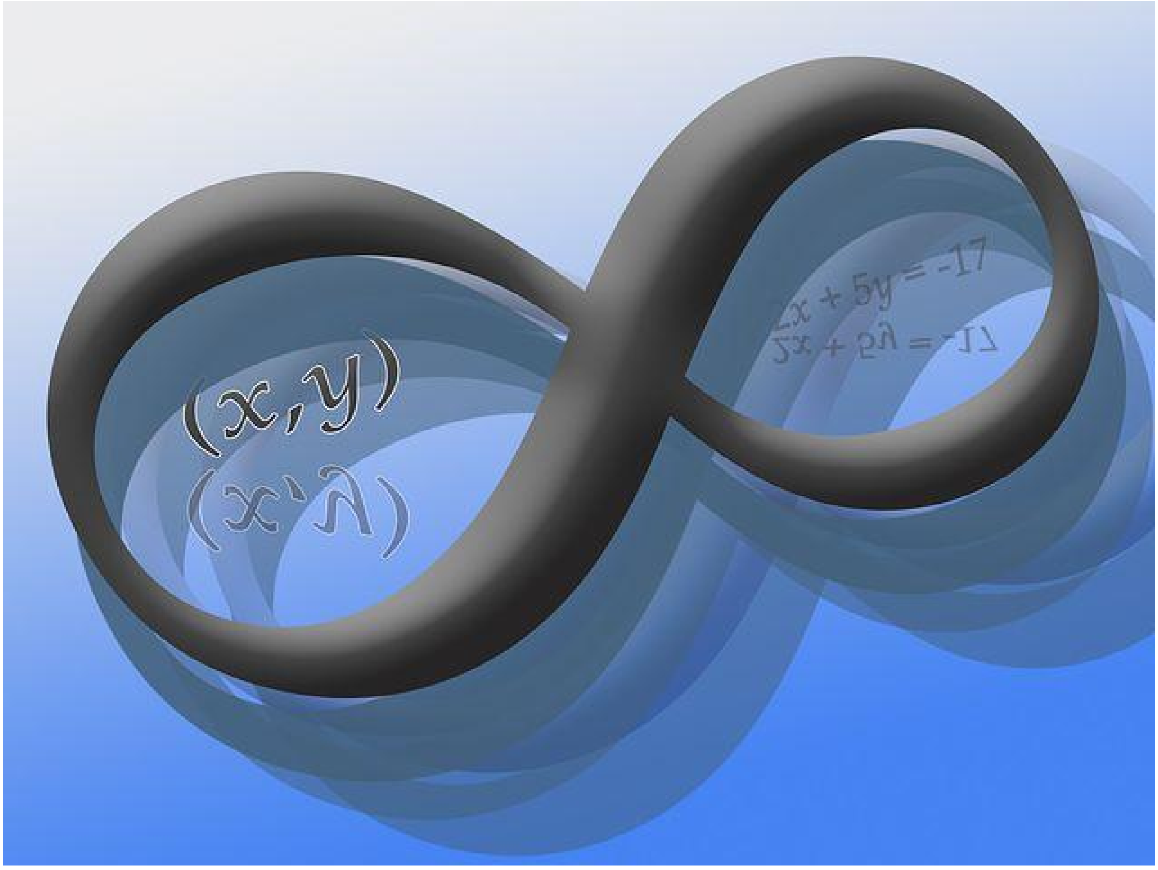


数学史上最重要的4大数学思想

究尽数学
专注于数学思想、思维、方法、知识的分享

> 数学思想是数学家的灵魂。试想：离开公理化思想，何谈欧几里得、希尔伯特？没有数形结合思想，笛卡儿焉在？没有数学结构思想，怎论布尔巴基学派？数学家的数学思想当然首先是体现在他们的创新性数学研究之中，包括他们提出的新概念、新理论、新方法。牛顿、莱布尼茨的微积分思想，高斯、波约、罗巴切夫斯基的非欧几何思想，伽罗瓦“群“的概念，哥德尔不完全性定理与图灵机，纳什均衡理论等等，汇成了波澜壮阔的数学思想。

变量思想

解析几何的建立是近代数学的开端，也是数学由常量发展到变量的转折点，而解析几何的产生，通常以笛卡尔的“几何学”一文为标志，当然，笛卡尔同时代的法国业余数学家费尔马也是解析几何的主要创始人之一。

解析几何通过坐标，把代数与几何结合在一起：实数与直线上的点成一一对应，而实数对与平面上的点成一一对应；平面上的曲线可用含两个变量的代数方程来表示，而一个含两个变量的代数方程表示着平面的曲。

