

# AE3 - Projeto de Filtros Digitais FIR

Jessica de Souza, Leticia Aparecida Coelho

Engenharia de Telecomunicações, Instituto Federal de Santa Catarina

<jessica.souzajds@gmail.com,leticia.ac23@gmail.com>

21 de agosto de 2018

## 1 Introdução

Os experimentos descritos neste relatório têm como objetivo aplicar a metodologia de projeto de filtros digitais FIR, que é um dos principais tópicos em Processamento de Sinais Digitais. Este relatório está subdividido em seções equivalentes ao projeto de 5 filtros FIR utilizando janelas fixas, ajustáveis e o algoritmo de otimização Parks-McClellan. As sessões a seguir mostram os parâmetros e funções utilizadas para desenvolver cada um dos filtros, além disso os resultados obtidos pela simulação no software Matlab.

### 1.1 Especificações do Projeto

Este projeto consiste no desenvolvimento de um total de cinco filtros: um passa-baixas com janela fixa, um passa-altas com janela ajustável e três passa-faixas com algoritmo de Parks-McClellan. Os dois primeiros filtros foram projetados utilizando a teoria encontrada em [1] e os três últimos foram projetados utilizando as funções do MATLAB. Os parâmetros de cada filtro estão descritos na Tabela 1. Outros parâmetros utilizados, foram os valores:  $f_a = 4$  kHz,  $G_p = 0$  dB,  $A_p = 1$  dB e  $A_s = 40$  dB.

Tabela 1 – Parâmetros para o projeto de filtros.

Especificações do Projeto			
Filtro	Tipo	Janela	Parâmetros
1	LP*	Bartlett	$f_1 = 941$ Hz; $f_2 = 1075$ Hz, $A_s = 25$ dB
2	HP**	Kaiser	$f_1 = 1075$ Hz; $f_2 = 1209$ Hz, $A_s = 35$ dB
3	BP***	Parks-McClellan	$f_1 = 1088$ Hz; $f_2 = 1185$ Hz, $f_3 = 1233$ Hz; $f_4 = 1330$ Hz
4	BP***	Parks-McClellan	$f_1 = 1329$ Hz; $f_2 = 1447$ Hz, $f_3 = 1507$ Hz; $f_4 = 1625$ Hz
5	BP***	Parks-McClellan	$f_1 = 627$ Hz; $f_2 = 683$ Hz, $f_3 = 711$ Hz; $f_4 = 767$ Hz

\* Passa-baixas

\*\* Passa-altas

\*\*\* Passa-faixa

$A_s$ : Atenuação da banda de rejeição

## 2 Metodologia

Os filtros projetados estão descritos nas subseções seguintes e estão na ordem apresentada na Tabela 1. O filtro 1 utilizou uma janela fixa, onde os valores dos coeficientes da série de Fourier foram obtidos e os valores do vetor da janela foram obtidos usando as funções do Matlab, de acordo com a atenuação da banda de rejeição. O filtro 2 utilizou uma janela ajustável, sendo projetado diretamente com funções do Matlab. Já os filtros 3, 4 e 5 foram projetados utilizando o algoritmo de Parks-McClellan.

Inicialmente, foi escolhida a janela mais apropriada de acordo com os requisitos do projeto. Em seguida, foi obtida a ordem do filtro através da função *kaiserord* para os filtros 1 e 2 e *firpmord*, para os filtros 3, 4 e 5. Após isto foi realizado o cálculo do filtro com o vetor da janela já aplicado, e verificou-se a necessidade de ajuste para o lóbulo principal ficar dentro da máscara de passagem e rejeição conforme o requisito. A seguir, o detalhamento de como foi realizado cada filtro.

## 2.1 Filtro LP - Janela de Bartlett

O primeiro filtro projetado é um passa-baixas, cujas especificações são descritas abaixo:

$$f_p = 941Hz; \quad f_s = 1075Hz; \quad f_a = 4000Hz; \quad A_p = 1dB; \quad A_s = 25dB$$

Este filtro utiliza a janela fixa de Bartlett, pois para a atenuação de rejeição de 25 dB era a mais adequada. Em seguida foi calculada a ordem do filtro à partir da função *kaiserord*, onde foi obtida a ordem **N=67**. Após isto, foi calculada a janela (*w*) utilizando a função *bartlett* e o fator L. O fator L é a ordem + 1, caso a ordem seja par e a ordem + 2, caso a ordem seja ímpar. Em seguida foi realizado o cálculo da resposta ao impulso  $h = \text{clp} * w$ . Onde *clp* é a resposta do filtro sem LP, que se comporta como um  $\text{sinc}(wc)$ .

