

郭世荣 魏雪刚：40年来的宋元数学史研究

敦行斋 2022-05-15 | 52阅读 | 2转载



1、关于秦九韶的研究

李迪《关于秦九韶与〈数书九章〉研究近30年之进展》《关于秦九韶与〈数书九章〉的研究史》两篇文章很好地梳理了1990年之前关于秦九韶与《数书九章》的研究情况。汪晓勤《大衍求一术在西方的历程》梳理了西方学者对秦九韶大衍术的认识过程。沈康身《中国数学史大系·两宋》第五编第二章“国内学者对《数书九章》的研究及其成绩”和第三章“《数书九章》研究在国外”，分别考察了20世纪90年代之前国内外的秦九韶与《数书九章》研究情况。这些文章对于了解关于秦九韶的研究进展都有重要的参考价值。

40年来，对秦九韶与《数学九章》的研究取得了丰硕的成果。对于《数书九章》全书进行今译研究的有两部著作：1962年，王守义完成了《〈数书九章〉新释》一书，并经李俨审校过，但由于特殊原因未能及时出版，1992年，李迪受王守义家人委托，整理出版了该书。该书对《数书九章》全书逐题演算，详细诠释。同年，陈信传、张文材、周冠文《〈数书九章〉今译及研究》，在按语中对该书内容进行了研究。

1980年代，吴文俊等人完成国家自然科学基金项目“秦九韶与《数书九章》研究”，于1987年出版了《秦九韶与〈数书九章〉》论文集，收录吴文俊、严敦杰、白尚恕、沈康身、李迪、李继闵、莫绍揆、李培业、罗见今、李兆华等人新作和李文林与袁向东先前合作发表的论文共30篇，并有“总论”和“附录：秦九韶与《数书九章》研究论文目录”，内容涉及秦九韶的生平、《数书九章》的流传与勘误、《数书九章》内容分析，《数书九章》与其他著作关系的考察、对李倍始《十三世纪中国数学》的述评等。这是秦九韶与《数书九章》研究最重要的成果。作为项目的组成部分，1987年召开了“秦九韶《数书九章》成书740周年纪念暨学术研讨国际会议”，参会人员报告了一批新论文，其中梅荣照、王渝生和王翼勋的文章当年在《自然科学史研究》发表，另有7篇收集于吴文俊主编的《中国数学史论文集》（四）（1996），这此论文主要对《数书九章》算法做了研究，其中讨论最为热烈的是大衍总数术中由问数求定数的程序问题，众说纷纭。2010年，侯钢在《中国科学技术史·数学卷》第二十章第一节“大衍总数术”结合研究史的考察，呈现了2010年之前学者对大衍总数术研究的大致面貌。次年，他又做了进一步的讨论。对于《数书九章》中的“治历演纪”、“缀术推星”、“三斜求积”、“漂田推积”、“勾股测量”、“正负开方”、“遥度测城”、“临台测水”、“米谷粒分”、“计浚河渠”、“计作清台”、“方变锐阵”、“均货推本”、“互易推本”、“菽粟互易”、“推计互易”等题目人们也都有专门研究。

此外，严敦杰、李迪、解延年、沈康身、莫绍揆、邵启昌、韩祥临、郭书春、杨国选等学者深入考察了秦九韶的生平和品性问题。钱宝琮曾推测秦氏大约生于1202年，李迪推测约生于1209年。2008年，杨国选找到了秦氏生于1208年的确切史料，后出版《秦九韶生平考》（2017）一书。李迪、郑诚、朱一文等梳理了《数书九章》在后世的流传情况。《数书九章》“序”不易读，郭书春、查有梁等专门撰文对其进行解释。《数书九章》“蓍卦发微”被沈康身称为“学习秦氏书的拦路虎”，李继闵、罗见今、董光壁、朱一文则探究了“蓍卦发微”的原意及其与易学的关系。学者还考察了《数书九章》与其他知识的关系，并把它与国外其他数学著作进行了比较。近年，朱一文在数学实作及儒学与算学关系的视野下对秦九韶《数学九章》做了一些系列研究。

2、关于李冶的研究

1993年，李迪发表《近20年来国内外对李冶的研究与介绍》一文，较全面地考察了李冶及其著作的研究史。此后，关于李冶及其著作的专门研究不多，可举出的大致有，孔国平考察了《测圆海镜》的构造性，莫绍揆提出了对《测圆海镜》的新认识，邹经培、孙洪庆对《测圆海镜》识别杂记进行了验证，郑振初考察了《测圆海镜》的解题方法和特点并梳理了清代学者对《测圆海镜》的研究情况。

白尚恕的《〈测圆海镜〉今译》（1985）对《测圆海镜》进行了白话和现代数学的翻译。1988年，孔国平出版了《李冶传》，书中分李冶生平、《测圆海镜》、《益古演段》、天元术的流传与影响、李冶的其他工作五部分对李冶及其数学工作进行了较全面的考察。孔国平的《〈测圆海镜〉导读》（1997）的“引论”部分对《测圆海镜》进行了较全面的考察，“本论”部分以提要、注释和翻译为主。李培业与袁敏的《益古演段释义》（2009）采用原文和释义、注释分栏对照的排印方式，不仅对原文和清代李锐的注释进行校勘、翻译和辨正。

