第三十三届（2018 年度）

雪隆中学华罗庚杯数学比赛

PERTANDINGAN MATEMATIK PIALA HUA LO GENG
ANTARA SEKOLAH-SEKOLAH MENENGAH
DI NEGERI SELANGOR DAN KUALA LUMPUR
YANG KE-33(2018)

~~初中组~~

KATEGORI MENENGAH RENDAH

日期 ：2018 年 7 月 22 日 （星期日）
Tarikh ：22 Julai 2018 (Hari Ahad)

时间 ：10:00→12:00（两小时）
Masa ：10:00→12:00（2 jam）

地点 ：新纪元大学学院 5 楼大礼堂
Tempat ：B500 Auditorium Hall, Kolej Universiti New Era
5 Floor, Block C, Lot 5, Seksyen 10, Jalan Bukit,
43000 Kajang, Selangor

----

1. 以下哪个号码最接近 $19\frac{49}{50}\times100\frac{19}{20}$？

    Which of the following integers is closest to $19\frac{49}{50}\times100\frac{19}{20}$?

    A. 2017   B. 2018   C. 2019   D. 2020   E. ***

2. 如图 1 所示，已知长方形 *ABCD* 面积为 96，点 *H* 在 *DC* 上，点 *E* 和 *F* 分别是 *BC* 和 *AD* 的中点，*AE* 与 *BF* 相交于点 *G*，求 *AHBG* 的面积。

    Given that the area of the rectangle *ABCD* (as shown in Figure 1) is 96, *H* is on *DC*, *E* and *F* are midpoints of *BC* and *AD* respectively, *AE* and *BF* intersect at *G*, find the area of *AHBG*.

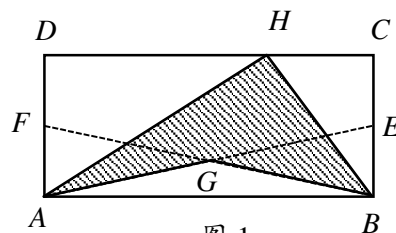   图 1
    Figure 1

    A. 24   B. 28   C. 32   D. 36   E. ***

3. 已知 5 位数 $\overline{590A9}$ 是个完全平方数，求 *A* 之值。

    Given that the 5-digit number $\overline{590A9}$ is a perfect square, find the value of *A*.

    A. 8   B. 6   C. 4   D. 2   E. 0

4. 若 *a* 与 *b* 都是 3 位数，且 $a>b>0$，使得 $a^2-b^2+a-b=2018$，则 $a=$

    If *a* and *b* are both 3-digit integers and $a>b>0$, such that $a^2-b^2+a-b=2018$, then $a=$

    A. 503   B. 505   C. 507   D. 509   E. ***

5. 求 $\dfrac{(98!)(100!)(102!)}{(97!)(99!)(101!)}$ 的最大质因数。

Find the greatest prime factor of $\dfrac{(98!)(100!)(102!)}{(97!)(99!)(101!)}$.

A. 5   B. 7   C. 17   D. 19   E. ***

6. 若 n 个连续整数的和为 2018，求 n 的最大值。

Suppose that the sum of n consecutive integers is 2018. Find the largest value of n.

A. 4   B. 1009   C. 2018   D. 4036   E. ***

7. 已知 $a_1 = 1$ 及数列 $a_1, a_2, a_3, \cdots, a_{9999}$ 的首 n 项的中位数为 n。求 a_{2018} 的个位数。

Given that $a_1 = 1$ and the median for the first n terms of the sequence $a_1, a_2, a_3, \cdots, a_{9999}$ is n. Find the last digit of a_{2018} .

A. 1   B. 3   C. 5   D. 7   E. ***

8. 若由 A 独自一人漆某面墙，需要 8 小时；而 B 只需 7 小时。
A 开始漆该面墙 2 小时后，B 过来帮忙，两人合作了 x 分钟，A 就离开了。之后 B 用了 3 小时完成了工作。求 x 之值。

（我们假设 A，B 的工作效率不变）

Suppose A paints a particular wall alone, he needs 8 hours; whereas B needs 7 hours. A starts the job alone for 2 hours, then B helps him. They cooperate for x minutes before A leave. The remainder job is completed by B, using 3 hour. Find the value of x .

