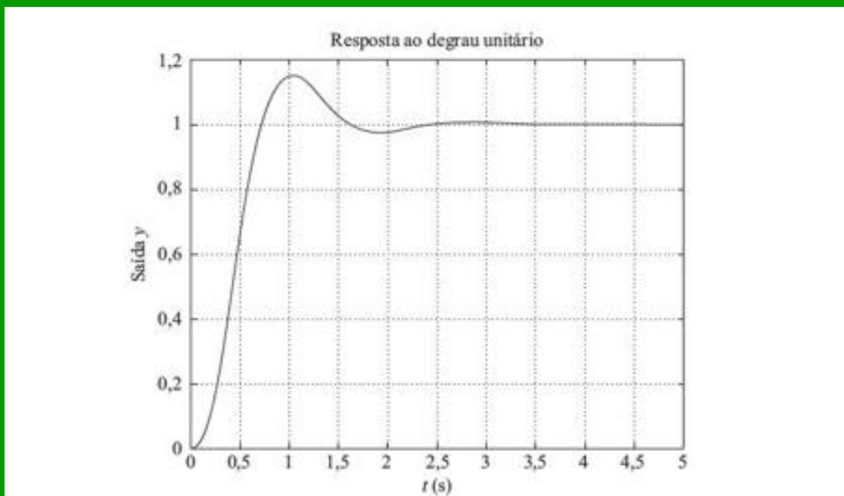
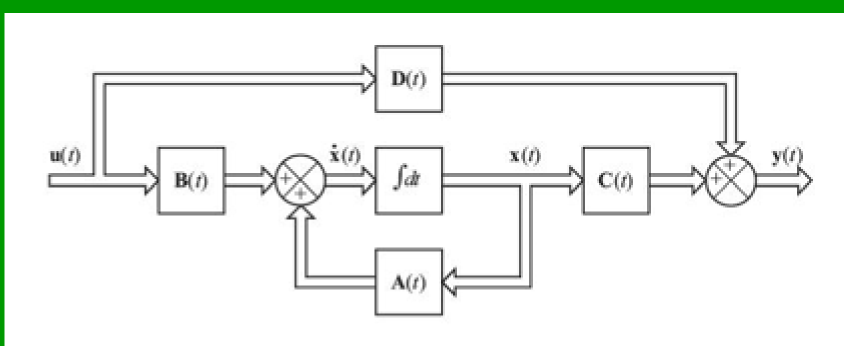
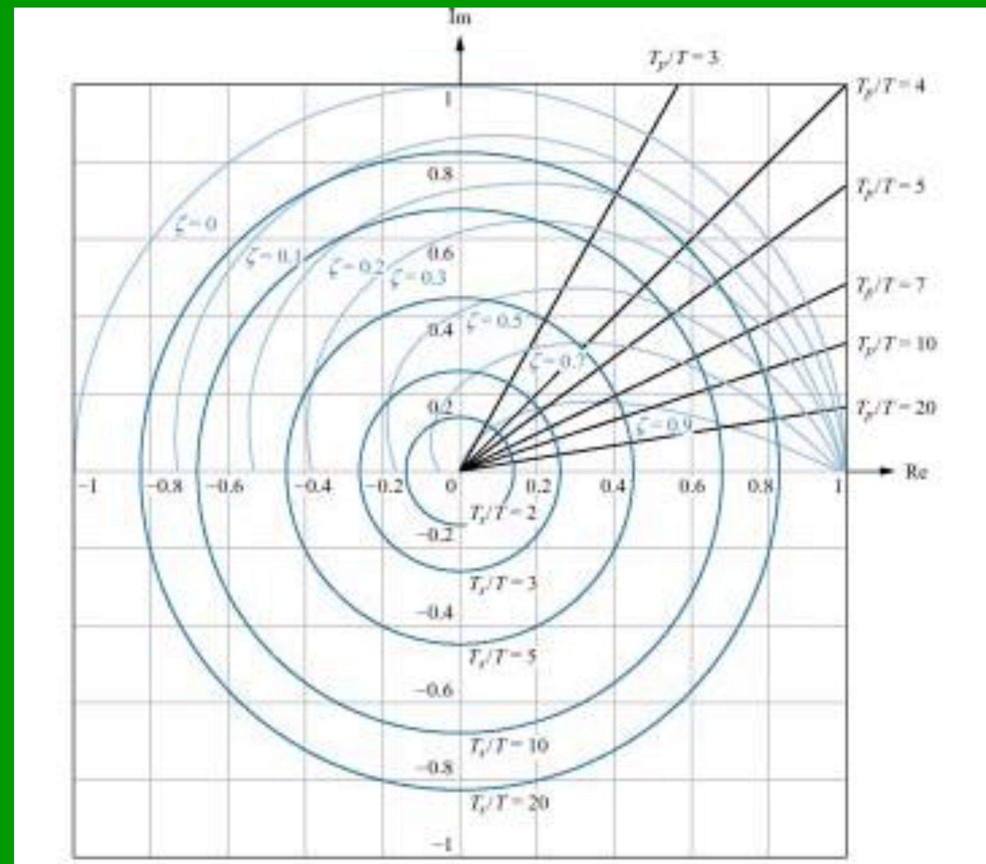
MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE SANTA CATARINA
DEPARTAMENTO ACADÊMICO DE ELETRÔNICA
CURSO DE ENGENHARIA ELETRÔNICA
SCT- 22108 – SISTEMAS DE CONTROLE II