1992年7、8月间李迪先后在呼和浩特和河北栾城县主持了“李冶诞生800周年纪念会”和“纪念李冶诞辰800周年大会”，但未能单独出版相关纪念文集，两次会议的相关论文收录在李迪主编的《数学史研究文集》（第五辑）中，包括11篇论文，主要讨论了李冶的生平、成就、地位、研究史以及《测圆海镜》内容。



敦行斋



+ 关注

对话

TA的最新馆藏

- AI研究甲骨文：五年的工作一天就做完了
- 微软 CBL
- RSS 汇总篇：RSS 永久链接合集，拒绝 ...
- “空无”的意义：罗兰·巴特符号学思想
- 罗永浩告别“罗永浩”，但AR市场大门...
- 爱与侮辱，上帝与撒旦（马拉多纳）影评

喜欢该文的人也喜欢

更多

- 太珍贵了！26张安徽阜阳老照片，为你讲述阜阳的历史 阅1073
- 安徽阜阳“大头娃娃”10年后手指伸不直(图)|大头娃娃|阜阳|劣质... 阅169
- 安徽阜阳老照片：老颍州阜阳永远走不回去的旧时光 阅909
- 【军旅琐忆】张发奎||情深意未了 阅3302
- 【军旅琐忆】张发奎||战友一生不了情 阅226

热门阅读

换一换

- 危险废物管理制度（2021版）全文 阅10235
- 原 学生信息道德培养活动方案 阅55557
- 【同步复习】部编版历史七年级下册思维导图 阅77924
- 论语全文及白话译文（完整版） 阅271050
- 汉字的演变过程 阅226531

最新原创

更多

- 原 在不失去控制的情况下，人们一次能...
- 原 孩子考试前易紧张？别慌！5招教你如...
- 原 体重下降了，身材就是瘦了吗？4个方...
- 原 你知道吗？睡眠时的姿势会影响你的...
- 原 比较简单的肩背训练动作，改善含胸...

学者对李治《测圆海镜》一书的性质多有辩证，但无论该书是否为天元术著作，它都对我们了解天元术起着无比重要的作用。因为天元术是宋元数学重要成就之一，所以这里不妨梳理下数学史家对天元术发展历史的认识。钱宝琮《中国算学史》（上编，1932）第十四章“天元术略史”专门且广泛地讨论了天元术的历史问题，主要叙述了算家的开方术，金人天元术初期发展情况，天元术的表示法，并对天元术与阿拉伯代数学进行了比较研究。该文称天元术为“算器代数学”（instrumental algebra），而李迪《十三世纪我国数学家李治》与《中国数学史简编》（1983）均认为天元术是“半符号式代数”。

何洛《中国古代天元术的发生与发展》一文以天元术的造术问题为线索，结合具体的例题，梳理了造术思想的发生和发展的脉络，总结了天元术的四个特点，并详细指出了与符号代数相比天元术的不足之处。李迪《中国数学通史·宋元卷》第四章“天元术与李治”第一节“天元术的起源与发展”指出：“天元术发端于11世纪末，起初的一段时间发展缓慢，到12世纪后期开始加快步伐，到12、13世纪之交出现了一批‘如积图式’之类的数学著作，用文字表述多项式的各项，‘天在上，地在下’，常数项居中，用‘人’表示。一二十年之后，彭泽改为‘天在下，地在上’，用‘太’表示常数项。”另外，劳汉生《元裕之非元裕再辨》也证明了元裕之与元裕是两个人，李迪同意这一看法。孔国平《再论宋元时期的天元术》指出：“刘益和蒋周的条段法是天元术的基础，李治对天元术作了总结，并提出天元术的完整程序。”“洞渊是天元术的先驱，他不仅提出‘立天元一’，而且开始化分式方程为整式方程。继李治之后，朱世杰进一步发展了天元术，他提高了方程的抽象程度，掌握了化无理方程的方法，并用天元术来解决各种几何问题，发现了平面几何中的射影定理和弦幂定理。”

冯礼贵《关于天元术研究》着重论述了“天元术发展史略”。他从天元术的源流和1248年以前的研究工作这两方面入手，详细梳理了天元术著作失传以前的天元术发展史，认为李治《测圆海镜》对天元术的发展贡献巨大。白尚恕在《测圆海镜今译》的前言中给出了李治在数学方面的10个贡献以及5个不足之处，认为《测圆海镜》是一部“天元术巨著”。莫绍揆的《对李治〈测圆海镜〉的新认识》结合《测圆海镜》的具体内容，从三方面论证了《测圆海镜》不是关于天元术的著作，否认了李治在天元术发展进程中具有巨大贡献的观点。李迪先生在《中国数学通史·宋元卷》先同莫绍揆《测圆海镜》是一部具有几何性质的著作，同时“《测圆海镜》与天元术”一节中梳理了《测圆海镜》对天元术发展的具体贡献，并认为李治对天元术的发展做出了重要贡献，使天元术有了一个定式，尽管以后天元术有所变化却都没有超出他的范式。郭书春主编《中国数学史大系·数学卷》中专门论述了“天元术的历史”。它由三部分内容构成：关于天元术发展的资料，刘益和蒋周的演段法，《测圆海镜》引用的《铃经》与洞渊的内容。文中根据天元术发展的相关资料，大致描绘出了天元术的发展历史，认为天元术是从演段法发展来的，但很难断定它产生的确切年代，并认为“从李治的文字中看不出石信道与洞渊通晓天元术”。李迪认为传授给李治“洞渊九容之式”的洞渊可能是李思聪。在《测圆海镜》研究史时，李俨于（1931-1932）初次发表的《〈测圆海镜〉研究历程考》这篇长文一直是必须参考的文献。

