

# Sistemas Discretos

# Sistemas de Modelación

- Los sistemas de modelación que son objeto de estudio, regularmente están basados en aleatoriedad en las variables, por lo tanto, el uso de estadística en los Sistemas de Modelación es algo que se debe tener en cuenta.



# Datos de Entrada

- Los datos históricos son el principal dato de entrada a los sistemas de modelación, lo que se busca es poder determinar de forma adecuada el comportamiento de las entidades y localizaciones en función de sus datos históricos.



# Datos de Entrada

- Los datos históricos son el principal dato de entrada a los sistemas de modelación, lo que se busca es poder determinar de forma adecuada el comportamiento de las entidades y localizaciones en función de sus datos históricos.
- La calidad de los datos de entrada determina la fiabilidad del sistema y las conclusiones que se puedan obtener como objeto del análisis.



# Datos de Entrada

- Los datos históricos son el principal dato de entrada a los sistemas de modelación, lo que se busca es poder determinar de forma adecuada el comportamiento de las entidades y localizaciones en función de sus datos históricos.
- La calidad de los datos de entrada determina la fiabilidad del sistema y las conclusiones que se puedan obtener como objeto del análisis.
- Los resultados de un modelo de simulación deben ser siempre comparados contra la realidad del sistema.



# Variables Aleatorias

- La existencia de fenómenos no deterministas son representadas a través de variables aleatorias.
- Cuando una variable es aleatoria no se conoce con certeza cuál puede ser el valor que toma.
- Sin embargo, se debe definir un rango que funciona como un marco dentro del cual existen los posibles valores que una variable toma.



# Tipos Variables Aleatorias

- En función del valor:
  - Continuas
  - Discretas
- En función del origen de los datos
  - Teóricas
  - Empíricas



# Variables Aleatorias Discretas

- Debe cumplir con las siguientes condiciones
- $P(x) \geq 0$
- $\sum_{i=0}^{\infty} P_i = 1$
- $P(a \leq x \leq b) = \sum_{i=a}^b P_i = P_a + \dots + P_b$





# Variables Aleatorias Continuas

- Se representan mediante una ecuación que se conoce como función de densidad de probabilidad.
- Deben cumplir con los siguientes parámetros:
- $P(x) \geq 0$
- $P(x = a) = 0$
- $\int_{-\infty}^{\infty} f(x) = 1$
- $P(a \leq x \leq b) = P(a < x < b) = \int_a^b f(x)$

# Comportamiento de las Variables Aleatorias

- El comportamiento de una variable aleatoria se determina a través de medidas de tendencia o dispersión.
- La media es un valor que determina sus valores más probables.
- La varianza ayuda a determinar la dispersión de los valores respecto a la media.

