



그래픽 투영

Projection



2차원 그림에서의 관측 작업

- 세계 좌표 평면상에 위치한 2D점들을 출력장치 좌표면 상의 2D 점으로 변환
- 관측 기본요소: 객체(Objects), 관측자(Viewer), 투영선(Projector), 투영면(Projection plane)
- 물체는 관측 영역 경계선(window boundary) 내에서만 보이는 부분을 뷰포트(viewport)로 옮김으로써 정의

관측영역(window): 세계 좌표 체계에서 임의로 지정된 사각형 지역

시계영역(viewport): 출력장치에서 관측영역 내의 그림 출력을 위하여 지정된 사각형 지역

투영(Projections)

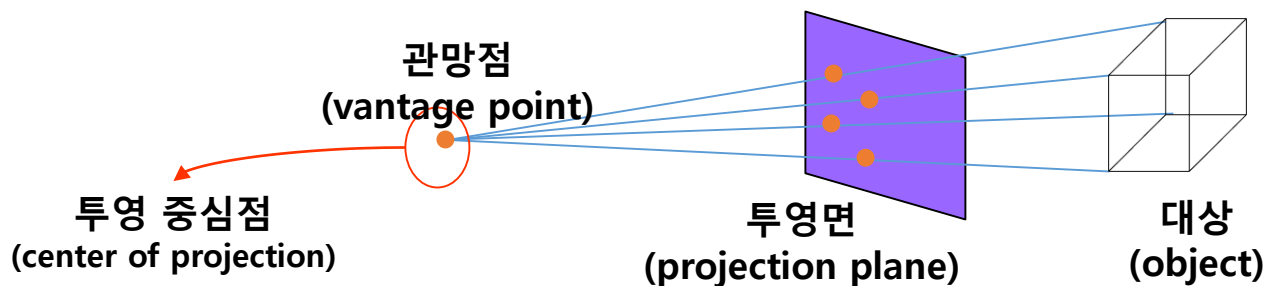


투영

- 3D 물체를 2D 평면에 표현하기 위하여 3D 모델 좌표를 2D 픽셀 좌표로 변환하는 것



- 평면 스크린 앞에 놓여진 사물을 눈의 어떤 위치에 고정시킨 후, 그 사물을 바라보고 바라 본 상태를 평면 스크린에 표현하는 것

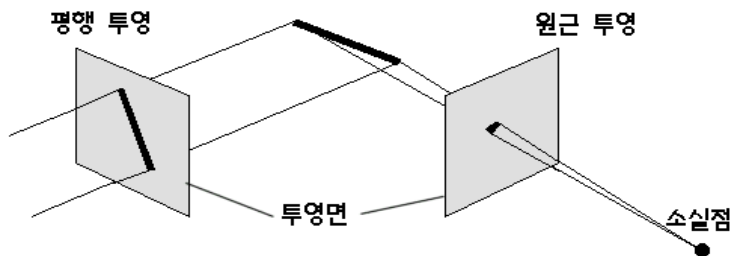


투영(Projections)



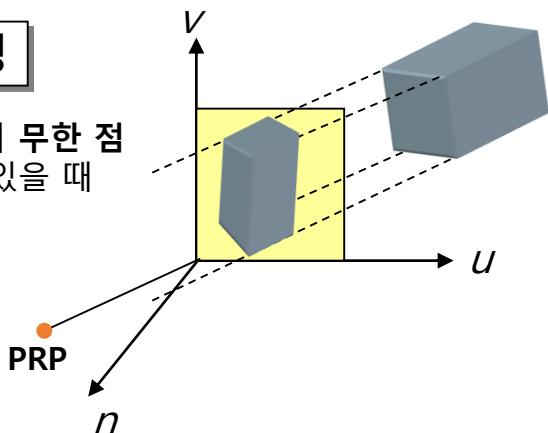
투영 방법

- **평행투영법(parallel projection):** 물체의 모든 점들을 평행선을 따라 2D 평면에 투영하는 투영법 (투영중심점 무한)
- **원근투영법(perspective projection):** 모든 점들을 투영중심점(COP: Center of Projection)이라고 하는 지점과 연결되는 선을 따라 투영하는 투영법



