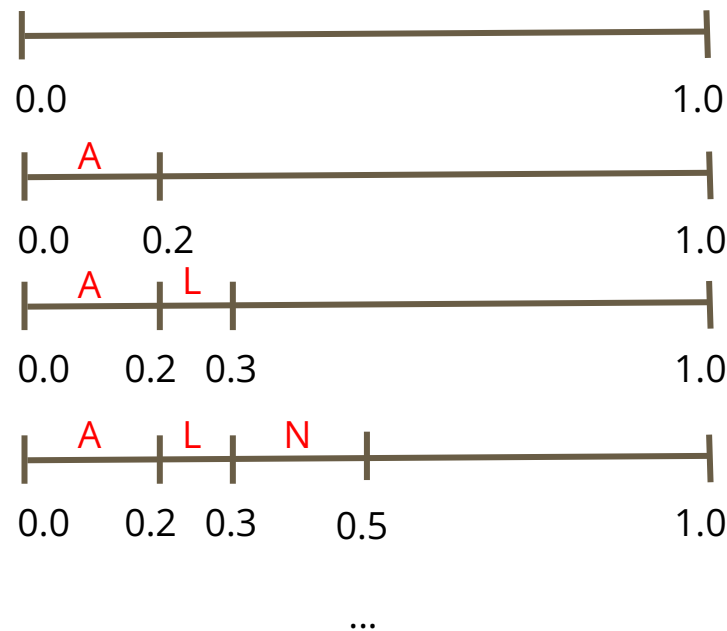
1. Calcule la frecuencia (probabilidad) de cada carácter en el string.

Símbolo	Frecuencia	Probabilidad
A	2	$2/10=0.2$
L	1	$1/10=0.1$
N	2	$2/10=0.2$
T	1	$1/10=0.1$
U	1	$1/10=0.1$
R	1	$1/10=0.1$
I	1	$1/10=0.1$
G	1	$1/10=0.1$

Pasos

2. Se define el intervalo entre 0 y 1.

Símbolo	Probabilidad	Rango
A	$2/10=0.2$	$[0.0 - 0.2)$
L	$1/10=0.1$	$[0.2 - 0.3)$
N	$2/10=0.2$	$[0.3 - 0.5)$
T	$1/10=0.1$	$[0.5 - 0.6)$
U	$1/10=0.1$	$[0.6 - 0.7)$
R	$1/10=0.1$	$[0.7 - 0.8)$
I	$1/10=0.1$	$[0.8 - 0.9)$
G	$1/10=0.1$	$[0.9 - 1.0)$



Pasos

3. Límites inferiores y superiores

$$\text{Inferior} = \text{AI} + (\text{AS} - \text{AI}) * \text{NI}$$

$$\text{Superior} = \text{AI} + (\text{AS} - \text{AI}) * \text{NS}$$

Donde:

AI = Antiguo Inferior

AS = Antiguo Superior

NI = Nuevo Inferior

NS = Nuevo Superior

Pasos

A	L	A	N	T	U	R	I	N	G
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

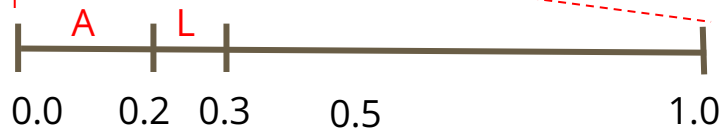
A



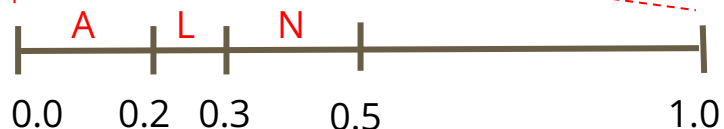
L



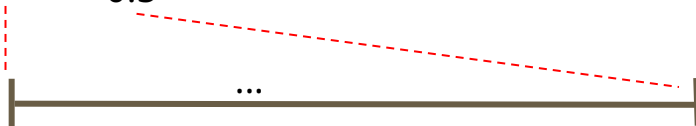
A



N



T



...