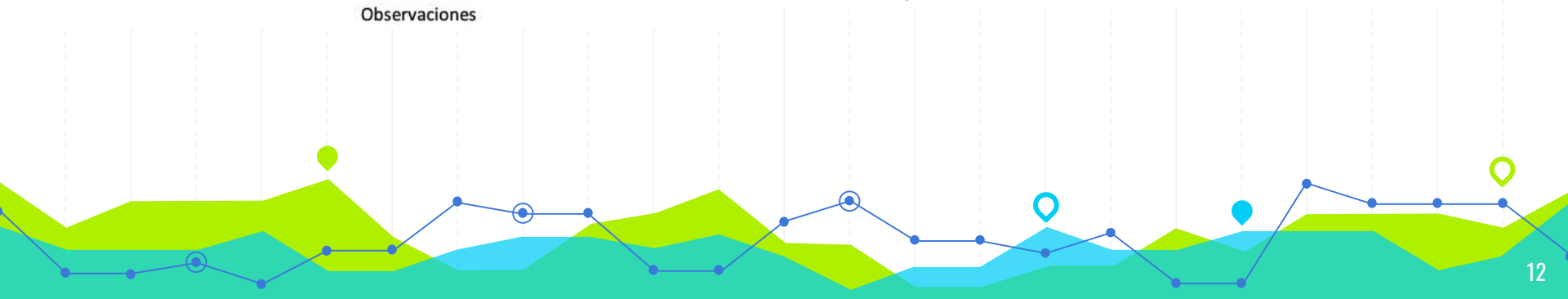
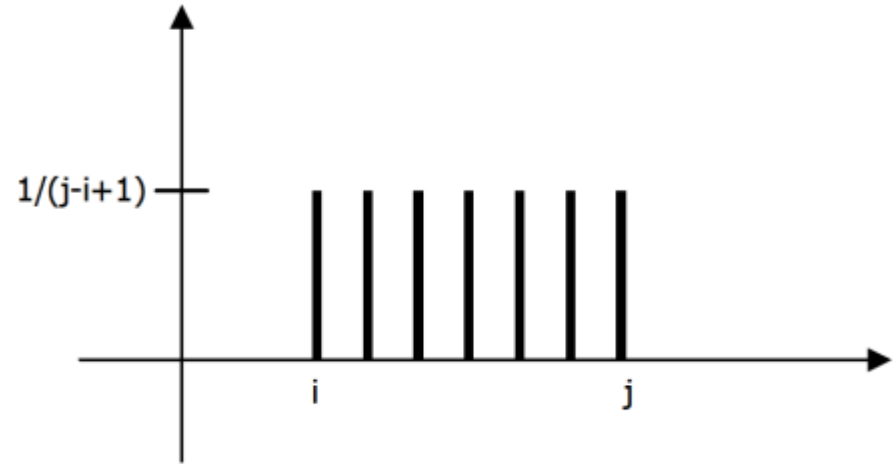
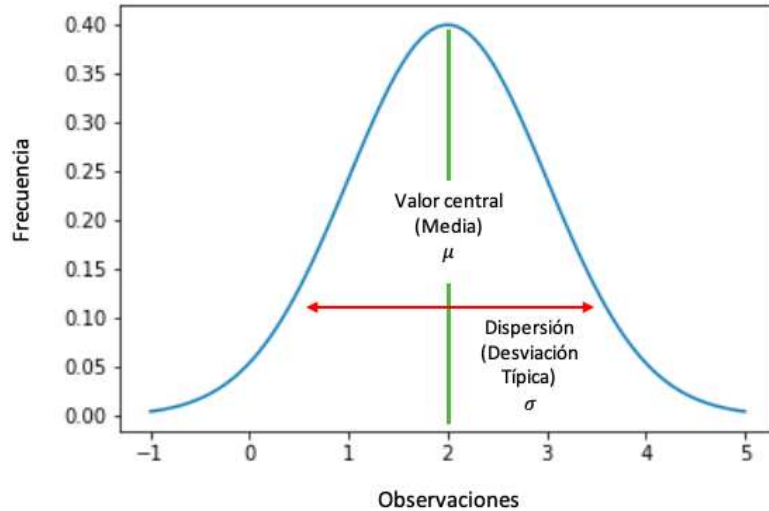


# Distribuciones de Probabilidad

- Son las funciones que permiten conocer el universo de posibles valores que puede tomar una determinada variable acorde a su comportamiento.
- Todos los posibles resultados que puede obtener una variable se deben mapear dentro de la distribución de probabilidad.
- Esta función permite visualizar cómo se espera que los resultados de una variable se comporten.



# Distribuciones de Probabilidad



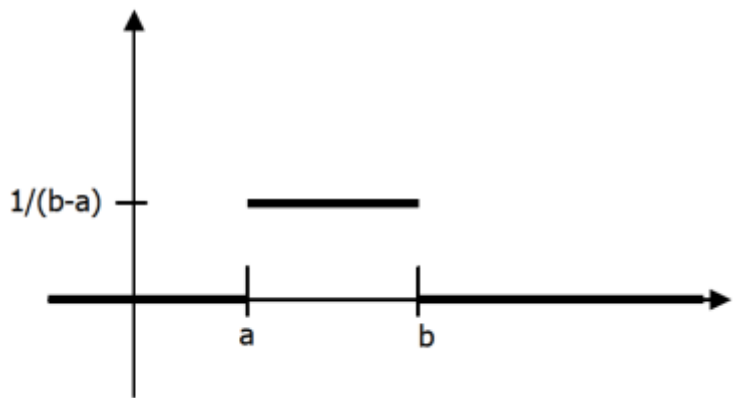
# Variables Aleatorias continuas más utilizadas

- Uniforme
- Exponencial
- Weibull
- Normal
- Normal-logarítmica
- Triangular
- Beta
- Gamma



