Exemplo de cálculo alternativo da condição de ângulo para determinar o polo do controlador

Seja período de amostragem:

T = 0,2

A função de transferência da planta:

$$Gp(s) = \frac{1}{s(s+2)}$$

Então:

$$G(z) = \frac{0{,}01758\ \mathrm{z}\ +\ 0{,}01539}{\mathrm{z}\hat{}2\ -\ 1{,}67\ \mathrm{z}\ +\ 0{,}6703}$$

Para o polo desejado:

$\zeta = 0{,}5$
$\omega_n = 4$ rad/s

$$s1 = -\zeta \cdot \omega_n + \mathrm{j} \cdot \omega_n \cdot \sqrt{1-\zeta^2}$$

$$z1 = e^{s1 \cdot T}$$

Considerando um controlador em avanço

$$Gd(z) = K\,\frac{\mathrm{z}\ +\ \alpha}{\mathrm{z}\ +\beta}$$

A função de transferência de laço aberto será

$$FTMA(z) = Gd(z) \cdot G(z)$$

A condição de ângulo é:

$\angle\, FTMA(z) = \pm 180^o$, quando z = z1

Sendo que neste caso, o ganho do controlador não interfere no ângulo

Dividindo a FTMA de forma diferente

$$FTMA(z) = K \cdot G1(z) \cdot G2(z)$$

Onde

$$G1(z) = \frac{1}{\mathrm{z}\ +\beta}$$

e

$$G2(z) = (z + \alpha) \cdot G(z)$$

Considerando que o zero do controlador (α) cancela um polo da planta

α = -0,67032

Sendo $\emptyset_1$ o ângulo de G1(z) quando z = z1 e $\emptyset_2$ o ângulo de G2(z) quando z = z1

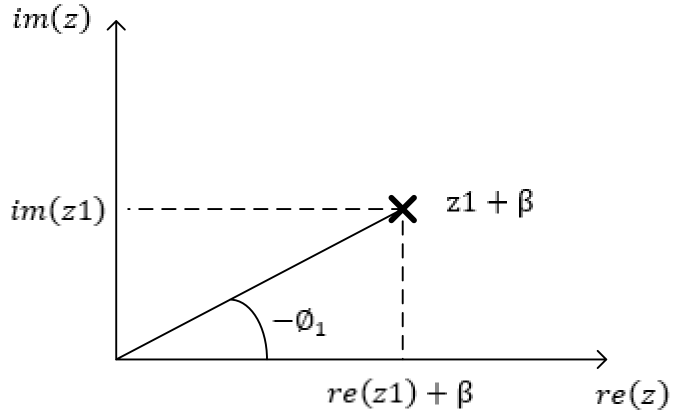
$$\emptyset_1 + \emptyset_2 == \pm 180^o$$

A partir de $\emptyset_2$ pode-se determinar $\emptyset_1$

Com o valor de e $\emptyset_1$ pode-se determinar β através das seguintes relações trigonométricas

$$\angle (z + \beta) = -\emptyset_1$$

Quando z = z1.



$$\beta = \frac{im(z1) - re(z1) \cdot \tan(-\emptyset_1)}{\tan(-\emptyset_1)}$$

Neste caso:

β = -0,2543