

数学江湖中的“独孤九剑”！

王哪儿蹊儿啊 2015-07-07 | 5270阅读 | 424转藏

☆ 转藏 全屏 朗读 分享



若问金庸江湖中哪套剑法最厉害，十有八九都会想到“独孤九剑”。那位俨如神话的剑魔独孤求败，终其一生欲求一败而不得，大抵是所有剑客们心向往之的至高境界。其实在数学江湖中也有一套“独孤九剑”，那便是被誉为“中国数学圣经”的《九章算术》。

《九章算术》作者不详，师承不明，无门无派，身世神秘，仿佛天外飞仙般突然降临江湖，一出现便惊艳了众生，引得历代名家尽折腰，甘愿殚精竭虑，纷纷为之作注，九章之学，遂成大宗。

如此经典，非圣贤不能为。魏晋数坛盟主刘徽归戴周公，“周公制礼而有九数，九数之流则《九章》是矣”，又云西汉张苍、耿寿昌曾“因旧文之遗残，各称删补”。若斯言足征，则《九章算术》之渊源，实可远溯千年，至迟于西汉初期已见成书，其后递经修订，于东汉初期已传定本。



刘徽（225～295），山东邹平县人，魏晋时伟大数学家，中国古典数学理论的奠基人之一，著有《九章算术注》和《海岛算经》。

正如“独孤九剑”有九式一样，《九章算术》当然也有九章，每章研习一术，分别是方田术、粟米术、衰分术、少广术、商功术、均输术、盈不足术、方程术、勾股术，合称“九术”，即九种算法，不过听起来怎么都像是武功秘诀或兵战奇略。

中国人重务实而轻务虚，《九章算术》亦不屑于纯粹的数理推演，凡所研习，莫不与社会生活息息相关。对此，刘徽曾有精辟的论述：方田者，“以御田畴界域”；粟米者，“以御交质变



王哪儿蹊儿啊



+ 关注

对话

TA的最新馆藏

- 《黄帝内经》10条天规，法天地阴阳
- 《弟子规》八句精髓大智慧
- 图说 | 50部世界名著中最经典的那些话
- 图说 | 春光无限！56首春日诗词
- 图说 | 四大名著最动人的60句话
- 如何读懂老子的《道德经》？



NEW VERTUO
COFFEE REDEFINED
VIP去广告 SHOP NOW

喜欢该文的人也喜欢

更多

- 小说写作方法初窥 | 左岸读书 阅2799
- 十大可恶至极的天才 阅14115
- 玻尔兹曼大脑：我们的世界是真实的吗？ | 科学人 | 果壳网 科技... 阅2320
- 中国古代天文知识（摘自网络） 阅5572
- 十个数字看懂中国文化 阅3903

热门阅读

换一换

- 《史记·孔子世家》原文与翻译 阅142111
- 六十四卦详解 阅38305
- 公司业务招待费管理规定范本 阅37665
- 毛笔书法教案1~15课时全 阅28747
- 学校机构设置及职能 阅65003

最新原创

更多

- 原 《人世间》解析1：谁都不知道，父母…
- 原 广东钓友珠江口钓获大量“红眼鱼”…
- 原 顺德人好幸福，这个最大的免费景区…
- 原 2023-05-14理解过程流程图的三个层…
- 原 花钱向专业人士讨来的健康生活7法则

易”；衰分者，“以御贵贱稟税”；少广者，“以御积幂方圆”；商功者，“以御功程积实”；均输者，“以御远近劳费”；盈不足者，“以御隐杂互见”；方程者，“以御错糅正负”；勾股者，“以御高深广远”。



刘徽《九章算术注》

可见，《九章算术》所要解决的是诸如田亩丈量、粮食折换、商品交易、物资分配、土木工程、水利建设、赋税缴纳、徭役摊派、盈亏平衡等方方面面的问题，是基于现实的需要，而非偶发的兴趣，故而所要探究的也是如何计算面积、体积、容积，如何进行分数运算、比例运算、等差运算、正负数运算，如何开平方、开立方，如何求解多元线性方程组，如何运用勾股定理测高望远等实用实效的数学方法。