解析几何对整个数学思想的发展影响，主要表现在以下几个方面：

- 变量思想开始进入数学，使数学思想方法发生了重大的变革，成为近代和现代数学中最重要、最基本的思想之一。使得数学能顺利地解决工程技术及其他自然科学学科向数学提出的与运动变化有关的问题。
- 把几何问题转化为代数计算的问题，用这种统一的方法处理。解析几何产生后，平面几何中尺规作图的可能性才有统一的判定方法，从而使古希腊著名的三大尺规作图问题得以解决，圆锥

曲线的性质研究才有可能统一于二次曲线的理论之中。
- 促进了数学思想的发展。 首先，从而提出了研究“曲线"的新的思想方法一一代数方法。更进一步，研究曲线具有什么样的几何性质，由此发展出代数几佝学的新思想。其次，突破了几何直观的限制，开拓了发展数学的新思路，提出了新的数学思想方法。
- 代数与几何的结合，揭示了数学内在的统一性。欧几里得的《几何原本》主要是用几何方法来处理各种数学问题；直到19世纪开始，代数学有了重大的发展；而把代数与几何严格区分开来，在当时对数学各科的深人发展是有利的，但数学同时是一个有内在联系的统一体，代数与几何不能长期处于分割。解析几何把几何与代数结合起来，用代数语言描述几何概念，用代数力法研究几何图形的性质，使代数概念变得直观易懂。

微积分的产生及其意义

微积分的创立是变量数学发展的第二个重要阶段，17世纪著名的数学家牛顿和莱布尼兹，分别从运动学、几何学来研究和建立了微积分的。

微积分思想对数学的重要影响，主要表现在以下几个方面：

- 微积分思想的出现，一方面向原有的常量数学渗透，在内容上得到了极大的丰富，在思想方法上发生了深刻的变化。另一方面，微积分思想催生了大量新的数学分支：常微分方程论、偏微分方程论、微分几何、复变函数论、解析数论等。微积分创立后，变量数学的思想方法在整个数学的发展中占了主导地位，长期影响着数学发展的方向。
- 微积分扩大了数学思想方法的应用领域，促进了其他自然科学学科的进一步发展。由于自然科学的对象是运动变化的物质世界，而微积分是研究变量的数学，故微积分的思想方法必然成为研究物质世界的运动和变化规律的强有力的工具。
- 为唯物辩证法的普遍规律在数学上提供了例证。微积分中处处充满着矛盾：常量与变量、收敛与发散、有限与无限、近似与精确、连续与间断、微分与积分等。

随机思想

实践活动中有两类截然不同的现象：一类是必然现象，即在一定的条件下必然会发生或必然不会发生；另一类是随机现象，即在一定条件下可能会发生某种结果，也可能不发生某种结果。研究随机现象的数学叫做随机数学，是数学思想方法上又一次重大变革。

概率论是随机数学的基础理论，也是历史上最早出现的随机数学分支，很快在保险理论、人口统计、以及天文学和物理学中得到广泛的应用。

随机数学思想方法的意义：

- 使人们更深刻、全面的认识到现实世界中的统计规律。
- 拓广了数学在实践中的应用范围，进一步促进了数学思想方法的普及。
- 促进了数学思想方法的新发展，产生了许多新的数学学科和分支，从而推动了整个数学的发展。

从18世纪末开始，约100年时间内，概率论中引入了母函数和特征数的概念、微积分等分析工具，使概率论进入分析概率论时期。到20世纪50年代，概率论的发展进入了现代概率论时期，该时期研究的重点是极限分布理论以及通过概率分布来研究随机过程，并且从50年代起，概率论形成了特有的随机分析方法。

现代概率论形成了若干分支，如极限理论、随机过程、鞅和随机微分方程论、多元分析等等。此外，向其他学科渗透，产生了不少边缘学科，如统计物理学、统计生物学等。

代数结构思想

拉格朗日首先提出群的概念，在探讨代数方程的一般解时提出了置换群的概念，形成了群论的初步思想。拉格朗日给出了$n \leqslant 4$时，一元n次方程有根式解，而$n \geqslant 5$时无根式解的结果并没有给出严格的证明；该结论的严格证明是由阿贝尔给出的，但阿贝尔的结论并不排除一些特殊的高次方程有根式解；高次方程有无根式解的问题，是由伽罗华解决的，他引入了群论的思想，引入了一系列包括群、极大正规子群、可解群、伽罗华群等数学概念。

