

长期记忆模型在经济与金融中的应用

西南财经大学 张大永*

1 引言

长期记忆(long memory)模型最早起源于对水利和气候学的研究。英国水利学家 Hurst (1951) 最早在研究尼罗河水文特征的时候提出了赫斯特指数(Hurst coefficient)。他发现: 干旱越久越容易出现大干旱, 而大洪水之后仍会有较大的洪水, 因而存在着长期记忆特征或长期自相关性。一般来讲, 我们熟悉的平稳的 ARMA 模型所表示的自相关系数是一个以几何级数衰减的过程; 而 Mandelbrot 和 Wallis (1968)、Mandelbrot (1972) 等人在 Hurst 的研究基础上提出了长期记忆模型, 该模型所代表的衰减过程完全有别于传统时间序列模型, 也就是说在一个随机的时间序列过程中, 自相关系数既不会是按照一个平稳的 $I(0)$ 过程迅速衰减, 也不同于非平稳的 $I(1)$ 序列, 而是一个缓慢的衰减过程, 并具有一定的持续性。¹ Baillie (1996) 指出, 传统意义上的对平稳性和非平稳性的区分过于严苛, 这种非 A 即 B 的限定条件在很大程度上会造成对所研究问题得出片面性结论, 从而遗失重要的信息。

在经济和金融领域里面, 长期记忆性具有非常重要的意义。比如说, 在股票的收益中如果存在长期记忆性、股价的变动存在着长期的相关或依赖性的话, 那么, 这就会对传统资产定价模型所依赖的市场有效性假说 (efficient market hypothesis, EMH) 提出质疑; 而在行为金融领域里面所发现的动量效应 (momentum effect) 则为可能存在的长期记忆提供了佐证。长期记忆模型所代表的非线性特征在某种程度上更贴近于现实, 一些非常重要的宏观经济指标可能具有长期记忆性特征, 忽略这些特性则会造成过度差分等错误处理。

计量经济学家们对长期记忆模型的关注远滞后于自然科学领域, 直到 1980 年前后才开始陆续有学者将长期记忆模型引入到经济和金融问题的研究中来, 例如: Greene 和 Fielitz (1977)、Aydogan 和 Booth (1988) 采用了 Hurst 的 R/S 方法来检测股票收益率的长期记忆性。在国内这方面的研究则更为滞后, 直到近年来我国的一些学者才开始采用长期记忆模型来研究中国的经济和金融问题。

长期记忆模型是一个非常复杂的过程, 本文从一个较为简单和实用的视角, 从基本理念和研究动机出发, 对长期记忆模型的一些方法、应用进行综述, 同时提出该模型在研究我国经济和金融问题中可能的应用前景。文章的结构如下, 第二节简单介绍长期记忆模型的概念、检测方法以及相关的技术信息; 第三节讨论国内外学者应用长期记忆模型的文献; 最后一部分进行总结。

2 长期记忆模型

2.1 长期记忆模型的定义

长期记忆过程可以在时域(time domain)或者频域(frequency domain)两种模式中表示。在时域中, 一个平稳的时间序列如果其自相关系数 $\rho(j)$ 服从下面等式所表述的条件, 则称之为具有长期记忆特征:

$$\lim_{j \rightarrow \infty} \frac{\rho(j)}{c_\rho j^{-\alpha}} = 1, \quad (1)$$

* 作者获英国伯明翰大学经济学博士学位, 现为西南财经大学经济与管理研究院副教授。作者电子邮箱 dzhang@swufe.edu.cn。作者感谢匿名审稿人的评论。

¹ 平稳的时间序列可以写为 $I(0)$, 而具有一个单位根的非平稳序列则可以写成 $I(1)$, 代表了需差分一次即可以获得平稳序列的意思。通俗而言, 平稳性可以说是一个序列的均值和方差等统计特征不会持续偏离其均衡值, 或者偏离后可以迅速修正。

其中 c_ρ 是一个与 ρ 相关的有限正数, $0 < \alpha < 1$ 。² 这个定义表示在滞后阶数趋近于无穷的过程中, 连续观测值之间的相关性缓慢地衰减。McLeod 和 Hipel (1978) 给出了另外一个更为一般的定义 (等式 2)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{j=-n}^n |\rho(j)| = \infty。 \quad (2)$$