Houve um pequeno desvio dos lóbulos em relação aos ganhos, e para ajustá-las conforme o esperado foi realizado o cálculo do fator Dwr e recalculado o filtro novamente de forma a atender as especificações. A nova ordem obtida foi **N=237**, que pode ser justificada pela estreita faixa de frequências de passagem e rejeição. Como parte final obtivemos os gráficos de resposta em frequência do filtro, diagrama de pólos e zeros conforme a seção 3.1 irá demonstrar. Além disso, o atraso de grupo obtido neste filtro foi de 118 amostras.

## 2.2 Filtro HP - Janela Kaiser

O primeiro filtro projetado é um passa-baixas, cujas especificações são descritas abaixo:

$$f_p = 1075Hz; \quad f_s = 1209Hz; \quad f_a = 4000Hz; \quad A_p = 1dB; \quad A_s = 35dB$$

Este filtro utiliza a janela ajustável de Kaiser, que foi escolhida pois obteve um comportamento melhor do que a janela ajustável de chebychev para a sua faixa de frequência estreita. Em seguida foi calculada a ordem do filtro à partir da função *kaiserord*, onde foi obtida a mesma ordem do filtro anterior **N=67** e também o fator  $\beta$ , que é o parâmetro para projetar filtros com janela de Kaiser. Após isto, calculou-se diretamente o filtro a partir da função *kaiser*, utilizando como parâmetros o fator L e  $\beta$ . O fator L é a ordem + 1, caso a ordem seja par e a ordem + 2, caso a ordem seja ímpar.

Houve um pequeno desvio na amplitude do filtro na sua faixa de passagem, onde foi ajustado apenas diminuindo seu ganho na amplitude. Os lóbulos se mantiveram dentro da faixa de atenuação desejada e verificamos que apesar de a ordem alta apresentou bom resultado. Vendo isso, foi reduzida gradativamente a ordem do filtro de forma que não afetasse a faixa de atenuação e nem suas máscaras. Ao final do ajuste de ordem foi obtida a nova ordem **N = 57**. Como parte final obtivemos os gráficos de resposta em frequência do filtro, diagrama de pólos e zeros conforme a seção 3.2 irá demonstrar. Além disso, o atraso de grupo obtido neste filtro foi de 29 amostras.

## 2.3 Filtro BP - Algoritmo de Parks-McClellan

Os filtros projetados 3, 4 e 5, são filtros do tipo passa-faixa e utilizam o algoritmo de Parks-McClellan. A diferença entre o desenvolvimento deste filtro e os anteriores, é que para este projeto utilizou-se as funções do MATLAB *firpmord* e *firpm*.

Foram obtidos os seguintes valores para este filtro, utilizando como base a função 1 para encontrar a ordem do filtro e os parâmetros da Tabela 1. Primeiramente, realizou-se a normalização dos valores de atenuação  $A_p$ , e o  $A_s$ . A Tabela 2 mostra os resultados da normalização para cada filtro.

Tabela 2 – Parâmetros filtro Passa Faixa

Filtro <i>Band Pass</i>				
Filtro	Ordem	dp	ds	Atraso de grupo
3	64	0.0544	0.0109	32
4	67	0.0544	0.0210	33.5
5	59	0.0544	0.0108	29.5

Para o cálculo da ordem do filtro foi utilizada a função 1. Para a montagem do filtro com o algoritmo de Parks-McClellan foi usada a função *firpm*, cujas notações são as seguintes:

$$[n, fo, ao, w] = \text{firpmord}(fe, a, dev, fs); \quad (1)$$

$$b = \text{firpm}(n, fo, ao, w); \quad (2)$$

Onde:

$$ds = 10^{(-A_s/20)} + \text{Ajuste}; \quad (3)$$

$$dp = (1 - (10^{(-A_p/20)}))/2; \quad (4)$$

$$dev = [ds \quad dp \quad ds]; \quad (5)$$

$$a = [0 \quad 1 \quad 0]; \quad (6)$$

A soma do parâmetro de **Ajuste** para  $ds$  na equação 3 é realizado para ajustar a atenuação no lóbulo lateral ( $A_s$ )

### 3 Resultados e Discussão

As metodologias mostradas na sessão anterior foram inseridas em um algoritmo no MATLAB, de forma a visualizarmos o filtro digital. As figuras das sub-sessões a seguir mostram o resultado do projeto dos 5 filtros. Para facilitar a visualização da especificação com o resultado obtido, foram adicionadas máscaras nas frequências de passagem e rejeição e onde suas respectivas atenuações estão relacionadas em um cenário ideal.

#### 3.1 Filtro I - Janela Bartlett

Para o filtro passa-baixas, obteve-se a seguinte resposta em frequência com magnitude e fase, conforme mostra a Figura 4. Esta figura mostra o filtro já ajustado com ordem 237 e atraso de grupo 118.

