华罗庚

王元

华罗庚 1910 年 11 月 12 日诞生于江苏省金坛县．1985 年 6 月 12 日于日本东京病逝．中国科学院数学物理学部委员，中国科学技术大学教授．数论、函数论、应用数学．

二、学术成就

下面将概述华罗庚的科学工作．（参看原始文献，第 1—5 页，第 281—284 页，第 634—635 页，研究文献．）

1．数论

(1)华林问题及其推广，指数和估计．1770 年，华林猜想(并非原话)对于每个整数 k⩾2，皆存在一个仅依赖于 k 的整数 s=s(k)使每一个正整数 N 皆可以表示为

$$N=x_1^k+\cdots+x_s^k, \qquad (1)$$

其中 x_i 为非负整数．这一猜想直到 1900 年才被希尔伯特证明．如同数论通常的情形一样，一个难题的解决，立刻导致另一个更深刻问题的形成．我们把由此而形成的两大问题列于后：

A 决定将 N 表示为形式(1)的表示个数 $r_{s,k}(N)$ 的渐近公式，其中 s 愈小愈好．
B 决定使(1)式对所有充分大的 N 均成立的最小 s，即 G(k)．

显然问题A的解决将给予问题B某些结果．若当$S\geqslant\overline{G}(k)$时，$r_{s,k}(N)$有一个渐近公式，则$G(k)\leqslant\overline{G}(k)$．

哈代与李特伍德于 1920 年开始发表他们著名的整数分拆的系统论文．在其论文中，他们发展了著名的圆法来处理 A，B 中 $k\geqslant 3$ 的情况．半个世纪来，问题 A，B 均未解决，但由逐步深入的过程中而产生的新思想与新方法却大大地推动了解析数论乃至其他数学领域的发展．

从原则上讲一下圆法是容易的，但其应用则涉及到一系列技巧性困难．需做的大量工作为指数和的估计．这些困难使指数和估计有其独立兴趣并在近代数论中占有本质的重要性与影响．命

$$T(a)=\sum_{x=1}^{P}e(ax^k),\quad e(\theta)=e^{2\pi i\theta}\text{及}P=[N^{\frac{1}{k}}],$$

其中[y]表示 y 的整数部分，则

$$r_{s,k}(N)=\int_0^1 T(a)^s e(-Na)\,da$$

将[0，1]分成优弧$\mathfrak{M}$与劣弧 m 之和．粗略言之，$\mathfrak{M}$包括一些互不相交的以既约分数 a/q 为中心的小区间之和，其中 q 较小，m 为其余部分．优弧上的积分，即为$r_{s,k}(N)$的主项，劣弧上的积分则为次项．处理劣弧上的积分，需用指数和的精密估计，故为主要困难所在．

华罗庚关于圆法的第一个贡献为他在 1938 年证明了，对于适合于 $1\leqslant j\leqslant k$ 的每个 j 皆有

$$\int_0^1 |T(a)|^{2^j}\,da \ll P^{2^j-j+\varepsilon},$$

这在以后的文献中被称为“华氏不等式”．由此华罗庚将哈代与李特伍德关于渐近公式的结果改进为当 $s\geqslant 2_k+1$ 时，rs，k(N)有渐近公式．从而得出

$$G(k)\leqslant 2_k+1.$$

林尼克(Ю.В.лИННИК)曾于 1943 年给予希尔伯特定理一个新的初等证明，其证明曾被选入辛钦(А.Я.ХИНЦИН)著“数论三珠”中的一珠．诚如达文波特指出：“这一证明的想法无疑来自哈代一李特伍德方法的某些特性，特别是华氏不等式．”

我们已经指出，应用圆法时困难在于处理劣弧上的积分．华罗庚在 1957 年证明，只要当 $s\geqslant k+1$ 时，优弧上的积分即可得 $r_{s,k}(N)$的主项．他的证明的关键部分为完整三角和估计：对于任何 $\varepsilon>0$ 及整数 a，b，皆有

$$\sum_{x=1}^{q} e\left(\frac{ax^{k}+bx}{q}\right) << q^{\frac{1}{2}+\varepsilon}(q, b),$$