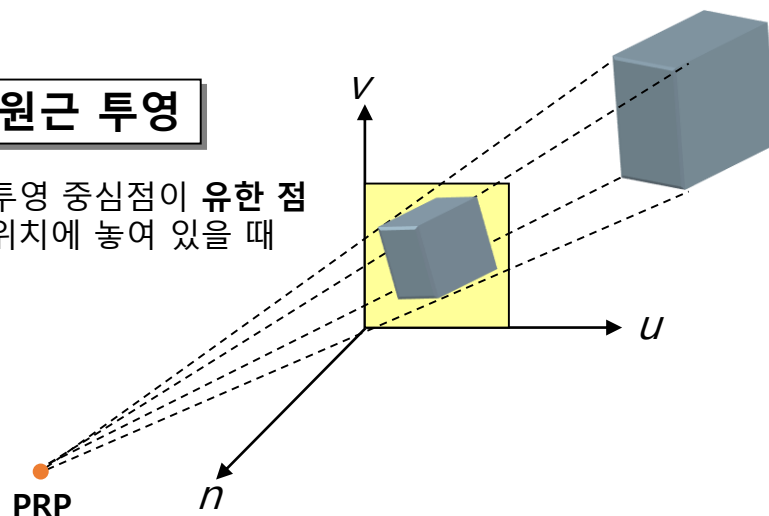
평행 투영

투영 중심점이 무한 점 위치에 놓여 있을 때



원근 투영

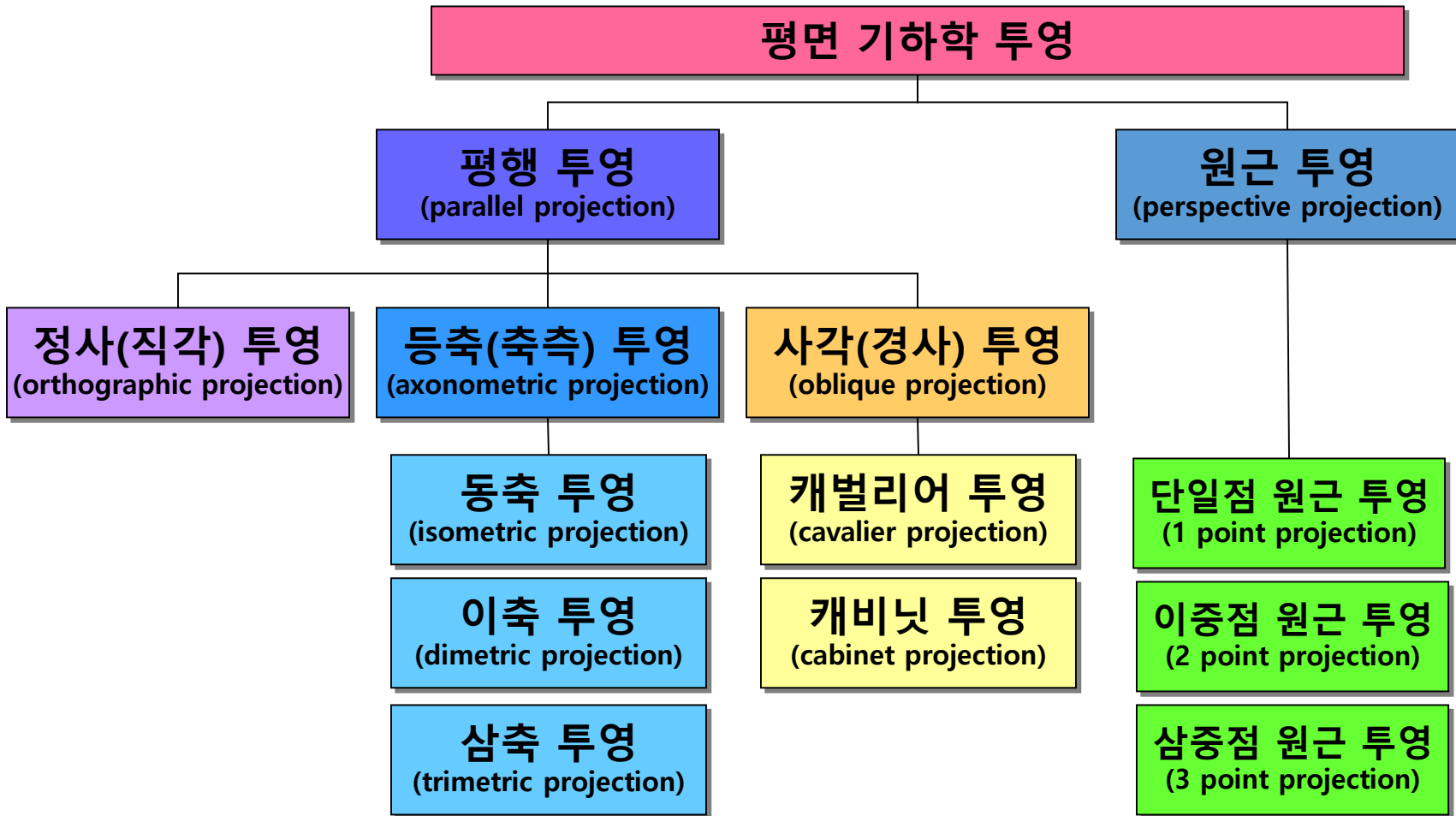
투영 중심점이 유한 점 위치에 놓여 있을 때



투영(Projections)



평면 기하학 투영의 형태



투영(Projections)



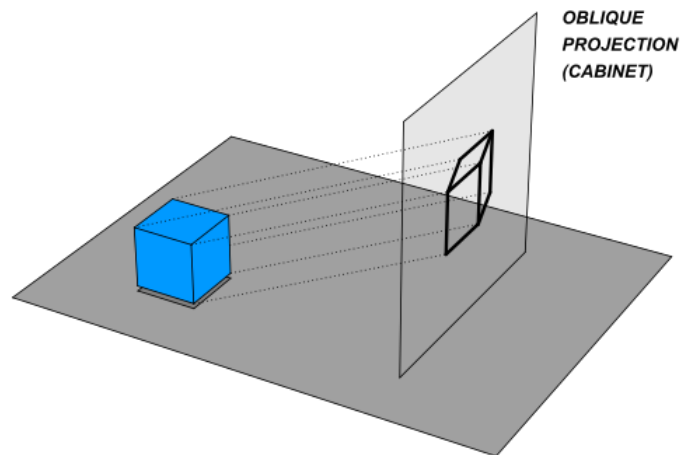
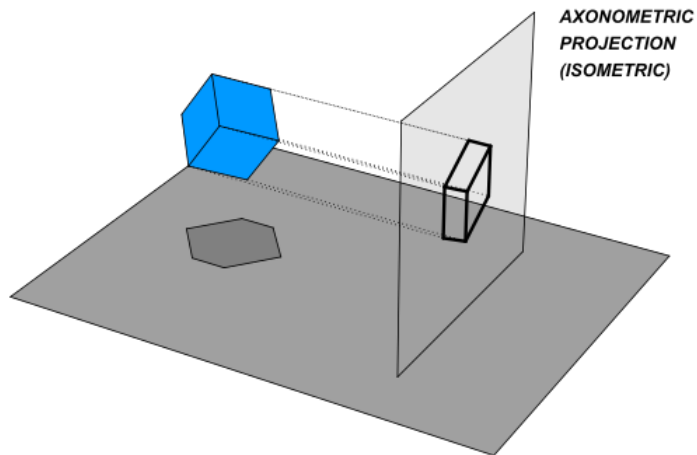
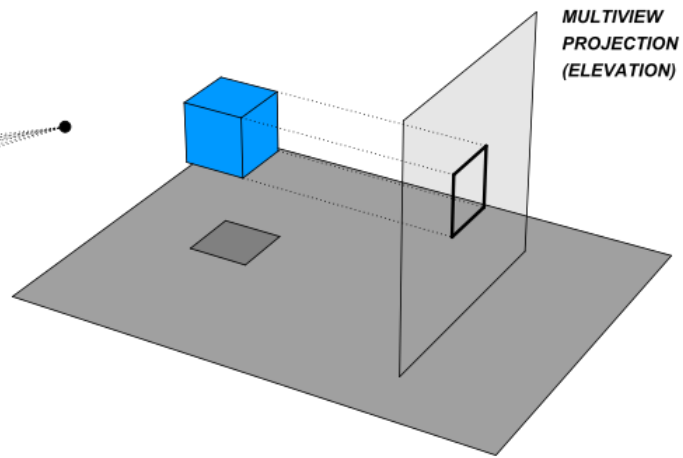
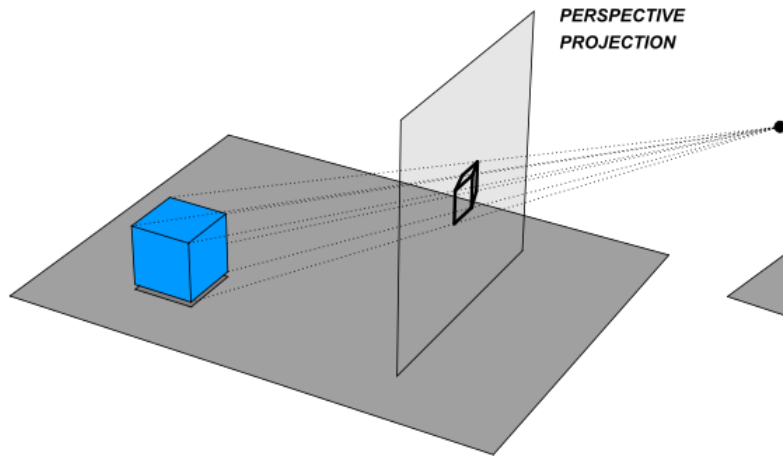
평행 투영법(Parallel Projections)

- 평행투영법에 의하여 보이는 것은, 투영면과 투영각도에 따라 달라짐
- 직각 투영법(orthographic projection)
 - > 3차원 공간의 좌표계에서 x, y, z 축 가운데 한 축과 투영방향이 동일하고 투영면은 이축과 직각이 되도록 배치하여 투영하는 방법
 - >> 투영각이 투영면과 직각이 될 때
- 축측 투영법(axonometric projection)
 - > 3차원 공간의 좌표계에서 물체를 경사 시켜 두고 평행한 투영선으로 투영하는 방법
 - >> 경사에 따라 동축 / 이축 / 삼축으로 구분
- 경사 투영법(oblique projection)
 - > 3차원 공간 좌표계에서 투영 방향과 투영면이 직각 방향이 아닌 다른 각도를 이루고 있는 경우

투영(Projections)