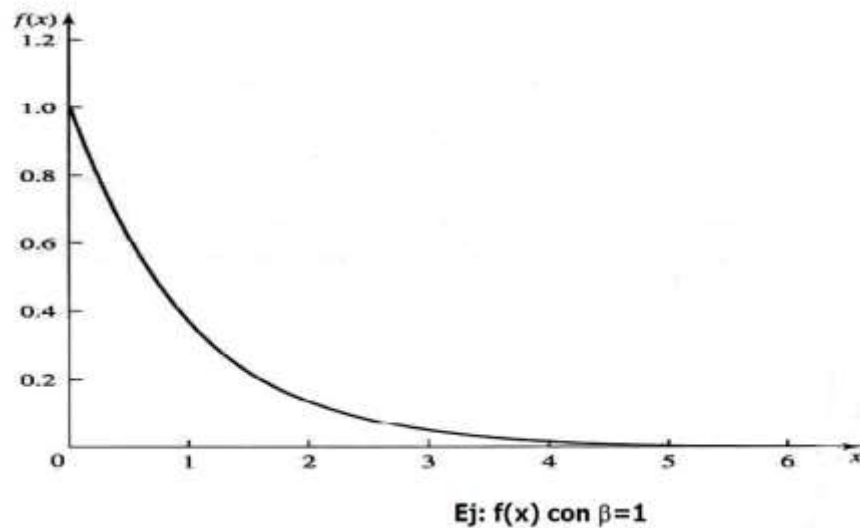
# Uniforme

- Se utiliza como la aproximación a una variable que entre los dos posibles valores  $a$  y  $b$  (rango) todos tienen la misma probabilidad.



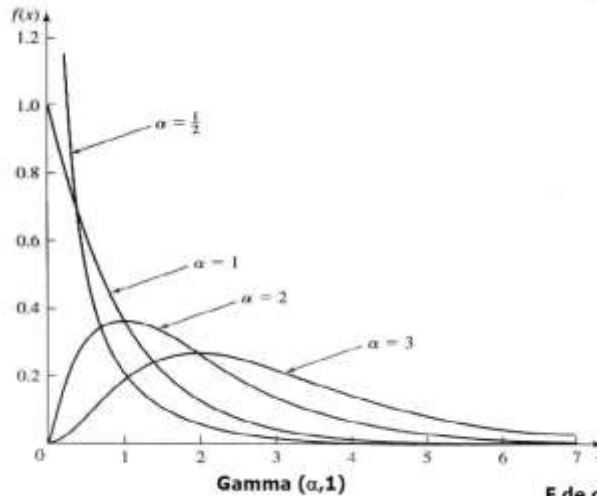
# Exponencial

- Es una función que representa la distribución de tiempos que suceden a una tasa constante, ejemplo el tiempo entre llegadas de clientes.



# Gamma

- Es una función que representa la distribución de tiempos que ocurren al completar una tarea, por ejemplo el tiempo de servicio a clientes.



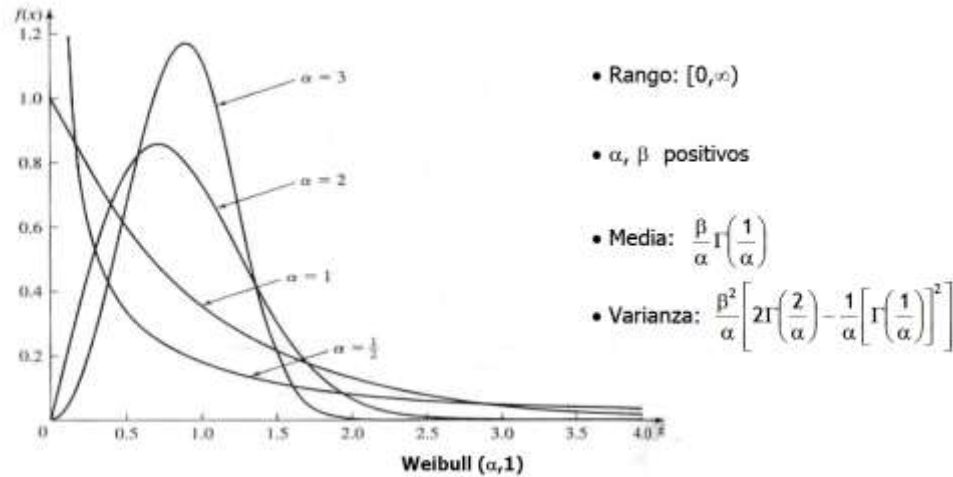
- Rango:  $[0, \infty)$
- $\alpha, \beta$  positivos
- Media:  $\alpha \beta$
- Varianza:  $\alpha \beta^2$