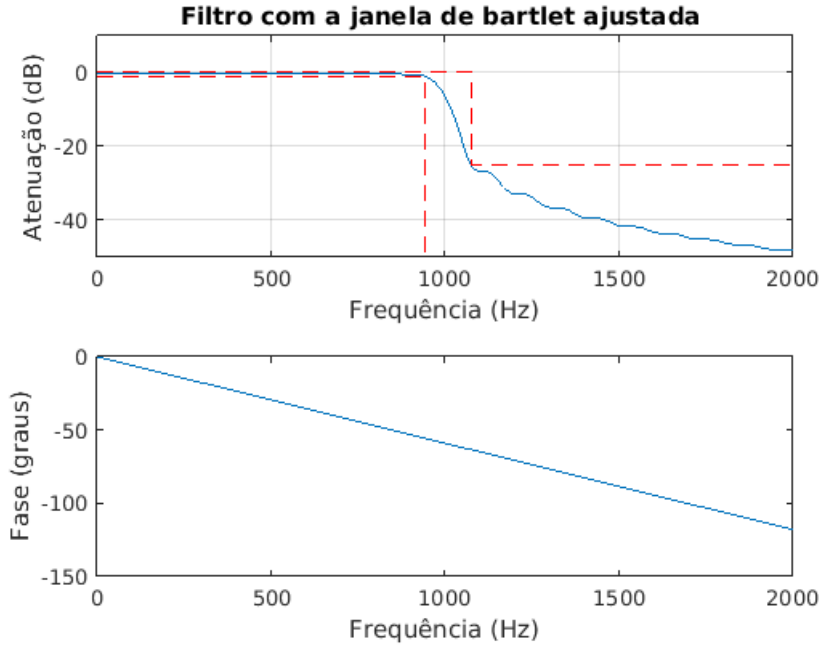


Figura 1 – Magnitude e resposta em frequência do filtro com janela de Bartlett.

Se visualizarmos com um zoom nas frequências de passagem e rejeição com suas respectivas atenuações, podemos observar que o filtro ficou dentro de sua especificação, conforme mostra a Figura 2.

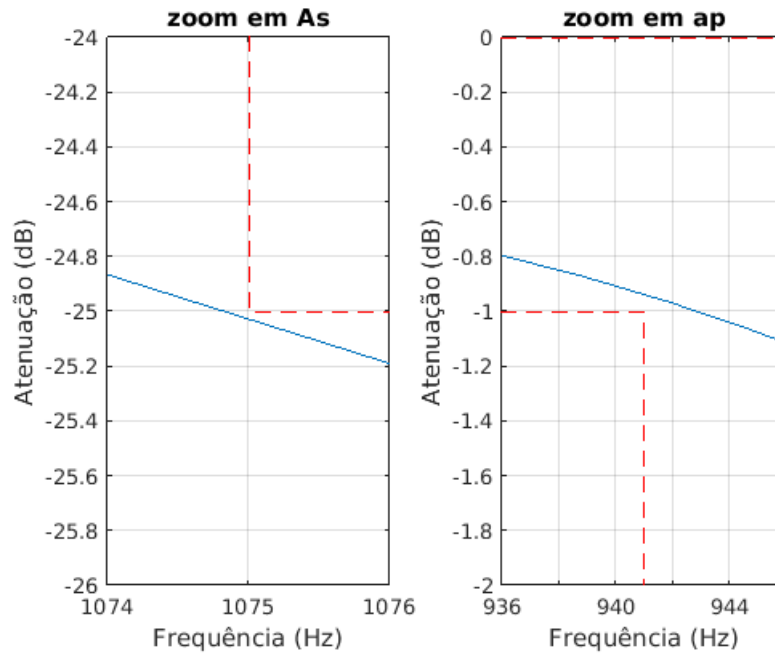


Figura 2 – Zoom nas atenuações desejadas.

A Figura 6 mostra os zeros e pólos do filtro. Podemos observar que não há pólos neste tipo de filtro, sendo estes concentrados em zero, pois o filtro FIR tem como numerador apenas o número 1.