Projeto de Controladores Digitais







Flábio A. B. Batista - flabio@ifsc.edu.br

Projeto Baseado no Método da Resposta em Frequência

- O projeto pelo método dos diagramas de bode: torna-se complicado no plano z, as funções de z são tipicamente não racionais, onde a frequência aparece na forma $z = e^{j \cdot \omega \cdot T}$;

- Plano w: transformação bilinear do plano z → o projeto discreto pode ser realizado com as mesmas técnicas do plano s, em sistemas contínuos;

$$z = \frac{1 + (T/2) \cdot w}{1 - (T/2) \cdot w} \qquad w = \frac{2}{T}\frac{z - 1}{z + 1}$$

- O plano w é similar ao plano s, exceto pelo fato de que é definido para sistemas discretos;

Fonte: Ogata, K.; Discrete-Time Control Systems

Passos para projeto no plano w:

1) Dada uma planta contínua, transforma-se o conjunto dessa planta $G_P(s)$ e o segurador de ordem de zero ZOH(s) para o plano z, para obter G(z), usando-se uma das técnicas conhecidas. Transforma-se G(z) em uma função da variável *w*, aplicando-se a transformação bilinear, isto é:

$$z = \frac{1 + (T/2) \cdot w}{1 - (T/2) \cdot w}$$

2) Substitui-se a variável $w = j \cdot \upsilon$, e constrói-se os diagramas de

Fonte: Ogata, K.; Discrete-Time Control Systems

3) Lê-se as constantes de erro estático, margens de fase e margens de ganho;

4) Assume-se que o ganho do controlador digital $G_D(w)$ é unitário e determina-se o ganho do sistema para atender os requisitos para uma determinada constante de erro estático. Então, utilizando as técnicas de projeto convencionais para sistemas contínuos determina-se os polos e zeros do controlador digital. Assim, a função de transferência de laço aberto do sistema será $G_D(w)\, G(w)$.

5) Uma vez obtida a expressão do compensador $G_D(w)$, transforma-se $G_D(w)$ para o plano z, usando-se a transformação bilinear inversa:

$$w = \frac{2}{T}\frac{z-1}{z+1}$$

Fonte: Ogata, K.; Discrete-Time Control Systems

6) Transforma-se $G_D(w)$ em um algoritmo adequado para a implementação por software;

Considerações:

1) A função G(w) é uma função de fase não mínima. Assim, a curva de ângulo de fase é diferente da curva típica de um sistema de fase mínima. É necessário ter certeza que a curva de ângulo de fase foi desenhada corretamente, levando em consideração o termo de fase não mínima.

2) O eixo das frequências é distorcido no plano w. A relação entre a frequência fictícia υ e a frequência real w é:

$$\upsilon = \frac{2}{T} \cdot tan\left(\frac{\omega \cdot T}{2}\right)$$

Fonte: Ogata, K.; Discrete-Time Control Systems

Exemplo 4-12:

Considere o sistema de controle digital mostrado na Fig. 1. No plano w, projete um controlador digital de maneira que a margem de fase seja 50°, a margem de ganho seja pelo menos 10 dB e o coeficiente de erro estático seja 2 sec^{-1}. O período de amostragem adotado é de T=0,2s.

