

数学的本质和其他



Alex Julius

14 人赞同了该文章

数学的本质和其他

数学的研究和实践是以人类和计算机为载体的，人类对外界的输出和表达和计算机是一致的，考察其实现的过程，始终处理的是有限，离散的信号判断。

形式证明有效的必要条件是构成物质上的对应。例如当我们讨论无穷时，一定要有一路对应，使得代表无穷的存储于物质上的信息最终能和一个代表无穷的实体完全对应。但是因为信息的离散有限性，这是做不到的。数学，哲学等学科的存在域脱离不了人类和计算机的认知活动，而人类和计算机的认知活动的结果是信息，而信息是离散有限的物质实在。

因此类似于计算机语言，数学是一个语言和系统，为使得系统的可扩充性达到最大，以及表达内容时的信息熵最小，同时在处理问题时的计算复杂度最小，我们需用最少的概念组和规则组来建立整个系统，因此我们需要对数学公理化，并把这一想法贯彻始终。

同时这一现象告诉我们需把数学的研究对象的本体论，和研究过程中体现的方法论区分开来，加以强调和研究，这也能够增加系统的效能。

我们一方面可以从方法论上引入问题，进而扩充研究数学的对象，另一方面可以从本体论上扩充数学的研究对象，两者具有各自的重要性。

从方法论上来说，通过简单的例子比如是具有几何直观的例子来发现复杂的情况的相似特征，获得解决复杂问题的思路，这是方法论的一个内容，我们同样可以把这一理念运用在未来的人工智能实现的自动证明上，而运用上述语言和系统科学的理念，将方法本身作为一个研究对象，提高系统的效能，这是其主要内容，但是同时在本体论中有一点值得强调，有时一个问题对于解决该问题的路径而言的期望计算复杂度很大，但我们的关注点在于如何找到一个特定的路径，这个路径能够解决问题，且这个路径的计算复杂度很小，对于数学的语言系统也有类似的现象，系统进行齐整的扩充时带来的困难有时远大于对于给定方法的强化或给定问题的解决，如果以后者作为目的，那么前者就是不合理的，为了一个较小的重要的困难不应该引入较大的不重要的困难，这里的重要是依据对象的本体性而定的。

附录：

简单且不恰当地说，所有数学都是有限且离散的数学（在任何载体上都呈现为离散且有限的信息），但是经过了转义，符号化和封装，加上类库的字符串名的自然语言暗示，使其看起来不那么像。

数学按照信息角度还原并翻译以后就是算法和语言性能比较差的程序语言设计和算法分析。

人类大脑在I/O层面处理的也始终是离散，有限的数据流，因此和计算机相同。

这使得我们可以从计算机科学，信息论，控制论和系统科学的角度看待一切人类的理论和人类学习的过程。

如何学好数学，本质上就是如何学好一门程序设计语言，看接口（定义），看源码（定理证明），看说明文档（例题）。

例1：不等式的放缩和数学归纳法的加强命题的尺度的把握就是一个接口调参的过程，高级不等式就是经过了封装的派生类，如果搞不定就退一步使用更低级的程序设计语言。

例2：很多人问抽象代数有什么用，实际上你不需要在学这门课的时候知道它有什么用，因为它只是作为基类定义了一组纯虚函数。

所以说，学习数学不需要那种理解，就像你不需要理解程序语言设计的某种哲学和自然语言层次的含义，因为你的理解，在大脑层面来说，是无用的，相当于定义了一套上下文不存在，指针不明确的字符串，所以是没有意义的，我们需要理解的只是接口的逻辑。

数学的核心在于解题。

和别的学科不同，数学的解题不太考察工作记忆容量，考察的主要是模式识别的算法，因此数学解题能力是经过学习得到的，需要一种隐性经验的积累，数学是一门隐性文科，常常被所有人所误解。

同时说明，看题解，开卷解题都是低效甚至无效的，经验也告诉我们，数学成熟度和解题能力的成长来自于大量“有效思考时间”的堆积，也就是说，你需要在解题的思考过程中有意识地培养各种各样的问题解决切入点的积累，这样才能事半功倍。