上述两个定义都表示时间序列不存在单位根 (非平稳的 I(1)过程), 但是其自相关系数也不会过快地衰减。这里定义 $H = 1 - \alpha / 2$, 即为上面提到的赫斯特指数, 也就是 Hurst (1951) 所提出的传统的描述长期记忆性的工具。一般来讲, $H \in (0.5, 1)$ 。

按照 Adenstedt (1974)、Granger 和 Joyeux (1980) 以及 Hosking (1981) 等人所述, 对一个时间序列 $\{y_t\}$, 我们可以建立下面的一个分整模型 (fractional integrated process):

$$y_t = (1 - L)^{-d} u_t, \quad (3)$$

其中 L 是滞后因子; u_t 是一个均值为零、方差恒定的独立同分布过程, 即常说的白噪声过程; $d = H - 1/2$ 是分整系数。³ 如果引入 ARMA 项, 其中 $\phi(L)$ 包含 p 阶自回归系数, $\theta(L)$ 包含了 q 阶移动平均系数, 则公式 (3) 就可以变换成为一个更为一般性的 ARFIMA(p, d, q) 过程:

$$\phi(L)(1 - L)^d (y_t - \mu) = \theta(L)u_t。 \quad (4)$$

系数 d 不同的取值范围则代表了序列 $\{y_t\}$ 的特征, 例如 $d = 0$ 代表了我们熟知的 I(0) 平稳过程; $d = 1$ 则是一个具有单位根的 I(1) 过程; $-1/2 < d < 1/2$ 则表示 $\{y_t\}$ 为协方差平稳过程; 而 $1/2 < d < 1$ 则表示该序列为非平稳的过程, 但是具有均值回归的特性。

为了更加形象地了解长期记忆性模型对自相关系数变化的影响, 我们参照 Lo (1991) 中所举的例子, 模拟了两个观测值为 100 的序列 (见图 1)。其中一个为自回归系数为 0.5 的一阶自回归模型, 另一个是 $d = 0.4$ 的平稳的分整模型。前者的前四个自回归系数分别为 0.536、0.268、0.128 和 0.077; 后者的前四个自回归系数则分别为 0.547、0.400、0.314 和 0.288, 其衰减的过程显著低于前者, 体现了显著的长期记忆特征。

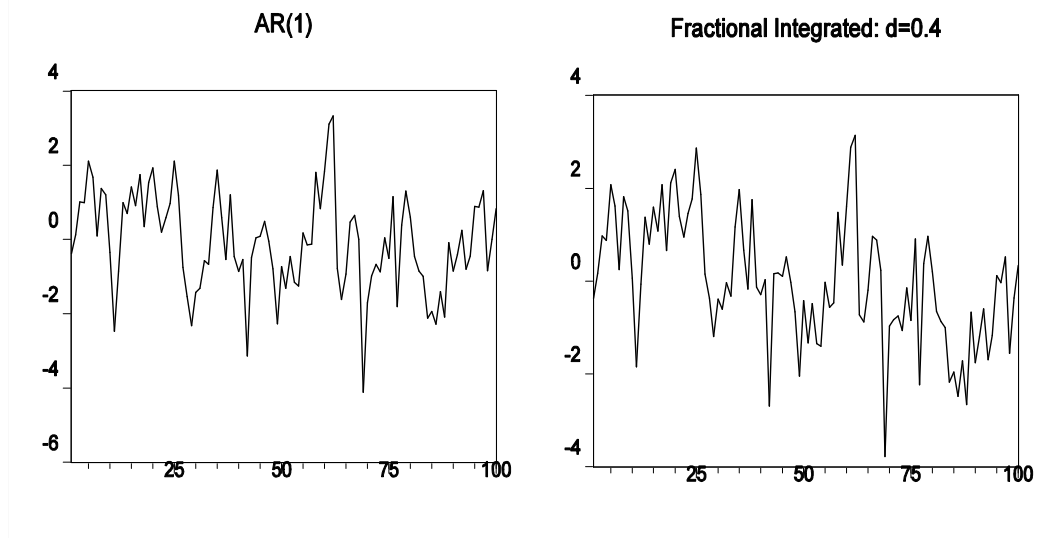


图 1 模拟的序列

2.2 长期记忆的检验与估计

R/S 检验

² 自相关系数是一个序列与其本身的滞后项之间的相关系数。

³ 滞后因子的定义为: $Ly_t \equiv y_{t-i}$ 。

对长期记忆的经典检验方法是 Hurst (1951) 所提出的重标极差分析法 (rescaled range, R/S):