3、关于朱世杰的研究

1925年左右，在美国读书的陈在新在数学史家斯密斯鼓励下英译了《四元玉鉴》，该译本的出版受到科学史家萨顿关注，但一直未能完成。郭金海发现了该译稿并进行整理，郭书春根据光绪二年（1876）以丁取忠校本《四元玉鉴》为底本对全书做了汉文今译，最后将二者合并出版了《汉英对照〈四元玉鉴〉》（2006）。李兆华《〈四元玉鉴〉校证》（2007）是他花20多年时间才完成的一部力作，他逐一演算全书各题，“凡罗草失校、误校及存疑者，参考沈草、戴草予以校改。诸本无所者，以算校改。”^[①]同时该书重点讨论该书主要算法的意义及清代学者的相关工作。高峰等校注、冯立昇主审的《〈算学启蒙〉校注》（2020）对《算学启蒙》进行了全面的校注与研究。

关于朱世杰的生平我们所知甚少，就其著作而言，《算学启蒙》知识相对简单，学者更关注其流传情况。《四元玉鉴》因提出了著名的四元术，成为了学者研究的重点。关于四元术的发展和完善过程，只能从《四元玉鉴》祖颐 and 莫若的序中窥见，所以企图对这一问题进行深入研究的计划，只能付之阙如。其实，四元术重要且难以理解的是消元法，李迪先生把四元术的消元法看作是朱世杰在代数学方面的一项贡献。清代不少学者专门研究过四元术的消元问题，并有著作问世，比如罗士琳的《四元玉鉴细草》、沈钦裴的《四元玉鉴细草》、戴煦的《四元玉鉴细草》、陈棠的《四元消法易简草》等等。

1932年钱宝琮《中国算学史》（上编）认为四元术的消元法与西勒维斯特的“析配消元法”用意相仿。李迪《中国数学史简编》采纳了钱先生的这种说法。杜石然《朱世杰研究》一文通过对罗士琳、沈钦裴、陈棠著作中“互隐通分相消”与“剔而消之”两步的分析，讨论了四元术的消元法问题，认为沈钦裴的方法更接近朱世杰的原意。钱宝琮主编的《中国数学史》也开始倾向于沈钦裴的消元法。郭世荣《清代中期数学家罗士琳的数学研究》着重介绍了罗士琳的四元消元法。严敦杰《中学数学课程中的中算史材料》“天元术和四元术”和刘钝的《大哉言数》“列方程解应用问题”都采用了罗士琳的消元方法。郭书春主编《中国科学技术史·数学卷》“四元术”一节，采用了沈钦裴的消元法，并对消元的步骤作了具体的说明。

以上这些研究都比较分散，而以胡明杰、李兆华为主的一批学者，则对该问题进行了集中研究。胡明杰《“四元消法问题”别解》给出了“互隐”与“通分”新的解释。他的《“互隐通分相消”研究》分别解释了“互隐”、“通分”、“相消”的含义，提出了相消过程的两种模式，并以此分析了《四元玉鉴》中的其他例题。我们认为这里有两点需要注意，其一，按照他的解释会有若干不符的例子；其二，“互隐”之后，筹算如何摆置，是在“太”位上放置两个数字还是另外放

置“天元项”？目前对这两个问题还没有明确的解答，这就是说“互隐”问题还有进一步讨论的空间。他的《剔而消之·浅析》重点研究了四元消法中的“剔而消之”一步，认为它继承了“互隐通分相消”的思想。他的《四元术的数学基础》利用《九章算术》方程章的内容，建立了对四元术消法理解的数学基础。

李兆华《四元消法的增根与减根问题》指出四元消法可能出现增根与减根问题，并验证了部分题目增减根的情况。张淑华的《也谈四元消法的增根与减根问题》在李兆华的基础上，研究了四元消法出现增减根的原因与途径。另外，学者还对四元术消法机械化问题，以及朝鲜、日本地区消元方法等问题展开了讨论。

关于四元术，学者还进行了如下研究：胡明杰《四元术的一般性程度》通过比较四元术与西方代数学，对四元术作了新的评价。吴裕宾、朱家生《‘四元术’的问世、流传与扬州》考察了扬州与四元术的关系。王艳玉《朱世杰的‘多次立天元术’》认为“多次立天元”的思想，是朱世杰从天元术发展到四元术的中间阶段。李兆华、傅庭芳等研究了朱世杰的垛积术。李兆华《〈四元玉鉴〉校证》则在对《四元玉鉴》进行校证的同时，还全面总结了《四元玉鉴》的研究情况。