F de distribución: si  $\alpha < 1$  no tiene forma cerrada, si  $\alpha$  es un entero positivo:



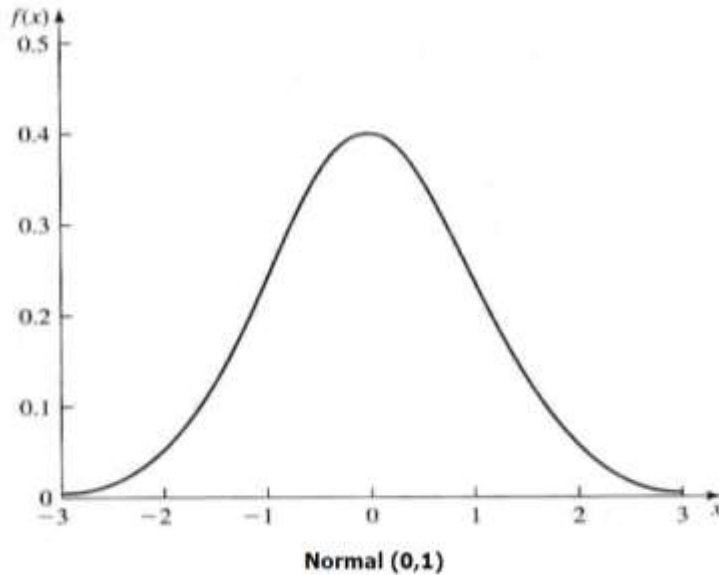
# Weibull

- Es una función que representa la distribución de tiempos que ocurren al fallar una tarea, esto significa que en el tiempo el evento/tarea pueda sufrir cambios en su probabilidad.



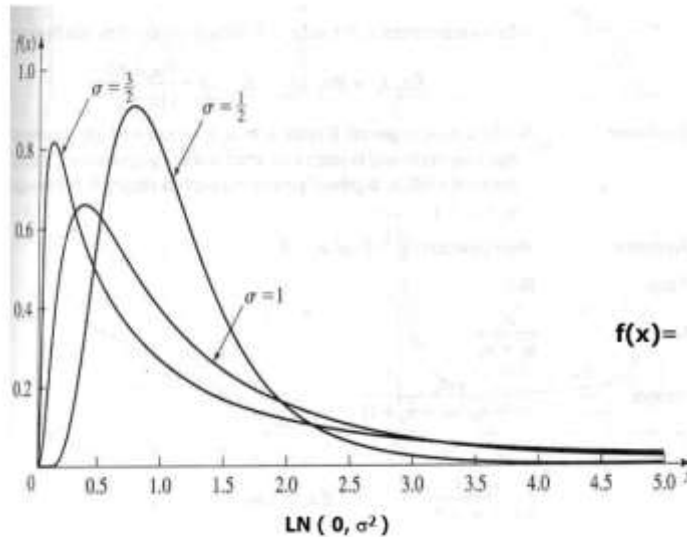
# Normal

- Es una distribución de probabilidad que se utiliza para la representación de mediciones de forma más común, principalmente para errores y mediciones, además es la base para la estadística inferencial.



# Normal Logarítmica

- Es una distribución de probabilidad que se utiliza para la representación de tiempos para realizar tareas o bien valores en crecimiento constante, tiene un sesgo a la derecha.