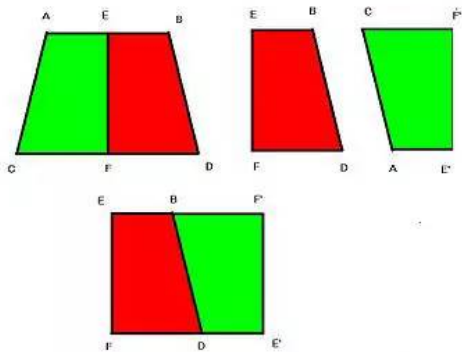
剑有剑招，算有算题，“独孤九剑”须得从一招一招练起，《九章算术》也得从一题一题做起。整部《九章算术》说到底就是一本算题集，共列举了二百四十六道算题，每题皆有问有答有解。这又好比二人对剑，一人出招，一人接招，至于如何见招拆招，则全赖“九术”之妙用。

看来欲有所进境，是非动手不可了。不妨就从每章各抽一题，以期略尽管窥之责。

例一 箕田求积

今有箕田，舌广二十步，踵广五步，正从三十步，问为田几何？（方田章）

这正是方田术最擅长的面积计算问题，由于常跟“田”打交道，故而“田”也就自然成为了各类图形的代称，诸如：“方田”指矩形，“圭田”指等腰三角形，“邪田”指直角梯形，“箕田”指等腰梯形，“圆田”指圆形，“宛田”指球冠形，“弧田”指弓形，“环田”指环形等等。不同的“田”有不同的面积计算公式，遂又衍生出种种专语，诸如：“广”为长，“从”为宽，“正从”为高，“舌”为上底，“踵”为下底，“周”为周长，“径”为直径等等。通晓了这些行话般的代称专语，修炼起方田术来，才能事半功倍。



箕田术示意图

本题所求为箕田面积，“箕田术曰：并踵舌而半之，以乘正从”，翻译过来即：

等腰梯形面积=1/2×（上底+下底）×高

这个公式是不是很亲切？遥想幼学当年，稚气犹未了，强记硬背，百遍后，倒也滚瓜烂熟。在此直接套用即可：

箕田面积=1/2×（20+5）×30=375步

汉制二百四十步为一亩，故答曰：“一亩一百三十五步。”

例二以粟换米

今有粟一斗，欲为粳米，问得几何？（粟米章）

国以农为本，民以食为天，粮食在古代不但是赋税的大宗，交易时更堪比金银等硬通货，因此粮食的兑换和折算问题，一直是朝廷和官府的头等大事。〈粟米章〉开篇就明示“粟米之法”，列出了二十种谷物及米饭的换算比率，相当于一份汉代的粮食换算表，即以本题而言，粟率五十，粳米率三十。

粟是中国北方主要的粮食作物，俗称“谷子”，去壳后俗称“小米”，粳米就是糙米。本题的意思是，根据“粟米之法”所列的比率，问一斗谷子能换多少糙米？

那么，具体该如何换算呢？这就要借助“今有术”。所谓“今有术”，其实就是四项比例算法，因每问开头常冠以“今有”二字，故得此译号。其修炼口诀曰：“以所有数乘所求率为实，以所有率为法，实如法而一。”以公式表示即是：

所求数=所有数×所求率／所有率

本题是以粟来兑换粳米，粟数为所有数，粳米数为所求数，粟率为所有率，粳米率为所求率。依今有术之法：

粳米数=粟数×粳米率／粟率=1斗×30／50=0.6斗

汉制十升为一斗，故答曰：“为粳米六升。”

例三五爵分鹿

今有大夫、不更、簪袅、上造、公士，凡五人，共猎得五鹿。欲以爵次分之，问各得几何？（衰分章）

古代以爵级为赐，大夫、不更、簪袅、上造、公士都是战国之初已有的官爵名称，爵数各有等差，依次为大夫五，不更四，簪袅三，上造二，公士一。本题要求将猎得的五只鹿，按爵级予以赏赐，分配比例即为爵数，问五爵各得多少？

今有术解决的虽是按比例交换问题，但同样可以适用于此处的按比例分配问题，由此便形成了衰分术。衰（cuī）即差别之意，衰分即按差别来分配。本题所给出的算法是：“列置爵数，各自为衰，副并为法。以五鹿乘未并者各自为实，实如法得一鹿。”