4、关于杨辉与其他算家的研究

沈康身的《中国数学史大系·两宋》第六编第七章系统考察了2000年以前国内外学者对杨辉及其著作的研究。周霄汉的博士论文也集中梳理了算学史家对杨辉的研究情况。

郭熙汉《〈杨辉算法〉导读》（1996）“引论”中考察了杨辉及其数学著作、杨辉所处的时代背景、杨辉的数学研究成就和数学教育思想等内容，“导读”中对《乘除通变算宝》《田亩比类乘除捷法》《续古摘奇算法》三书进行了概述和注释。另有孙宏安《〈杨辉算法〉译注》（1997）。2014年吕变庭出版了《增补〈详解九章算法〉释注》，对杨辉《详解九章算法》进行了注释。2017年吕变庭出版了《〈杨辉算书〉及其经济数学思想研究》，梳理了《杨辉算书》中的经济数学思想。

20年来，学者对杨辉及其算书的关注集中在如下几个方面：杨辉的数学与数学教育思想，杨辉与明代数学的关系，杨辉的幻方理论，杨辉数学著作的流传等。

其他数学家与数学著作也获得了关注，白尚恕、李迪《十三世纪中国数学家王恂》一文认为《授时历》的主要数学工作出自王恂之手而非郭守敬，这是极为重要的论断，同时该文还考察了王恂的具体数学工作。刘钝则研究了与《授时历》相关的天球投影二视图问题。郭书春考察了贾宪的数学工作和成就。冯礼贵考察了沈括⁹的数学思想。何绍庚探究了《梦溪笔谈⁹》的运筹思想。李继闵研究了沈括的“隙积术”。罗见今考察了《梦溪笔谈》计数成就和“甲子纳音”的构造方法。戴念祖、徐义保、孔国平分别研究了赵友钦的生平和数学成就。纪志刚、郭涛、郭书春等考察了《河防通议》的数学内容。韩海山梳理了成吉思汗的运筹思想。谢贤熙、吕科评述了西夏的数学成就。王荣彬对丁易东的纵横图和刘益的开方法展开了研究。吴佳芸考察了杨辉的纵横图，认为它受阿拉伯幻方的影响不甚明确，更可能是理学思潮冲击下的产物。

5、宋元数学的通论性研究

1994年出版的《刘徽评传》附有“秦九韶、李冶、杨辉、朱世杰评传”，著者为周瀚光、孔国平、徐灵芳，主要从生平成就和数学思想两个方面对这四位宋元数学家进行了评传。1999年，李迪主编出版了《中华传统数学文献精选导读》，其中对11部宋元数学著作的主要内容进行了导读。

1999年，李迪出版的《中国数学通史·宋元卷》为了揭示宋元数学发展的连续性，特别重视资料的全面性，使用了一些此前认为不太重要的史料。该书共分为七章：“北宋时期的数学”、“西夏金南宋早中期数学与秦九韶的贡献”、“南宋末年的南方数学”、“天元术与李冶”、“蒙古和元初的官方历算学”、“朱世杰与南北数学合流”、“数学思想与内容的转变”。关于如此安排章节的原因，作者自道：“主要之点是朝代更替的衔接性和数学本身南北特征的出现”。第一章之后先讲南宋，是因为数学上与北宋有继承关系，特别是在出版方面和算法方面不能割开。后讲北方，是因为由北方统一全国，由北方的蒙古和元朝变成了全国的元朝，接着讲元朝数学是顺理成章的。我认为这是一种合理的划分方法。朱世杰是融会南北两方的大数学家，并且以北方的成为为主，而秦九韶的《数术大略》，他似乎未接触过，因此像“大衍总术”和“大衍求一术”这类问题，秦氏以后再无人探讨过。”

1999年李迪主编的《中国数学史大系·西夏金元明》出版，2000年沈康身主编的《中国数学史大系·两宋》出版。它们之所以如此分为两卷，大概与编者对宋元数学发展的区域性差异的认识有关，如李迪在《中国数学史大系·西夏金元明》前言所说：“本卷的时间跨度是上起西夏下迄明末，即约在1000年—1600年的600年间，所涉地域范围先是由中国北部、西北部到西南部，与偏居东南的南宋王朝对峙，数学发展也有很大的差别，可以说各有特点。”这两部著作结合起来，则是以秦九韶、李冶、杨辉、朱世杰的生平及其数学工作为讨论的核心，同时还考察了贾宪、刘益、蒋周、沈括、刘秉忠、王恂、郭守敬、赵友钦、沙克什等人的数学工作，并从宋元时期科学技术成就与数学专著、北宋数学的成就影响与数学教育、西藏西夏金与北方民间数学、蒙古与元初的官方历算学等方面更全面地呈现宋元数学发展的面貌。

“九五”期间王渝生、刘钝主编《中国数学史大系》，原计划出版两部宋元数学史相关著作，即《贾宪秦九韶与宋代数学》《李冶朱世杰与金元数学》，前者未见成书，后者于2000年出版，其著者为孔国平。孔书以李冶、朱世杰的生平及其著作作为主要线索，又旁涉王恂、《革象新书》、《河防通议》等内容，对金元数学进行了较全面的论述。全书共分为九章，即“金元数学概观”、“李冶生平及学术思想”、“《测圆海镜》”、“《益古演段》”、“王恂及其数学成