- Rango:  $[0, \infty)$

- $\mu$  no acotada y  $\sigma$  positiva

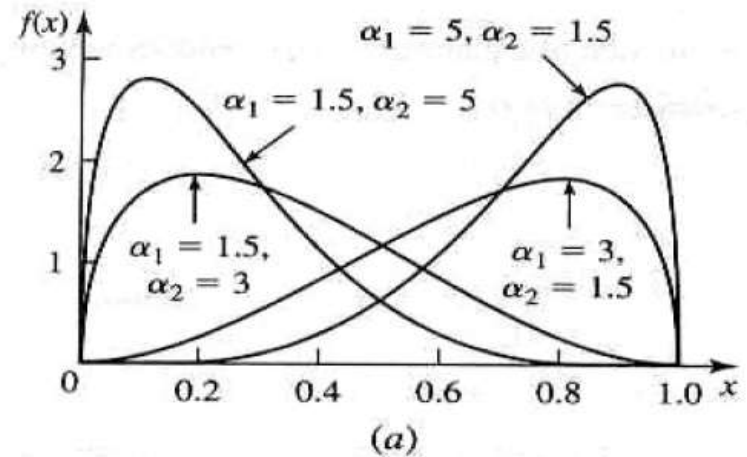
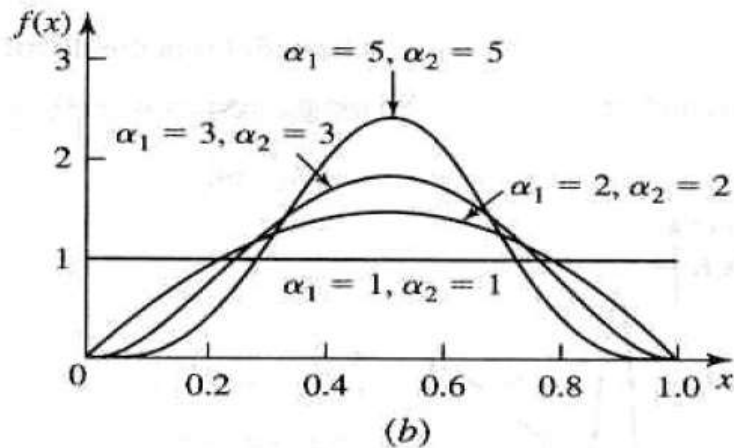
- Media:  $e^{\mu + \sigma^2 / 2}$

- Varianza:  $e^{2\mu + \sigma^2} (e^{\sigma^2} - 1)$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(\ln x - \mu)^2}{2\sigma^2}} & \text{si } x > 0 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

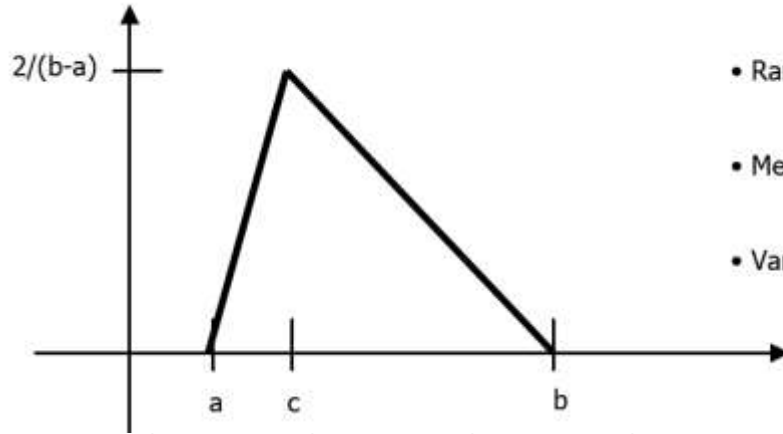
# Beta

- Es una distribución de probabilidad que se utiliza para la representación de ausencia de datos, cantidad de defectos en un lote o tiempos para finalizar tareas.



# Triangular

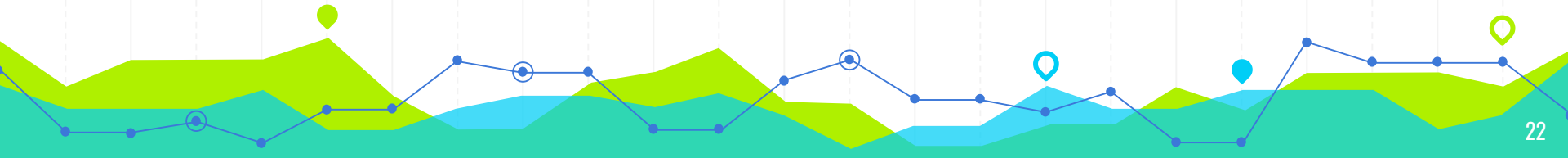
- Es una distribución de probabilidad en la que se distingue que no se tienen datos completos y se basa únicamente en un máximo, mínimo y una moda.