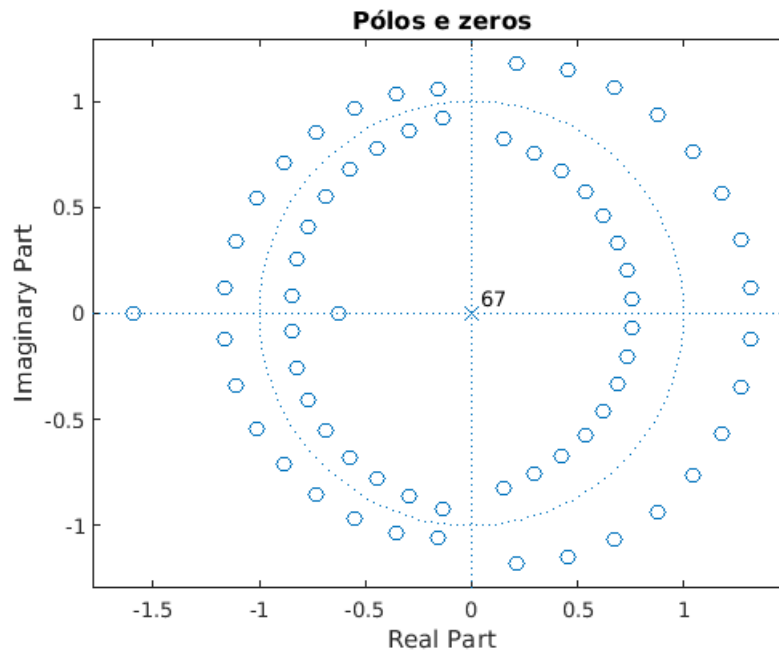


Figura 3 – Pólos e zeros do filtro

### 3.2 Filtro 2 - *Janela de Kaiser*

Para o filtro passa-altas, obteve-se a seguinte resposta em frequência com magnitude e fase, conforme mostra a figura 4. Esta figura mostra o filtro já ajustado com ordem 57 e atraso de grupo 29. Podemos observar uma resposta da fase diferente do filtro anterior (Figura 4), pois nela foi aplicada a função *unwrap* para melhorar a visualização da fase sem as transições do ângulo, enquanto nesta foi mantida a versão normal com comportamento dente de serra.

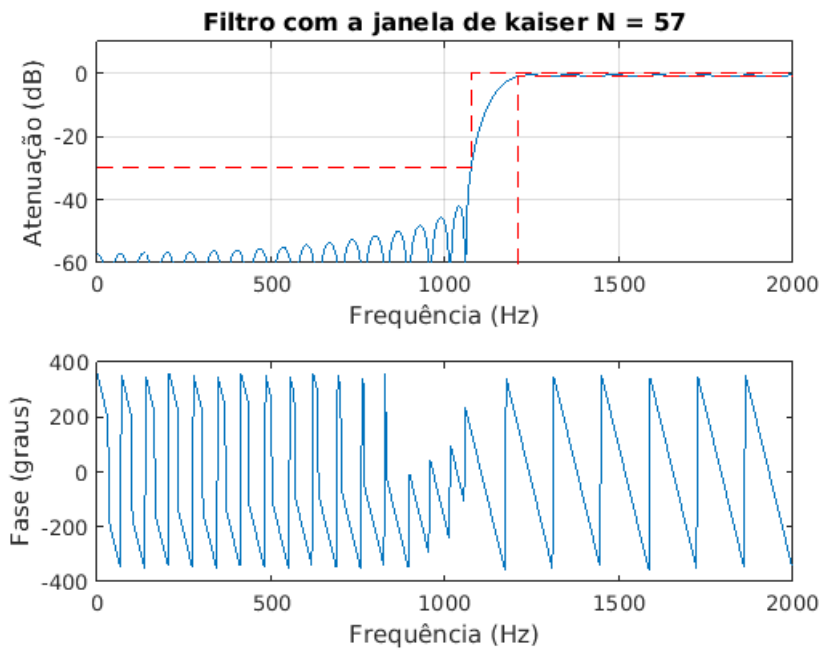


Figura 4 – Magnitude e resposta em frequência do filtro com janela de kaiser.

Se visualizarmos com um zoom nas frequências de passagem e rejeição com suas respectivas atenuações, podemos observar que o filtro ficou dentro de sua especificação, conforme mostra a Figura 2.