就”、“《革象新书》与《河防通议》”、“朱世杰生平及数学思想”、“《算学启蒙》”、“《四元玉鉴》”。

2010年，郭书春主编的《中国科学技术史·数学卷》以唐中叶到元中叶为第四编，认为此期的数学是“中国传统数学的高潮”。其中主要是以算法视角来考察相关内容的，所涉及的算法包括：计算技术的改进和珠算的发明、勾股容圆和割圆术、高次方程数值解法和天元术四元术、垛积术和招差术、大衍总术数和纵横图。除此，书中还概述了这一时期数学家、数学著作和中外数学交流的情况。

以上是通史著作对宋元数学的研究，下面梳理具体的通论研究。李迪指出宋元时期数学形式发生了如下变化：注意预备知识、增加算题诗和算法诗、形式逻辑思想加强、用笔记录的演算形式增加，并认为这一转变的原因是：一、深受刘徽的影响；二、强调实用而又不为实用所束缚；三、有敢于打破传统的精神。

梅荣照指出宋元数学出现了一些新思想、新方法和新理论，如数学方法的一般化、程序化数学方法、构造性的证明、代数符号的引入等。

王宪昌从珠算与算器型算法体系、珠算与技艺应用的数学价值取向、珠算与数学评价准则三个方面指出了宋元数学与珠算发展的内在关系。

郭世荣以数学模型视角对宋元算法进行了新的解释。

朱一文通过梳理宋代文献中数的表达和用法，试图回答“什么是数”这一问题，认为“运算位置”也在宋代被看成是数的本质。

佟健华认为宋元人才政策对数学人才群体起到营建作用，因而使得宋元时期形成四个相对独立的特定的数学人才群体。他还从数学哲学、数学思维、数学方法的比较入手来展示宋元数学人才群体数学研究的辩证唯物性、抽象思维和形象思维结合、特殊方法和一般方法结合等特色。

劳汉生全面考察了元代的数学教育，对元代数学教育制度进行了梳理，展现了元代数学家的师承脉络，介绍了元代数学教育内容、思想与成就，并认为如下六个问题还有不少疑点且试图进行解答：元裕之与元裕关系；元代教育的成就；紫金山书院是否有张文谦；刘秉忠、许衡的科学史地位；《四元玉鉴》的造术；赵友钦生平与《革象新书》成书时间，最后针对现实又指出五个应该引起关注的数学教育现象：数学教育没有跟上数学发展的主流；数学教育常常受政治因素影响；数学人才的分配和利用不合理；数学教育重量轻质；社会商品化带来的教育基金短缺以及实用主义重新统治教育和科学研究。

宋元数学被认为是中国数学发展的高峰，学者对其原因多有讨论。如梅荣照从社会背景和数学家两方面阐释了宋元数学兴盛的动力，从科举制度和理学两个角度来揭示宋元数学衰落的原因。王宪昌则从价值观念的变化分析了宋元数学兴盛的原因。孙宏安又认为宋元数学教育、特殊的政治经济状况、理学思想的兴起等因素综合起作用，使得当时的思维取向、价值评价、社会认同发生变化，因而促进了宋元数学的发展。

关于宋元数学与儒学的关系，孙宏安、傅海伦、乐爱国、陈玲从宏观的角度讨论了《周易》与中国传统数学发展的关系，代钦出版了《儒家思想与中国传统数学》一书，杨子路出版了《道教与中国传统数学互动的思想文化史》一书。具体而言，周瀚光通过考察宋元重要数学家的数学思想，认为道学与宋元数学发展密切相关，并分析了道学对数学的积极和消极影响。洪万生对李冶与全真教的关系进行了深入分析，该文影响较大。罗见今探究了邵雍先天图的数学解析和应用。康宇考察了宋元象数思潮的兴起及象数思潮对宋元数学发展的影响。朱一文则通过对朱熹的数学和《数书九章》“蓍卦发微”等案例的深入研究揭示了宋代儒学与数学的密切关系。

王艳玉讨论了《算学启蒙》在朝鲜以及日本的流传和影响，认为《算学启蒙》在朝鲜和日本都流传很广，不同的是，《算学启蒙》等宋元算书虽然开创了朝鲜数学的新局面，却禁锢了朝鲜数学自身的发展，日本数学家却通过对《算学启蒙》的学习，逐渐把握了天元术的真正涵义，并且有了自己的著作，经由关孝和等学者的努力，具有独特风格及体系的和算逐渐形成。

郭世荣研究了《数书九章》《测圆海镜》《益古演段》《杨辉算法》《四元玉鉴》《算学启蒙》等宋元数学著作在朝鲜半岛的流传情况以及产生的具体影响。英家铭则重点分析了南秉吉对天元术与四元术的研究问题。

冯立昇考察了《算学启蒙》《杨辉算法》《授时历》在日本的流传与影响，认为《算学启蒙》在日本很受欢迎，得到了和算家的重视，并指出“和算家对天元术代数学的继承与发展，提高了和算的符号化程度，导致了和算一系列重要成果的产生，从而带动了整个和算的发展。”^[2]黄清扬、洪万生则通过吴敬的算书考察《算学启蒙》的流传情况。

徐泽林考察了宋元数学的“演段”术语在日本的传播和改造，对比了四元术与“点窜术”、中日方程论等的差别，还以个案的形式仔细分析了宋元算法对日本数学发展的影响。

6、西方学者宋元数学史研究简述

整体而言，与中国学者的工作相比，国外学者对于宋元数学史的研究文献量较少，因此这里的综述从20世纪初开始。

1917年，李俨对国外研究中算史的观察是，“晚近则有东京帝国学院嘱托三上义夫君，美有纽约哥伦比亚大学算学史教授史密司博士，比有里爱市教士范氏，之三君者，皆有心于中国算学史之著作。”^[3]其中，史密司即史密司D.E.Smith、范氏即赫序慎L.van Hée。