(We assume that the work efficiencies of A and B do not change)

A. 63   B. 65   C. 72   D. 84   E. ***

9. 已知 $(x, y, z) = (1, 5, 5)$ 是等式 $x + y + z = 11$ 的其中一组正奇数解。那么等式 $x + y + z = 11$ 一共有多少组正奇数解？

It is known that $(x, y, z) = (1, 5, 5)$ is one of the positive odd integer solutions for the equation $x + y + z = 11$. How many positive odd integer solutions for the equation $x + y + z = 11$ altogether?

A. 12   B. 15   C. 17   D. 18   E. ***

10. 图 2 的图形共有多少个三角形？
How many triangles are there in the Figure 2?
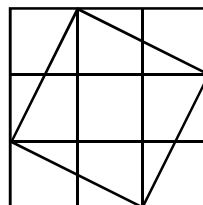A. 12   B. 16   C. 18
D. 20   E. ***

图 2
Figure 2

11. 如图 3，$AB = AC = AD$ 及 $\angle ABC = 71°$。求 $\angle CDB$。

As shown in Figure 3, $AB = AC = AD$, $\angle ABC = 71°$. Find $\angle CDB$.

A. 161°   B. 162°   C. 163°

D. 164°   E. ***
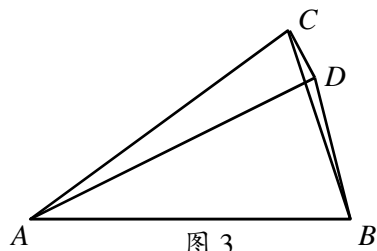

图 3

Figure 3

12. 以下哪个号码拥有和2018相等的因数个数？

Which of the following number have the same number of factors as 2018 have?

A. 5   B. 6   C. 7   D. 9   E. ***

13. 若 $(-502)+(-501)+(-500)+\cdots+(n-1)+(n)=2018$，求 n 之值。

If $(-502)+(-501)+(-500)+\cdots+(n-1)+(n)=2018$, find the value of n.

A. 505   B. 506   C. 507   D. 508   E. ***

14. 求 2018^{2018} 的个位数。

Find the last digit of 2018^{2018}.

A. 2   B. 4   C. 6   D. 8   E. ***

15. 在 1234 到 4321 之间，有的多少个号码是 18 的倍数？

How many multiples of 18 are there between 1234 to 4321?

A. 170   B. 171   C. 172   D. 173   E. ***

16. $\sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x+2018}}}=2018$ 有几个相异的实根?

How many distinct real solutions does $\sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x+2018}}}=2018$ has?

A. 0   B. 1   C. 2   D. 3   E. ***

17. 已知 $a>1$ 及 $\dfrac{1}{\log_2 2a}+\dfrac{1}{\log_4 4a}=1$，求 a 之值。

Given that $a>1$ and $\dfrac{1}{\log_2 2a}+\dfrac{1}{\log_4 4a}=1$, find the value of a.

A. $2\sqrt{2}$ B. $\sqrt{2}$ C. $2^{\sqrt{2}}$ D. $\sqrt{2^{\sqrt{2}}}$ E. ***

18. 若 $\sqrt[m]{2018}\sqrt[n]{2018} = \sqrt[mn]{2018^{17}}$， $\dfrac{\sqrt[m]{2018}}{\sqrt[n]{2018}} = \sqrt[mn]{2018^3}$，求 n 之值。

If $\sqrt[m]{2018}\sqrt[n]{2018} = \sqrt[mn]{2018^{17}}$， $\dfrac{\sqrt[m]{2018}}{\sqrt[n]{2018}} = \sqrt[mn]{2018^3}$, find the value of n.