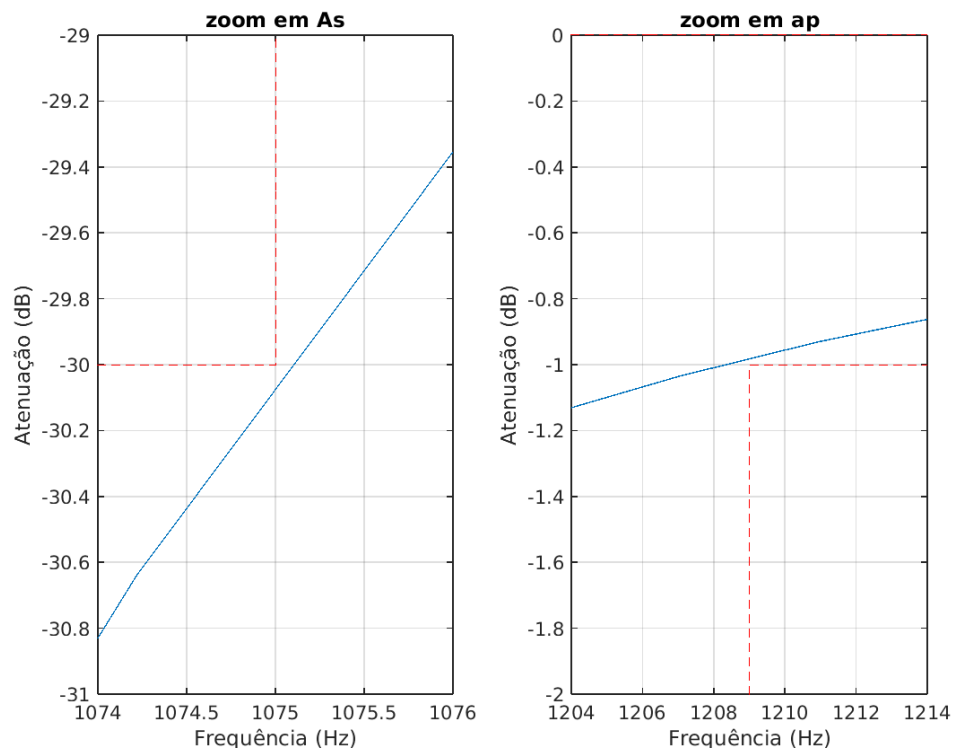


Figura 5 – Zoom nas atenuações desejadas.

A Figura 6 mostra os zeros e pólos do filtro. Conforme citado anteriormente, podemos observar que não há pólos neste tipo de filtro, sendo estes concentrados em zero, pois o filtro FIR tem como numerador apenas o número 1.

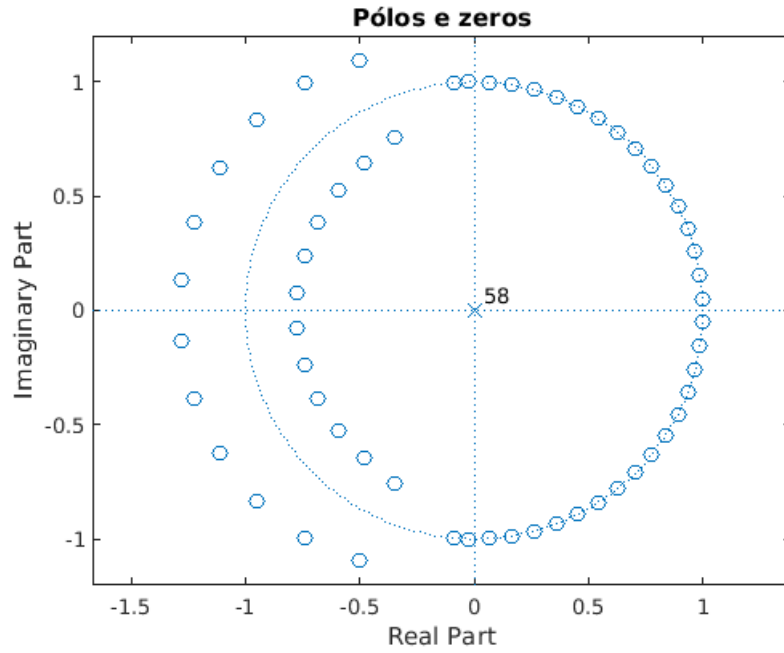


Figura 6 – Pólos e zeros do filtro

### 3.3 Filtro 3 - *Algoritmo Parks-McClellan*

O projeto do filtro passa-faixa utilizando o algoritmo de Parks-McClellan supõe a implementação utilizando as funções do MATLAB. Parâmetros específicos de filtros passa-faixas foram utilizados para implementar este filtro com a Equação 2.

Considerando os dados oferecidos pela especificação na Tabela 1, o filtro BP na realização do protótipo, deve possuir um decaimento de 1 dB quando a frequência normalizada for igual a  $A_p = 1$  e um decaimento de 40dB nos lóbulos laterais. A Figura 8 mostra que o filtro protótipo está dentro das especificações.

