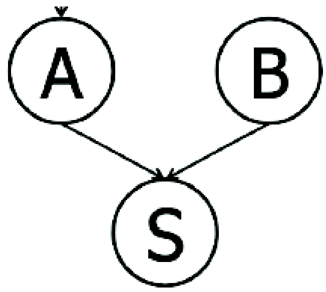
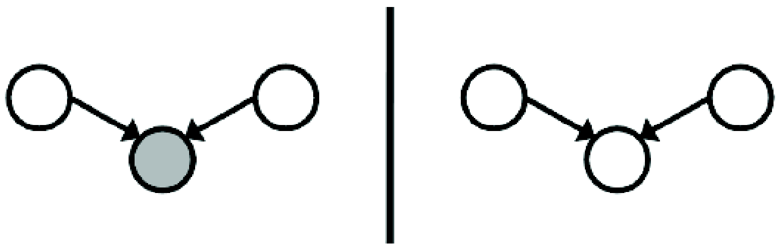
4. **¿Cual es la probabilidad de que un paciente tenga la enfermedad A dado que tiene los síntomas S y la enfermedad B?**

Lo que se solicita es calcular

P(+a | +s, +b)

Nuevamente al igual que el ejercicio 3, se tiene la triada





Pero dada la evidencia +s y +b ahora se cumple con el primer criterio por lo que la triada es activa y por tanto no independiente.

Una vez definida la no independencia, se procede con el teorema de bayes:

P(+a| +s, +b) = **P(+a, +s, +b)** / P(+s, +b)

Para obtener la probabilidad conjunta **P(+a, +s, +b)** se puede utilizar el método de eliminación de variables:
Se identifican los factores involucrados reduciendo:
P(G) P(+a | G) P(+s| +a, +b) P(+b)

teniendo
P(+a|G)
+g +a 1.0
−g +a 0.1

P(S|+a,+b)
+a +b +s 1.0
+a +b −s 0.0

P(+b)
+b 0.4

$\mathbb{P}(G)$	
$+g$	0.1
$-g$	0.9

P(+a|G) x P(G) = P(+a,G)

P(+a,G)
+g +a 0.1
−g +a 0.09

marginalizando +a
P(+a)=0.19

entonces:
P(+a) x P(S|+a,+b) x P(+b) = P(+a, +s, +b)

P(+a, +s, +b) = 0.19 x 1.0 x 0.4 = 0.076

por lo tanto continuando con el teorema de bayes ahora se sabe que:
P(+a| +s, +b) = P(+a, +s, +b) / P(+s, +b)
P(+a| +s, +b) = 0.076 / **P(+s, +b)**

para calcular **P(+s, +b)** se hace la probabilidad total:
P(+s, +b) = P(+a,+s,+b)+P(-a,+s,+b)

Se sabe que P(+a,+s,+b) = 0.076 por tanto:
P(+s, +b) = 0.076 + P(−a)P(+b)P(+s|−a,+b)

P(−a)= 1 - P(+a) = 0.81
P(+b) = 0.4
P(+s|−a,+b) es según la tabla

$\mathbb{P}(S \mid A, B)$			
$+a$	$+b$	$+s$	1.0
$+a$	$+b$	$-s$	0.0
$+a$	$-b$	$+s$	0.9
$+a$	$-b$	$-s$	0.1
$-a$	$+b$	$+s$	0.8
$-a$	$+b$	$-s$	0.2
$-a$	$-b$	$+s$	0.1
$-a$	$-b$	$-s$	0.9

P(+s|−a,+b) = 0.8

por lo que:

P(+s, +b) = 0.076 + (0.81x0.4x0.8) = 0.076 + 0.2592 = **0.3352**

entonces:
P(+a| +s, +b) = P(+a, +s, +b) / P(+s, +b)
P(+a| +s, +b) = 0.076 / 0.3352 = **0.2267**