  A. 7   B. 8   C. 9   D. 10   E. ***

19. 求 $1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + 2017^2 + 2018^2$ 除以9的余数。

Find the remainder when $1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + 2017^2 + 2018^2$ is divided by 9.

  A. 8   B. 7   C. 6   D. 5   E. ***

20. 若实数 x 及 y 满足 $x - y - 2\sqrt{xy} = 0$，求 $\dfrac{x^2 + 3xy + 10y^2}{x^2 + 2xy + 9y^2}$ 之值。

Given that $x - y - 2\sqrt{xy} = 0$ for some real numbers x and y, find the value of $\dfrac{x^2 + 3xy + 10y^2}{x^2 + 2xy + 9y^2}$.

  A. $\dfrac{3}{2}$ B. $\dfrac{4}{3}$ C. $\dfrac{9}{8}$ D. $\dfrac{10}{9}$ E. ***

21. 已知直角三角形 ABC 的周长为 46 cm，斜边长为 20 cm，求此三角形 ABC 的面积。

Given that ABC is a right angled triangle with a perimeter of 46 cm and hypotenuse of 20 cm, find the area of triangle ABC.

  A. 59 cm²   B. 60 cm²   C. 65 cm²   D. 69 cm²   E. ***

22. $110\left(\dfrac{1}{2^2 - 1} + \dfrac{1}{3^2 - 1} + \dfrac{1}{4^2 - 1} + \cdots + \dfrac{1}{10^2 - 1}\right) =$

  A. 72   B. 73   C. 75   D. 80   E. ***

23. 若 p，q 及 r 是质数，且 $pqr = 11(p + q + r)$，求 $p + q + r$ 的最小值。

If p, q ad r are primes with $pqr = 11(p + q + r)$, find the smallest value of $p + q + r$.

  A. 20   B. 21   C. 24   D. 26   E. ***

24. 若 a 及 b 是实数且 $a^2+b^2=46$ 及 $a^4+b^4=2018$。求 $(a+b)^2$ 的最小值。

    If a and b are real numbers such that $a^2+b^2=46$ and $a^4+b^4=2018$, what is the least possible value of $(a+b)^2$?

    A. 60   B. 50   C. 32   D. 28   E. ***

25. 如图 4，$ABCD$ 是个正方形，点 E 及 F 在正方形上，使到 BEF 是等边三角形。求 $DE:EC$ 的比例

    As shown in Figure 4, $ABCD$ is a square, points E and F are on the square so that the triangle BEF is equilateral. Find the ratio $DE:EC$

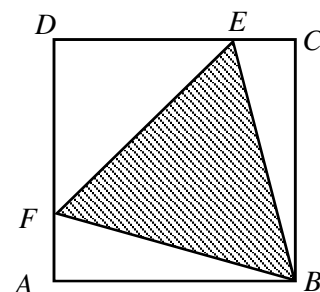   A. $\dfrac{14}{5}$ B. $\sqrt{5}$ C. $\sqrt{3}+1$

    D. 2   E. ***

图 4

Figure 4

26. 如图 5，$ABCD$ 是个正方形。点 E 及点 F 分别是 AB 及 BC 的中点。已知点 G 是 DE 及 AF 的相交点，求 CG。

    As shown in Figure 5, $ABCD$ is a square. The point E and F is the mid-point of AB and BC respectively. G is the intersection point of DE and AF. Find CG.

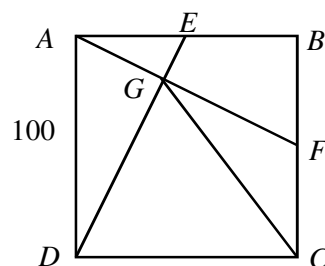   A. 101   B. 100   C. $45\sqrt{5}$

    D. $70\sqrt{2}$ E. ***

图 5

Figure 5

27. 如图6，点D在线段AC上，使到 $\angle CAB = \angle CBD$。若 $BC=36$ 及 $CD=24$，求AD。

    As shown in Figure 6, D is on AC such that $\angle CAB = \angle CBD$. If $BC=36$ and $CD=24$, find AD.