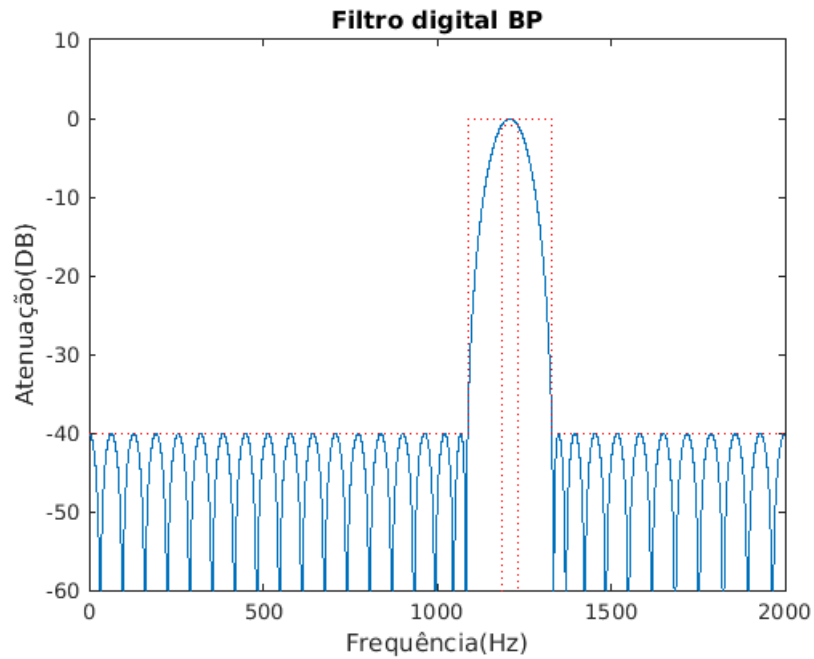


Figura 7 – Filtro Passa faixa

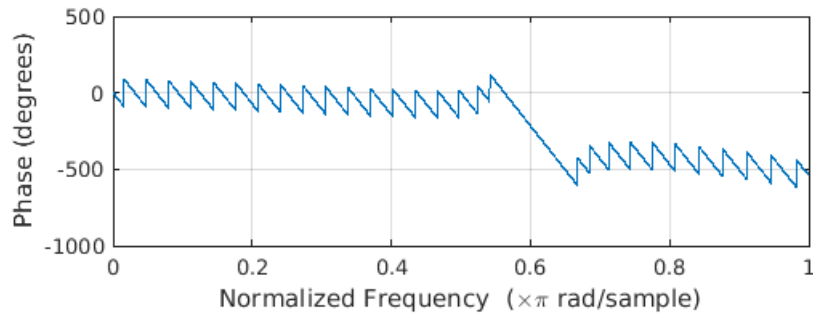


Figura 8 – Magnitude e Fase do Filtro

Podemos verificar os pólos e zeros, obtidos através da função 2, na Figura 9 onde podemos verificar que trata-se de um filtro estável.

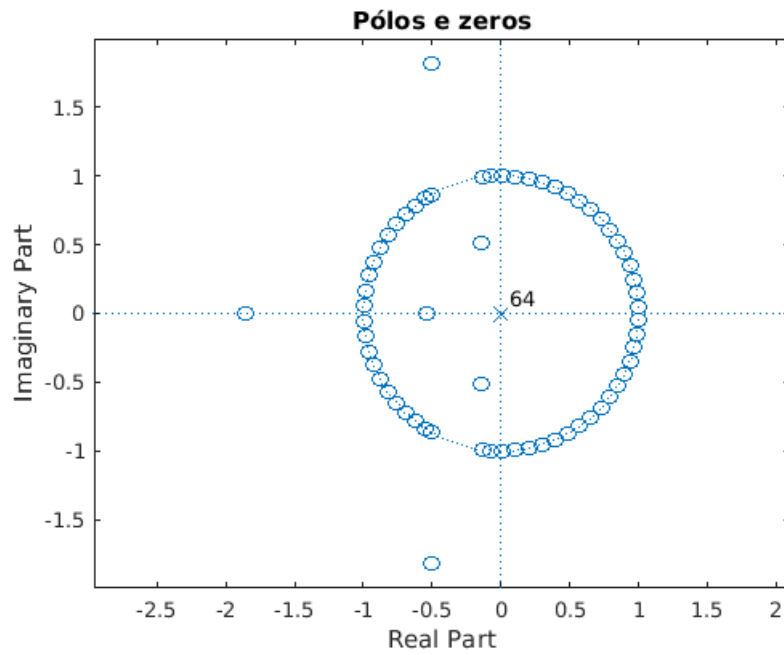


Figura 9 – Pólos e zeros do Filtro Digital  $H(z)$

### 3.4 Filtro 4 - Algoritmo Parks-McClellan

Considerando os dados oferecidos pela especificação na Tabela 1, e as Equações 1 e 2, o filtro BP na realização do protótipo, deve possuir um decaimento de 1 dB quando a frequência normalizada for igual a  $A_p=1$  e um decaimento de 40dB nos lóbulos laterais. A Figura 11 mostra que o filtro protótipo está dentro das especificações.