所谓“列置爵数，各自为衰，副并为法”，就是把分配比例依次列出，以各率相加之和作为除数：

5：4：3：2：1

5+4+3+2+1=15

所谓“五鹿乘未并者各自为实，实如法得一鹿”，就是用五鹿之数乘以五爵各自在分配总率中所占的比例，即可求得各自应得鹿数：

大夫应得鹿数=5鹿×5／15=1又2／3鹿

不更应得鹿数=5鹿×4／15=1又1／3鹿

簪袅应得鹿数=5鹿×3／15=1鹿

上造应得鹿数=5鹿×2／15=2／3鹿

公士应得鹿数=5鹿×1／15=1／3鹿

故答曰：“大夫得一鹿三分鹿之二，不更得一鹿三分鹿之一，簪袅得一鹿，上造得三分鹿之二，公士得三分鹿之一。”

本题中还涉及到了分数运算法则，这在《方田章》中有更为详尽的论述，包括约分（分数化简法）、合分（分数加法）、减分（分数减法）、乘分（分数乘法）、经分（分数除法）、课分（分数比较大）、平分（分数求平均值）及大广田（带分数乘法）——千万别被它们古老的名字唬住，其实都不过是最基本的分数加减乘除四则运算罢了，当代的初中生人人皆会。

例四积步开方

今有积五万五千二百二十五步，问为方几何？（少广章）

少广术是已知面积或体积，而反求边长，相当于方田术和商功术的逆向运算，这就必然会涉及到开平方和开立方的问题。《九章算术》的开方术极为精彩，采用数形结合的方法，根据几何上“出入相补”的原理，“析理以词，解体用图”，显示了中国传统数学的特色，开创了后来开更高次方和求高次方程数值解之先河。特别令人惊异之处，是指出了存在有开不尽的情形，“若开之不尽者，为不可工”，并给这种不尽根数起了一个专门的名字——“面”。

本题是一道简单的开平方题，欲求55225的平方根。《九章算术》用的是古老的算筹，先摆出开方数式，再通过移动算筹而借位，比之普通的加减乘除四则运算要复杂得多。本题答曰：“二百三十五步。”

廉 青 幕	廉 朱幕	方 黄甲幕
	隅 黄乙幕	隅 朱幕 黄丙幕
隅	隅 朱幕 黄丙幕	

开方图 国学时代

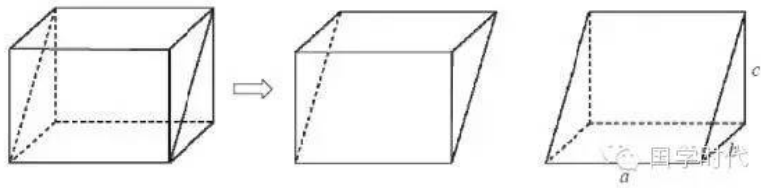
例五阳马求积

今有阳马，广五尺，袤七尺，高八尺。问积几何？（商功章）

阳马不是马，而是一种特殊的锥体，本题所要求的就是这种锥体的体积，这正是商功术的看家本领。在动手计算之前，先得介绍一下立体图形家族的诸位成员。

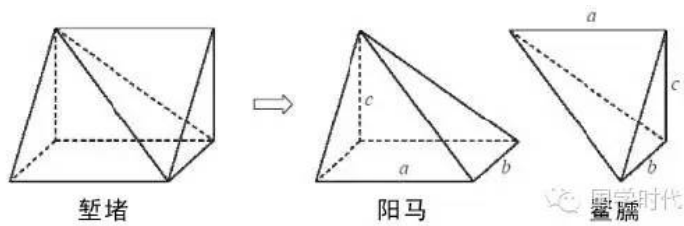
最熟悉的当然是长方体，在家族中排行最大，辈份最高，许多锥体和柱体都是由它演变而来的。

将长方体沿对角面斜分为二，得到两个一模一样的三角棱锥，称为“堑堵”，其体积是长方体的一半。



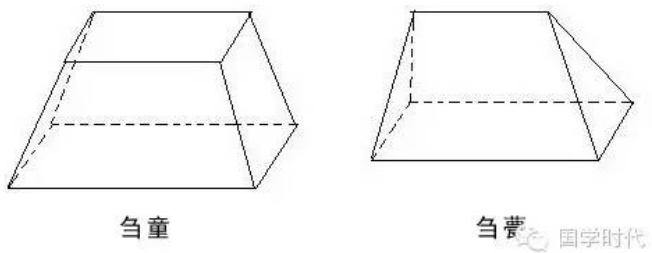
堑堵

再沿堑堵某一顶点与相对的棱剖开，得四角棱锥和三角棱锥各一个。四角棱锥以矩形为底，另有一棱与底面垂直，称为“阳马”；余下的三角棱锥是由四个直角三角形组成的四面体，称为“鳖臑”（biē nàò）。



