

# 为什么数学是创造力的源泉：一位数学家的思考与信仰

广中平祐 返朴 2023-02-04 08:00 发表于湖南

点击上方蓝字“返朴”进入主页，可关注查阅往期文章

数学的魅力在于哪里？除了学生时代恼人的习题之外，相信大部分人在教育阶段之外，对于数学是敬而远之的态度。然而当我们以一种业余与放松的心态进入数学的世界之后，我们会发现数学的魅力不仅在于它的实用性，而在于一种属于数字的浪漫与美感，它彻底改变了我们看待世界的方式与思考自身与世界的关系。

日本数学家、菲尔兹奖得主广中平祐在专业的数学研究之外，热衷于以随笔的方式向读者介绍数学的魅力，并积极投身于基础教育中对数学的普及。在他的自传《数学与创造》中，他诠释了数学的独特魅力——数学超越语言与国界，对真相的执着追求。正是这种执着，使得数学成为了所有自然科学的基础。

撰文 | 广中平祐

## // 01 //

### 数学是所有自然科学的基础

实事求是为什么本心在创造中至关重要呢？在思考这个问题之前，我想先谈谈关于数学这门学问的特征。另外，我还想分享一下我作为一个数学研究人员在不断创造的过程中经常对自己说的那些话。这是一个数学家的学术态度，也是一个人的生活态度。

首先，我认为数学这门学问有四个特征。第一个特征是准确性。无论是方程、微积分，还是几何，如果不能正确解决问题，数学这门学问就无从谈起。

第二个特征是思想性。虽说数学是所有科学的基础，但是世界观、自然观对数学也有很深的的影响。例如以农耕为主的埃及文明促进了几何学和数的运算法则的发展，海洋民族希腊人构建了科学之源。

第三个特征是抽象性，这也与数学的本质息息相关。以抽象的方式思考各种各样的现象中是否具有共同的逻辑或观点，也是 数学的一大特征。也正因为如此，和谐与有序的美感在数学中不 可或缺。第四个特征是国际性。正如康托尔（Cantor）所说的“ 数学的本质在于它的自由”一样，归根结底，数学世界是一个与利害关系、国体等因素毫无关系的自由开放的世界。

以上就是数学的四个特征，即准确性、思想性、抽象性和国际性。在理解了这些特征后，我来讲讲自己采取了怎样的学术态度。我要讲的东西不仅对做学术非常重要，对思考普通人的生活 方式也很重要。首先，分清什么是事实，什么是臆测。对于事实，必须原原本本地接受。所谓事实，是指不可改变的、不容动摇的真实情形。这是一个严肃的问题。听到这里，你可能觉得接受事实本就是理所当然 的事情，但是在很多情况下，原原本本地接受事实并没有说起来 那么简单。



《数学与创造》作者：[日]广中平祐 译者：逸宁 版本：人民邮电出版社 2022年11月

我发现最近出版的书中，非虚构作品非常受欢迎。前一些日子，我有幸与非虚构作家柳田邦男进行过一次交谈，我们针对“事实”这个话题交换了彼此的想法和意见。柳田先生在其著作《观察事实的眼睛》中写过这样一段话。我们常说非虚构作品的精髓在于“叙述事实”，这句话巧妙地表达了形成非虚构作品的两个条件。第一个条件是必须发掘应 该叙述的“事实”。第二个条件是必须把“事实”以引起读者共 鸣的形式进行“叙述”，也就是使其成为一部作品。难以发掘“事实”总是写出优秀非虚构作品道路上的拦路虎。但是，如果发掘出从普通