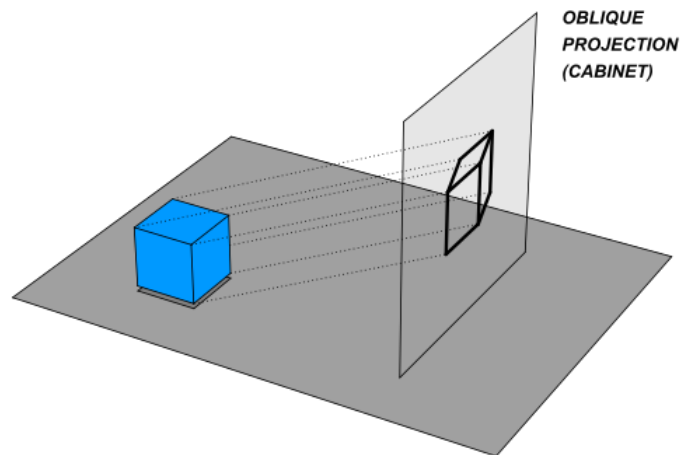
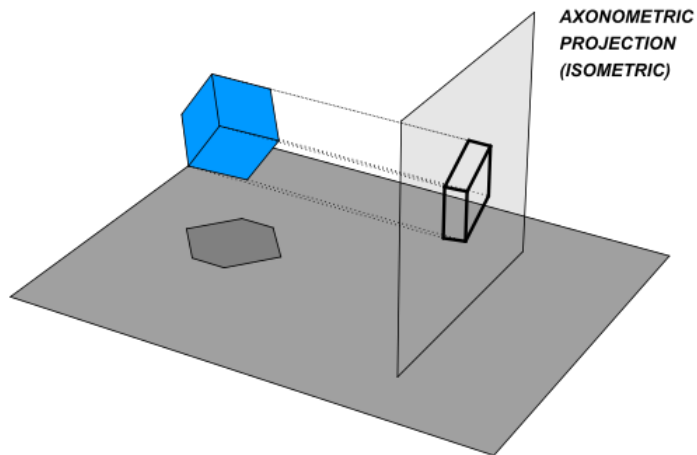
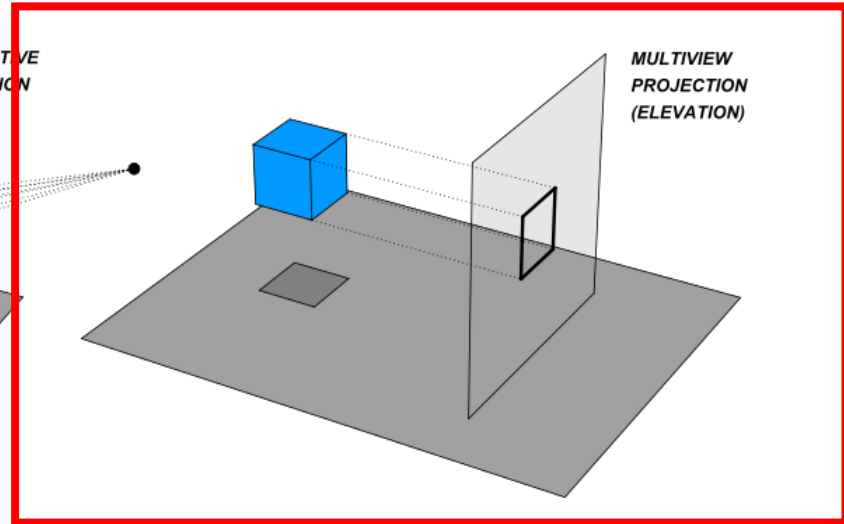
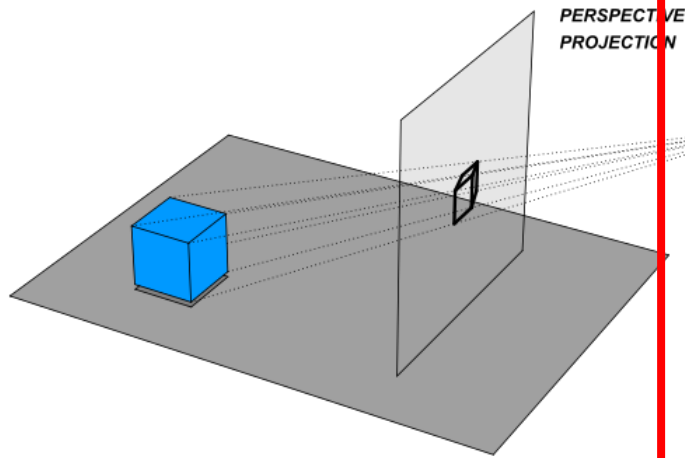
평행 투영법(Parallel Projections)



투영(Projections)



평행 투영법(Parallel Projections)



투영(Projections)

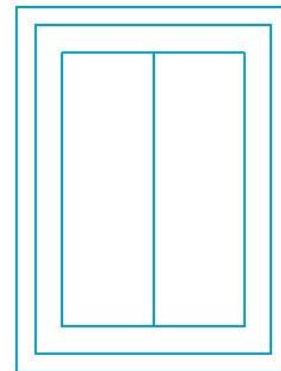


평행 투영법(Parallel Projections) – 직각 투영법

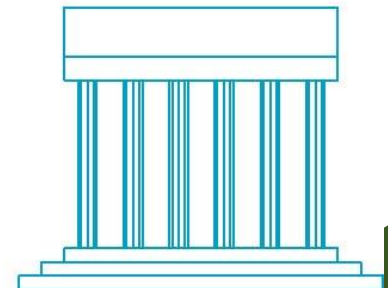
- 물체를 앞, 옆 그리고 위에서 보는 그림을 그릴 때 흔히 사용
= 좌표 중 어떤 한 면에 실물 그대로 투영
- 가장 단순한 투영 방법으로 대상 객체
전면을 화면상에 실제 크기로
정확하게 나타냄
- 공학용 도형을 그리는데 흔히 사용
- 장점,
> 거리와 각 둘다 보존
= 모양을 보존
= 측정을 위해 사용
- 단점,
> 많은 면들이 관측자에게 안보이므로
실제로 어떻게 보이는지 쉽게 알 수 없음



앞면



윗면

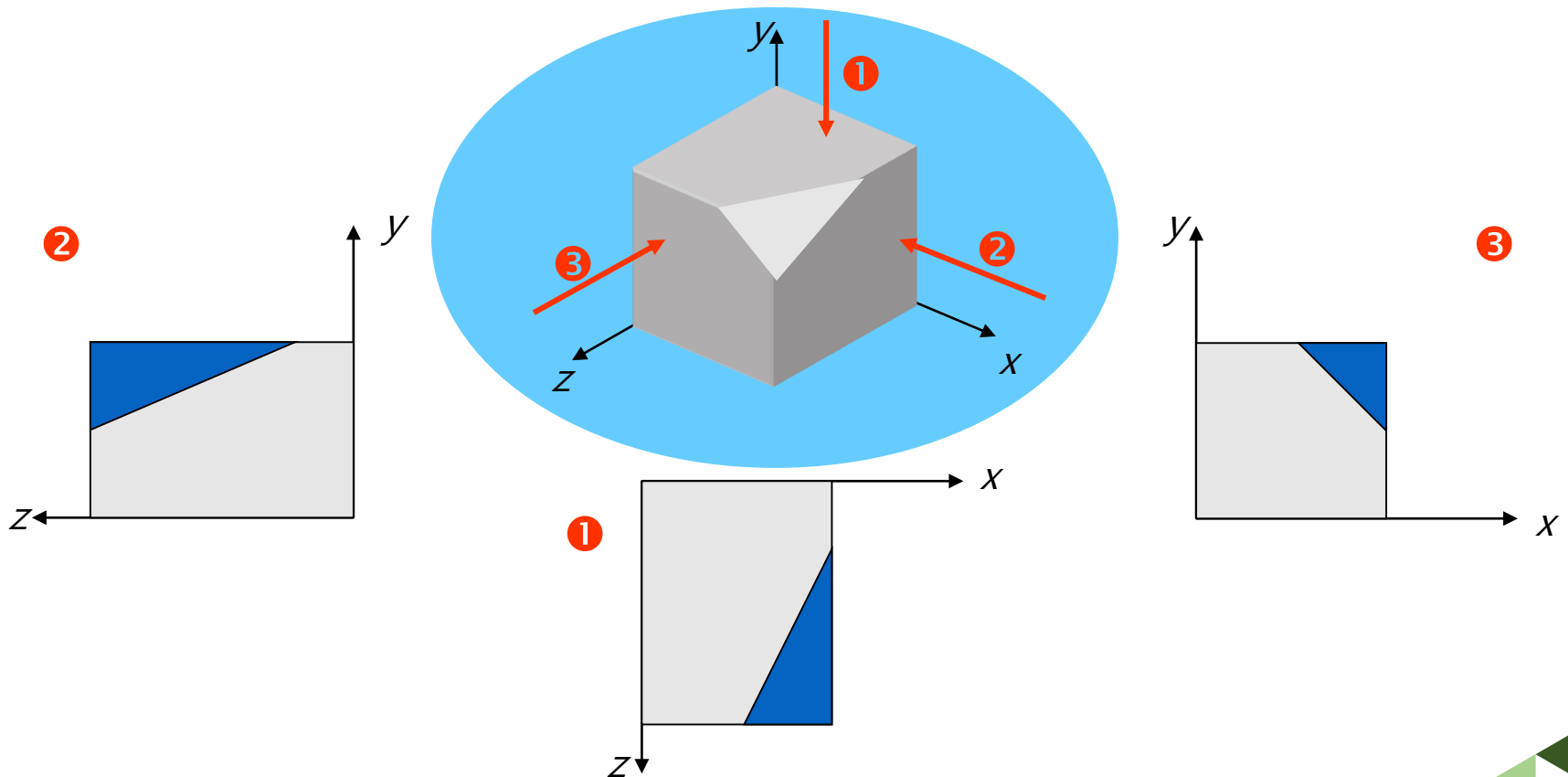


옆면

투영(Projections)