这在以后的文献中被称为“韦伊(A.Weil)-华氏不等式”．这个指数和是更一般的和

$$S(q, f)=\sum_{x=1}^{q} e(f(x)/q)$$

的特例，此处 $f(x)=a_k x^k+\cdots+a_1 x$ 及 $a_1, \cdots, a_k$. 为满足 $(a_1, \cdots, a_k, q)=1$ 的整数．华罗庚早在 1938 年就研究了这个和，1940 年他证明了

$$S(a, f)\ q^{1-\frac{1}{k}+\varepsilon}.$$

这个结果是臻于至善的．这个和最早由高斯(Gauss)研究．他证明了 $|S(q, x^2)|=q^{1/2}$．这个历史悠久的难题是华罗庚完全证明的，被称为“华罗庚定理”．维诺格拉多夫盛赞这是一个惊人的定理，并写于其专著之中．

对于 k 较大时，关于渐近公式成立的 s 的下界估计，维诺格拉多夫作出了重大改进，其方法十分复杂．华罗庚改进并简化了维诺格拉多夫方法，华罗庚称其核心为一个“维诺格拉多夫中值公式”.由此可以推出当 $s\geqslant 2k^2(2\log k+\log\log k+2.5)$ $(k>10)$时，问题 A 可解，而维诺格拉多夫原来的结果为 $s\geqslant[10k^2\log k]$.

维诺格拉多夫亦发展了处理问题 B 的方法.可以用维诺格拉多夫-华氏中值公式的渐近形式与华罗庚定理证明维诺格拉多夫定理：

$$G(k)\leqslant 2k\log k(1+o(1)).$$

华罗庚研究了华林问题的变体与推广．1937 至 1940 年间，他证明了方程

$$N=f_1(x_1)+\cdots+f_s(x_s), \qquad (2)$$

当 $s\geqslant 2_k+1(k\leqslant 10)$ 及 $s\geqslant 2k^2(2\log k+\log\log k+2.5)(k>10)$时，其解数有一个渐近公式(主项系数不一定为正).

华罗庚又系统地研究了他所称的“华林-哥德巴赫(C.GOld-bach)问题”，即研究限制诸 $x_i(1\leqslant i\leqslant s)$为素数时，方程(2)的解数渐近公式与可解性问题．华罗庚将其成果总结在他的专著《堆垒素数论》中．这本书写成于 1940—1942 年间，投交苏联科学院发表．由于第二次世界大战，延至 1947 年正式出版．至 1965 年，该书先后被译成中文、德文、匈牙利文、日文与英文出版．半个世纪以来，一直被广泛征引，可列为本世纪少数最优秀的经典著作之一.

命 N(k)表示最小的整数 t，使方程

$$x_1^h+\cdots+x_t^h=y_1^h+\cdots+y_t^h,\quad 1\leqslant h\leqslant k \tag{3}$$

有一个非寻常解，即诸 x_i，y_i 为整数，但 x_1，…，x_i 不是 y_1，…，y_t 的置换．方程(3)满足 $1\leqslant x_i$，$y_i\leqslant P$ 的解数记为 $R_{k,t}(p)$．又命 $M(t)$ 为最小的 t 使方程组(3)可解而且

$$x_1^{k+1}+\cdots+x_t^{k+1}\neq y_1^{k+1}+\cdots+y_t^{k+1}$$

则显然有 $k+1\leqslant N(k)\leqslant M(k)$．华罗庚在 1938 年证明了：

$$M(k)\leqslant c(k)\sim k^2\log k.$$

这是对赖特(E.M.Wright)结果的显著改进，他原来的结果为 $M(k)<7k^2(k-11)(k+3)/216$．华罗庚所用的证明方法是初等与直接的．

华罗庚还在 1952 年将维诺格拉多夫方法用来处理塔利问题．他证明了当 $t\geqslant[k^2(3\log k+\log\log k+q)]$ 时，$R_{t,k}(p)$ 有一个渐近公式．

1959 年，华罗庚为德国《数学百科全书》撰写了《指数和的估计及其在数论中的应用》(德文)一书．该书对一些关键方法与定理的主要思路与证明，均写于书中．出版后即被译成中文与俄文．

“华罗庚对圆法发展所作的贡献，与达文波特的贡献一起，仅亚于哈代、李特伍德与维诺格拉多夫的贡献，是肯定能够经得住时间的检验的．他的两个积分均值定理给予了巨大的技术进展，这种永恒的影响甚至超出了希尔伯特定理的范围；他关于华林问题变体的研究及关于华林-哥德巴赫问题的著名研究，对于弄清圆法的力量与范围都是极为开创性的研究．几代数论学家都从华罗庚的至今仍有影响的 1947 年的专著《堆垒素数论》中学到圆法的知识，上述沃恩的近作(注：指 R.C.Vaughan，The Hardy-Littlewoodmethod，Camb. Tracts，80，1980)，对于迄今为止圆法的巨大进展，作了很好的总结．即使大致翻阅一下，亦能看到华罗庚对圆法发展所作的贡献所处的杰出地位．”