Pasos

A L A N T U R I N G

Símbolo A

$$\text{Inferior} = 0.0 + (1.0 - 0.0) * 0.0 = 0$$

$$\text{Superior} = 0.0 + (1.0 - 0.0) * 0.2 = 0.2$$

[0.0,0.2]

Símbolo L

$$\text{Inferior} = 0.0 + (0.2 - 0.0) * 0.2 = 0.04$$

$$\text{Superior} = 0.0 + (0.2 - 0.0) * 0.3 = 0.06$$

[0.04,0.06]

Símbolo	Probabilidad	Rango
A	2/10=0.2	[0.0 - 0.2]
L	1/10=0.1	[0.2 - 0.3]
N	2/10=0.2	[0.3 - 0.5]
T	1/10=0.1	[0.5 - 0.6]
U	1/10=0.1	[0.6 - 0.7]
R	1/10=0.1	[0.7 - 0.8]
I	1/10=0.1	[0.8 - 0.9]
G	1/10=0.1	[0.9 - 1.0]

Pasos

A L A N T U R I N G

Símbolo A

$$\text{Inferior} = 0.04 + (0.06 - 0.04) * 0.0 = 0.04$$

$$\text{Superior} = 0.04 + (0.06 - 0.04) * 0.2 = 0.044$$

[0.04,0.044]

Símbolo N

$$\text{Inferior} = 0.04 + (0.044 - 0.04) * 0.3 = 0.0412$$

$$\text{Superior} = 0.04 + (0.044 - 0.04) * 0.5 = 0.042$$

[0.412,0.042]

Símbolo	Probabilidad	Rango
A	2/10=0.2	[0.0 - 0.2]
L	1/10=0.1	[0.2 - 0.3]
N	2/10=0.2	[0.3 - 0.5]
T	1/10=0.1	[0.5 - 0.6]
U	1/10=0.1	[0.6 - 0.7]
R	1/10=0.1	[0.7 - 0.8]
I	1/10=0.1	[0.8 - 0.9]
G	1/10=0.1	[0.9 - 1.0]

Pasos

A L A N T U R I N G

Símbolo T

$$\text{Inferior} = 0.0412 + (0.042 - 0.0412) * 0.5 = 0.0416$$

$$\text{Superior} = 0.0412 + (0.042 - 0.0412) * 0.6 = 0.04168$$

[0.0416,0.04168]

Símbolo U

$$\text{Inferior} = 0.0416 + (0.04168 - 0.0416) * 0.6 = 0.041648$$

$$\text{Superior} = 0.0416 + (0.04168 - 0.0416) * 0.7 = 0.041656$$

[0.041648,0.041656]

Símbolo	Probabilidad	Rango
A	2/10=0.2	[0.0 - 0.2]
L	1/10=0.1	[0.2 - 0.3]
N	2/10=0.2	[0.3 - 0.5]
T	1/10=0.1	[0.5 - 0.6]
U	1/10=0.1	[0.6 - 0.7]
R	1/10=0.1	[0.7 - 0.8]
I	1/10=0.1	[0.8 - 0.9]
G	1/10=0.1	[0.9 - 1.0]

Pasos

A L A N T U **R** **I** N G

Símbolo R

Inferior = $0.041648 + (0.041656 - 0.041648) * 0.7 = 0.0416536$

Superior = $0.041648 + (0.041656 - 0.041648) * 0.8 = 0.0416544$

[0.0416536,0.0416544]

Símbolo I

Inferior = $0.0416536 + (0.0416544 - 0.0416536) * 0.8 = 0.04165424$

Superior = $0.0416536 + (0.0416544 - 0.0416536) * 0.9 = 0.04165432$

[0.04165424,0.04165432]

Símbolo	Probabilidad	Rango
A	2/10=0.2	[0.0 - 0.2]
L	1/10=0.1	[0.2 - 0.3]
N	2/10=0.2	[0.3 - 0.5]
T	1/10=0.1	[0.5 - 0.6]
U	1/10=0.1	[0.6 - 0.7]
R	1/10=0.1	[0.7 - 0.8]
I	1/10=0.1	[0.8 - 0.9]
G	1/10=0.1	[0.9 - 1.0]

Pasos

A L A N T U R I N G

Símbolo N

Inferior = $0.04165424 + (0.04165432 - 0.04165424) * 0.3 = 0.041654264$

Superior = $0.04165424 + (0.04165432 - 0.04165424) * 0.5 = 0.04165428$

[0.041654264,0.04165428]