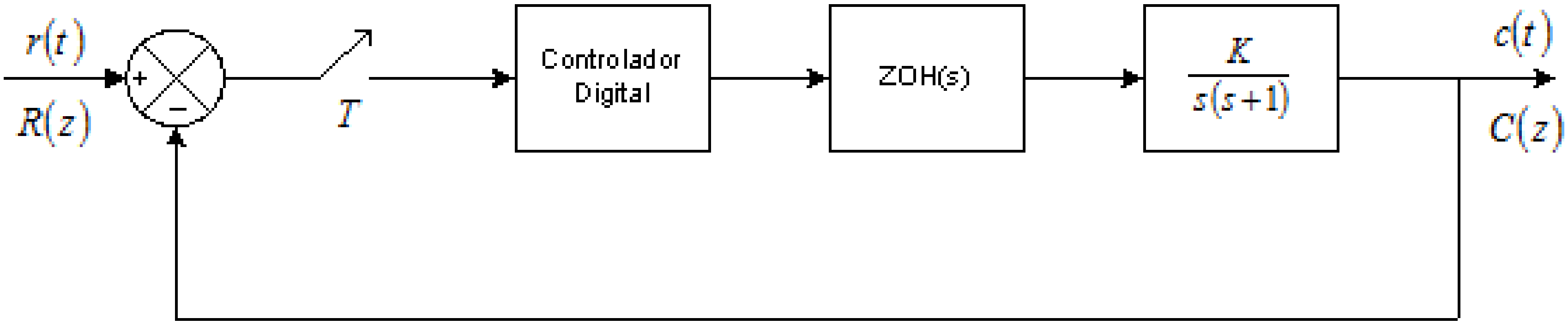


Fig. 1 – Sistema de controle digital.

Fonte: Ogata, K.; Discrete-Time Control Systems

Projeto de Controladores Digitais

$$G(z) = \mathcal{Z}\left[\frac{1 - e^{-0.2s}}{s}\frac{K}{s(s+1)}\right]$$
$$= (1 - z^{-1})\mathcal{Z}\left[\frac{K}{s^2(s+1)}\right]$$
$$= 0.01873\left[\frac{K(z+0.9356)}{(z-1)(z-0.8187)}\right]$$
$$= \frac{K(0.01873z + 0.01752)}{z^2 - 1.8187z + 0.8187}$$

$$z = \frac{1 + (T/2)w}{1 - (T/2)w} = \frac{1 + 0.1w}{1 - 0.1w}$$

$$\downarrow$$

$$G(w) = \frac{K\left[0.01873\left(\frac{1+0.1w}{1-0.1w}\right) + 0.01752\right]}{\left(\frac{1+0.1w}{1-0.1w}\right)^2 - 1.8187\left(\frac{1+0.1w}{1-0.1w}\right) + 0.8187}$$
$$= \frac{K(-0.000333w^2 - 0.09633w + 0.9966)}{w^2 + 0.9969w}$$
$$\doteq \frac{K\left(1 + \frac{w}{300}\right)\left(1 - \frac{w}{10}\right)}{w(w+1)}$$

Fonte: Ogata, K.; Discrete-Time Control Systems

Projeto de Controladores Digitais

INSTITUTO FEDERAL
SANTA CATARINA

Compensador em avanço de fase:

$$G_D(w) = \frac{1 + \tau w}{1 + \alpha\tau w}, \qquad 0 < \alpha < 1$$

FTLA(w):

$$G_D(w)G(w) = \frac{1 + \tau w}{1 + \alpha\tau w} \frac{K(-0.000333w^2 - 0.09633w + 0.9966)}{w^2 + 0.9969w}$$