三上义夫虽然是日本人，可是他的 *The Development of Mathematics in China and Japan*（1913）却是首部用英文向西方世界介绍中国数学史的著作，影响很大。就宋元部分而

言，三上义夫分章节各自介绍了沈括、秦九韶、李冶、杨辉、朱世杰、郭守敬的生平和作品。他还提出了一些自己独特的观点，一、代表零的圆圈符号在刊印本中最早见于秦九韶的《数书九章》，但它至少在前一个世纪就已经使用了。二、解释了宋代数学家用于表示数字方程的一般记号系统所具有的“矩阵”特征。三、举例说明，当杨辉处理长度问题时，也用到分、厘、毫这些小数名称。

赫师慎最主要的业绩是向西方介绍中国传统数学文献。1913年，赫师慎首次以专题形式详细地向西方介绍李冶及其《测圆海镜》、朱世杰及其《四元玉鉴》，并翻译了《益古演段》中的64个代数问题。不过，赫师慎的汉语水平不高，且具有强烈的文化偏见，所以他的文章错谬的地方较多。虽然这样，他的不少观点还是有价值的。上述三上义夫观点的前两者，赫师慎也进行了阐释。此外，他还认为，一、朱世杰的方法已为19世纪的许多中国数学家所阐明，其中最突出的有丁取忠（与耶稣会士合作过），他曾编辑了著名的古代数学著作集《白芙堂算学丛书》（1875年）。二、通过沈括公式与郭守敬公式的比较了一下，认为郭守敬的弧矢割圆公式要精密得多，钱宝琮《中国算学史》也有类似的想法。

史密斯倡导并组织研究远东数学史，重视文献的考证。就宋元数学来说，他认为秦九韶“对应用代数学知识去解决实际问题不感兴趣，他宁愿把它看成一门纯科学”。李约瑟《中国科学技术史·数学卷》认为他的这种说法难以理解，并指出秦九韶《数书九章》中关于灌溉渠道的配置、石坝的建筑以及含有算术级数和联立一次方程的财务问题。据史密斯的研究知道，在数字高次方程的解法中，秦九韶发展了古代的方法，这种方法与1819年霍纳重新发现的方法实质上是相同的。他还指出，《四元玉鉴》开头的一个图形，它与后来西方以帕斯卡三角形闻名的图形完全相同。关于四元术的“四元”，史密斯和三上义夫均注意到此处“物”与拉丁语“res”（物）及意大利语“cosa”（物）之间用于表示未知数的相似性，史密斯又对此加以确认。

以上三家的作品都是在20世纪初完成的，他们之后直到20世纪中叶，宋元数学在西方的研究还在零星地持续。萨顿（G. Sarton）的 *Introduction to the History of Science* (Vol.1、2、3、4) 对李冶给出了很高的评价，认为秦九韶是“他的民族、他的时代以至一切时代的最伟大的数学家之一”，指出朱世杰也许是所有中古时期数学家当中最伟大的。正如萨顿所言，秦、李、杨、朱这四个人在半世纪内相继出现，而他们之间的关系又如此疏远，实在令人惊奇。据萨顿的观察，还没有一部可用的宋代代数学著作的评注本，也没有一部由汉学家和数学家详加注释的全译本。他又认为直到11世纪、12世纪，算盘在欧洲才成为通用的工具，并认为算盘是各自独立创造的可能是当前最好的结论。

此外，F.Cajori、Forke、A. E. L. Konantz、L. Gauchet、A. P. Yushkevitch、Rosenfeld、L. Matthiesen、L. E. Dickson、B. Datta、A. N. Singh、G. Vacca、W. W. Ball、E. Weidemann等学者也间接或直接讨论过宋元数学的相关问题。

1959年，李约瑟（Joseph Needham）（与王铃合作）《中国科学技术史·数学卷》出版，这是西方学者研究中国数学史的里程碑式著作。作者关注四方面具体数学史问题：（1）数学知识大厦留下永久性标志的事迹。（2）数学如何能在同西欧相差如此悬殊的一种文明中成长起来。（3）数学文化接触和传播的情况。（4）东西文化中数学和科学的关系问题。李约瑟认为中国数学的主流是代数学，而其最重要的成就都出现在宋元时期。李约瑟对宋元数学问题的讨论主要集中在二项式定理、天元术与四元术符号的特征、数学符号的起源和传播、天元术与四元术的应用问题。

1966年，钱宝琮主编出版了《宋元数学史论文集》，就宋元数学的诸多议题展开了深入的探索。一方面，中国学者批判式地借鉴了西方学者的成果，如杜石然的《朱世杰研究》参考了萨顿和李约瑟的著作，但否定了他们对朱世杰消元法的解释以及对一个垛积求和公式来源问题的判断。另一方面，“《宋元数学史论文集》出版后，本来国内有可能出现一个研究宋元数学的热潮，可惜因文化大革命改变了历史的走向。墙内开花墙外香。上世纪70-80年代，使用西方文字的学者蓝丽蓉、李倍始、谢元作、林力娜先后将杨辉、秦九韶、朱世杰、李冶作为专题研究，盖源于钱宝琮先生领导的宋元数学研究。”^[4]马若安（Jean - Claude Martzloff）也认为20世纪70年代数学史家的主要关注点是13世纪的宋元数学^[5]。