(2)对数论的其他贡献．华罗庚的数论工作范围很广．“华罗庚的数论论文，实际上是本世纪 30 至 40 年代数论舞台上重要活动的线索．从这个背景看，华罗庚的兴趣是如何特殊的广泛，他对当时数论技巧掌握得是何等精深，他的活跃思想是何等重要．到 1945 年，华罗庚已明显是那时的数论学家领袖之一．”现在列举他的几项工作于下：

1942 年，华罗庚得到关于将 n 分拆为不同整数之和的方法数目的一个准确公式．

关于高斯圆问题，华罗庚于 1942 年证明了下述公式：命 $A(x)$ 表示圆 $u^2+v^2\leqslant x$

$O(x^{\frac{13}{40}+\varepsilon})$．这一结果是蒂奇马什结果的改进，而且在这篇文章中，华罗庚指出维诺格拉多夫关于这个问题的结果的证明是错误的．

1944 年，华罗庚发表了两篇(其中一篇与闵嗣鹤合作)有关欧氏除法的

文章．例如他证明了当$d>e^{250}$且为无平方因子数，则实二次域$Q(\sqrt{d})$中不存在欧氏除法．他还指出250可以降低至160．

1951 年，华罗庚用分析方法改进了布赫什塔布(A.A. БухШТаб)方法中筛函数的估计．

1957 年，华罗庚出版了长达 60 万言的数论入门书《数论导引》(中文)．华罗庚写这本书的首要目的在于就初等数论范围之内说明，数论和其他数学分支的联系，再次为说明数论与抽象数学概念的源泉关系及数论方法逐步由浅入深的过程．25 年之后，本书被译成英文出版，不仅不过时，而且一版再版，足见写书的观点与选材都是高人一筹的．

从 1959 年开始，华罗庚与王元合写了一系列论文，研究了在近似分析中，如何用基于数论思想的可计算与决定性方法来尽可能取代统计学中的蒙特卡罗方法的问题．国际上称他们的方法为“华-王方法”．他们的工作及其他主要属于中国与苏联学者的工作均阐述于他们 1978 年出版的专著《数论在近似分析中的应用》之中．1980 与 1981 年该书分别被译成日文与英文．“这本书的价值与用处是毫无疑义的……对于数值积分，微分方程和积分方程的求解，是最有价值的贡献，本书包含了很多属于两位作者自己的材料．在很多情况下，所提出的方法都产生最精确的结果，而且计算量最小．附录中的几个表本身就很有价值．最后，就抽象的纯粹数论的实际用处而言，这本书本身就是一个光彩夺目的例证．”

1953 年，华罗庚在数学所领导了数论讨论班．他选定与华林问题同样闻名的哥德巴赫猜想为讨论班的主题．所谓哥德巴赫猜想是 1742 年哥德巴赫与欧拉(L.Euler)通信时提出来的，即“每一个偶数≥4 都是两个素数之和”．研究这个猜想将涉及到解析数论的很多方面，特别是圆法与筛法．得益于这个讨论班，王元首先于 1956 年证明每个大偶数都是一个不超过 3 个素数的乘积及一个不超过 4 个素数的乘积之和，简记为(3，4)．这改进了布赫什塔布 1940 年的记录(4，4)．次年王元又证明了(2，3)．1963 年潘承洞证明了(1，4)．最后陈景润进一步证明了(1，2)．国际上称为“陈氏定理”，是“筛法发展的顶峰”．

2．代数与几何

(1)体论．本世纪上半叶，人们对可除代数进行了大量研究，积累了丰富的成果．但是对于无限维可除代数，即“体”，却几乎没有什么人对它进行研究．直到 1950 年左右，华罗庚以极其简单而直接的方法，接连证明了体论方面几个惊人的定理．

假定 K 是一个体，σ 是 K 到它自身的一个一一映射．如果σ满足

$$(a+b)^{\sigma}=a^{\sigma}+b^{\sigma}，(aba)^{\sigma}=a^{\sigma}b^{\sigma}a^{\sigma}\text{及}1^{\sigma}=1,$$