    A. 27   B. 28   C. 30
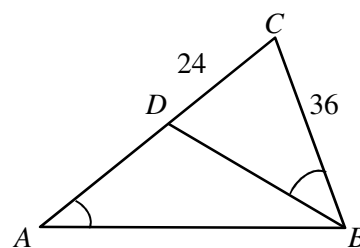
    D. 32   E. ***

图 6

Figure 6

28. 如图 7，两个半圆彼此相切。若$OA=24$，求BC。

    As shown in Figure 7, the two shaded semicircles touch each other. If $OA=24$, find BC.

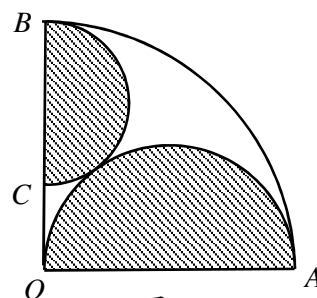   A. 15   B. 16   C. 18

    D. 20   E. ***

.

图 7

Figure 7

29. 已知4位数 $\overline{aabb}$ 是一个完全平方数，求 a 之值。

Given that the 4-digit number $\overline{aabb}$ is a perfect square, find the value of a.

A. 6   B. 7   C. 8   D. 9   E. ***

30. 以下哪个 x^4+1 是的因子?

Which of the following is a factor of x^4+1?

A. $x+1$ B. x^2+1 C. x^3+1 D. $x^2-\sqrt{2}x+1$ E. ***

31. 求 $|x-20|+|x+18|$ 的最小值。

Find the minimum value of $|x-20|+|x+18|$.

A. 2   B. 36   C. 38   D. 40   E. ***

32. 已知三角形 ABC 的边长皆为正整数，点 D 在线段 AD 上使到 $\angle CBD = \angle ABD$。若 $AD = 6$ 及 $DC = 8$，求 AB 的最大值。

Given that the triangle ABC (as shown in Figure 8) has integer side lengths, D is on AC such that $\angle CBD = \angle ABD$. If $AD = 6$ and $DC = 8$, find the largest possible value of AB.

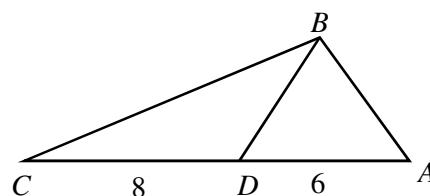图 8
Figure 8

A. 38   B. 39   C. 40   D. 41   E. ***

33. 已知 $7 \times \overline{abcdef} = 5 \times \overline{fabcde}$，求 d 的值。

Given that $7 \times \overline{abcdef} = 5 \times \overline{fabcde}$, find the value of d.

A. 6   B. 5   C. 4   D. 3   E. ***

34. 如图 9，$ABCD$ 是个正方形，边长为 8。点 E 和 F 分别是 BC 和 CD 的中点。有一圆内切于 $AECF$。求该圆的半径。

As shown in Figure 9, $ABCD$ is a square of side length 8. E and F are midpoints of BC and CD respectively. There is a circle inscribed in $AECF$. Find the radius of this circle.
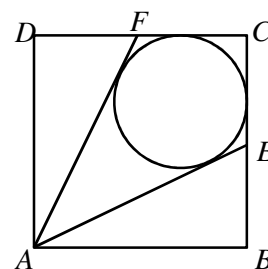
图 9
Figure 9

A. $2\sqrt{5}-2$ B. $2\frac{1}{2}$ C. $2\sqrt{3}-1$

D. $\sqrt{5}+\frac{1}{4}$ E. ***

35. 若 $a > b > 0$，求 $a + \dfrac{2}{(a-b)b}$ 的最小值。

If $a > b > 0$, find the minimum value of $a + \dfrac{2}{(a-b)b}$.

A. $2\sqrt[3]{2}$ B. $3\sqrt[3]{2}$ C. $2\sqrt[3]{3}$ D. 4   E. ***

~~~~~~~~~~ 完 END ~~~~~~~~~~