- Rango:  $[a,b]$
- Media:  $(a+b+c)/3$
- Varianza:  $(a^2 + b^2 + c^2 - ab - ac - bc)/18$

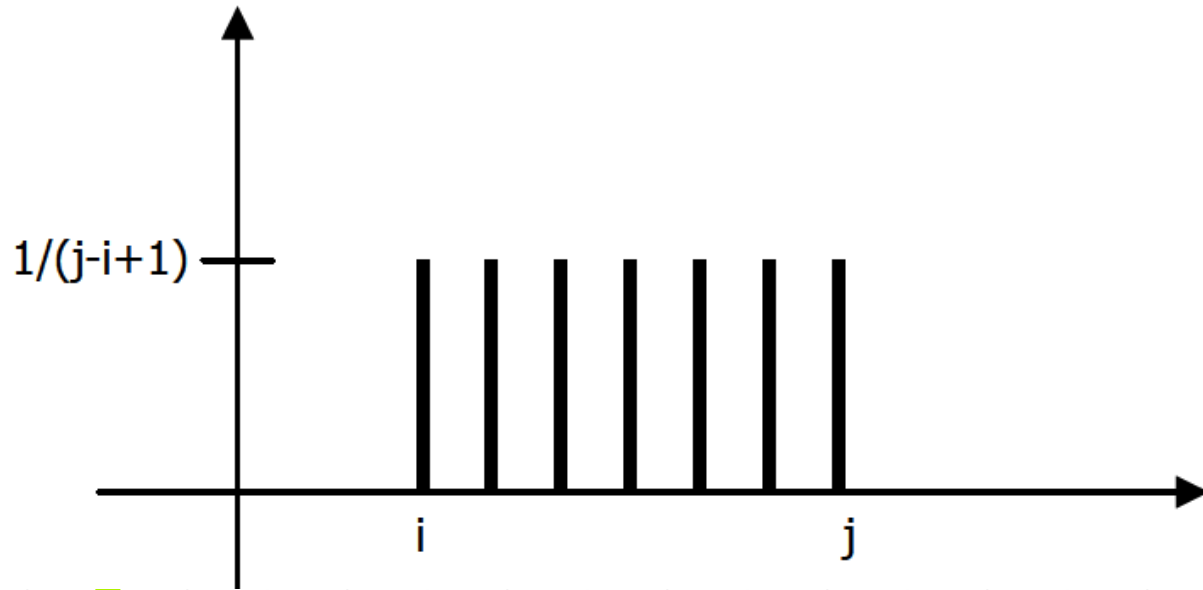
# Variables Aleatorias discretas más utilizadas

- Uniforme Discreta
- Binomial
- Bernoulli
- Poisson
- Geométrica
- Hipergeométrica