则称σ为半自同构．熟知的半自同构的例子为同构：$(ab)^{\sigma}=a^{\sigma}b\sigma$ 与反自同构：$(ab)^{\sigma}=b^{\sigma}a^{\sigma}$．著名的问题为除自同构与反自同构外，是否还存在其他半自同构？华罗庚在 1949 年解决了这个问题，他证明了：

每一个半自同构或为自同构或为反自同构．

由此可以推出特征≠2 的体上的一维射影几何的基本定理．

阿廷(E.Artin)称赞华罗庚的上述结果为美丽的华氏定理及美丽的应用．

1949 年，华罗庚给出下面结果的一个直接证明：

体的每一个真正规子体均包含在它的中心之中．

这个定理在后来的文献中被称为“嘉当(H.Cartan)-布劳韦尔(R.Brauer)-华氏定理”．在华罗庚与布劳韦尔的证明出现之前，嘉当用了体的伽罗瓦(E. Galois)理论的复杂技巧仅能对可除代数证明这一结果．华罗庚的证明仅依赖于一个初等的恒等式．这个定理给出了体的乘法群的正规子群的信息．

贝特曼(P.T.Batman)用莎士比亚名著《罗米欧与朱丽叶》中的诗句“没有一口井那么深，也没有教堂门那么宽，像茂丘西奥的伤口一样致命呀！”来高度赞扬华罗庚的成就．

1950 年，华罗庚还证明了关于体的乘法群的一条重要定理：

如果一个体不是域，则它的乘法群不是亚阿贝尔群．

(2)群论，矩阵几何学．早在 1946 年，华罗庚就发表了他的第一篇关于典型群自同构的论文．在这篇论文里，他确定了实辛群的自同构．1948 年，他又确定了特征≠2 的任意域上辛群的自同构．他用来确定辛群自同构的方法也可以用来确定其他类型的典型群的自同构．华罗庚本想写一本书来阐述他的方法与结果，但鉴于迪厄多内(J.Dieudonné)于 1951 年发表了他关于典型群自同构的专著，华罗庚只在迪厄多内的专著后面写了一篇附录，发表了用他自己的方法所解决的迪厄多内遗留下来没有解决的若干问题．华罗庚在他所写的附录中，论述了他自己与迪厄多内所用的方法的比较，他写道：“迪厄多内用的方法对高维时是有效的，并可对个别低维情况加以应用．如他所指出，当维数 n 减低时，困难就加大了．迪厄多内的方法对于 n 小时，变得非常笨拙，有时不能解决最小 n 时的情况．另一方面，笔者的方法从尽可能小的 n 开始，这常常是最困难的情况，而读者不难用笔者曾用过的方法从本文的特殊结果出发，用归纳法得出一般的结果．进而言之，相比于迪厄多内的方法，笔者只用了矩阵计算．”

关于典型群的结构，华罗庚把通常的酉群推广到基域不一定可换但有一对合性反自同构的情况．

他和赖纳(I.Reiner)还确定了 GLn(Z)和 PGLn(Z)的自同构．这是环上典型群自同构工作的开端．

1938 年，华罗庚在昆明领导了有限群讨论班，他与段学复合作，引进 P-群$\mathfrak{G}$的秩的概念．由此他证明了，若$\mathfrak{G}$的秩为 α（P ≥3，n≥2α +1)，则(i)$\mathfrak{G}$含一个且仅含一个 P^m 阶而秩为 α (2α+1)≤m≤n)的群，(ii)$\mathfrak{G}$含 P^{α} 个 P^m 阶循环群（α <m<n-α-1)，(iii)$\mathfrak{G}$中阶≤ P^m（α ≤m≤n-α）的元素个数等于 $P^{m+\alpha}$，其中(ii)，(iii)分别改进了米勒(H.A.Miller)及库拉科夫的定理．

矩阵几何学是华罗庚首先创始的研究领域，它与西格尔(C.L.Siegel)关于分式线性变换的工作相关．在矩阵几何中，空间的点是某类矩阵．在这个空间中，还有一个运动群．主要问题之一是如何用尽可能少的几何不变量来刻画运动群．华罗庚首先研究的是复数域或实数域上各种类型的矩阵几何．后来他将他的结果推广到基域不一定交换的情形并发现仅“粘切”这一概念即足以刻画空间的运动群．1951 年，华罗庚证明了长方阵仿射几何的基本定理，并导出了长方矩阵射影空间的基本定理．他还确定了特征≠2 的体上全阵环的若尔当(C.Jordan)同构，特征≠2，3 的体上全阵环的李(M.S.Lie)同构．