$$Q_n = \frac{R_n}{s_n} = \frac{\max_{1 \leq k \leq n} \sum_{j=1}^k (X_j - \bar{X}_n) - \min_{1 \leq k \leq n} \sum_{j=1}^k (X_j - \bar{X}_n)}{\sqrt{\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (X_j - \bar{X}_n)^2}}, \quad (5)$$

其中 R_n 是所谓的极差, \bar{X}_n 是样本均值, s_n 是样本标准差。该方法计算简便, 但是当存在短期记忆和异方差性的时候, 可能会存在稳健性的问题 (参见 Lo, 1991), 而这些问题是金融市场中非常普遍的现象, 因此, Lo (1991) 提出了在基本方法基础上的修正 (MR/S):

$$Q_n^m = \frac{R_n}{\hat{\sigma}_n(q)}, \quad (6)$$

其中 $\hat{\sigma}_n^2(q) = \hat{c}_0 + 2 \sum_{j=1}^q w_j(q) \hat{c}_j$, \hat{c}_j 是第 j 阶的样本自协方差; $w_j(q) = 1 - \frac{j}{q+1}$ 是

Bartlett 权重。对 R/S 统计值的进一步分析, 我们可以得出用来估计赫斯特指数的方法:

$$\ln(Q_n) \approx c + H[\ln(T)]. \quad (7)$$

赫斯特指数可以由 $\ln(Q_n) / \ln(T)$ 求得, 也可以对不同的 t 所对应的 Q_n 与 $\ln(t)$ 进行回归, 其系数即为赫斯特指数。

单位根及其他检验方法

传统的单位根检验方法也可以被用来检测长期记忆的存在, 虽然 DF 和 ADF 检验方法被证明不能够很好地区别 $I(1)$ 和 $I(d)$ 的过程, 但 Lee 和 Schmidt (1996) 提出 Kwiatkowski 等人 (1992) 的 KPSS 单位根检测方法, 除了检测 $I(0)$ 和 $I(1)$ 之外, 也可以用来区别短期记忆和平稳性的长期记忆过程。⁴ Robinson (1991) 提出了拉格朗日乘数 (LM) 统计检验来测试零假设 $H_0: d = 0$ 和备择假设 $H_1: 0 < d \leq 0.5$, 其统计值可以用下面的公式来计算:

$$LM_1 = T \left[\sum_{j=1}^{T-1} j^{-1} r_j \right]^2 / (\pi^2 / 6), \quad (8)$$

其中 r_j 是第 j 阶的自相关系数。该统计值服从具有一个自由度的 χ^2 分布。Wu (1992) 也提出了一个修正的 LBI (locally best invariant) 统计值来检测 $H_0: d = 0$ 和备择假设 $H_1: d > 0$:

$$LM_2 = -2 \sum_{j=1}^{T-1} j^{-1} r_j. \quad (9)$$

半参估计方法

在长期记忆模型中, d 的取值与估计决定了我们对相关数据特征的判断, 因此非常重要, Geweke 和 Porter-Hudak (1983, GPH) 提出了一个非常简便的半参估计方法, 该方法采用下面的谱回归 (spectrum regression) 或者叫对数周期图回归 (log periodogram regression) 模型:

$$\ln(I(\omega_j)) = \beta - d \ln\{4 \sin^2(\omega_j / 2)\} + \varepsilon_j, \quad (10)$$

其中 $I(\omega_j)$ 是序列在 $\omega_j = 2\pi j / T$ 的频率上的周期图, $j = 1, 2, 3, \dots, g(T)$ 。在选择一个适当的 $g(T)$ 下, 如 $g(T) = T^\alpha$, 采用 OLS 回归可以获得一个一致的 d 的估计。Diebold 和 Rudebusch (1989) 建议采用 $\alpha = 0.5$ 。由于 GPH 估计的简便性, 该方法被广泛地应用于实证检验, 但当序列存在着较强的自相关性时, GPH 的估计会出现很大的问题, Robinson (1995) 提出了采用准极大似然估计的 LW (local Whittle) 方法, 在此基础上 Phillips 和 Shimotsu