Coeficiente de erro de velocidade:

$$K_v = \lim_{w \to 0} wG_D(w)G(w) \doteq K = 2$$

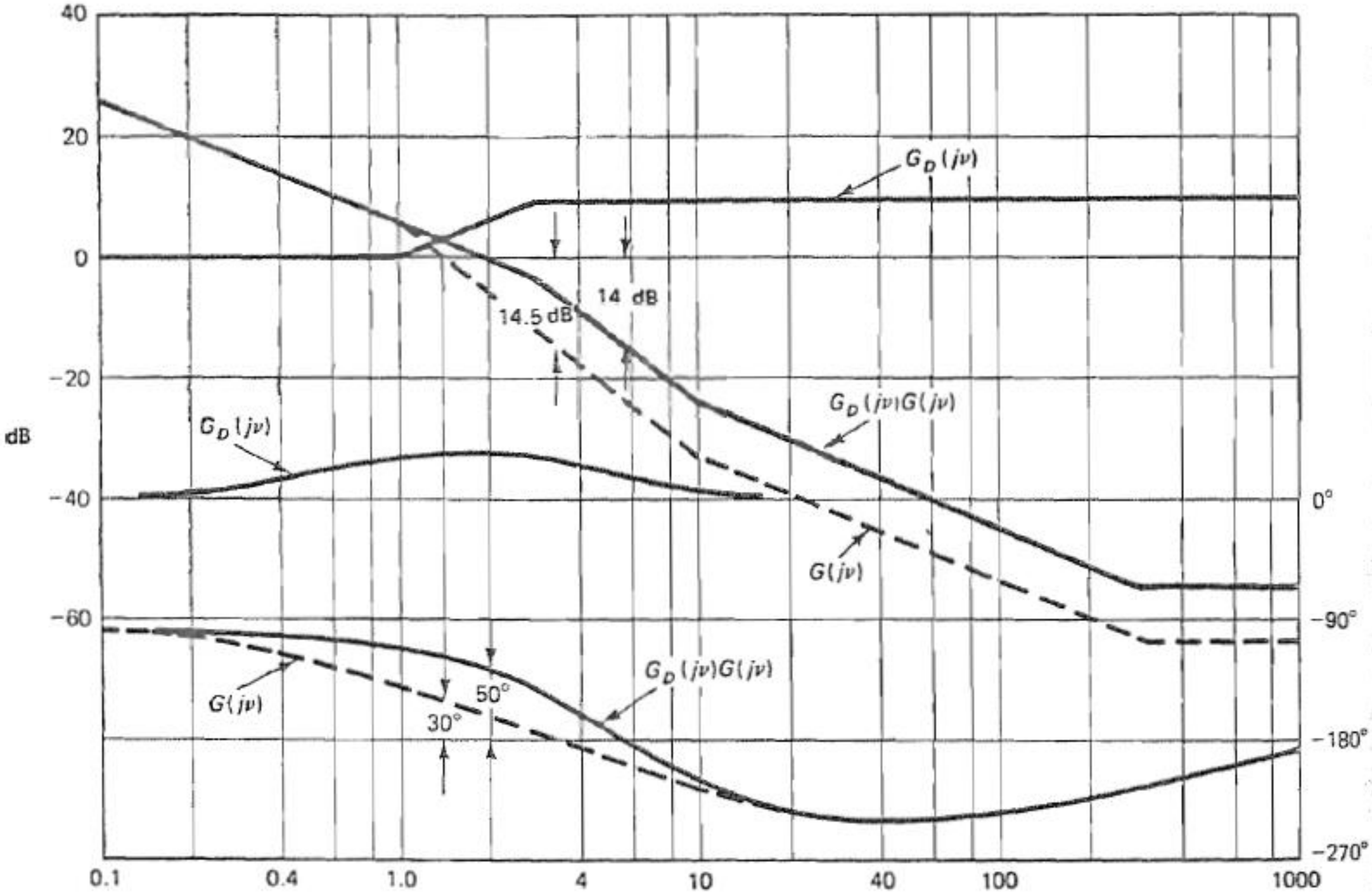
Diagrama de Bode para K = 2:

$$G(w) = \frac{2(-0.000333w^2 - 0.09633w + 0.9966)}{w^2 + 0.9969w}$$

$$\doteq \frac{2\left(1 + \frac{w}{300}\right)\left(1 - \frac{w}{10}\right)}{w(w + 1)}$$