华罗庚对矩阵几何的研究跟他对多个复变数函数论的研究密切相关，这促使他研究矩阵的分类问题．例如，华罗庚在 1944 年确定了在酉群下复对称矩阵和斜对称矩阵的分类，一对埃尔米特(C.Hermite)矩阵在合同下的分类．1946 年，华罗庚确定了在正交群下，埃尔米特矩阵的分类．

1955 年，华罗庚在数学研究所领导了一个代数讨论班，并与万哲先于 1963 年发表了他们合写的专著《典型群》，总结了他们关于典型群及其有关问题的成果．

3．复分析

(1)典型域．1935 年，嘉当(E.Cartan)证明了，在解析映射之下，只有六类不可约，齐性，有界对称域，其中两类是例外域，分别为 16 维与 27 维，其余四类称为典型域．用矩阵可以将典型域表示如下：

R^{I}={m×n 矩阵 Z 满足 $I^{(m)}-ZZ^{*}>0$}，

R^{II}={n 阶对称方阵满足 $I^{(n)}-ZZ^{*}>0$}，

R^{III}={n 阶斜对称方阵满足 $I^{(n)}-ZZ^{*}>0$}，

$$|zz'|>0,$$

其中 Z 的元素为复变数．$I^{(m)}$表示 m 阶单位方阵，Z^{*}表示 Z′ 的复共轭矩阵及 Z 表示 Z′的转置．

典型域可以看作普通复平面上单位圆在高维空间的类似，所以典型域对于多个复变函数论的重要性，从某种意义上讲，类似于单位圆对于单复变函数论．其应用与影响却大大超出多个复变数函数论的范围，它对微分方程与复几何等都很重要．

1943 年，西格尔发表了他关于辛几何理论的重要文章，在该文中西格尔用矩阵方法研究了第二类典型域．1944 年，华罗庚在自守函数的一篇论文中指出，各类典型域的研究可以归结为矩阵几何学的研究．华罗庚的研究中，独立于 E.嘉当与西格

尔，包括有四类典型域及其运动群的矩阵表示．华罗庚与西格尔的研究的侧重面有所不同，但亦有不少重复者，从而华罗庚将已投稿的文章重写，与西格尔工作重复部分只是概述了一下．由于抗战期间，邮件阻滞，由西格尔与段学复对该文作了些修改，华罗庚还在文中感谢韦尔，唐培经(P.C.Tang)，陈省身分别送给他西格尔，吉罗(G.Giraud)与嘉当的文章．华罗庚还在该文注记中说明，在他的工作完成后，才得知嘉当关于典型域的工作．

1953 年，华罗庚首创用群表示论方法得出四类典型域的完整正交系．借助于典型域的完整正交系，华罗庚得到了四类典型域的柯西核、塞格(G.Szegō)核，伯格曼(S.Bergman)核及泊松(S.D.Poisson)核等．华罗庚将泊松核看作一个域的解析自同构群的元素的雅可比行列式．华罗庚的工作特色在于能具体给出这些核的表达式，而不是抽象地证明其存在.正如路丁(W.Rudin)指出的,直到华罗庚的工作问世之前，人们连单位球上的柯西核都写不出．利用典型域的柯西核，只要函数值在某个低维流形(特征流形)上给出，解析函数在典型域中的值就确定了．华罗庚的上述工作总结在他的专著《多复变数函数论中的典型域的调和分析》(1958)之中．这本书先后被译成俄文与英文出版，有深远影响．正如英文版编者指出：“华罗庚的工作不仅对函数论本身非常重要，同时对于李群表示论，齐性空间理论与多个复变数自守函数理论亦很重要．”

利用典型域的泊松核，华罗庚与陆启铿建立了典型域的调和函数理论，并解决了对应的拉普拉斯(P.S.Laplace)-贝尔特拉米(E.Beltrami)方程的狄利克雷(P.G.L.Dirichlet)问题.他们发现一些奇异现象：若一个函数适合一个微分方程则必适合一个微分方程组.另一现象为只要函数值在典型域边界的低维流形(特征流形)上给出，则狄利克雷问题就完全解决了．在此，华罗庚发现了一组具有与调和算子类似性质的微分算子，国际上称为“华氏算子”．

由于一些典型群可以看作典型域的特征流形，华罗庚从多个复变数函数论及群表示论出发证明了，酉群上的傅里叶级数可以阿贝尔求和．这是典型群上调和分析的开端．这项工作由龚昇的工作而得到很大丰富．

(2)其他工作．1954 年，华罗庚还用初等方法证明了：

有界域的伯格曼度量的黎曼(Riemann)曲率 R 满足：2-R 为平方和，且在某种限制下有估计 R≥-n．这是对富克斯(B.A.Fuchs)定理的改进.