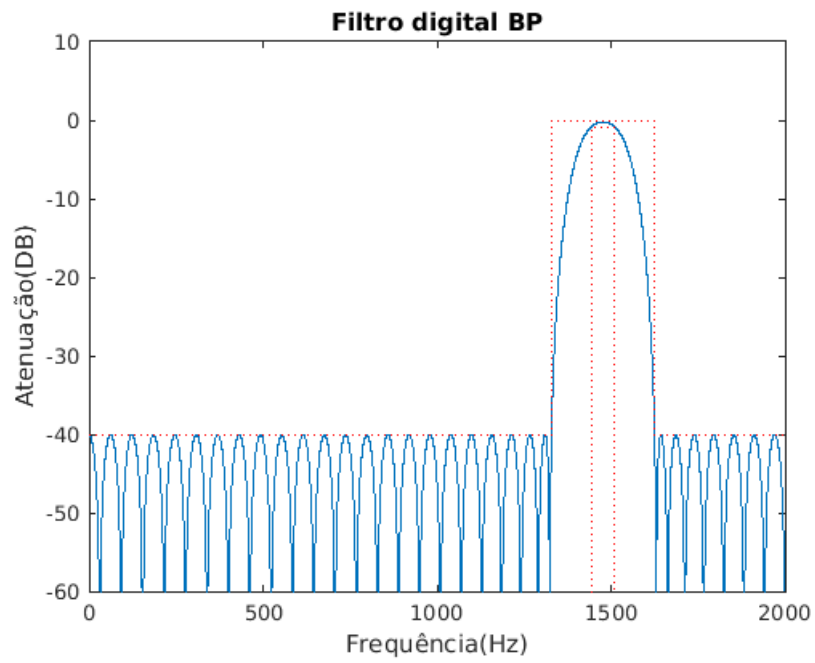


Figura 10 – Filtro Passa faixa

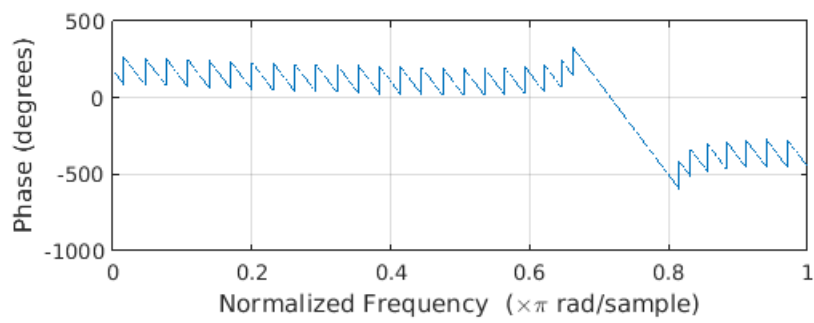


Figura 11 – Magnitude e Fase do Filtro

Podemos verificar os pólos e zeros, obtidos através da função 2, na Figura 12 onde podemos verificar que trata-se de um filtro estável.



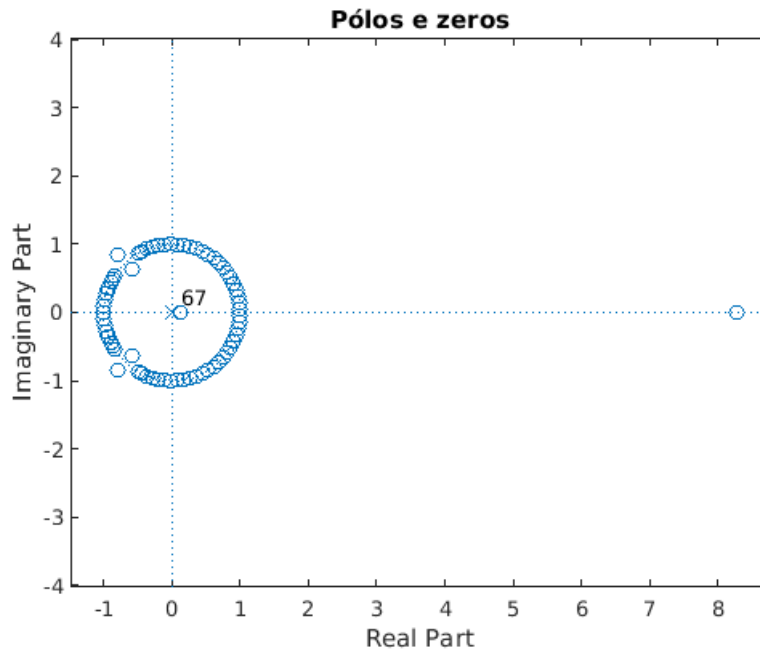


Figura 12 – Pólos e zeros do Filtro Digital  $H(z)$

### 3.5 Filtro 5 - *Algoritmo Parks-McClellan*

Considerando os dados oferecidos pela especificação na Tabela 1, e as Equações, o filtro BP na realização do protótipo, deve possuir um decaimento de 1 dB quando a frequência normalizada for igual a  $\Omega_p = 1$  e deve ter um decaimento de 35dB quando a frequência normalizada for  $A_s = 2.26$ . A Figura 14 mostra que o filtro protótipo está dentro das especificações.