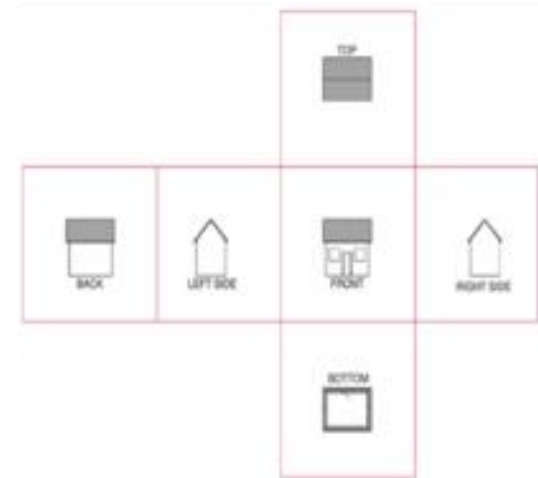
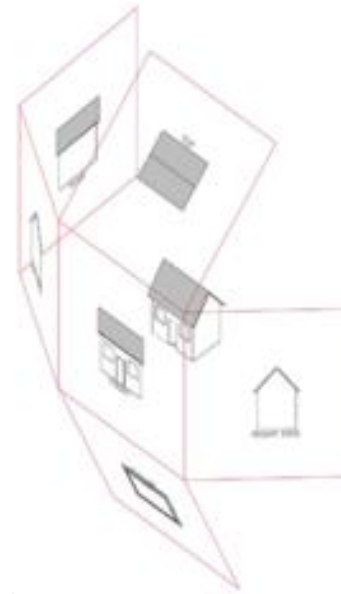
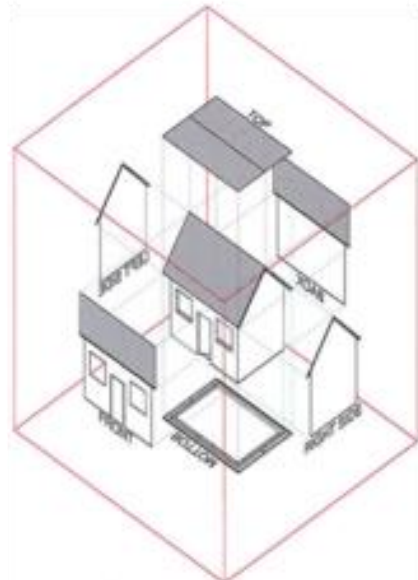
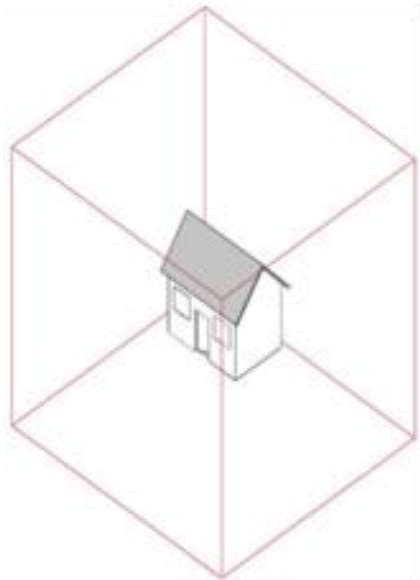
평행 투영법(Parallel Projections) – 직각 투영법



투영(Projections)



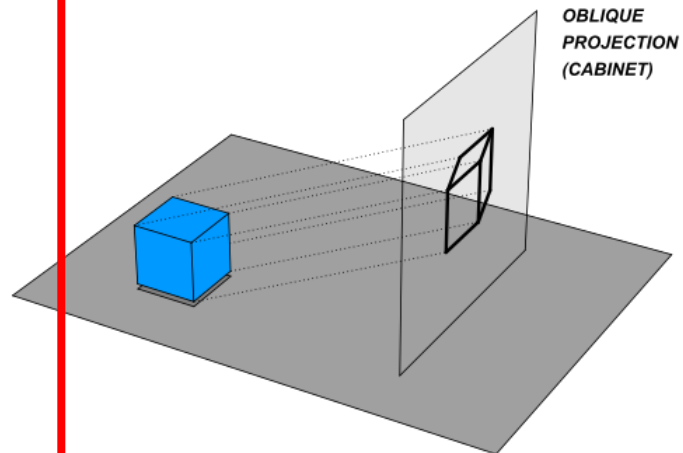
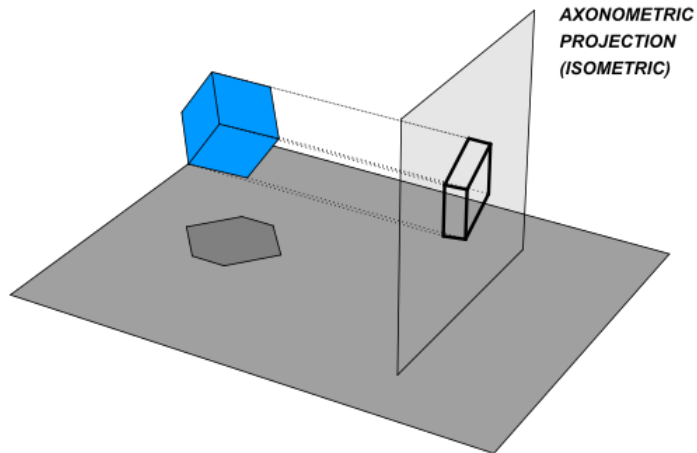
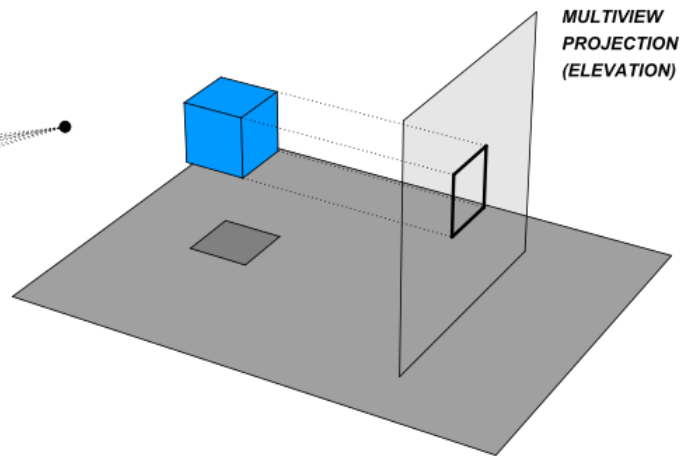
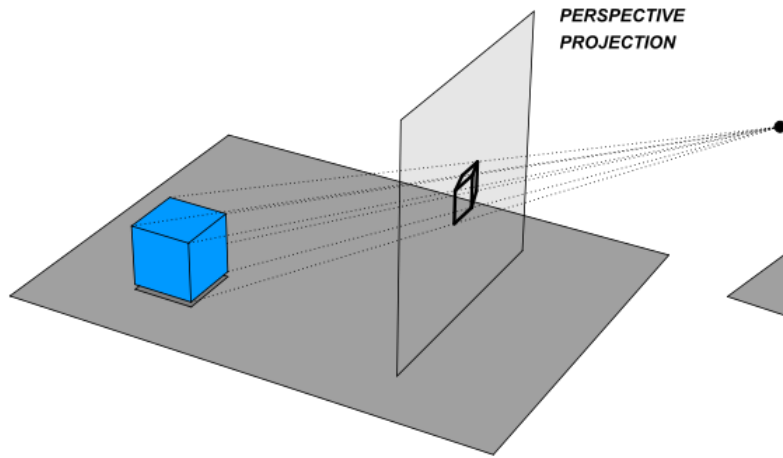
평행 투영법(Parallel Projections) – 직각 투영법