⁴ ADF 检验是最为常用的单位根检验方法, 大多数的统计软件都提供这个检验方法。

(2004, 2005)拓展了基本的 LW 检验, 具体内容这里就不详细介绍了, 感兴趣的读者可以参阅 Baillie (1996)和 Robinson (2003)的详细描述。需要说明的是, 本文对长期记忆模型的介绍主要集中在序列水平和相关性方面, 而另一个相关的方向是波动性方面的长期记忆性, 如 Robinson (1991) 提出了在 GARCH 模型中存在长期记忆性; Davidson (2004)对 FIGARCH 模型进行扩展, 提出了以双曲线函数收敛的 HYGARCH 模型。类似的比较新的研究包括 Li 等(2011), 这里就不加以详述了。我们下面来详细探讨长期记忆模型如何应用在经济与金融问题的研究中的。

3 在经济与金融中的应用

前面提到, 长期记忆模型虽然在自然科学领域已经有超过半个世纪的历史, 但是经济和金融学者对长期记忆模型的关注才 30 余年; 而在中国的经济学界, 大多数采用长期记忆模型的研究则只是近十几年的事。本文将从宏观经济、金融市场、房地产市场以及其他经济问题等四个方面出发开展研究, 了解国际上的相关发展; 同时, 特别强调总结当前国内经济与金融领域对长期记忆模型方面应用研究的现状, 并为该方法的应用提供一些线索。

3.1 在宏观经济中的应用

在宏观经济方面, 长期记忆模型最早的应用可以追溯到对实际国民生产总值 (GNP) 序列平稳性的争论。1965 年, Adelman (1965) 建议可以采用长期记忆的方法来描述宏观经济中的长期周期性, 但直到二十四年后的 1989 年, Diebold 和 Rudebusch (1989)才开始采用 GPH 的方法对美国战后的季度实际 GNP 数据进行研究。他们通过对 GNP 序列的一阶差分进行估计, 得到 $d = -0.5$, GNP 序列本身的 $d = 0.5$, 表明存在长期记忆, 但是对平稳性的结果却难判断。Sowell (1992) 对美国实际 GNP 数据的一阶差分序列采用了一个 ARFIMA(3,d,2)模型进行估计, 结果表明 $d = -0.59$, 这个结果与对 GNP 序列本身的估计结果非常一致, 表明序列是平稳的, 但存在着长期记忆。

Baillie、Chung 和 Tieslau (1995)采用 ARFIMA 模型研究了九个国家三十年左右期间的月度通货膨胀数据, 发现: 除日本之外, 其他国家的数据都表现出了长期记忆特征。⁵ 这些序列的长期特征和对外界冲击的表现, 显著区别于自回归模型。Hassler 和 Wolters (1995)、Baillie、Han 和 Kwon (2002)、Conrad 和 Karanasos (2005)等采用相关的方法对包括收入、经济周期等其他宏观经济问题进行了研究, 发现了大量长期记忆的证据。

国内对宏观经济中长期记忆的研究历史较短, 大多数的研究基本上参照了国际上已有的思想, 主要应用于对通胀、增长以及外汇市场相关的研究, 如: 刘金全等 (2007) 在国外文献的基础上研究了我国通货膨胀率的动态过程, 该研究结果表明: 通货膨胀率具有长期记忆性, 而且其相关的波动性也存在着长期记忆特征。通货膨胀是宏观经济指标中一个非常重要的因素, 也是政府相关部门制定政策的一个重要的考量指标, 如果通货膨胀是一个非平稳的单位根过程, 那就意味着外部的冲击将会具有永久性的效应, 而平稳性的通胀过程则意味着外部冲击会迅速消逝。针对不同的状况采用的政策选择也具有非常大的区别。例如当经济受到石油危机的冲击时, 通常会对通胀产生压力, 但这种冲击如果具有永久性的效应的话, 那就必须有相关的政策进行干预; 而如果是迅速衰减的过程, 则制定政策就不必考虑相关的因素。长期记忆模型能够更好地在两个极端的选择中发现更为准确的信息, 从而保证政策的制定既不会过度、也不会存在反应不足。

