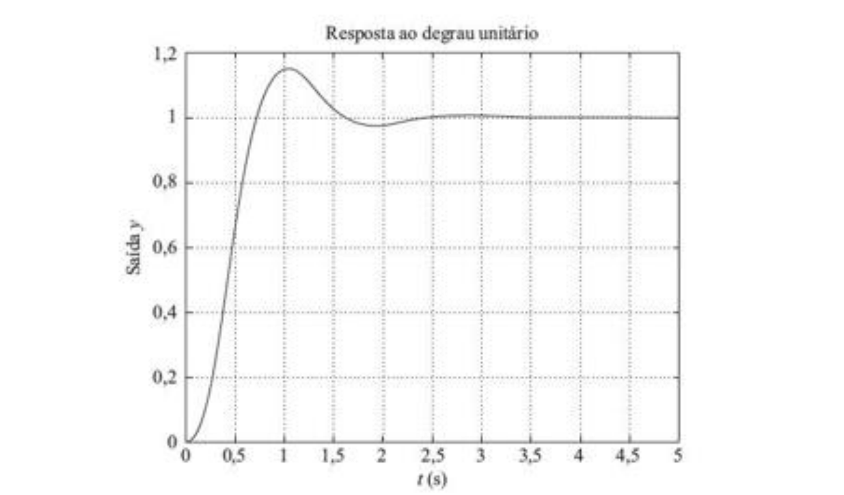
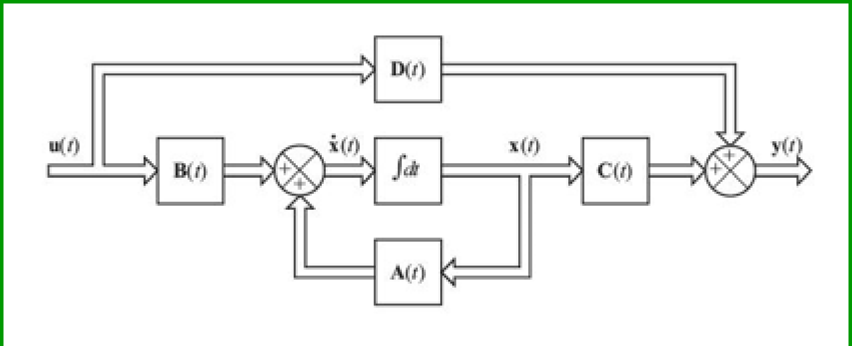
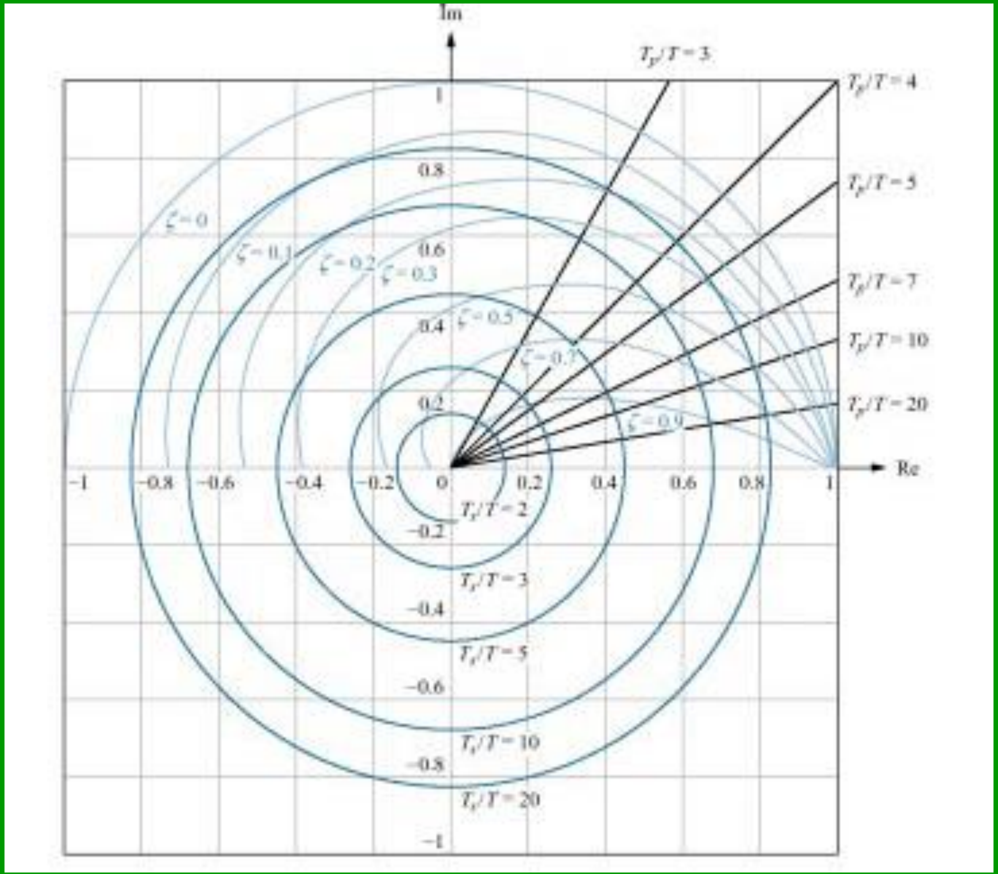
MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE SANTA CATARINA
DEPARTAMENTO ACADÊMICO DE ELETRÔNICA
CURSO DE ENGENHARIA ELETRÔNICA
SCT- 22108 – SISTEMAS DE CONTROLE II