투영(Projections)



평행 투영법(Parallel Projections)

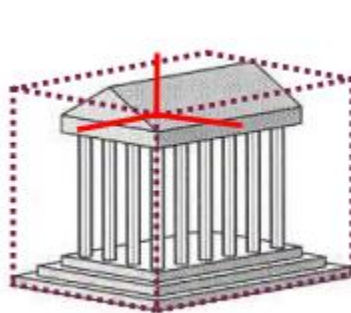
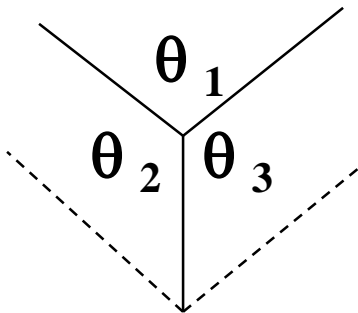
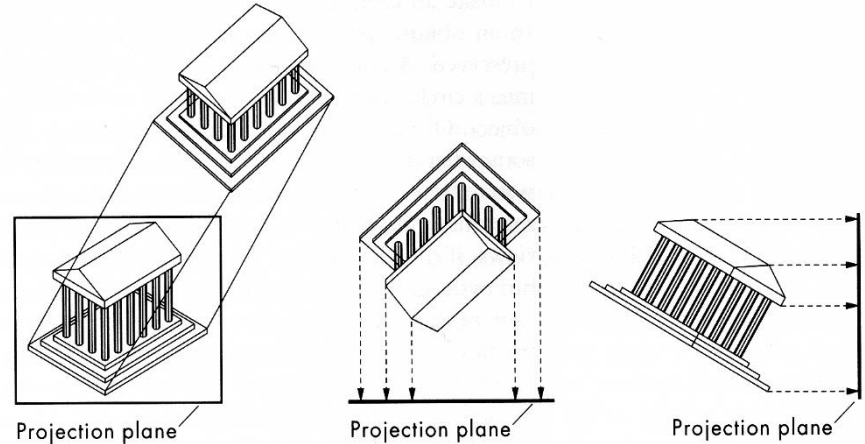


투영(Projections)

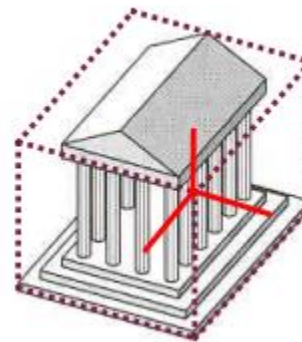


평행 투영법(Parallel Projections) – 축측 투영법

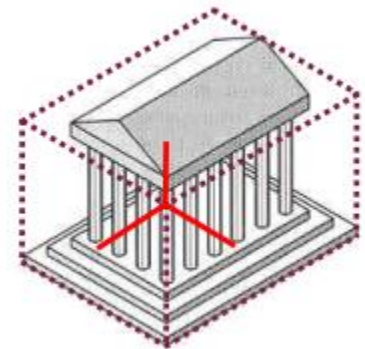
- 투영면의 이동을 허용
- 투영된 입방체 코너에 몇 개의 각이 같은지에 따라 분류
 - > 모두 다름: 삼축 투영
 - > 2개가 같음: 이축 투영
 - > 3개가 같음: 동축 투영



이축



삼축



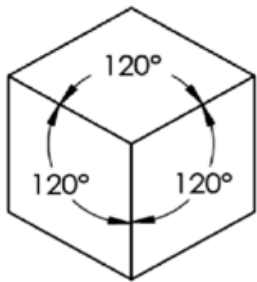
동축

투영(Projections)

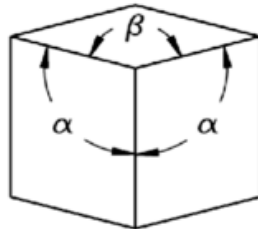


평행 투영법(Parallel Projections) – 축측 투영법

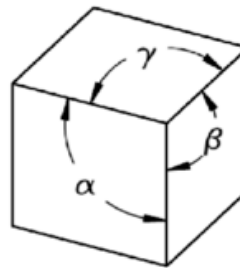
- 특이점,
 - > 선분의 길이가 달라지지만(축소됨) 축소비율을 구할 수 있음
 - > 선은 보존되지만, 각은 보존 안됨
 - > 객체의 세 면을 볼 수 있음
 - > 착시 가능성 있음 (평행선이 발산하는 것으로 보임)
 - > 먼 객체와 가까운 객체가 같은 비율로 축소되므로 실제처럼 보이지 않음



Isometric



Dimetric

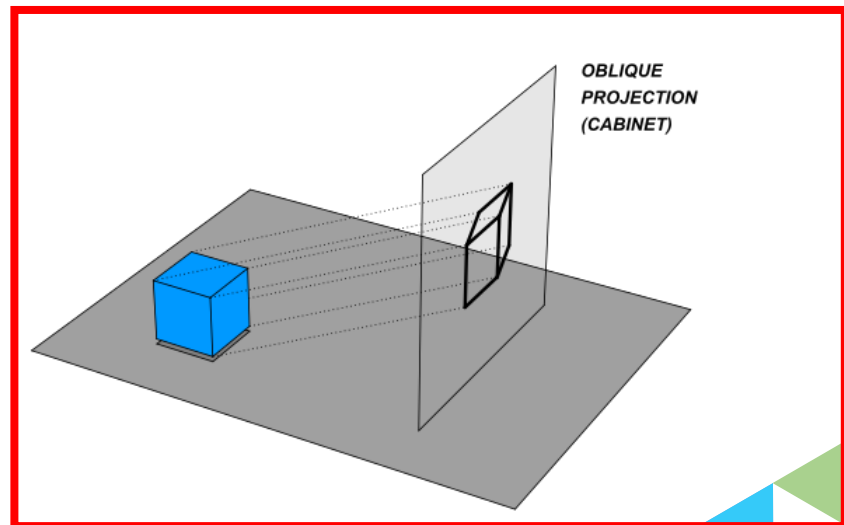
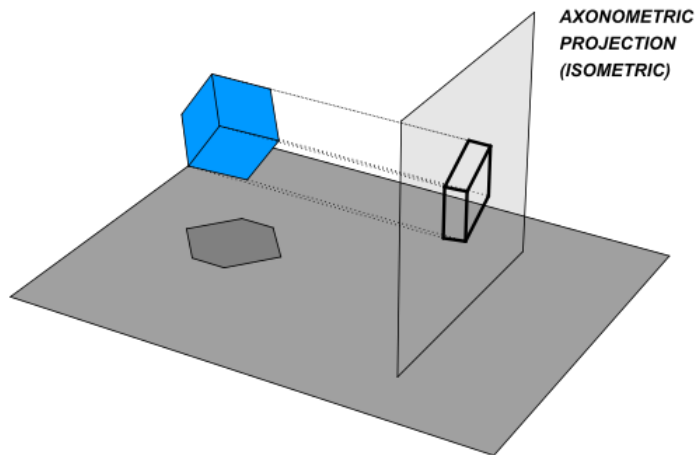
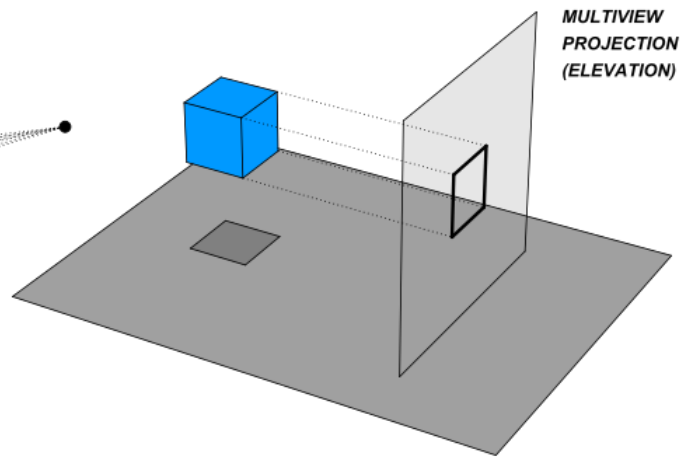
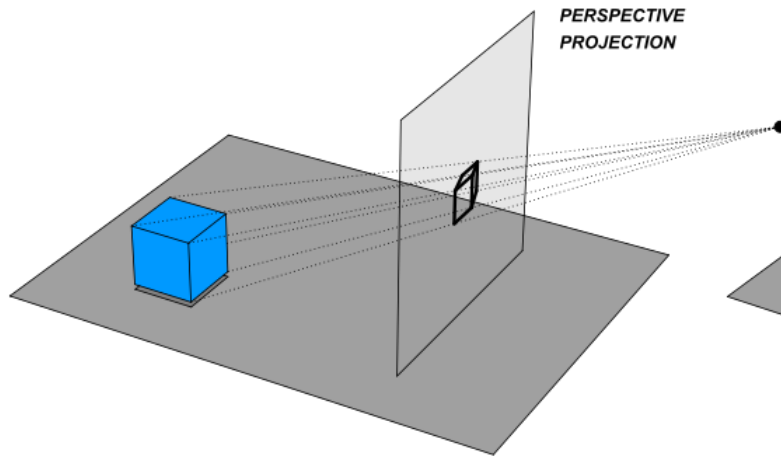