3.2 在股票市场中的应用

在金融市场的定价模型中, 市场有效性的假设是传统理论的基础, 其基本含义就是股票价格能够迅速准确地反映市场信息的变化。在 70 年代 EMH 被提出之后, 理论界基本上公认弱势有效的假说是成立的, 也就是说股票价格能够反映其历史信息, 过去的信息不能够用

⁵ 与众多的时间序列模型一样, 长期记忆模型的检验也存在着对样本的要求, 虽然没有一个统一的标准, 但是 Barassi 和 Zhang (2009)的蒙特卡洛模拟结果表明: 小样本对检验的 power 影响还是比较显著的。

来预测未来的收益状况；股票价格服从一个随机游走的过程。从时间序列的角度，测试弱势有效假说就可以简单地采用单位根检验的方法；如果股票价格存在单位根，而收益率又是一个稳定的 $I(0)$ 过程的话，则弱势有效，股票的收益率本身不存在自相关性。传统的单位根检验基本上验证了这个假设，但是在实证分析中也出现了若干市场异象（market anomalies），比如说过度反应现象（winners and losers）（De Bondt 和 Taler, 1985）和动量效应（Jegadeesh 和 Titman, 1993）。这些市场异象的出现对 EMH 提出了质疑，同时也让我们需要重新认识对股票收益率的时间序列自相关性。

Greene 和 Fielitz (1977)、Aydogan 和 Booth (1988) 最早采用了 R/S 的方法检测股票市场收益率是否存在长期记忆的问题。Lo (1991) 提出了修正 R/S 的方法，并将其应用于测试美国 1962 年到 1987 年之间 CRSP 股票收益率的长期记忆性，采用 R/S 的结果表明了显著的长期记忆，而修正后的检验方法却得出了不同的结论。Lo 认为：两个统计检验结果的矛盾是由于回报率序列中可能存在的短期持续性（short-term persistence），从而认为美国的股票市场并不存在着长期记忆特征。Cheng 和 Lai (1995) 对发达国家股票市场的国际性研究也表明长期记忆并不是很显著。当然也有一些证据表明长期记忆性的存在，特别是在欠发达的股票市场，如希腊、埃及等（参见 Panas, 2001；Sourial, 2002）。

近年来，国内的学者们也开始从长期记忆模型的角度来关注中国股票市场收益率的相关性问题，这个方面的探索也成为长期记忆模型最为广泛应用的领域。具有代表性的研究成果是陈梦根 (2003)，他对中国股市中的价格指数和个股的日收益率序列进行了检测，引入了修正的 R/S 方法和 ARFIMA 模型得出中国股市的整体指数收益率并不存在长期记忆效应，而个股的收益也只有部分存在长期记忆。而史永东 (2000) 采用了经典的 R/S 检验方法，得出了中国股票市场存在着长期记忆的结论。王春峰等 (2003)、王春峰和张庆翠 (2004)、罗登跃和王玉华 (2005) 采用了 GPH 的方法和 ARFIMA-FIGARCH 的模型，对该问题开展了进一步的检验，前两个研究得到了存在长期记忆的结论，而后者认为：上海股票市场收益率本身的长期记忆性并不明显，但波动性存在着显著的长期记忆特征。

显而易见，研究的时间段不同、采用的方法不同，学术界对于中国股票市场是否存在长期记忆特征问题的研究所得出的结论也存在明显矛盾，这为我们确定市场弱势有效提出了一个难题。当然在国内学术界，随着一些新的更有效的模型的出现，也出现了一些新的实证结果，这些新的研究虽然在本质上对已有文献没有根本性的突破，但是却基本上符合金融市场发展的客观规律。中国股市初期由于市场不完善，有效性较弱，因此比较容易出现长期记忆特征；而随着市场的不断完善和发展，与发达市场的情况类似的结果应该是长期记忆性逐渐减弱以致消失，市场则归于有效（弱势）。