合两鳖臑而成一阳马，合三阳马而成一立方。故本题解法是：“广袤相乘，以高乘之，三而一。”也就是以阳马矩形底面的长乘以宽，再乘以阳马的高，得出未剖分前长方体的体积，除以三即为阳马的体积。答曰：“九十三尺少半尺。”

商功术天天应对的都是建房、造屋、筑城、修堤、挖沟、开渠等土木水利工程问题，所遇到的怪咖自然不止以上几位，还有“刍童”、“刍甍”、“曲池”、“盘池”、“冥谷”等等。“刍童”指的是上下底皆为矩形的拟柱体，刍甍指的是上底为一棱、下底为一矩形的拟柱体，至于“曲池”、“盘池”、“冥谷”则都是长方台体，计算方法大同小异。



例六四县均输

今有均输粟，甲县一万户，行道八日；乙县九千五百户，行道十日；丙县一万二千三百五十户，行道十三日；丁县一万二千二百户，行道二十日，各到输所。凡四县赋，当输二十五万斛，用车一万乘。欲以道里远近、户数多少，衰出之，问粟、车各几何？（均输章）

所谓“均输”，就是平均分配运输负担。本题中县户有多少之差，行道有远近之异，欲其均等，故各令行道日数约户为衰分，行道多者少其户，行道少者多其户。

甲县衰分=10000户／8日=125

乙县衰分=9500户／10日=95

丙县衰分=12350户／13日=95

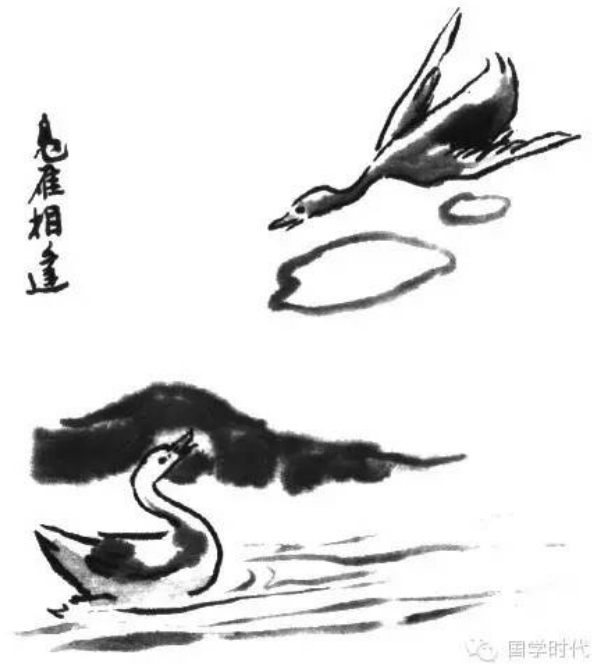
丁县衰分=12200户／20日=61

已知衰分，就可以运用前已熟悉的衰分术，很容易地计算出各县当输的粟数和当用的车数了，答曰：“甲县粟八万三千一百斛，车三千三百二十四乘。乙县粟六万三千一百七十五斛，车二千五百二十七乘。丙县粟六万三千一百七十五斛，车二千五百二十七乘。丁县粟四万五百五十斛，车一千六百二十二乘。”

这只是均输术最正经的应用，事实上，它还可以解决一些不大重要却很有趣的小问题，例如数学史上著名的“凫雁相逢”问题：

今有凫起南海，七日至北海；雁起北海，九日至南海。今凫雁俱起，问何日相逢？（均输章）

凫即野鸭，雁即大雁，野鸭从南海飞到北海需要七天，大雁从北海飞到南海需要九天。野鸭和大雁同时分别从南海和北海出发，问多少天可以相遇？



凫雁相逢

本题虽然简单，却包含了均输术中的时日、路程、速度等几乎所有的元素，是典型性非典型题，反映了中国古代在处理与比例分配相关的分数运算时的基本思维——“齐同”，化异分母为同分母叫“同其母”，要保持分数值不变，还必须“齐其子”，母同子齐以后才可以进行加减运算。所以，“凫雁相逢”的解法是：“并日数为法，日数相乘为实，实如法得一日。”也就是说，以各自需要的天数之和为除数，以各自需要的天数之积为被除数，这样就得到日数。答曰：“三日十六分日之十五。”