Trimetric

투영(Projections)



평행 투영법(Parallel Projections)

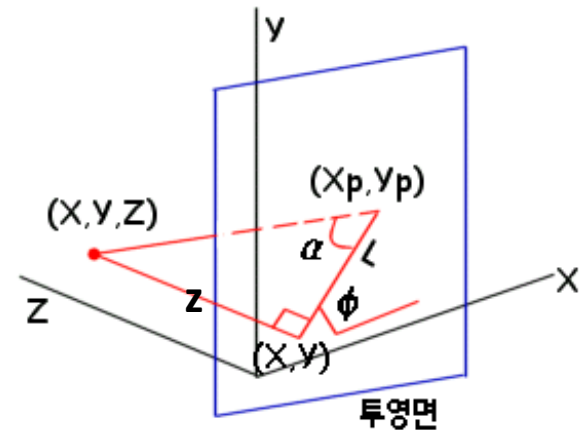


투영(Projections)



평행 투영법(Parallel Projections) – 경사 투영

- 투영선이 투영면과 직각이 아닌 임의의 각을 가짐
- 투영면과 평행한 주면의 각이 보존
- 3D 객체 하나의 점 (X, Y, Z) ,
경사 투영으로 생긴 투영 점 (x_p, y_p) ,
직각 투영으로 생긴 투영 점 (X, Y) ,
이 세 점을 연결하여 생기는 각도 α ,
 (X, Y) 와 (x_p, y_p) 선분 L ,
투영면 상 평행선에 대해 ϕ 각도의 기울기를 갖는다면



$$x_p = x + L \cos \phi$$

$$y_p = y + L \sin \phi$$

$$\tan \alpha = \frac{z}{L} = \frac{1}{L_1}$$

- 투영 방향은 각도 α 와 ϕ 에 의해 결정되는데
보통 ϕ 각도로는 30도와 45의 경우가 많이 사용
(앞면, 옆면, 윗면을 한번에 보여주는 장점)

- 선분의 길이 L 은 z 축의 함수로 계산 가능

L_1 : $z=1$ 일 때 점 (x, y) 에서 점 (x_p, y_p) 까지의 투영선 길이

투영(Projections)



평행 투영법(Parallel Projections) – 경사 투영

- 대입하면

$$x_p = x + L \cos \phi \quad x_p = x + z(L_1 \cos \phi)$$

$$y_p = y + L \sin \phi \quad y_p = y + z(L_1 \sin \phi)$$

- 따라서 어떤 형태 평행투영법이라도 다음 형태의 변환행렬을 갖게 됨

$$P_{parallel} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ L_1 \cos \phi & L_1 \sin \phi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- 직각 투영의 경우 : $L_1 = 0$
(즉, z값만 버리면 됨)

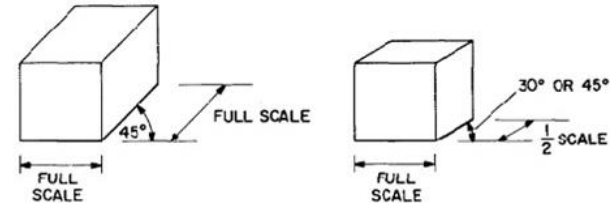
- 경사 투영인 경우
 L_1 이 0이 아니면 됨

투영(Projections)



평행 투영법(Parallel Projections) – 경사 투영

- 경사 투영법에는 캐벌리어 투영과 캐비닛 투영법 2가지 방법이 존재
- 캐벌리어 투영의 경우 길이가 변화되지 않고 기존 상태 그대로 유지되는 투영
- 캐비닛의 투영의 경우 길이가 $\frac{1}{2}$ 로 줄어드는 투영



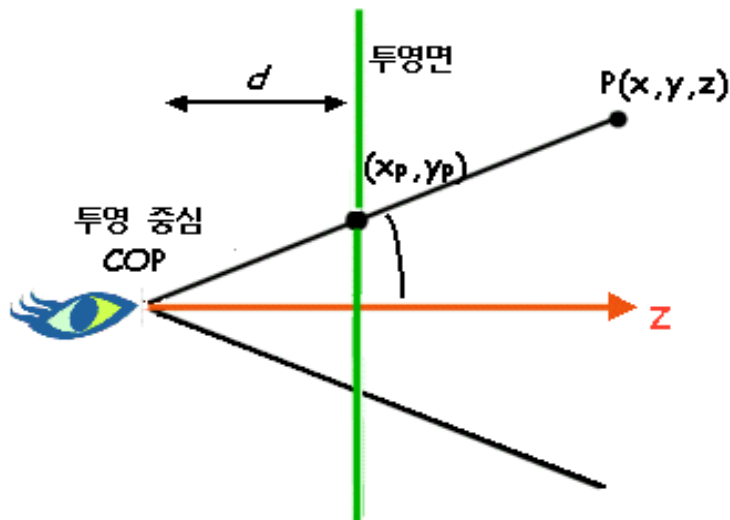
- 특이점,
 - > 특정한 면을 강조하기 위한 각을 선택할 수 있음
 - > 투영면에 평행한 면내의 각은 보존되면서 “주변” 면들을 볼 수 있음
 - > 일반적인 카메라로 생성할 수 없음, 주름상자 카메라 or 특별한 렌즈로 가능
 - > 캐벌리어보다는 캐비닛 투영이 선분의 길이가 줄어들어 사실적으로 보임

투영(Projections)



원근 투영법(Perspective Projections)

- 투영 중심점에서 만나는 투영선을 따라서 점을 투영



- 투영 중심점이 투영면 뒤쪽에 d 만큼을 거리를 두고 마이너스 값을 갖는 z 축 선상에 있음
- 투영중심선은 어떤 점이라도 상관없으나, z 축을 따라서 선택하는 것이 3D 변환식에 계산식을 간단히 해줌