3.3 在房地产市场的应用

近年来，在学术界——特别是在国际学术界，长期记忆模型以及与其等同的分整模型越来越引起学者们的注意，除了前面传统的经济和金融方面应用之外，新的拓展涉及到房地产市场的研究，如：Lu 等 (2007) 采用了 GPH 的方法研究了房地产市场与股票市场的长期均衡关系；Caporale 和 Gil-Alana (2010) 采用了长期记忆模型研究了美国个人可支配收入与房地产价格之间的关系；Zhang (2010) 提出了采用长期记忆模型研究区域间房地产价格趋同性的问题，并对英国区域间房价的趋同问题进行了检测；Fu 和 Zhang (2012) 对中国房地产市场各个城市间的趋同性问题在长期记忆模型的基础上进行了研究；此外，Barraos 等 (2012) 随后将该方法应用到美国各个州之间房价趋同的问题。

这方面的大多数研究还处于初级阶段，但是由于房地产市场的特殊性，投资者或购买者在进行决策的过程通常需要非常长的时间，一个政策的影响和外部的冲击对房地产市场的影响必然会存在着长期性；特别是在进行区域间相关性或趋同性的研究中，简单地用 $I(0)$ 或者 $I(1)$ 的两分法进行实证检验，必然会导致实证结果中大量信息的缺失，进而有可能会忽略区域间的异质性问题。因此，长期记忆模型或分整模型在房地产领域的研究具有重要的意义。

3.4 其他经济与金融方面的应用

除了上述主流的应用方向之外，学术界——特别是国际学术界对长期记忆模型的研究还包括期货市场的研究，如 Helms 等 (1984) 研究了商品期货中的长期记忆性；华仁海和陈百助 (2004) 采用 R/S 和 GPH 的方法对中国铜、铝、大豆、橡胶、小麦这五种商品期货进行

研究,发现:除大豆外,其他商品期货都具有长期记忆性特征。Gil-Alana (2005)和 Cunado 等 (2008)分别采用分整模型研究了旅游市场中存在的长期记忆特征。Cunado 等 (2005)还将分整模型应用于对现值模型的检测,并推翻了采用传统方法得出的理性泡沫的结论。Gil-Alana (2003)采用了 Robinson (1994)的方法验证了 OECD 中 17 个主要国家人口序列的持续性问题。Barassi 等(2011)利用长期记忆模型研究了二氧化碳排放在全球范围内的收敛性现象。总之,可以说,长期记忆模型在相关领域的应用具有广阔的前景,随着检验方法的不断进步,该模型可以为研究者提供一个非常有意义的实证工具。

4 结论

时间序列数据中可能存在的长期记忆性从上世纪 80 年代开始越来越多地为国际经济与金融领域学术界所关注。大家所熟悉的单位根检验、平稳性问题直至协整性的研究,在传统的思想里面隐含了整数整合的假设,从而在很大程度上只关注了两个极端的结果,即 $I(0)$ 或 $I(1)$ 。而长期记忆模型放松了这个假设,引入分数整合的概念,从而能够更好地描述时间序列的自相关性特征,挖掘数据中存在的更深层次的信息。

长期记忆模型本身是一个非常复杂的工具,该方法本身也还存在着一定的问题。过去的应用大多采用了比较传统的 R/S 检验和 GPH 估计的方法,在时间序列的样本有限的情况下,所得到的结果还值得进一步的探讨。正因为如此,在过去文献中出现的相互矛盾的结论也就不足为奇了。近几年来 Robinson (2003)、Phillips 和 Shimotsu (2004)在该领域进行了深入的研究,也提出了一些更为先进、准确的方法。与时间序列方法的发展过程一样,当基本方法得到进一步发展时,实证研究的结论会更为稳健,相关的应用也就会更进一步得以拓展。

通过前面的文献梳理我们可以看到:国际上对该模型的应用极为广泛,而且其应用的范围和影响也越来越大,由于篇幅原因,无法一一列举;而国内的研究则大多还停留在对股市的有效性方面以及一些宏观经济指标方面的长期记忆性分析上,无论从方法的创新方面还是对经济含义的深入探讨方面,都具有明显的局限性。当然这样的情况与我国学术界对该领域的关注时间较短有很大的关系,相信在未来的研究中会有更多、更有意义的应用和成果。

