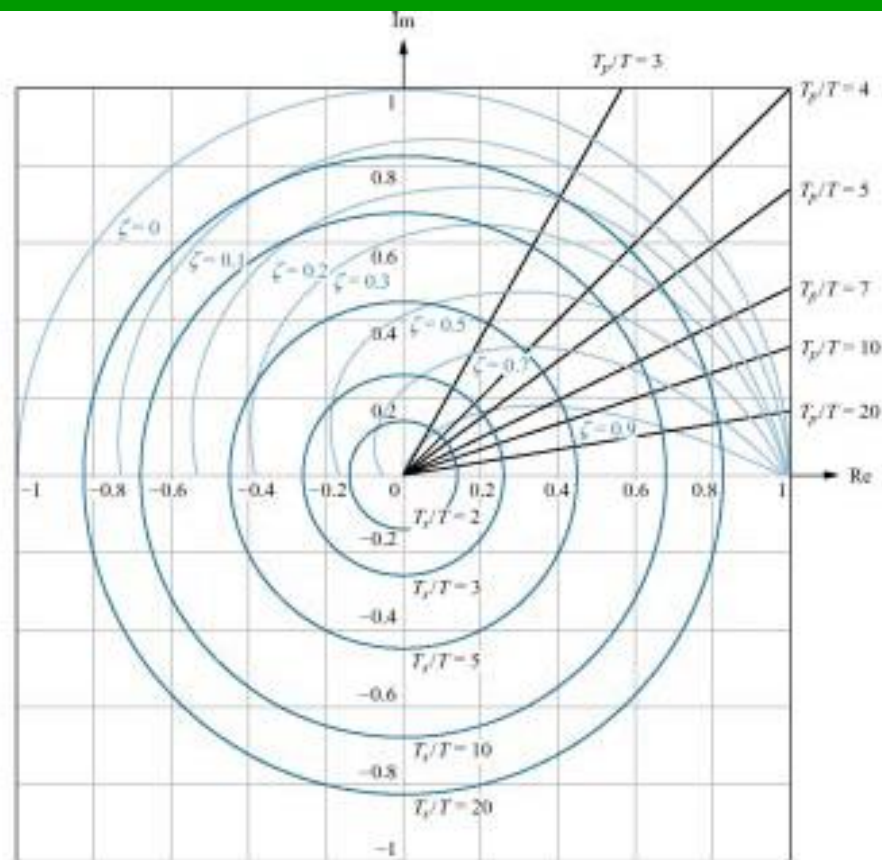
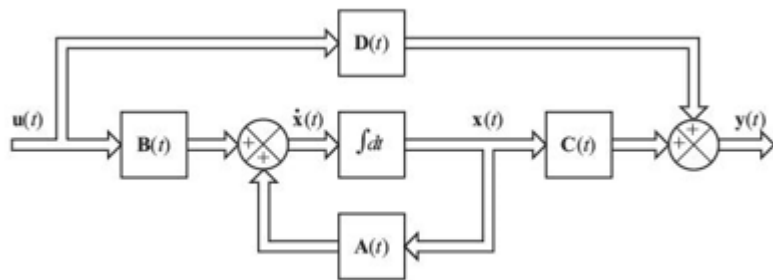
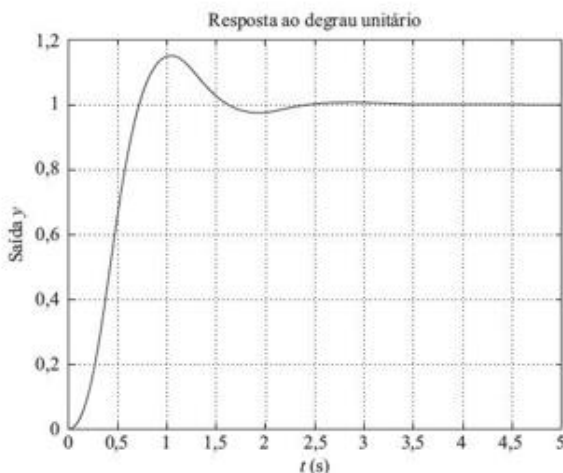


# Projeto de Controladores Digitais



# Conversão de Controladores Analógicos



## Conversão de Modelos de Controladores

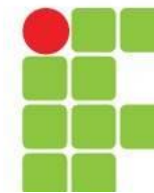
A conversão usual de um modelo de controlador contínuo em um discreto consiste em aplicar uma transformação apropriada (retangular ou trapezoidal) na função de modelagem de um determinado controlador. Entretanto, a conversão direta de um modelo em  $s$  para uma modelagem no domínio  $Z$  nem sempre fornece respostas adequadas para a malha de controle resultante, podendo os parâmetros de desempenho apresentarem valores diferentes daqueles obtidos no sistema contínuo.

### Transformações Bilinear / Tustin

$$s = \frac{2(z-1)}{T(z+1)}$$

$$z = \frac{-\left(s + \frac{2}{T}\right)}{\left(s - \frac{2}{T}\right)} = \frac{1 + \frac{T}{2}s}{1 - \frac{T}{2}s}$$

# Conversão de Controladores Analógicos



INSTITUTO FEDERAL  
SANTA CATARINA

## IMPLEMENTAÇÃO DE CONTROLADORES DIGITAIS

Considere o controlador PID com uma função de transferência no domínio  $s$

$$\frac{U(s)}{X(s)} = G_c(s) = K_P + \frac{K_I}{s} + K_D s.$$

Pode-se determinar uma implementação digital deste controlador usando-se uma aproximação discreta para a derivação e a integração. Para a derivada no tempo, utiliza-se a **regra das diferenças regressivas**

$$u(kT) = \left. \frac{dx}{dt} \right|_{t=kT} = \frac{1}{T} (x(kT) - x((k-1)T)).$$

A transformada  $z$  da Equação é então

$$U(z) = \frac{1 - z^{-1}}{T} X(z) = \frac{z - 1}{Tz} X(z).$$

A integração de  $x(t)$  pode ser representada pela **integração retangular à frente** em  $t = kT$  como

$$u(kT) = u((k-1)T) + Tx(kT),$$

em que  $u(kT)$  é a saída do integrador em  $t = kT$ . A transformada  $z$  da Equação é

$$U(z) = z^{-1} U(z) + TX(z)$$

# Conversão de Controladores Analógicos

e a função de transferência é então

$$\frac{U(z)}{X(z)} = \frac{Tz}{z - 1}.$$

Consequentemente, a função de transferência no domínio  $z$  do **controlador PID** é

$$G_c(z) = K_P + \frac{K_I Tz}{z - 1} + K_D \frac{z - 1}{Tz}.$$

O algoritmo completo da equação a diferenças que fornece o controlador PID é obtido somando-se os três termos para obter [use  $x(kT) = x(k)$ ]

$$\begin{aligned} u(k) &= K_P x(k) + K_I [u(k - 1) + T x(k)] + (K_D / T) [x(k) - x(k - 1)] \\ &= [K_P + K_I T + (K_D / T)] x(k) - K_D T x(k - 1) + K_I u(k - 1). \end{aligned}$$