例七人共买物

今有共买物，人出八，盈三；人出七，不足四。问人数、物价各几何？（盈不足章）

题目意思是几人合买一物，每人出钱八块，则多三块，是为盈余；每人出钱七块，则少四块，是为不足。问人数和物价各是多少？

这是典型的盈不足问题，自然必须用盈不足术。盈不足术跟衰分术一样，也是由今有术衍生而来。由于往往要面对盈和亏两种情形，需要通过两次假设来求得结果，所以在欧洲又被称为“双假位法”，亦译作“迭借互征”。盈不足术能处理各种隐而不见、杂乱无章的数量关系问题，因此又被誉为“万能算法”，称霸数坛。

《九章算术》所给出的盈不足术公式相当繁复啰嗦，反而刘徽的注更为简捷，在此无暇赘述，还是直奔主题为上。

首先计算人数。每人两次出钱，相差为 $8-7=1$ ，这是所谓“一人之差”。而“盈不足为众人之差”，也就是说由于每人两次出钱都差一点，导致了最后有3个“众人之差”，大家相差的的就是盈余的3块钱和不足的4块钱之和，“众人之差”是7块钱。“以一人之差约众人之差，故得人数也”，以7除以1，即得知人数是7人。



再来计算物价。每人出钱8块，买1物，多钱3块；若买4物，则需出钱 $8\times 4=32$ 块，多 $3\times 4=12$ 块。每人出钱7块，买1物，少钱4块；若买3物，则需出钱 $7\times 3=21$ 块，少 $4\times 3=12$ 块。两次盈亏等同，可以互相抵消。两次出钱之和 $=8\times 4+7\times 3=53$ 块，共计买得 $4+3=7$ 物。前已算得人数是7人，可知物价是53块钱。故答曰：“七人，物价五十三。”

例八五家共井

今有五家共井，甲二绳不足，如乙一绳；乙三绳不足，如丙一绳；丙四绳不足，如丁一绳；丁五绳不足，如戊一绳；戊六绳不足，如甲一绳。如各得所不足一绳，皆逮。问井深、绳长各几何？（方程章）

成语“绠短汲深”，可谓是本题的绝佳写照。绠即提桶汲水的绳子，这里是说五户人家共用一口井，各家都有提水的绳子，但都不够长。甲家的两条与乙家的一条合起来够用，乙家的三条和丙家的一条合起来够用，丙家的四条与丁家的一条合起来够用，丁家的五条与戊家的一条合起来够用，戊家的六条与甲家的一条合起来够用。问井深和各家的绳长？



五家的绳长都是未知，井深亦是未知，如此便有六个未知数，一般算法当真应付不来，必得方程术来大显身手。题中历数了两户合用的五种情形，自可相应列出五个方程式。假设五家绳长依次为a、b、c、d、e，井深为h，则有：

$2a+b=h$ ①

$3b+c=h$ ②

$4c+d=h$ ③

$5d+e=h$ ④

$6e+a=h$ ⑤

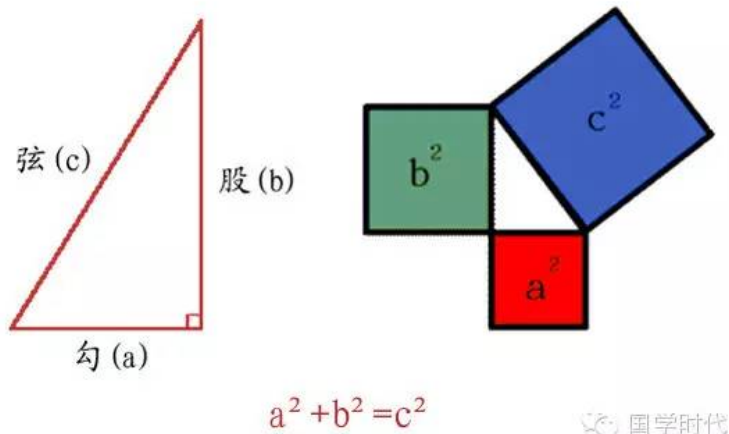
这是一个多元一次不定方程组，可以有多解，《九章算术》给出了一组，答曰：“井深七丈二尺一寸，甲绠长二丈六尺五寸，乙绠长一丈九尺一寸，丙绠长一丈四尺八寸，丁绠长一丈二尺九寸，戊绠长七尺六寸。”汉制七丈二尺相当于现今的17米有余，的确是一口超乎寻常的深井，难怪五家的绳子都不够长。