参考文献:

- 陈梦根, 2003, 中国股市长期记忆效应的实证研究,《经济研究》,第 3 期, 70-78。
- 华仁海、陈百助, 2004, 我国期货市场期货价格收益及波动方差的长记忆性研究,《金融研究》,第 2 期, 52-61。
- 刘金全、郑挺国、隋建利, 2007, 我国通货膨胀率之过程和波动过程中的双长期记忆性度量与统计检验,《管理世界》,第 7 期, 14-21。
- 罗登跃、王玉华, 2005, 上海股市收益率和波动性长记忆特征实证研究,《金融研究》,第 11 期, 109-116。
- 史永东, 2000, 中国证券市场股票收益持久性的经验分析,《世界经济》,第 11 期, 70-78。
- 王春峰、张庆翠, 2004, 中国股市波动性过程中的长期记忆性实证研究,《系统工程》,第 1 期, 78-83。
- 王春峰、张庆翠、李刚, 2003, 中国股票市场收益的长期记忆性研究,《系统工程》,第 1 期, 22-28。
- Adelman, I., 1965, Long cycles: Fact or artifact? *American Economic Review* 55, 444-463.
- Adenstedt, R.K., 1974, On large sample estimation for the mean of a stationary random sequence, *Annals of Mathematical Statistics* 2, 1095-1107.
- Aydogan, K., Booth, G., 1988, Are there long cycles in common stock returns? *Southern Economic Journal* 55, 141-149.
- Baillie R., 1996, Long memory processes and fractional integration in econometrics, *Journal of Econometrics* 73, 5-59.
- Baillie, R., Han, Y.W., Kwon, T.G., 2002, Further long-memory properties of inflationary shocks, *Southern Economic Journal* 3, 496-510.
- Baillie, R., Chung, C.F., Tieslau, M.A., 1995, Analyzing inflation by the fractionally integrated ARFIMA-GARCH model, *Journal of Applied Econometrics* 11, 23-40.
- Barassi M, Cole, M., Elliott, R., 2011, The stochastic convergence of CO-2 emissions: A long memory approach, *Environmental and Resource Economics* 49, 367-385.
- Barassi M.R., Zhang, D., Fractional integration and cointegration: Testing the term structure of interest rates, University of Birmingham Discussion Papers 09-17.