원근 투영에 의해 점 (x,y,z) 가 투영면의 (x_p,y_p) 에 위치

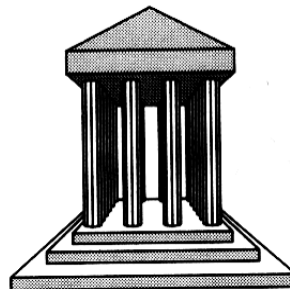
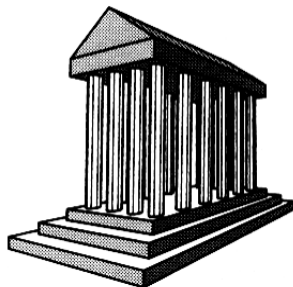
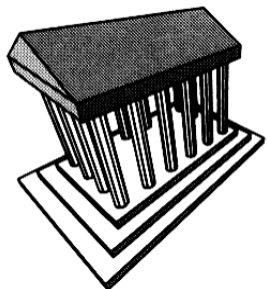
- 투영면 앞에 위치한 사물을 투영의 중심점에서 관찰자가 투영 방향으로 바라 볼 경우에 그 객체를 바라본 모양이 투영면에 나타남

투영(Projections)



원근 투영법(Perspective Projections) - 소실점

- 3D 물체를 원근 투영시 변환 공식에 따라 평면에 투영하면, 물체상의 평행을 이루는 선 중에서 투영면과 평행하지 않은 선들은 서로 수렴하게 됨
그리고 투영면과 평행하는 선들은 그대로 평행을 이루면서 투영
- 소실점(vanishing point): 투영된 선들 중 수렴하는 선들이 하나의 점에 수렴하게 되는 점
- 주소실점: 세계좌표축 중 하나와 평행하는 선들이 수렴하게 생기는 소실점
- 투영면의 방향을 적당히 조정함으로써 주소실점의 개수(한 개, 두개, 세개)를 조정할 수 있고, 이에 따라 원근투영법 종류가 분류



투영(Projections)



원근 투영법(Perspective Projections) - 소실점

요약 회화나 설계도 등에서 투시(透視)하여 물체의 연장선을 그었을 때, 선과 선이 만나는점.

투시원근법(선원근법:liner perspective)을 쓸 때 존재하는 것이며, 물체의 선을 연결한 수평선 상에 있다. 소실점을 확인하게 되면 공간의 입체감을 파악할 수 있다.

투시원근법의 원리와 소실점을 발견한 미술가는 1410년경 르네상스시대 피렌체 건축가 필리포 브루넬레스키(Filippo Brunelleschi)였다. 그의 이론은 《회화에 관하여 On Painting》라는 원근법에 관한 저술로 유명한 레오네 알베르티(Leone Battista Alberti)에 의해 발전되었다. 그러나 본격적인 보급은 레오나르도 다 빈치(Leonardo da Vinci)·파올로 우첼로(Paolo Uccello)·피에로 델라 프란체스카(Piero della Francesca) 등에 의해서이다. 16세기의 화가나 건축가에게 원근법과 소실점은 중요한 의미를 지닌다.

투시원근법은 3차원의 현실을 2차원의 화면에 재현하기 위하여 쓰이며, 회화뿐 아니라 건축·조경·무대장치·인테리어 설계도에서도 쓰인다. 소실점을 이용하여 거리감이나 구도를 나타내므로 소실점이 몇 개 있느냐에 따라 그림의 느낌이 좌우된다.

① 1점 소실점 투시법은 3차원적인 부피감을 나타내는 기초 기법으로 평행선 원근법이라고도 한다. 소실점이 1개이며, 집중감이 강하며, 대각선 구도로서 가로수길 등으로 그릴 때 많이 사용된다. ② 2점 소실점 투시법은 사선 원근법이라고도 한다. 소실점이 2개로 화면의 양쪽에 있다. 주로 웅장한 건물 등을 표현할 때 쓰인다. ③ 3점 소실점 투시법은 공간 원근법이라고도 한다. 소실점이 3개로 양쪽과 위쪽이나 밑에 있다. 스케치나 드로잉에서는 잘 사용하지 않으나 높은 건물을 그릴 때는 사용된다.

투영(Projections)



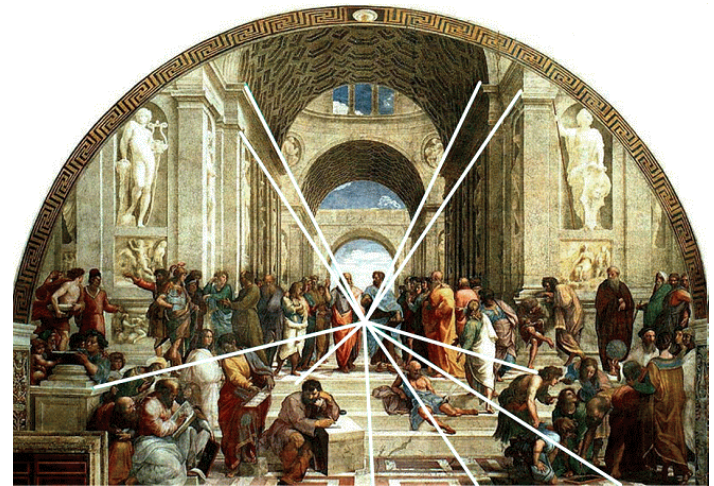
원근 투영법(Perspective Projections) - 원근감

원근감이란?

원근은 멀리 있는 것은 작게 보이고 가까운 것은 크게 보이는 현상입니다. 그림으로 원근감을 표현할 때는 소실점을 사용합니다. 아래 그림처럼 소실점에 가까울 수록 그림을 작게 그리고 멀수록 그림을 크게 그리면 원근감이 표현됩니다.



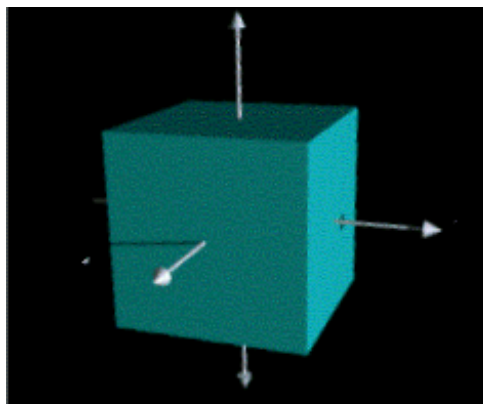
[그림1] 소실점과 원근감



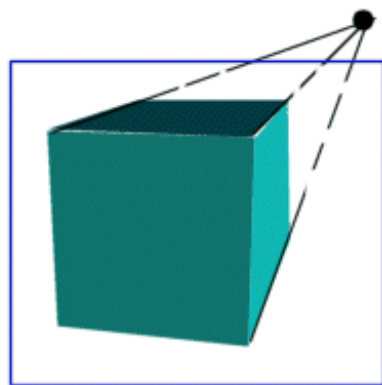
투영(Projections)



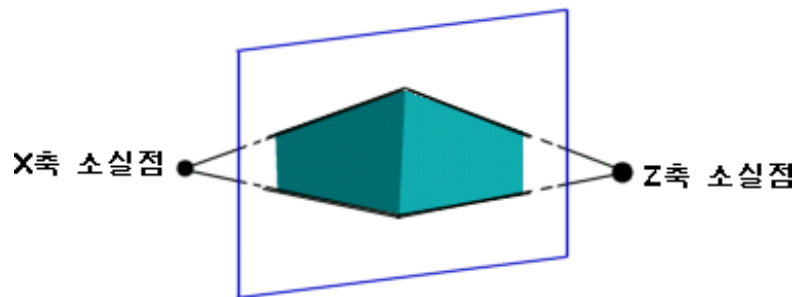
원근 투영법(Perspective Projections) - 소실점



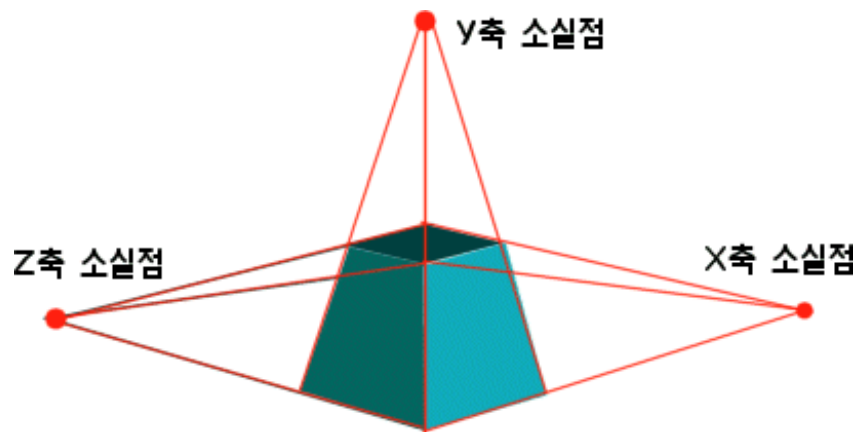
(a)