Símbolo G

Inferior = $0.041654264 + (0.04165428 - 0.041654264) * 0.9 =$

0.0416542784

Superior = $0.041654264 + (0.04165428 - 0.041654264) * 1.0 =$

0.04165428

[0.0416542784,0.04165428]

Símbolo	Probabilidad	Rango
A	$2/10=0.2$	[0.0 - 0.2]
L	$1/10=0.1$	[0.2 - 0.3]
N	$2/10=0.2$	[0.3 - 0.5]
T	$1/10=0.1$	[0.5 - 0.6]
U	$1/10=0.1$	[0.6 - 0.7]
R	$1/10=0.1$	[0.7 - 0.8]
I	$1/10=0.1$	[0.8 - 0.9]
G	$1/10=0.1$	[0.9 - 1.0]

Pasos

A	[0.0,0.2]
L	[0.04,0.06]
A	[0.04,0.044]
N	[0.412,0.042]
T	[0.0416,0.04168]
U	[0.041648,0.041656]
R	[0.0416536,0.0416544]
I	[0.04165424,0.04165432]
N	[0.041654264,0.04165428]
G	[0.0416542784,0.04165428]

Decodificación

Símbolo	Rango
A	[0.0 - 0.2]
L	[0.2 - 0.3]
N	[0.3 - 0.5]
T	[0.5 - 0.6]
U	[0.6 - 0.7]
R	[0.7 - 0.8]
I	[0.8 - 0.9]
G	[0.9 - 1.0]

[0.0416542784, 0.04165428]



1. Identificar a que rango pertenece el límite inferior

A

Decodificación

2. Utilizar el intervalo y el número decimal hasta llegar 0.0

$(\text{Inferior} - \text{RI}) / (\text{RS} - \text{RI})$

$(0.0416542784 - 0.0) / (0.2 - 0.0) = 0.20827139$



Símbolo	Rango
A	[0.0 - 0.2)
L	[0.2 - 0.3)
N	[0.3 - 0.5)
T	[0.5 - 0.6)
U	[0.6 - 0.7)
R	[0.7 - 0.8)
I	[0.8 - 0.9)
G	[0.9 - 1.0)

Decodificación

2. Utilizar el intervalo y el número decimal hasta llegar 0.0

$(\text{Inferior} - \text{RI})/(\text{RS}-\text{RI})$

$(0.0416542784-0.0)/(0.2-0.0) = 0.20827139$

$(0.20827139-0.2)/(0.3-0.2) = 0.08271392$

A L A

Símbolo	Rango
A	[0.0 - 0.2)
L	[0.2 - 0.3)
N	[0.3 - 0.5)
T	[0.5 - 0.6)
U	[0.6 - 0.7)
R	[0.7 - 0.8)
I	[0.8 - 0.9)
G	[0.9 - 1.0)

Decodificación

2. Utilizar el intervalo y el número decimal hasta llegar 0.0

$(\text{Inferior} - \text{RI})/(\text{RS}-\text{RI})$

$(0.0416542784-0.0)/(0.2-0.0) = 0.20827139$

$(0.20827139-0.2)/(0.3-0.2) = 0.082714$

$(0.082714-0.0)/(0.2-0.0) = 0.41356960$

A	L	A	N
---	---	---	---

Símbolo	Rango
A	[0.0 - 0.2)
L	[0.2 - 0.3)
N	[0.3 - 0.5)
T	[0.5 - 0.6)
U	[0.6 - 0.7)
R	[0.7 - 0.8)
I	[0.8 - 0.9)
G	[0.9 - 1.0)

Decodificación

2. Utilizar el intervalo y el número decimal hasta llegar 0.0

$(\text{Inferior} - \text{RI})/(\text{RS}-\text{RI})$

$(0.0416542784-0.0)/(0.2-0.0) = 0.20827139$

$(0.20827139-0.2)/(0.3-0.2) = 0.082714$

$(0.082714-0.0)/(0.2-0.0) = 0.41356960$

$(0.41356960-0.3)/(0.5-0.3) = 0.56784800$

A L A N T

Símbolo	Rango
A	[0.0 - 0.2)
L	[0.2 - 0.3)
N	[0.3 - 0.5)
T	[0.5 - 0.6)
U	[0.6 - 0.7)
R	[0.7 - 0.8)
I	[0.8 - 0.9)
G	[0.9 - 1.0)