Sinais e Sistemas de Tempo Discreto







Flábio A. B. Batista - flabio@ifsc.edu.br

Exemplo 1:

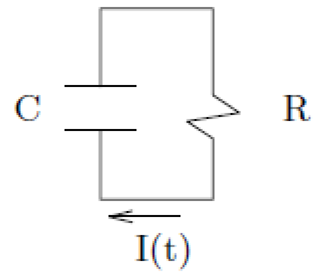


Figura 6.8: Circuito RC: resposta livre

$$v_C(t) + RI(t) = 0$$

com $v_C(0) = v_0$.

$$I(t) = C \cdot \frac{dv_C(t)}{dt} = C \cdot \dot{v_C}(t)$$

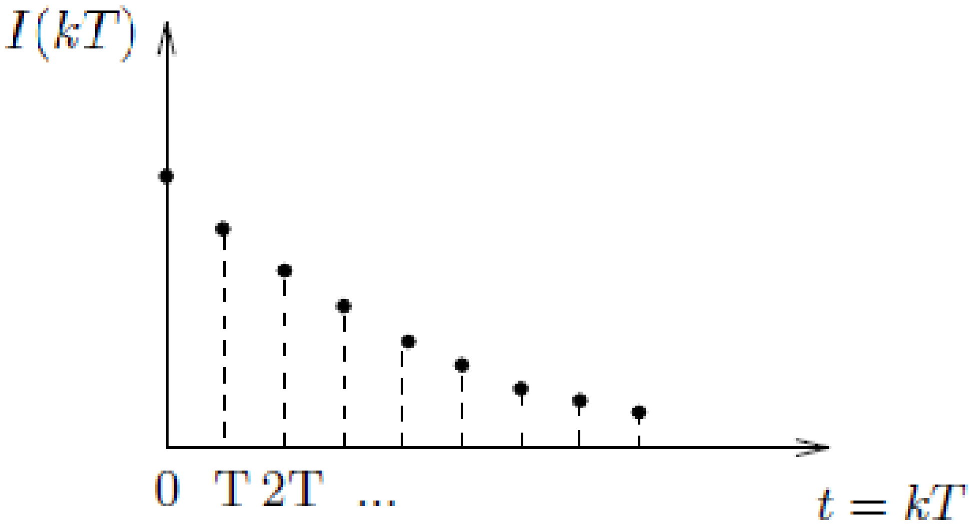
com $I(0) = v_0/R$. *Logo:*

$$I(t) = I(0)e^{-t/RC}, \qquad t \geq 0.$$

Fonte: TROFINO, A. - Apostila de Sistemas Lineares

Sistema Discreto:

$$I(kT) = I(0)e^{-kT/RC}$$



Equação Recursiva:

$$I(kT+T) = a\,I(kT), \qquad a = e^{-T/RC}$$

Fonte: TROFINO, A. - Apostila de Sistemas Lineares

Exemplo 2:

Obtenha a equação recursiva que rege o comportamento dinâmico do circuito da figura 6.10 nos instantes $t = kT$ *sendo* T *um intervalo de tempo dado,* $k = 0, 1, 2, \ldots$ *uma variável discreta e* $e(t)$ *constante por trechos, isto é,* $e(t) = e(kT)$ *para* $kT \leq t < kT + T$.