(b)

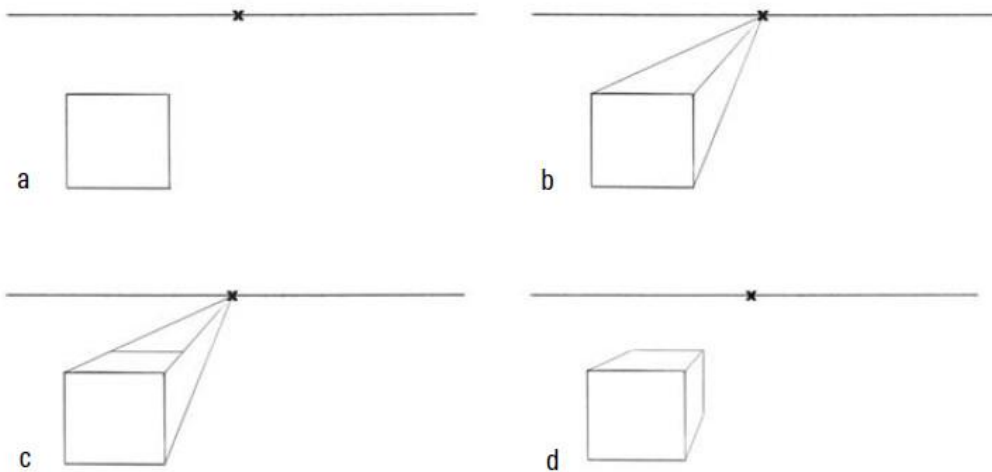


(c)

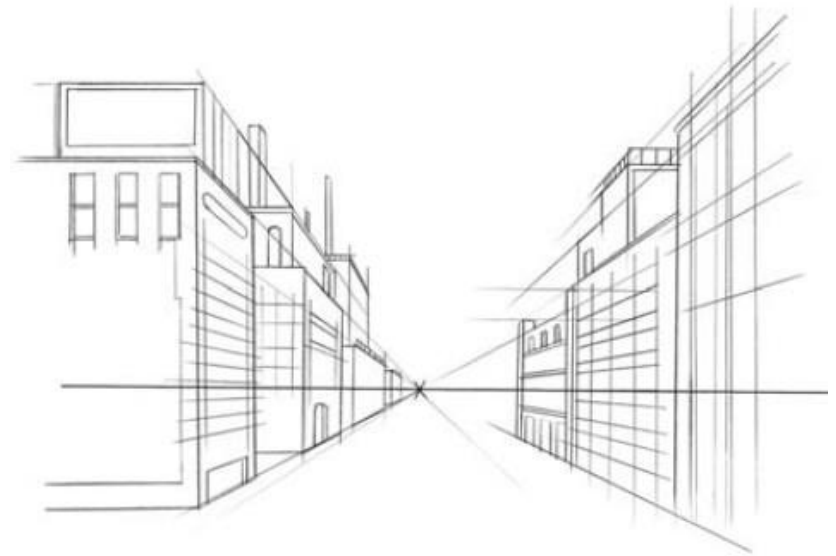
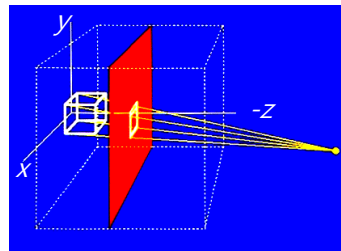
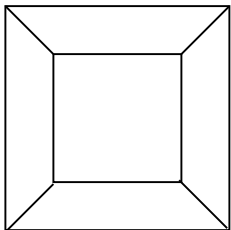


투영(Projections)

원근 투영법(Perspective Projections) - 단일점 원근

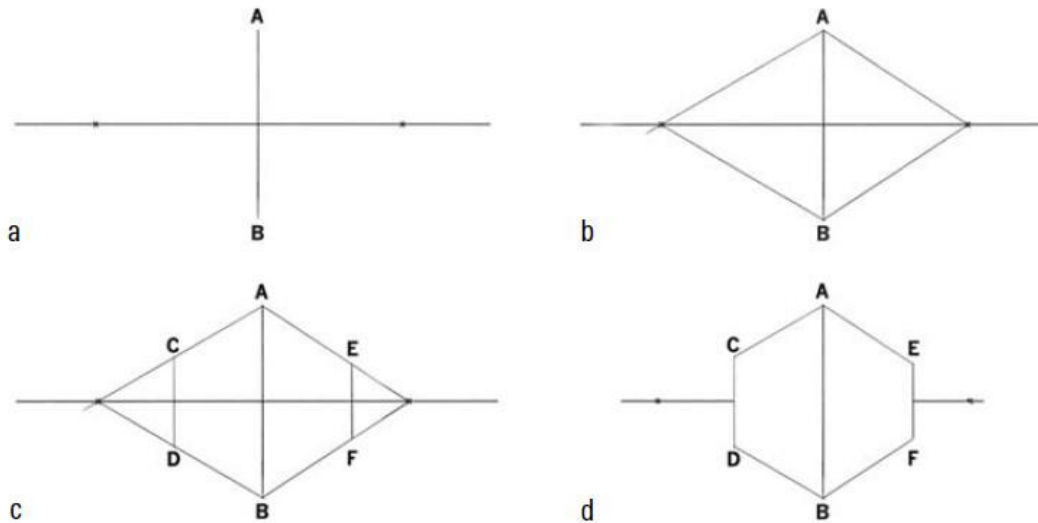


- 정방향 대상의 면들 중 하나가 뷰 평면과
평행

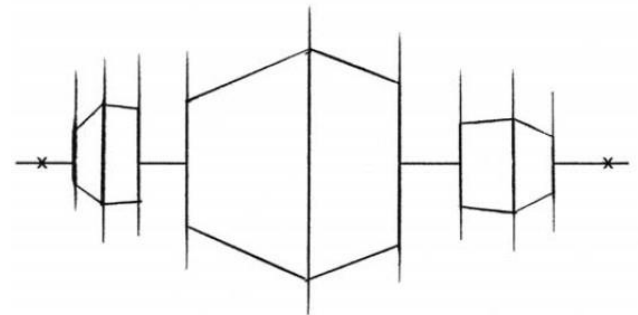
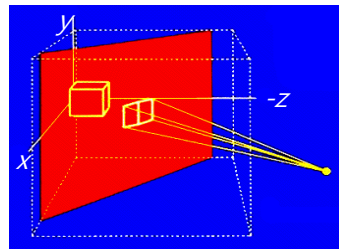
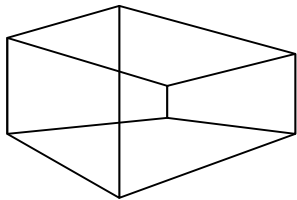


투영(Projections)

원근 투영법(Perspective Projections) - 이중점 원근



- 모서리들의 한 집합이 뷰 평면과 평행하지만, 어느 면들도 뷰 평면과 평행이 되지 않음



투영(Projections)

원근 투영법(Perspective Projections) - 삼중점 원근

- 모서리들, 면들 모두 뷰 평면과
평행되지 않음