- Barros, C.P., Gil-Alana, L., Payne, J., 2010, Comovements among U.S. state housing prices: Evidence from fractional cointegration, *Economic Modeling* 29, 936-942.
- Caporale, G., Gil-Alana, L., 2010, US disposable personal income and housing price index: A fractional integration analysis, CESifo Working Paper Series 3208.
- Cheung, Y., Lai, K., 1995, A search for long memory in international stock market returns, *Journal of International Money and Finance* 14, 597-615.
- Conrad, C., Karanasos, M., 2005, On the inflation-uncertainty hypothesis in the USA, Japan and the UK: A dual long memory approach, *Japan and the World Economy* 17, 327-343.
- Cuñado J., Gil-Alana, L.A., Gracia, P., 2008, Fractional integration and structural breaks. Evidence from the international monthly arrivals in the US, *Tourism Economics* 14, 13-23.
- Cuñado, J. and L. A. Gil-Alana, 2005, A test for rational bubbles in the NASDAQ stock index: A fractionally integrated approach, *Journal of Banking & Finance* 29, 2633-2654.
- Davidson, J., 2004, Moment and memory properties of linear conditional heteroscedasticity models and a new model, *Journal of Business & Economic Statistics* 22, 16-29.
- De Bondt, W., Thaler, R., 1985, Does the stock market overreact? *Journal of Finance* 40, 793-805.
- Diebold, F.X., Rudebusch, G.D., 1989, Long memory and persistence in aggregate output, *Journal of Monetary Economics* 24, 189-209.
- Diebold, F.X., G.D. Rudebusch, 1991, On the power of Dickey-Fuller tests against fractional alternatives, *Economics Letters* 35, 155-160.
- Fu, S., Zhang, D., 2012, Testing ripple effect in Chinese housing market: A long memory approach, Working Paper.
- Geweke, J., S. Porter-Hudak, 1983, The estimation and application of long memory time series models, *Journal of Time Series Analysis* 4, 221-238.
- Gil-Alana, L. A., 2003, A fractional integration analysis of the population in some OECD countries, *Journal of Applied Statistics* 30, 1147-1159.
- Gil-Alana, L. A., 2005, Modeling international monthly arrivals using seasonal univariate long-memory processes, *Tourism Management* 26, 867-878.
- Granger, C., Joyeux, R., 1980, An introduction to long memory time series models and fractional differencing, *Journal of Time Series Analysis* 1, 15-39.
- Greene, M., Fielitz, B., 1977, Long-term dependence in common stock returns, *Journal of Financial Economics* 4, 339-349.
- Hassler, U., Woiters, J., 1995, Long memory in inflation rates: International evidence, *Journal of Business and Economic Statistics* 13, 37-45.
- Helms, B., Kaen, F., Rosenman, R., 1984, Memory in commodity futures contracts, *Journal of Futures Markets* 4, 559-567.
- Hosking, J., 1981, Fractional differencing, *Biometrika* 68, 165-176.
- Hurst, H., 1951, Long-term storage capacity of reservoirs, *Transactions of the American Society of Civil Engineers* 116, 700-779.
- Jegadeesh, N., Titman, S., 1993, Returns to buying winners and selling losers: Implications for stock market efficiency, *Journal of Finance* 48, 65-91.
- Kwiatkowski, D., P.C.B. Phillips, P. Schmidt, Y. Shin, 1992, Testing the null hypothesis of stationarity against the alternative of a unit root: How sure are we that economic time series have a unit root? *Journal of Econometrics* 54, 159-178.
- Lee, D., P. Schmidt, 1996, On the power of the KPSS Test of stationarity against fractionally integrated alternatives, *Journal of Econometrics* 73, 285-302.
- Li, M.Y., Li, G.D., Li, W.K., 2011, Score test for hyperbolic GARCH models, *Journal of Business and Economic Statistics* 29, 579-586.
- Lo, A.W., 1991, Long term memory in stock market prices, *Econometrica* 59, 1279-1313.
- Lu, Y.C., Chang, T.Y., Wei, Y.C., 2007, An empirical note on testing the cointegration relationship between the real estate and stock markets in Taiwan, *Economics Bulletin* 3, 1-11.
- Mandelbrot, B., Wallis, J., 1968, Noah, Joseph and operational hydrology, *Water Resources Research* 4, 909-918.
- Mandelbrot, B., 1972, Statistical methodology for non periodic cycles: From the covariance to R/S analysis, *Annals of Economic and Social Measurement* 1, 259-290.
- McLeod, A.I., Hipel, K.W., 1978, Preservation of the rescaled adjusted range, Part 1, A reassessment of the Hurst

phenomenon, *Water Resources Research* 14, 491-508.

Panas, E., 2001, Estimating fractal dimension using stable distributions and exploring long memory through ARFIMA models in Athens stock exchange, *Applied Financial Economics* 11, 395-402.

Phillips, P., Shimotsu, K., 2005, Exact local Whittle estimation of fractional integration, *Annals of Statistics* 33, 1890-1933.

Phillips, P., Shimotsu, K., 2004, Local Whittle estimation in nonstationary and unit root cases, *Annals of Statistics* 32, 656-692.

Robinson, P., 1995, Gaussian semiparametric estimation of long range dependence, *Annals of Statistics* 23, 1630-1661.

Robinson, P., 1991, Testing for strong serial correlation and dynamic conditional heteroscedasticity in multiple regression, *Journal of Econometrics* 47, 67-84.

Robinson, P., 2003, *Time Series with Long Memory*, Oxford University Press.

Sourial, M., 2002, Long memory process in the Egyptian stock market, SSRN working paper.

Sowell, F., 1992, Modeling long run behavior with the fractional ARIMA model, *Journal of Monetary Economics* 29, 277-302.

Wu, P., 1992, Testing fractionally integrated time series, Working Paper, Victoria University.

Zhang, D., 2010, Testing convergence on UK regional house prices: A fractional integration approach, International Conference on Applied Economics Proceedings.