Fonte: Ogata, K.; Discrete-Time Control Systems

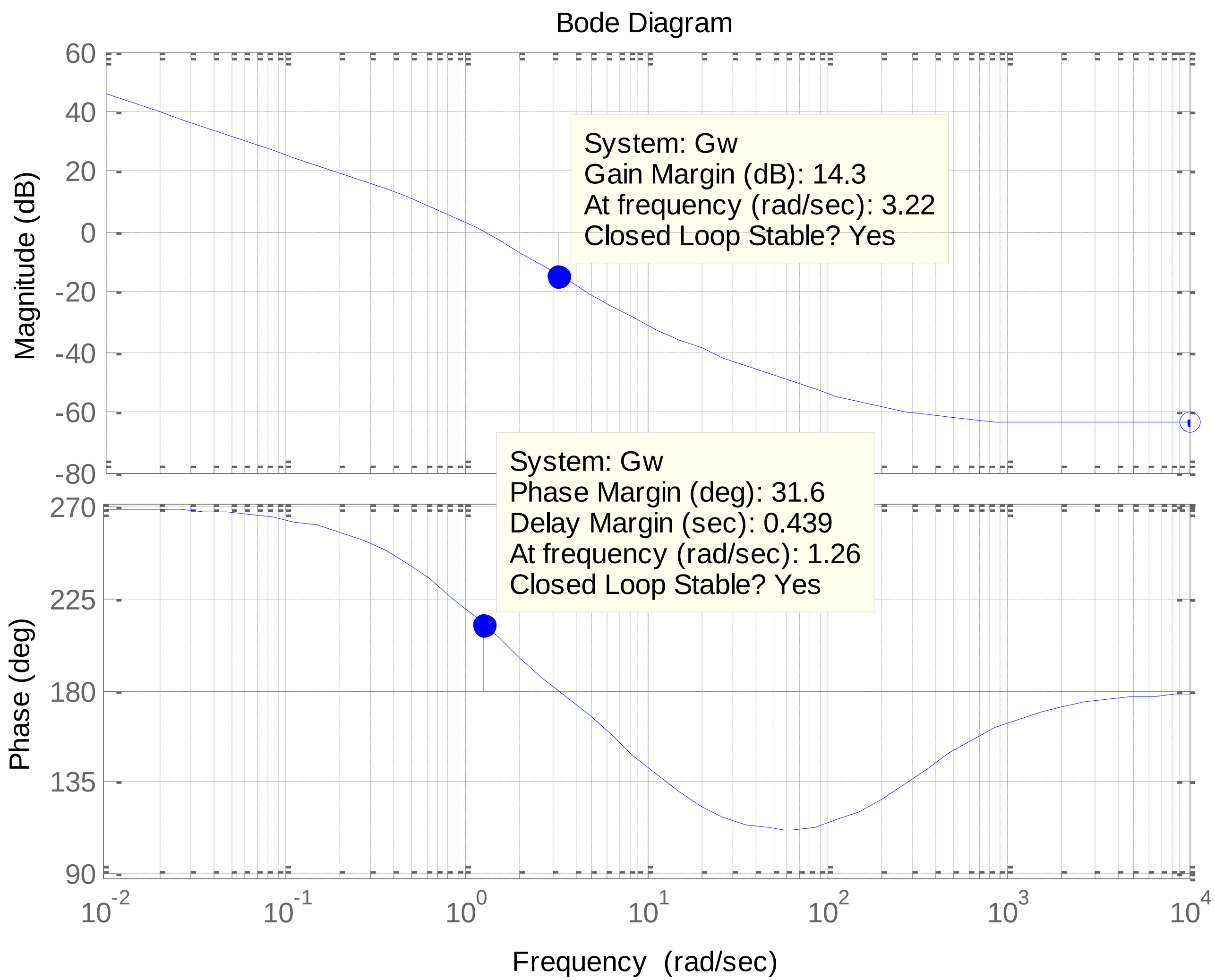
Diagrama de Bode para K = 2:



Fonte: Ogata, K.; Discrete-Time Control Systems

Projeto de Controladores Digitais

Diagrama de Bode para K = 2, no Matlab: sistema não compensado



Fonte: Ogata, K.; Discrete-Time Control Systems

Projeto do Compensador em avanço de fase:

Incremento no ângulo de fase = 20º

Como a inclusão da rede de avanço altera a curva de ganho, considera-se o ângulo máximo de avanço de fase como $\emptyset_m = 28º$

$$\sin \phi_m = \frac{1-\alpha}{1+\alpha} \qquad \alpha = 0.361$$

O valor máximo do ângulo ocorre na posição definida pela média geométrica da posição dos polos do controlador: $\nu = 1/(\sqrt{\alpha\tau})$

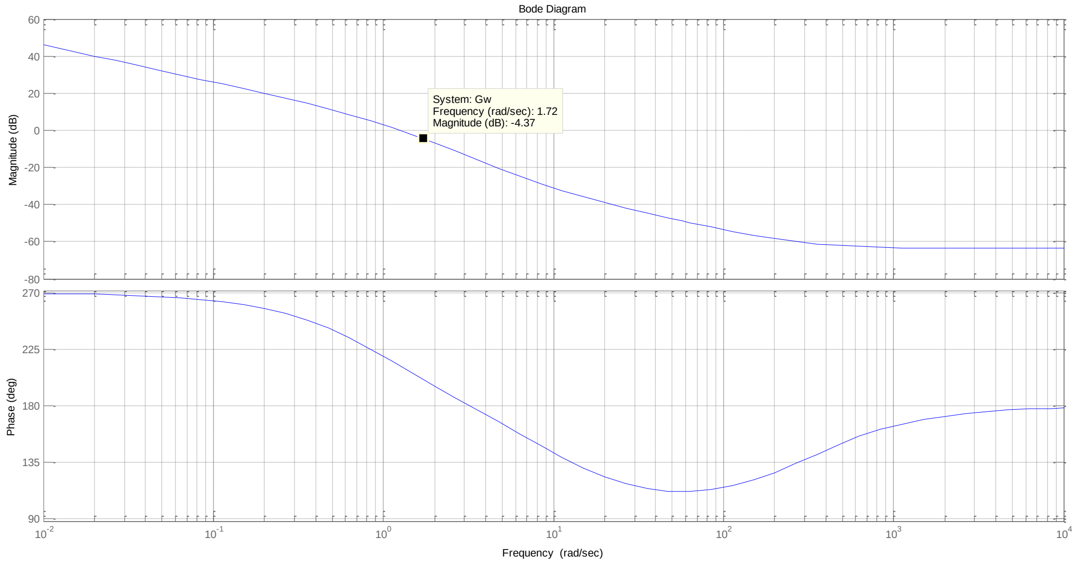
Neste ponto, o aumento de ganho devido a inclusão do controlador é:

$$\left| \frac{1+\tau j\nu}{1+\alpha\tau j\nu} \right|_{\nu=1/(\sqrt{\alpha\tau})} = \frac{1}{\sqrt{\alpha}}$$

Fonte: Ogata, K.; Discrete-Time Control Systems

Calculado este ganho em dB:

$$-20 \log \frac{1}{\sqrt{0.361}} = -20 \log 1.6643 = -4.425 \text{ dB}$$



Que ocorre aproximadamente na frequência $\upsilon = 1{,}7$ rad/s, observando-se a curva de ganho do sistema não compensado

Fonte: Ogata, K.; Discrete-Time Control Systems

Assim, os parâmetros do compensador são:

$$\nu_c = \frac{1}{\sqrt{\alpha\tau}} = 1.7$$

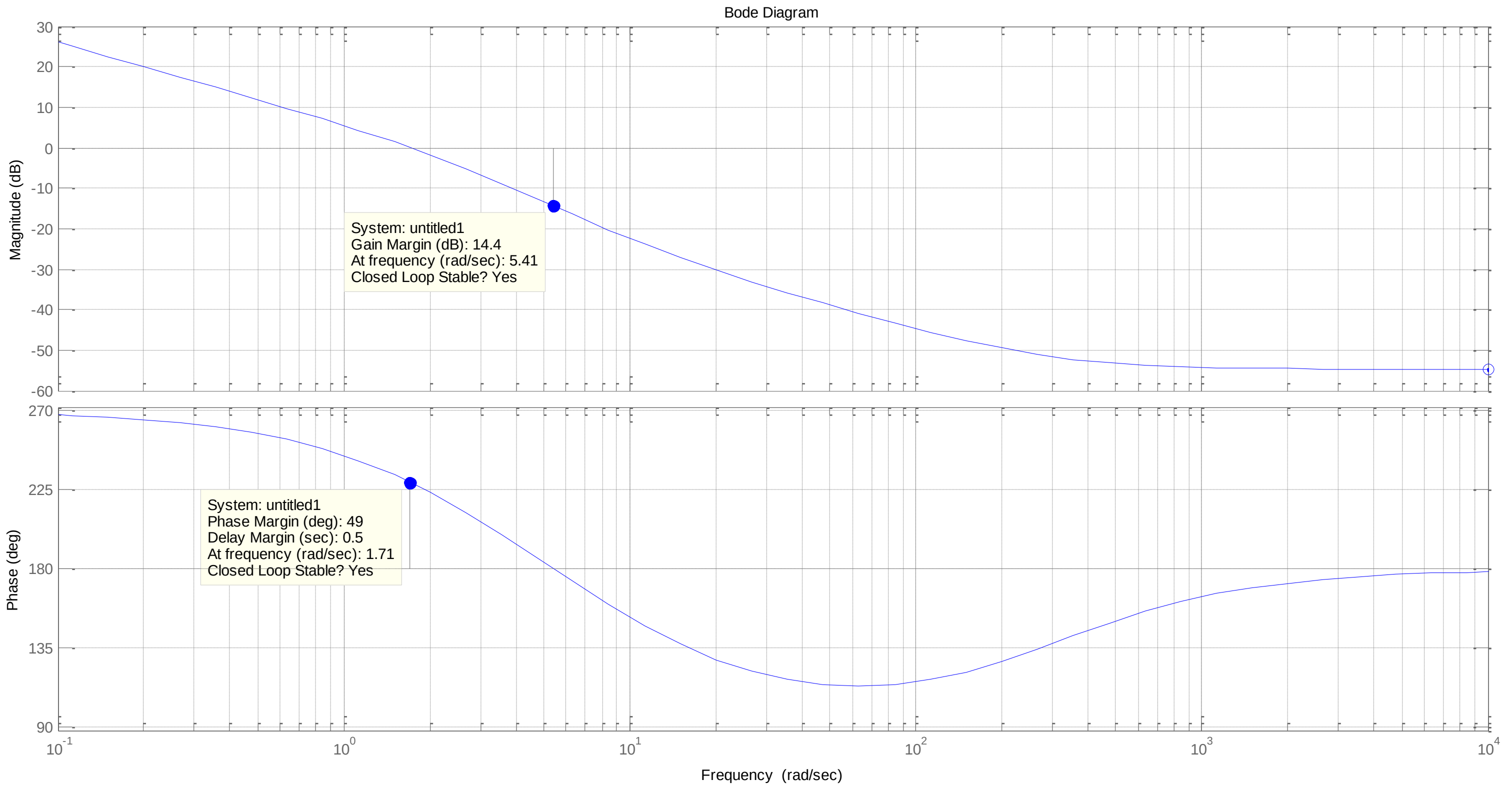
$$\tau = \frac{1}{1.7\sqrt{\alpha}} = 0.9790$$

$$\alpha\tau = 0.3534$$

$$G_D(w) = \frac{1 + \tau w}{1 + \alpha\tau w} = \frac{1 + 0.9790w}{1 + 0.3534w}$$

Fonte: Ogata, K.; Discrete-Time Control Systems

O diagrama de Bode do sistema compensado é:



Fonte: Ogata, K.; Discrete-Time Control Systems

Projeto de Controladores Digitais

Função de transferência no plano z:

$$w = \frac{2}{T}\frac{z-1}{z+1} = \frac{2}{0.2}\frac{z-1}{z+1} = 10\frac{z-1}{z+1}$$

$$G_D(z) = \frac{1 + 0.9790\left(10\dfrac{z-1}{z+1}\right)}{1 + 0.3534\left(10\dfrac{z-1}{z+1}\right)} = \frac{2.3798z - 1.9387}{z - 0.5589}$$