蓝丽蓉（Lam Lay Yong）把《杨辉算法》翻译成英文并对其内容进行了考察，在此基础上，拓展到朱世杰《算学启蒙》和李冶《益古演段》的研究。蓝丽蓉的研究最终是要追问如下问题：为什么其他文明国度中的古老数学不再被沿用？是什么原因促使古老的中国数学持续发展了将近两千年，后来它又为何会衰败了呢？为什么一些中国数学方法和我们今天所见所用的如此相似呢？到底数学的萌芽期是以怎样的基础开始，促成今日数学如此蓬勃的成长？蓝丽蓉用英文发表了一批论文，涉及宋元数学。她与洪天赐、沈康身有密切的学术合作。

李倍始（U. Libbrecht） *Chinese Mathematics in the Thirteenth Century* (The *Shu-Shu Chiu-Chang of Chin Chiu-shao*) 主要讨论了秦九韶与《数学九章》的内容，重点在记数法、术语、初等数学方法、代数、中国剩余定理、社会与经济背景等方面。该书虽然以《数学九章》为研究对象，但内容不限于此，可以看作是对十三世纪中国数学发展的整体研究。白尚恕、沈康身对其进行了详细的评述。

70年代，何丙郁（Ho Peng Yoke）为 *Dictionary of Scientific Biography* 撰写词条，包括秦九韶、朱世杰、李冶、杨辉的传记。他为蓝丽蓉、李倍始的宋元数学研究写书评。他还把秦九韶与卡丹进行了比较。

谢元作（J. Hoe）在法国汉学家谢和耐指导下研究《四元玉鉴》，考察了《四元玉鉴》的多项式方程组问题，并将《四元玉鉴》译成法文，给西方读者提供了相关的中算知识和他的研

究，并将《四元玉鉴》全书译成法文，于1976年获得博士学位，此项成果于次年出版。2007年他又出版了英译本，但因篇幅关系并没有包括全部题目的英译。

1982年，林力娜（K.Chemla）以李冶和《测圆海镜》的研究获得博士学位，李迪对该成果的评价是：“林力娜的博士论文《测圆海镜研究》，论文正文除前言外，分为几何和代数两大部分。还有三本附件，第一件为《测圆海镜》中文原文的摘录和参考文献，第二件为补作的图形和注释，第三件是把摘录的中文译为法文并以现代方式表示。把正文分为两部分，先几何后代数的安排很合理，因为《测圆海镜》是以“测圆”为基础的，而处理问题的方法用天元术，即代数方法。这篇论文是目前西方对《测圆海镜》研究最详细的一篇。”^[⑥]除此，林力娜还讨论《测圆海镜》中的方程和系数问题，并把书中的方程看作具有对称性。她从分析“识别杂论”错例入手，总结出李冶得出这些公式的各种可能的数学方法。

藤原松三郎、户谷清一则考察了宋元数学史料、宋元时期计算方式的演变。杉本敏夫、藤井康生对《授时历》的数学内容进行了考察。新井晋司考察了赵友钦的生平。A. Volkov对赵友钦及其圆周率研究有深入研究。2020年，Charlotte-VPollet出版的*The Empty and the Full: Li Ye and the Way of Mathematics*不仅翻译了李冶《益古演段》，还从实作的角度对其进行了细致的考察。

7、宋元数学史研究的建议

上面介绍了过去40年来宋元数学史研究的若干侧面。整体上看，一方面研究较为全面，涉及到了宋元数学的所有数学家和数学成果，包括数学思想、数学哲学、儒道对数学的影响等多方面的因素，另一方面，随着新方法论和新编史观的开拓，新的研究思路也在不断形成。对于宋元数学史进一步研究提出以下建议，请方家指正。

第一，新编史方法与编史思路的引用和开发。既往的研究，在编史思想上还基本上是传统的，国际上比较流行的一些方法在国内的应用还不是很充分。比如，数学实作的研究思路应近期越来越受到重视，但是在宋元数学史研究上还应用较少，郭世荣报告过他对于《杨辉算法》的实作分析，有新的发现，但是论文尚未发表。特别应该提出的一点是，开发研究中国传统数学的新编史方法，应该是中国数学史家的重要任务。

第二，宋元数学思想的进一步研究。与汉唐相较，宋元数学家形成了不少新思想，发展了不少新方法，表现出很强的理论研究特点，远超出汉唐以实用为中心的范围。以往对于宋元数学思想的研究有一些成就，但是远远不够，颇有研究空间。这里举三个例子：（1）郭世荣曾讨论过宋元数学主流及其与汉唐数学基础上的转变，我们还应该研究这种转变对于宋元新发展的作用和意义。（2）我们研究过李冶的“圆城图式”和朱世杰的句股“五和五较”两个数学模型对于构造数学问题的重要性。实际上杨辉的“田亩”，朱世杰的垛积、招差等都具有数学模型的功能，这需要做深入的研究。（3）杨辉的便捷算法、比类、九章纂类等都体现了深刻的数学思想，值得深入研究。