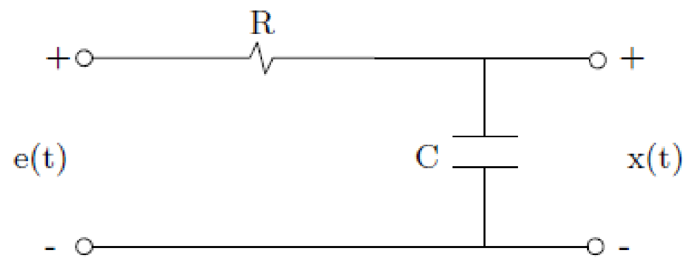


Figura 6.10: Circuito RC com entrada constante por trechos

Solução: Para $kT \leq t < kT + T$ *a dinâmica do circuito é dada por:*

$$RC\dot{x} + x = e(kT), \qquad x(t_0) = x(kT)$$

Como $e(kT)$ *é constante no intervalo temos:*

$$RC[sX(s) - x(kT)] + X(s) = \frac{e(kT)}{s}$$

Fonte: TROFINO, A. - Apostila de Sistemas Lineares

INSTITUTO FEDERAL
SANTA CATARINA

Logo:

$$\begin{aligned} X(s) &= \left(\frac{e(kT)}{s} + RCx(kT)\right)\frac{1}{RCs+1} = \frac{e(kT)+sRCx(kT)}{s(RCs+1)} \\ &= \frac{e(kT)}{s} + \frac{x(kT)-e(kT)}{s+1/RC} \end{aligned}$$

Usando a Transformada Inversa e lembrando que o lado direito da equação acima possui instante inicial $t_0 = kT$ temos:

$$x(t) = e(kT) + (x(kT) - e(kT))e^{-\frac{t-kT}{RC}}, \qquad kT \leq t < kT + T$$

Como $x(t)$ é uma função contínua temos pela expressão acima que o valor de $x(kT+T)$ é dado por:

$$x(kT+T) = \lim_{t \to kT+T} x(t) = e(kT) + (x(kT) - e(kT))e^{-T/RC}$$

Fonte: TROFINO, A. - Apostila de Sistemas Lineares

Sinais e Sistemas de Tempo Discreto

Logo o valor da tensão $x(t)$ *no instante* $t = kT + T$ *pode ser obtido recursivamente através da expressão:*

$$x(kT+T) = a\,x(kT) + b\,e(kT), \qquad k = 0, 1, 2, \ldots$$

onde a *e* b *são duas constantes dadas por:*

$$a = e^{-T/RC} \qquad b = 1 - e^{-T/RC}$$

O sistema discreto dado pela equação recursiva acima define o comportamento da corrente $I(t)$ *(saída) em função da tensão* $e(t)$ *(entrada) nos instantes* $t = kT$ *como indicado na figura 6.11. Mais tarde iremos calcular a função de transferência discreta desse sistema com o auxílio da transformada Z.*

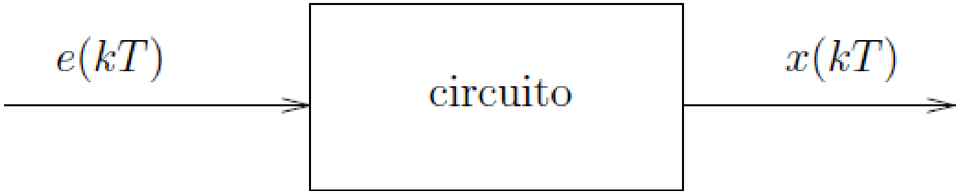


Figura 6.11: Representação de um sistema discreto

Fonte: TROFINO, A. - Apostila de Sistemas Lineares

Exercícios:

1 - Plotar no MATLAB a evolução temporal da resposta do sistema do exemplo 1 como f(t), f(KT) e a solução da equação recursiva f(KT). (Vc(0) = 100 V; R = NT Ω; C = 1000 μF; Tf = NT*10 ms; T = 5 ms).

2 - Plotar no MATLAB a evolução temporal da resposta ao degrau do sistema do exemplo 2 como f(t), f(KT) e a solução da equação recursiva f(KT). (E = 10 V; R = NT Ω; C = 1000 μF; Tf = NT*10 ms; T = 5 ms).

Onde:
NT = número de letras do seu nome completo.