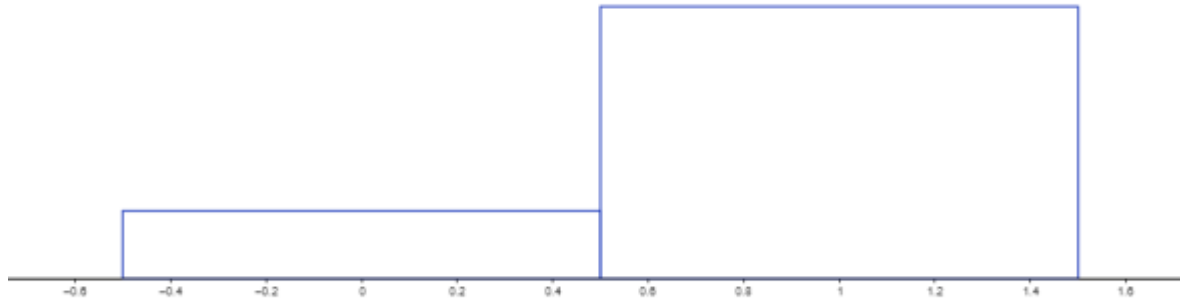
# Uniforme Discreta

- Se utiliza cuando los posibles resultados tienen la misma probabilidad



# Bernoulli

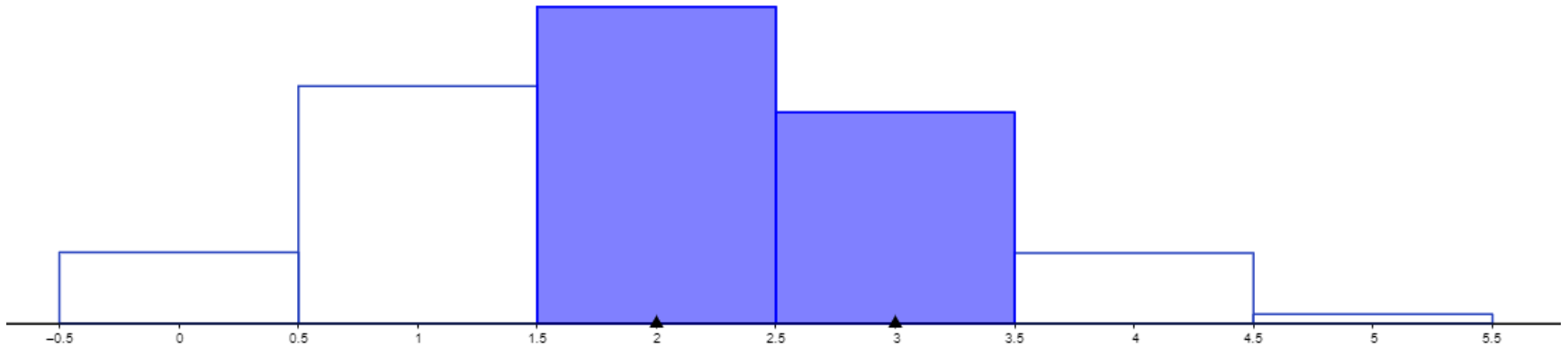
- Se utiliza cuando los posibles resultados de un evento son dos: éxito o fracaso y el evento tiene una única ocurrencia





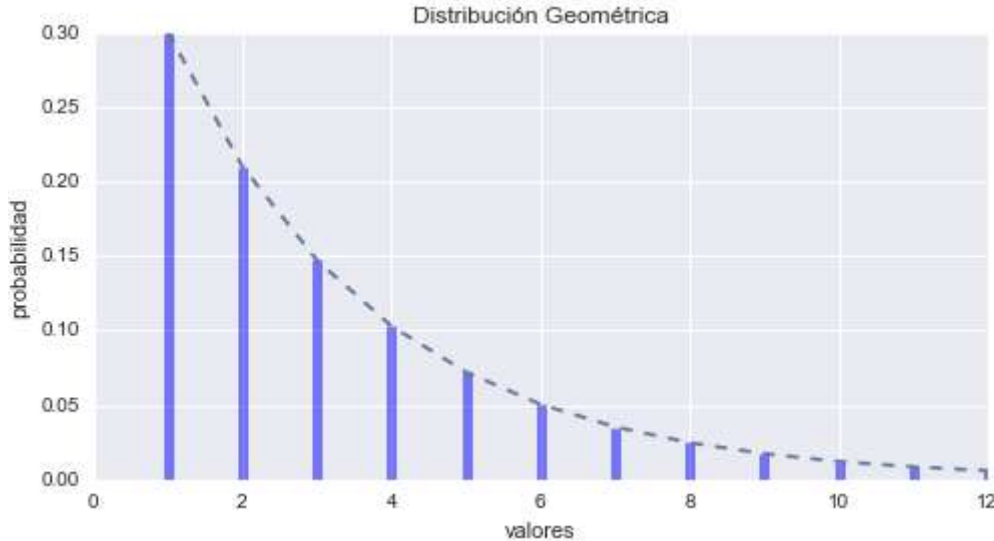
# Binomial

- Se utiliza cuando los posibles resultados son solo dos, representada para eventos que tengan como resultado éxito o fracaso pero realizando múltiples mediciones.



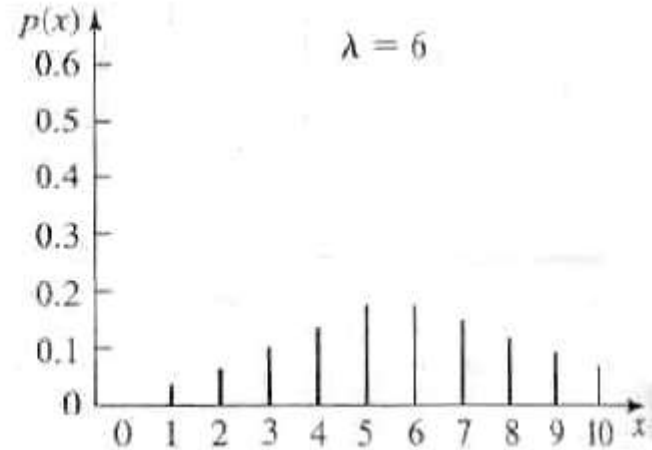
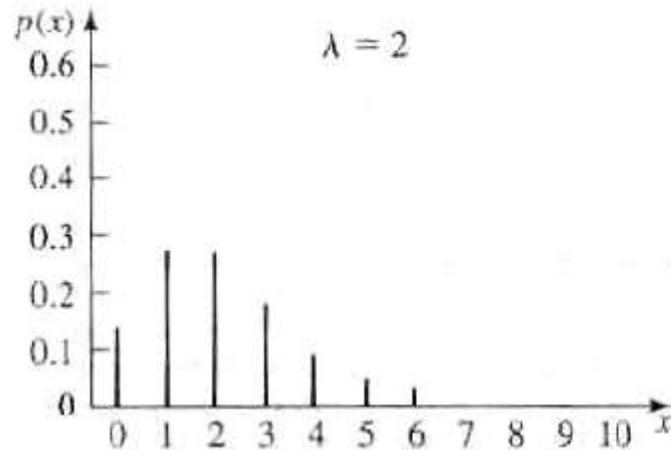
# Geométrica