华罗庚还证明了，常曲率的全纯域可解析映为超球．这是单复变函数论中黎曼映照定理的推广.

以上工作一直对复几何的研究起着作用.

华罗庚把他的一些工作总结在他的专著《从单位圆谈起》(1977)之中．1981 年这本书被译成英文出版、书封面上加有“高等分析的背景”一语，意为可深入展开研究．海曼(W.K.Hayman)在评论该书时写道：“华罗庚教授开始时是一位数论专家，他对华林问题作过突出贡献，然而数论却是本书未涉及的少数领域之一，本书涉及到微分方程，群论，线性代数，微分几何，相对论，调和分析与复分析．因此大多数读者将会从书中发现一些他们不知道的事，而大多数材料对我来说亦然．”

华罗庚与林伟、吴兹潜一起研究了二阶两个变数的线性偏微分方程组，他们的工作总结在他们的专著《二阶两个自变数两个未知函数的常系数线性偏微分方程组》(1979)中，该书有英译本.

除此而外，华罗庚还写了一系列通俗性数学普及文章. 最重要的是关于统筹法与优选法的两本平话. 这两本小册子在国内有极广泛的读者与影响. 这些著作中的重要者均收于《华罗庚科普著作选集》(1984)之中.

4. 结论

“判断一个数学家应该看他的研究成就，而不是看他得到的学位的数目，对于华罗庚来说，他有很多成就，却没有一个学位，华罗庚的研究领域遍及数论、代数、矩阵几何学，典型群，多个复变数函数论，调和分析与应用数学……总之，华罗庚的学术成就达到很高的水平，他可以被选为任何学术团体的成员或任何科学院院士. ”(贝特曼，见研究文献)“华罗庚是他这个时代的领袖数学家之一. ”(哈伯斯塔姆(H.Halberstam)，见研究文献)“他绝对是第一流的数学家，他是极有天赋的人.”(贝尔斯(L.Bers)，见研究文献)“他的工作范围广阔，使他堪称世界名列前茅的数学家之一. ”(舍恩费尔特(L.Schoenfeld)，见研究文献)

华罗庚长期领导着中国数学的研究、教学与普及工作. “如果有许多中国数学家现在在科学的新领域中作出特殊的贡献；如果数学在中国享有异常的普遍尊重，那就要归功于作为学者与教师的华罗庚 50 年来对他国家的数学事业所作的贡献. ”(哈伯斯塔姆，见研究文献)“华罗庚形成中国数学. ”

“华罗庚在美国借以成名的绝大多数研究是他在 1950 年回中国之前做的. 人们可能会设想，如果他留在西方，他将可能完成更多的个人研究计划，然而，如果这样做，他就不可能如他最后 30 年所做的，在中国发展数学及其应用中起到中心作用. ”(贝特曼，见研究文献)也就是说，“要是华罗庚像他的许多同胞那样，在第二次大战之后，仍然留在美国的话，毫无疑问，他本来会对数学作出更多贡献的. 另一方面. 我认为，他回国对中国是十分重要的. 很难想象，如果他不曾回国，中国的数学会是个什么样. ”(赛尔伯格(A.Selberg)，见研究文献)华罗庚很重视普及数学，使他在中国广大工人中亦享有盛誉，这使他“比起历史上任何一位数学家来，受他直接影响的人可能更多. ”(格雷厄姆(R.Graham)，见研究文献)总之，华罗庚不计个人得失，他对中国数学所作的巨大贡献，足以使炎黄子孙永远记住他.

华罗庚“一直是中华人民共和国第一流的科学巨人之一……像爱因斯坦(A.Einstein)在美国一样，最后成为本国传奇式的科学家. ”(贝特曼，见研究文献)

作者简介 王元 1930 年 4 月生于江苏镇江. 1952 年浙江大学毕业后一直在中国科学院数学研究所工作. 研究员. 曾任数学研究所所长. 现为中国科学院学部委员，中国数学会理事长，《数学学报》主编. 在数论方面颇多建树.