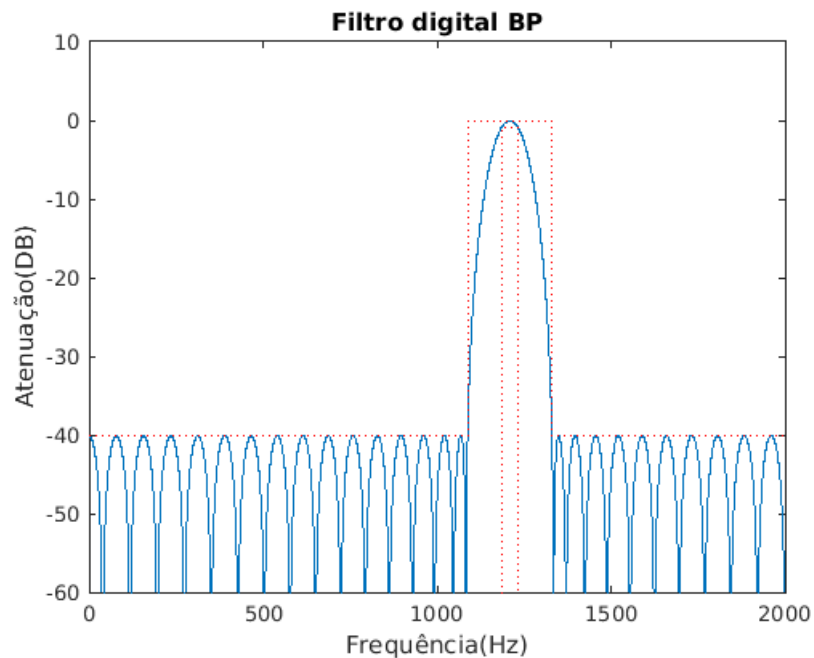


Figura 13 – Filtro Passa faixa

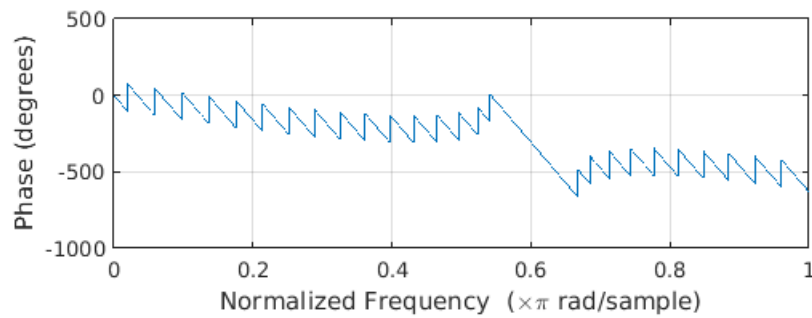


Figura 14 – Magnitude e fase do Filtro

Podemos verificar os pólos e zeros, obtidos através da função 2, na Figura 15 onde podemos verificar que trata-se de um filtro estável.

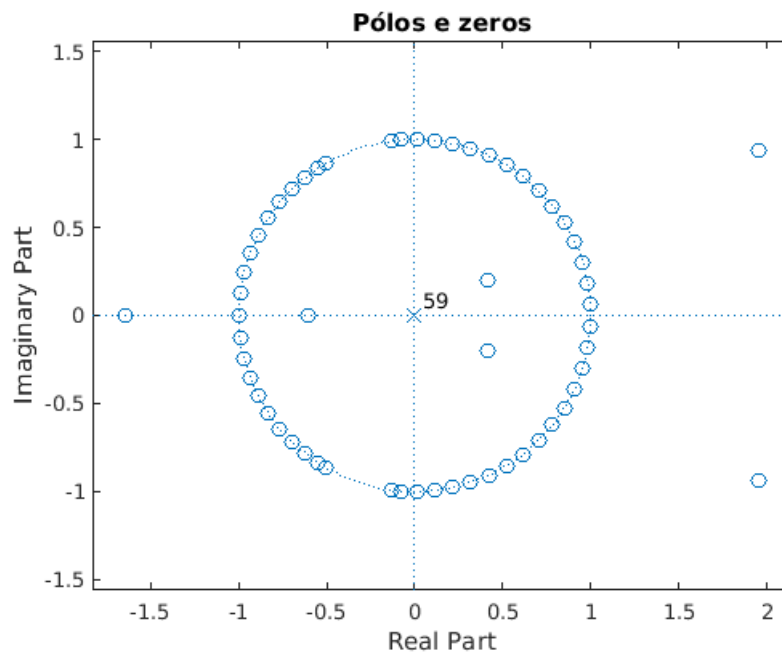


Figura 15 – Pólos e zeros do Filtro Digital  $H(z)$

## 4 Conclusão

Os experimentos realizados foram relacionados a Filtros FIR, que são filtros com resposta ao impulso e duração finita. Devido a característica de duração finita é muito mais simples sua projeção devidos aos recursos do Matlab e a utilização da transformada direta de Fourier para sua projeção, porém o ajuste do filtro para a sua especificação é mais complexo. Dentre as vantagens de utilizar os filtros FIR, está a resposta em fase linear, onde não há distorções do sinal propagado e faz com que o atraso de grupo se mantenha sempre constante. O filtro FIR também possui menos problemas com estabilidade nas faixas que utilizamos, o que foi facilmente percebido ao realizar estes 5 filtro com diferentes técnicas e obtidos com êxito de acordo com a especificação.

## Referências

1. DINIZ, P. S. R., DA SILVA, E. A. B., e LIMA NETTO, S. Processamento Digital de Sinais: Projeto e Análise de Sistemas. 2. ed. Porto Alegre: Bookman, 2014. 976 p. ISBN 978-8582601235.