

Universidad Rafael Landívar
Inteligencia Artificial
Primer Semestre 2025

Hoja de Trabajo 8

Descripción

Esta actividad se divide en dos partes: la primera aborda un problema de **redes bayesianas**, y la segunda aplica el clasificador **Naïve Bayes** para la predicción de etiquetas de clase.

Serie 1. Redes Bayesianas (50 puntos)

VER PDFs adicionales



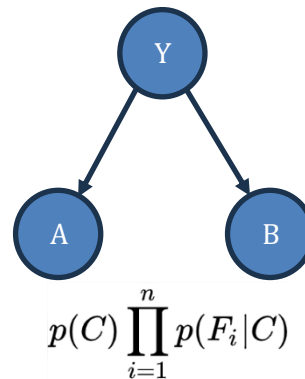
Serie 2. Naïve Bayes (50 puntos)

En este ejercicio, resolverá un caso particular de las redes bayesianas: el clasificador Naïve Bayes, que se utilizará para predecir la etiqueta de clase Y en función de las variables de entrada A y B . Todas las variables son binarias (0 o 1). En algunos casos, deberá aplicar conceptos de Máxima Verosimilitud y Suavizamiento de Laplace para estimar las distribuciones de probabilidad.

Datos de Entrenamiento:

Se tienen 10 ejemplos de entrenamiento:

A	B	Y
1	1	1
1	0	1
1	0	0
1	1	0
0	1	0
1	1	1
0	1	1
1	0	0
1	1	0
1	1	0



La estimación de Máxima Verosimilitud se basa en la frecuencia observada en los datos.

Preguntas:

- (20 puntos) Calcule las CPTs necesarias para construir la tabla de probabilidades:
 - Calcule la probabilidad marginal $P(Y)$:

$$P(Y = 0) = \frac{6}{10}$$

$$P(Y = 1) = \frac{4}{10}$$

Y	$P(Y)$
0	3/5
1	2/5

- Calcule la distribución condicional $P(A|Y)$:

- $P(A=0|Y=0), P(A=1|Y=0)$
- $P(A=0|Y=1), P(A=1|Y=1)$

A	Y	$P(A Y)$
0	0	$1/6$
1	0	$5/6$
0	1	$1/4$
1	1	$3/4$

1.3. Calcule la distribución condicional $P(B|Y)$:

- $P(B=0|Y=0), P(B=1|Y=0)$
- $P(B=0|Y=1), P(B=1|Y=1)$

B	Y	$P(B Y)$
0	0	$1/3$
1	0	$2/3$
0	1	$1/4$
1	1	$3/4$

2. (20 puntos) Clasificación con Naïve Bayes

Se sabe que $A=1$ y $B=1$, identifique la etiqueta aplicando Naïve Bayes:

2.1. Prediga la clase más probable (Aplica *Maximun Likelihood*).

$$\begin{aligned}
 P(Y = 0, A = 1, B = 1) &= P(Y = 0)P(A = 1|Y = 0)P(B = 1|Y = 0) \\
 &= (3/5)(5/6)(2/3) \\
 &= 1/3
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 P(Y = 1, A = 1, B = 1) &= P(Y = 1)P(A = 1|Y = 1)P(B = 1|Y = 1) \\
 &= (2/5)(3/4)(3/4) \\
 &= 9/40
 \end{aligned}$$

La clase predicha será $Y=0$



2.2. $P(Y=0|A=1, B=1)$ (Normaliza)

$$\begin{aligned}
 & P(Y=0)P(A=1|Y=0)P(B=1|Y=0) \\
 &= (0.6 \cdot 5/6 \cdot 4/6) / (0.6 \cdot 5/6 \cdot 4/6 + 0.4 \cdot 3/4 \cdot 3/4) \\
 &\approx 0.3333/0.5583 \approx 0.597
 \end{aligned}$$

2.3. $P(Y=1|A=1, B=1)$ (Normaliza)

$$\begin{aligned}
 & P(Y=1) \cdot P(A=1|Y=1) \cdot P(B=1|Y=1) \\
 &= [0.4 \cdot (3/4) \cdot (3/4)] / [0.4 \cdot (3/4) \cdot (3/4) + 0.6 \cdot (5/6) \cdot (4/6)] \\
 &\approx 0.403
 \end{aligned}$$

3. (10 puntos) Aplicación de Suavizamiento de Laplace

Lea el complemento al final de esta hoja de trabajo.

Para evitar probabilidades de cero, aplica el suavizamiento de Laplace con $k=2$ y recalcula la tabla $P(A|Y)$.

3.1 Calcule los nuevos valores de $P(A|Y)$ con Laplace Smoothing.

Para $Y = 0$:

$$\begin{aligned}
 \circ P(A=0|Y=0) &= \frac{1+2}{6+4} = \frac{3}{10} = 0.3 \\
 \circ P(A=1|Y=0) &= \frac{5+2}{6+4} = \frac{7}{10} = 0.7
 \end{aligned}$$

Para $Y = 1$:

$$\begin{aligned}
 \circ P(A=0|Y=1) &= \frac{1+2}{4+4} = \frac{3}{8} = 0.375 \\
 \circ P(A=1|Y=1) &= \frac{3+2}{4+4} = \frac{5}{8} = 0.625
 \end{aligned}$$

A	Y	$P(A Y)$
0	0	$3/10$
1	0	$7/10$
0	1	$3/8$
1	1	$5/8$

Entrega:

- Quiz en el portal:
 - Responder antes la HT
 - 10 minutos para contestar el quiz
- Habilitado a partir del 1 Abril 2025
- Fecha máxima para responder: Domingo 6/04/2025 (Antes de la medianoche)

Complemento:

La **fórmula de suavizado de Laplace** en el contexto del **Clasificador Naïve Bayes** se usa para evitar probabilidades nulas cuando una categoría no ha aparecido en los datos de entrenamiento.

$$P(\text{Característica}|\text{clase}) = \frac{\text{Frecuencia}(\text{Característica}|\text{clase}) + k}{\text{Total de características en la clase} + kV}$$

Donde:

- k es el parámetro de suavizado (si $k = 1$, se trata del suavizado de Laplace clásico).
- V es el número total de valores distintos que puede tomar la característica.

Este ajuste permite usar valores distintos de k para controlar la cantidad de suavizado aplicado. Este método evita que la probabilidad condicional sea cero cuando una combinación no aparece en los datos de entrenamiento, lo que podría hacer que la probabilidad total de una clase se vuelva cero en el cálculo de **Naïve Bayes**.