- Distribución de probabilidad que se utiliza cuando hay múltiples eventos de Bernoulli pero con la misma probabilidad de éxito y se encarga de contar la probabilidad del primer éxito.



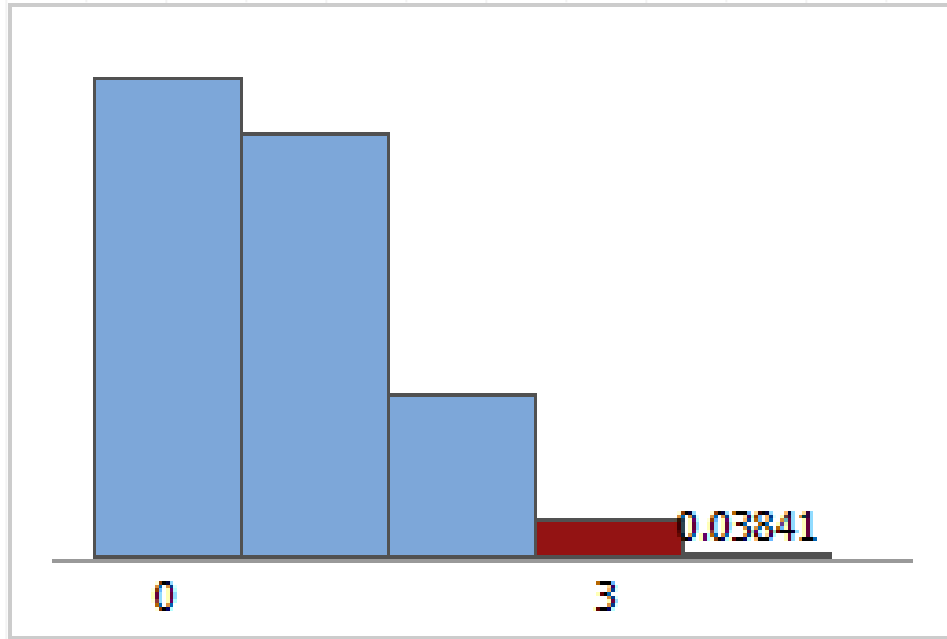
# Poisson

- Se utiliza cuando se cuenta la cantidad de ocasiones en que ocurre un suceso, en muchas ocasiones se asocia a una probabilidad muy baja que ocurra un resultado en específico.



# Hipergeométrica

- Se utiliza cuando se desea realizar experimentos con extracciones sin reemplazo, por ejemplo para encontrar productos defectuosos en lotes pequeños.



# Tarea

Identifique la(s) distribución(es) de probabilidad para cada uno de los siguientes casos:

1. **Control de calidad en una fábrica de teléfonos**, se quiere saber la probabilidad que un número  $N$  salgan defectuosos.
2. **Tiempo de respuesta de un servidor**, se quiere medir la probabilidad que el tiempo de respuesta de un servidor será menor a  $N$  segundos.
3. **Vida Útil de Baterías**, se quiere conocer la probabilidad que una vida dure más de  $N$  meses.
4. **Tiempo de atención de un Agente**, se desea saber la probabilidad que un Agente pueda responder una llamada en  $N$  minutos.

# Tarea

5. **Producción de Chips**, se quiere saber la distribución de probabilidad que  $N$  chips salgan defectuosos después de una corrida de producción.
6. **Tiempo de arribo a un banco**, se quiere saber la distribución de probabilidad de clientes arriben a una agencia determinada de un banco.