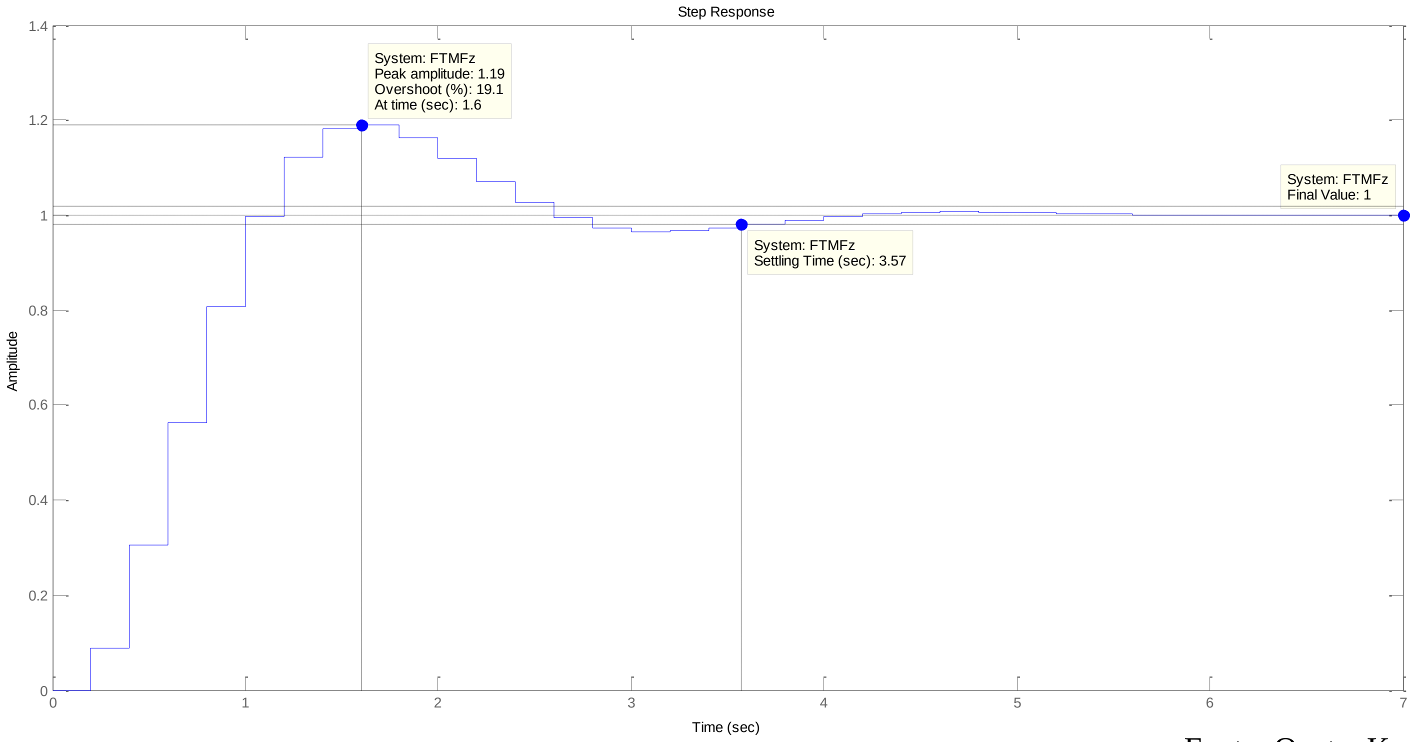
$$G_D(z)G(z) = \frac{2.3798z - 1.9387}{z - 0.5589}\,\frac{0.03746(z + 0.9356)}{(z-1)(z-0.8187)} = \frac{0.0891z^2 + 0.0108z - 0.0679}{z^3 - 2.3776z^2 + 1.8352z - 0.4576}$$

Fonte: Ogata, K.; Discrete-Time Control Systems

Função de transferência de malha fechada no plano z:

$$\frac{C(z)}{R(z)} = \frac{0.0891z^2 + 0.0108z - 0.0679}{z^3 - 2.2885z^2 + 1.8460z - 0.5255}$$

$$= \frac{0.0891(z + 0.9357)(z - 0.8145)}{(z - 0.8126)(z - 0.7379 - j0.3196)(z - 0.7379 + j0.3196)}$$



Fonte: Ogata, K.; Discrete-Time Control Systems