在方程的运算中，常常会遇到加减正负的问题，这就是所谓的“正负术”。正负术曰：“同名相益，异名相除，正无入负之，负无入正之。其异名相除，同名相益，正无入正之，负无入负之。”这句口诀里包含了两个概念——“正数”和“负数”。“同名”就是同号，“异名”就是异号，“相益”表示相加，“相除”表示相减。

例九引葭赴岸

今有池方一丈，葭生其中央，出水一尺。引葭赴岸，适与岸齐。问水深、葭长各几何？（勾股章）

这是一道很有趣的题，说的是有一个边长为一丈的方形水池，正中央长着一根芦苇，露出水面一尺。若将芦苇稍头垂直拉到岸边，顶端恰好与岸齐平。问水有多深？芦苇有多长？

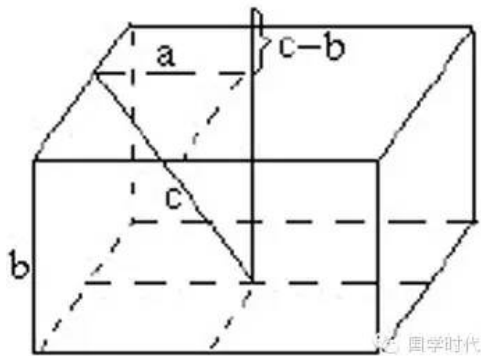


勾股定理

要解这道题，先需认识勾股定理，而欲认识勾股定理，还得从规矩说起。规矩是从古至今常用不衰的画图工具，规以画圆，矩以画方。矩就是直角尺，若将三边连接，就是一个标准的直角三角形。无论是测量面积、体积、容积、高度、广度、深度，都离不开直角三角形，因此直角三角形三边长度的关系式是测量术的基石。这个关系式就是大名鼎鼎的勾股定理，西方称为毕达哥拉斯定理，而在《九章算术》中则称为“勾股术”，其诀曰：“勾股各自乘，并而开方除之，即弦。”直角三角形的两条直角边，短者叫勾，长者叫股，另外一条斜边叫弦。换言之，即是说直角三角形两直角边的平方和等于斜边的平方。设勾为a，股为b，弦为c，则 $a^2+b^2=c^2$ 。据《周髀算经》记载，西周初年的数学家商高曾向周公讲过“勾三股四弦五”，即 $3^2+4^2=5^2$ ，这是勾股定理最著名的特例。

勾股定理是数学史上惊心动魄的大发现，甚至有“故禹之所以治天下者，此数之所生也”的神话。而在古希腊更引起了一桩谋杀案，当时的大数学家毕达哥拉斯发现了这个定理，并将之扩大到哲学领域，提出了“万物皆数”（指有理数）的观点。他的弟子希伯索斯却发现正方形的对角线与边长不可公度，若正方形边长为1，则对角线是个无理数，这当然与毕氏学说相违背。毕达哥拉斯为保住毕氏学派的统治地位，便残忍地将希伯索斯扔进了大海。其实，希伯索斯只是颠覆了“万物皆数”的观点，并没有推翻勾股定理。时至今日，勾股定理仍然是最基本的几何定理之一。

掌握了勾股定理，要解本题就易如反掌了。《九章算术》给出的解法是：“半池方自乘，以出水一尺自乘，减之。余，倍出水除之，即得水深。加出水数，得葭长。”



引葭赴岸

设池边长一半为a，池深为b，葭长为c

按题意，已知a=5尺，c-b=1尺

用勾股定理 $a^2 + b^2 = c^2$ ，可以得出

水深 $b = [a^2 - (c - b)^2] / 2(c - b) = (5^2 - 1^2) / 2 = 12$ 尺

葭长 $c = b + 1 = 13$ 尺

故答曰：“水深一丈二尺。葭长一丈三尺。”