群论思想对数学发展的影响：

- 使代数学的研究进入了一个从局部性的研究转向系统结构的整体性分析研究的阶段。自从群论产生以后，相继产生研究各种结构的数学分支，如研究序结构的格论、研究拓扑结构的拓扑学、研究环和群的复合结构的模论、研究同时其有几种结构的拓扑向量空间、微分流形、纤维丛等，可以说结构思想是现代数学各分支中最基本、最重要的思想之一。
- 群论已成为解决数学难题的有力工具，促进了数学的进一步统一，例如数论与几何之间的统一性，现代拓扑学与代数学统一。
- 群论思想扩大了数学思想方法的应用领域，促进了其他科学的发展。

模糊思想

20世纪60年代产生了模糊数学，作为一门崭新的数学学科，它始于1965年美国自动控制论专家查德的开创性论文“模糊集合”，从精确数学到模糊数学是数学思想方法的又一个重大变革。

精确数学建立在集合论的基础上，根据康托尔集合论的要求，一个元素要么属于某个集合，要么不属于，二者必居其一且仅居其一！但是在现实生活中，这种确定性并不总是奏效，如复杂系统的物理状态、生物学、以及其他一些自然科学和社会科学中出现的许多现象无法用康托尔集合论来精确界定。为了使模糊现象的研究定量化和数学化，就必须引入新的数学思想方法，模糊数学应运而生。模糊数学的诞生和发展尤其与计算机的发展紧密相关，为了使计算机能描述和处理事物的模糊性，完成更复杂的任务，就必须建立相应的能够描述和处理模糊量及其关系的数学思想方法。

模糊数学思想方法的意义：

- 模糊数学冲破了形而上学的束缚，既认识到事物的“非此即彼"的明晰性形态，又认识到事物的“亦此亦彼"的过渡性形态，因此较传统数学的应用领域更为广泛，从而具有强大的生命力。
- 扩大了数学研究的领域，形成了新的数学研究方向。模糊数学作为一门新兴的数学学科，虽然其历史很短，但它是针对现代科学技术的迫切需要而产生，因而其基础理论的研究引起了广大数学工作者的注意，研究的课题越来越广泛。人们试图把经典数学的概念和结论都推广到模糊数学中去，并取得丰硕成果：模糊矩阵、模糊图、模糊映射和变换、模糊概率、模糊规划、模糊逻辑等，形成了模糊分析学、模糊拓扑学、模糊概率论等新的数学研究方向。
- 扩大了数学思想方法的应用范围，促进了其他学科的进一步发展，近多年来，已广泛渗透到科学和技术的各个领域。

发布于 2020-03-29 14:33

yamiedie
我觉得作者的数学素养高，说的真好。
想要作者推荐一下阐述解析几何思想的书，资料，讲座，教程之类的。
坐标系的建立与实数有序对又是如何与几何中的点建立连接的？代数方程为何能描述曲线？等等之类的
我读了一些数学史或者数学思想的书，没让我弄明白。
2022-04-24 回复 赞

Allen
感谢
2022-04-01 回复 赞

泛函分析
不变量是对结构的认识，较为深刻，很难去想到。其实就是以变化刻画不变的思想。这个不变本来就是人为定义的，可以说是数学家的专属，不是所有人的专属
2021-11-02 回复 1

泛函分析
前边一个变量思想，后边一个不变量思想，这到底还变吗？😄其实不一样的，后边那个不能按经验来理解，前面的倒是可以用经验理解。不变的量，没见过，不变的东西都很少说，再者马克思说没有不变的，这不打脸数学家，还是数学家打脸马克思呢？所以马克思主义就是经验上升到规律，不可逻辑实证。和数学没有关系，准确来说和纯粹数学没有关系。
2021-11-02 回复 赞

鐵爪留痕
好
2021-01-05 回复 赞

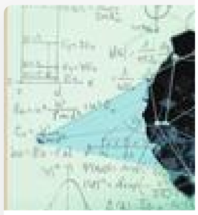
文章被以下专栏收录

数学简史
数学简史可提供一个生动活泼的，理解数学的视角。

推荐阅读

数海拾遗| 浅谈数学的联系与统一
枝江软妹王珈乐

对数学的理解
根据《纯粹理性批判》，数学是一种直观科学，是由基本概念和运算构成的一个知识体系。这个体系建立在寥寥数个普世的直观判断和严密的逻辑推理（运算）之上，具有普遍必然性和稳固性。 既然…
淡之 发表于思想专栏-...



从数学起源谈
则和2个问题。
向学霸进击