第三，宋元筹算与珠算的关系。毫无疑问，宋元数学家是珠算是有研究的，但是沿用传统的数学著作书写的习惯，在数学著作中明确体现珠算的内容较少。那么，宋元时代的珠算在以筹算书写方法为主流的背景下是如何体现的？宋元筹算对珠算有重要影响，这是很容易理解的，反过来，珠算对筹算的影响是怎样的？通过实作分析，将会发现这种影响的具体情况和影响程度。

第四，算法设计的研究。算法设计是中算史研究的新方向之一。吴文俊的古证复原思路在一定意义涉及到算法设计，但还不是算法设计本身。需要研究在筹算体系和珠算体系背景下算法是如何设计出来的？算法设计又与算法正确性的确认有何关系？在算法设计方面有很多工作可做，对于深入理解传统数学颇有意义。

第五，宋元理学与数学的关系。韩国学者金永植对此有过一些研究，但是留下很大的研究空间。这涉及到对数与道的关系的认识，易数学等多方面的内容，这是中算史研究的薄弱环节，值得下功夫。

此外，还有宋元数学与国外数学的比较研究以及宋元数学的国际影响等问题也有很大的研究空间。

本文综述宋元数学史研究情况，但在不能局限于宋元，在研究宋元数学史时，必须与汉唐与明清相关联。

[①]李兆华，<四元玉鉴>校证[M].北京：科学出版社，2007:后记.

[②]冯立昇.中日数学关系史[M]. 济南：山东教育出版社，2009：97.

[③]李俨，中国算学史余录[J].科学，1917（3）：238-241.

[④]郭书春，五十年来自然科学史研究所的数学史研究[J].中国科技史杂志，2007（4）：356-365.

[⑤]Jean -Claude Martzloff, *A History of Chinese Mathematics* (Translated into English by Stephen S. Wilson), Berlin:Springer - verlag, 1997. p8.

[⑥]李迪，近20年来国内外对李冶的研究与介绍[M]//李迪.数学史研究文集：第五辑.呼和浩特：内蒙古大学出版社，1993：148-151.

上一篇： 从范例到范式：关于中国数学史的编史学问题

下一篇： Joesph W. Dauben陈建平两位教授来我院讲学

0条评论

写评论...

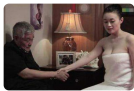
发表

请遵守用户 [评论公约](#)

热点新闻



夫妻亲热后竟无法分开被送医，丈夫全程惨叫



赵本山晚节不保，与女徒弟丑闻八卦曝光



酒店水床为何深受情侣欢迎？服务员道出真相



初一男同学把女老师写进黄色小说，内容曝光

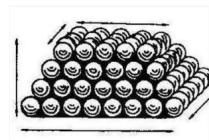
类似文章

更多 



数学界的李约瑟难题：宋元数学高度发达，为何未能产生近代数学？

“第5世纪以后，大部分印度数学是中国式的，第9世纪以后，大部分阿拉伯数学是希腊式的，到第10世纪中在两派数学合流，通过非洲北部与西...



宋代数学家 预言出赵匡胤陈桥兵变

宋代数学家 预言出赵匡胤陈桥兵变。宋代对数学家极为重视，历史上第一次对数学家的追封是在宋徽宗时期，一次追封了70位数学家，供后世供...

宋元数学四大家

宋元数学四大家。中国元代数学家，对多元高次方程组解法、高阶等差级数求和，高次内插法都有深入研究，他著有《算学启蒙》(1299年)、《四元玉鉴》(1303年)各3卷，在后者中讨论了多达四元的高次联立方程...



传统汇款已过时！现在流行跨境汇款，流程超简单

第三方跨境汇款平台

4.8万阅读



不可不知的中国古代数学：从高斯算1 2 3 ... 100谈起。。。

宋元（960-1279-1368）四百年是中国古代数学的黄金时代，涌现出四位大数学家，人称“宋元四大家”：它起初只是横跨西溪，而如今已经纵贯...

明朝数学发展

属于宋元算书者有《数书九章》、《益古演段》、《详解〈九章〉算法》、《日用算法》、《乘除通变本末》、《田亩比类乘除捷法》、《续古摘奇算法》、《透帘细草》、《丁巨算法》、《革象新书》、《锦囊...



中国数学史概略（二）

中国数学史概略（二）中国数学教育制度的建立。这一时期出现了一批著名的数学家和数学著作，列举如下：贾宪的《黄帝九章算法细草》（11...



数学之光1 | 中国历史上最重要的数学家

数学之光 | 中国历史上最重要的数学家。中国数学及数学家的历史概况。中国有着灿烂的数学文明，曾经涌现出了很多伟大的数学家和数学著作...

中国古代数学家

中国古代数学家。」（《史记》）先秦以「九数」为主体的《九章算术》因秦始皇焚书而散坏，他收集秦火遗存，删补而成《九章算术》，是为影响中国传统数学二千余年的经典著作。他受到以「析理」为主要方...

没有定理的中国古代数学，如何站在世界之巅

没有定理的中国古代数学，如何站在世界之巅。不同于希腊数学的公理化论证（以欧几里得《几何原本》为代表），中国古代数学是算法式的数学。就我个人的感觉，从前学数学，在课本上读不到中国古代数学的...