Decodificación

2. Utilizar el intervalo y el número decimal hasta llegar 0.0

$(\text{Inferior} - \text{RI}) / (\text{RS} - \text{RI})$

$(0.56784800 - 0.5) / (0.6 - 0.5) = 0.67848$

A L A N T U

Símbolo	Rango
A	[0.0 - 0.2)
L	[0.2 - 0.3)
N	[0.3 - 0.5)
T	[0.5 - 0.6)
U	[0.6 - 0.7)
R	[0.7 - 0.8)
I	[0.8 - 0.9)
G	[0.9 - 1.0)

Decodificación

2. Utilizar el intervalo y el número decimal hasta llegar 0.0

$(\text{Inferior} - \text{RI})/(\text{RS}-\text{RI})$

$(0.56784800-0.5)/(0.6-0.5) = 0.67848$

$(0.67848-0.6)/(0.7-0.6) = 0.7848$

A L A N T U R

Símbolo	Rango
A	[0.0 - 0.2)
L	[0.2 - 0.3)
N	[0.3 - 0.5)
T	[0.5 - 0.6)
U	[0.6 - 0.7)
R	[0.7 - 0.8)
I	[0.8 - 0.9)
G	[0.9 - 1.0)

Decodificación

2. Utilizar el intervalo y el número decimal hasta llegar 0.0

$(\text{Inferior} - \text{RI})/(\text{RS}-\text{RI})$

$(0.56784800-0.5)/(0.6-0.5) = 0.67848$

$(0.67848-0.6)/(0.7-0.6) = 0.7848$

$(0.7848-0.7)/(0.8-0.7) = 0.848$

A L A N T U R I

Símbolo	Rango
A	[0.0 - 0.2)
L	[0.2 - 0.3)
N	[0.3 - 0.5)
T	[0.5 - 0.6)
U	[0.6 - 0.7)
R	[0.7 - 0.8)
I	[0.8 - 0.9)
G	[0.9 - 1.0)

Decodificación

2. Utilizar el intervalo y el número decimal hasta llegar 0.0

$(\text{Inferior} - \text{RI})/(\text{RS}-\text{RI})$

$$(0.56784800-0.5)/(0.6-0.5) = 0.67848$$

$$(0.67848-0.6)/(0.7-0.6) = 0.7848$$

$$(0.7848-0.7)/(0.8-0.7) = 0.848$$

$$(0.848-0.8)/(0.9-0.8) = 0.48$$

A L A N T U R I N

Símbolo	Rango
A	[0.0 - 0.2)
L	[0.2 - 0.3)
N	[0.3 - 0.5)
T	[0.5 - 0.6)
U	[0.6 - 0.7)
R	[0.7 - 0.8)
I	[0.8 - 0.9)
G	[0.9 - 1.0)

Decodificación

2. Utilizar el intervalo y el número decimal hasta llegar 0.0

$(\text{Inferior} - \text{RI}) / (\text{RS} - \text{RI})$

$(0.848 - 0.8) / (0.9 - 0.8) = 0.48$

$(0.48 - 0.3) / (0.5 - 0.3) = 0.9$

Símbolo	Rango
A	[0.0 - 0.2)
L	[0.2 - 0.3)
N	[0.3 - 0.5)
T	[0.5 - 0.6)
U	[0.6 - 0.7)
R	[0.7 - 0.8)
I	[0.8 - 0.9)
G	[0.9 - 1.0)

A L A N T U R I N G

Decodificación

2. Utilizar el intervalo y el número decimal hasta llegar 0.0

$$(\text{Inferior} - \text{RI})/(\text{RS}-\text{RI})$$

$$(0.848-0.8)/(0.9-0.8) = 0.48$$

$$(0.48-0.3)/(0.5-0.3) = 0.9$$

$$(0.9-0.9)/(0.9-1.0) = \mathbf{0}$$
 ← si la última iteración nos da 0, la decodificación terminó correctamente.

A L A N T U R I N G

Símbolo	Rango
A	[0.0 - 0.2)
L	[0.2 - 0.3)
N	[0.3 - 0.5)
T	[0.5 - 0.6)
U	[0.6 - 0.7)
R	[0.7 - 0.8)
I	[0.8 - 0.9)
G	[0.9 - 1.0)