PS：针对一部分人的误区的回复：1，数学是怎样的，由发展和决定它内容的数学工作者的实际操作而决定，而不是你觉得你认为的数学应该是怎样的，它就是怎样的。2，数学理论作为信息是客观存在的。3，数学中出现的类库名所对应的自然语言含义是不客观存在的，就像CS：GO中不存在真正的三维空间。4，数学的实在性属于数学哲学的研究内容。5，在数学工作者的实际行为中，数学发展和研究过程中有基于类似于假定CS：GO中的三维空间客观存在的影响。

附录（我对数学的感想）：

关于综合几何：我觉得小学几何的那种基于旋转平移等的周长面积体积的内容才是真正的平面几何，而初中的平面几何给人感觉十分逻辑学的感觉，比起几何，更接近逻辑学，并不是十分依赖于直觉，直观，相反在分析，代数中许多证明思路的构建，有很多依赖于几何直观，原则上来说，计算几何更像是原始几何的继承者。

关于数学竞赛和组合游戏：我最初注意到数学竞赛，是因为小学数学竞赛里面包括了智力游戏。但是这种包括，实际上给人很另类的感觉。数学竞赛本质上让你找到一个巨大迷宫的漫长隧道解，这个过程更依赖于经验和辛劳，实际上没有那么智力游戏，而智力游戏和算法设计是让你在一个需要创造力的更各向同性（解路径引起了组合混沌）的关口进行短暂的设计或选择，原则上来说，智力游戏和算法设计更接近，而和组合学远离，而到了高中阶段和Putnam竞赛，分析和智力游戏出现在同一张试卷上，已经给人感觉很突兀和不自然。

关于数学的一般性和物理学：说到数学和物理，很多人总觉得数学和物理的区别是数学具有一般性，但是其实一般性并不是数学的特征。说到一般性，数理逻辑肯定没有一般性，因为它依赖于一个符号语言，而符号语言最终在大脑或计算机是被数值语言所表达的，基于数理逻辑的数学已经丧失了基础上的一般性，与之相比，算法更接近这种一般性意义上的数学。

关于计算，纯粹数学和计算机科学：说到数学，很多人总以为数学的源头是计算，数值计算的确是数学和计算机科学的共同源头，但是数学并不是计算的正统继承者，因为和算术相区分的一个核心学科就是几何，几何概念本质来自于现实，也就是物理学，实际上对素数，因式分解，矩阵乘法，方程论，无限或超限这样的概念的探求的动机从源头上来说也来自于几何，这其实导致了几乎所有有限次算术以外的数学的概念的最初都来自于物理学，与之相比，计算机科学可以说是纯粹地由有限次算术演化而来的数学。

关于微积分和线性代数：初中或小学第一次接触微积分和线性代数的小朋友，有细心思考的，他们的感想一定是，高等的数学相比低等的数学而言，数学的一般性丧失了，而增加的特殊性，使得数学更像是物理，给人感觉很奇怪的感觉。

数学其实不是那么数学，大家所想的有限次算术的正统后代和一般性，方法论，远离物理意义上的数学，其实是计算机科学，大家所认为的作为智力游戏的延伸的学科竞赛，不是奥数，而是信息竞赛。

编辑于 2021-08-04 17:53

数学

写下你的评论...

1 条评论

默认

最新



数学就是艺术

数学是一门语言，宇宙是复杂系统，数学的发展体现在对宇宙现象的描述力上。降低问题的计算（理解）复杂度需要用到更抽象的概念，问题本身的复杂度没有变化，只是人类有新的语言去描述和研究了。

2020-10-12



回复



赞

推荐阅读

数学的本质到底是什么？数学为什么如此神奇，数学是实在吗…

如觉) 于 (Mon Dec 31 15:25:47 2012) 提到: 陈省身和杨振宁，一位是20世纪的数学大师，一位是当代物理学巨匠，他们分别耕耘了几十年后，竟然发现彼此的工作之间有深刻的联系： 陈省身建立…

知乎用户NKtEou

【原创】数学的本质

本文是我在学习数学过程中的感悟，不算是权威说法，只作为个人思考的记录使用。写出来与朋友们交流。在学习数学的过程中，我越来越觉得，数学的本质就是概念的抽象，越抽象越能反映更深刻…

Finger



数海拾遗| 浅谈

枝江软妹王珈乐