“引葭赴岸”的故事宋代时还流传到了印度，被印度数学家拜斯迦罗本土化为“风吹荷花”问题：

湖静浪平六月天，荷花半尺出水面。

忽来南风吹倒莲，荷花恰在水中淹。

湖面之上不复见，入秋渔夫始发现。

落花去根三尺整，试问水深尺若干？

此题显然与“引葭赴岸”如出一辙，诗中有画，画中有题，妙趣横生。即使不做题，单纯欣赏这诗画中的意境，亦足畅怀。

至此，“九术”总算一一亮过了身手，但若要修炼得炉火纯青，只这般走马观花一番，显然是远远不够的，先得把二百四十六道题全做一遍才是正途。

“独孤九剑”之所以厉害，在于能克敌致胜，倘若只图花哨卖弄，遇敌时一触即溃，又怎配得上“剑魔”的威名？《九章算术》亦同此理，能真真切切解决现实问题的数学，才是活泼泼有生命力的数学。《九章算术》所归纳的种种算法，如今看来虽已不再高深，却依然被广泛应用于各个领域，非但有功于当时，亦且有裨于后世，“圣经”之誉，诚不负哉！

文/悠然/图/百度君
编辑/银涵

本站是提供个人知识管理的网络存储空间，所有内容均由用户发布，不代表本站观点。请注意甄别内容中的联系方式、诱导购买等信息，谨防诈骗。如发现有害或侵权内容，请点击[一键举报](#)。

☆ 转藏

📄 分享

🌸 献花 (13)

上一篇：图读法：我是如何去啃硬书的 | 秋叶读书法

下一篇：国学经典 | 五千年精华，涵盖人生十大智慧！

2条评论

写评论...

发表

请遵守用户 评论公约



姑苏夜钟 2015/7/9 19:56:21

3 0

《九章算术》当初认为是我国现存最早数学专著，后湖北江陵张家山出土《算数书》，保存尚好，经过研究，该书成书比《九章算术》还要早。

回复 收起回复 ^



tiandg076 15-07-10 10:53

1 0

渊博



秋心驿站 2015/7/9 20:56:25

1 0

数学没有发展起来的一个主要原因是用文字描述，而不是数形结合

回复 收起回复 ^



tiandg076 15-07-10 10:52

2 0

精辟

热点新闻



夫妻亲热后竟无法分开被送医，丈夫全程惨叫



郭德纲被捕现场照？家里搜出700万现金



赵本山晚节不保，与女徒弟丑闻八卦曝光



初一男同学把女老师写进黄色小说，内容曝光

类似文章

更多



作者不详，无门无派，这本古书被称为数学中的“独孤九剑”

作者不详，无门无派，这本古书被称为数学中的“独孤九剑”正如“独孤九剑”有九式一样，《九章算术》也有九章，每章研习一术，分别是方...

九章算术里著名的题目

九章算术里著名的题目〔一〕今有田广十五步，从十六步。问为田几何？答曰：一亩。〔二〕又有田广十二步，从十四步。答曰：一百六十八步。方田术曰：广从步数相乘得积步。以亩法二百四十步除之，即亩数...

小学奥数难题汇编10

术曰：各置钱数为列衰，副并为法，以百钱乘未并者，各自为实，实如法得一钱。术曰：以一匹尺数为法，今有布尺数乘价钱为实，实如法得钱数。术曰：以积尺为实，程功尺数为法，实如法而一，即用徒人数。...



国内往境外汇款方法

国外汇款到国内的限制

2.1万阅读

秦九韶的历史影响

这一年，秦九韶十八岁。后来，秦九韶受教于“隐君子”陈元靓，陈元靓是博学多才的学者，秦九韶在对中国传统数学有深入研究的陈元靓的指导和帮助下，潜心研读了许多古算书，特别是《九章算术》，这一点...

九章算术（原序）

九章算术（原序）刘徽九章算术注原序。微幼习九章，长再详览。观阴阳之割裂，总算术之根源，探赜之暇，遂悟其意。按九章立四表望远及因木望山之术，皆端旁互见，无有超邈若斯之类。以景差为法，表高乘...

《九章算术》张苍

《九章算术》张苍。



国内往境外汇款方法

国外汇款到国内的限制

2.1万阅读

九章算术

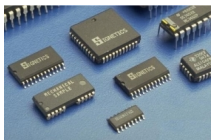
九章算术九章算术。

《九章算术》

《九章算术》

中国古代数学成就

《九章算术》《九章算术》成书后，正负数的运算越来越广泛，但究竟应该如何认识正负数，却很少有人论及。刘徽在《九章算术注》中首次给出正负数的明确定义：“今两算得失相反，要令正负以名之。”就是...



英特尔发布全新处理器

英特尔新处理器发布

1.4万阅读