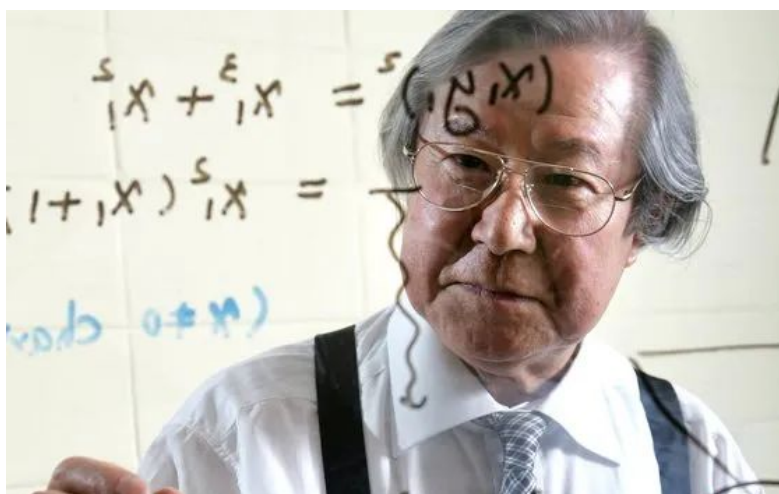
采访中无法获取的“事实”，就能充分彰显非虚构作品的妙趣所在。柳田先生指出了原原本本地接受事实有多难。

再举一个例子。前面提到过，与计算机和机器人不同，人脑具有灵活性。这个特质会让人产生“智慧”，但是反过来，有时它也会使人犯下意想不到的错误，令人看不清真相。假设有个年轻男子喜欢上一个人。当然，他希望对方也会喜欢自己。于是，这种愿望不知什么时候变成了“对方可能也喜欢我”的期待。随着期待的不断膨胀，最终会发展到确信“对方也喜欢我”的地步。人之所以会产生这种想法，是因为人脑的灵活性能让人一点一点地思考，联想和推测又会让想象不断膨胀，进而让人以为想象的东西就是事实。

现在我们假设事实与这名男子的想象完全相反，其实对方对他完全没有好感。那么，如果这名男子向她求婚，她可能会立即表示拒绝，就算没有拒绝，未来也会投向其他人的怀抱。如此一来，这名男子就会认为自己被骗了。于是他就想责问对方为什么要这么对他，甚至会给第三人带来危害。

每天，报纸和电视等媒体都会报道各种事件，小到民事纠纷，大到国际冲突，这些事件发生的直接或间接原因往往是混淆了事实与臆测。

据说美国前总统尼克松被迫下台的那一天，曾蹲下来哭着说自己何罪之有。如果他能原原本本地向国民揭露水门事件和相关的一些实情，处置得当并承担相应责任的话，也不会陷入被迫下台的境地。他试图掩盖事实，在工作中歪曲真相，错误地认为总统的权威足以将隐瞒的事情掩盖过去，最终酿成大祸。



广中平祐（Heisuke Hironaka），日本数学家。日本学士院院士。京都大学荣休教授。哈佛大学荣休教授。京都大学数理解析研究所原所长。1931年生于日本山口县，1954年毕业于日本京都大学理学部。1960年获得哈佛大学博士学位。他是20世纪代数几何的先驱之一，现代数学发展的重要推动者。1970年，因其在代数簇的奇点解消问题上的卓越贡献，获得“菲尔兹奖”，另获日本朝日奖、日本学士院

奖、日本政府文化勋章、法国荣誉勋位勋章等诸多荣誉。广中平祐热心于数学教育事业，关注年轻人的学习问题，并长年投身于数学教育实践活动，积极参与数学教科书的编写工作，对日本的教育产生了积极影响。

我们再来聊一聊成见这个词。无论是在解决数学问题的态度方面，还是在评价对方的为人或体察对方的心绪方面，成见常常会妨碍我们做出正确的判断。

在解答数学问题的时候，与其一开始就想着问题有一个确定的答案，不如抱着问题不知会朝着哪个方向发展的心态。另外，在评价一个人时也是如此，如果单凭一个人的外表和周围人的意见就妄下结论，那么对该人的评价就不够客观。总之，成见太深会丧失客观性。

杞人忧天有时也会让我们看不清实际情况，从而出现麻烦。例如，对自己的病情过度不安，又引发了其他疾病；对工作的忧虑太重，结果自己的实力无法得到充分发挥。这种例子不胜枚举。

综上所述，想象、成见和杞人忧天会让我们分不清事实与臆测，将并非事实的事情当成事实来对待，这本来就是不对的。换句话说，就是不接受事实，把事实与想象混为一谈。

话虽如此，但做到实事求是非常难。正因为困难，我才经常告诉自己要实事求是。不然的话，无论是在生活方面，还是在学习方面，都可能会犯下意想不到的错误。

最关键的是要分清什么是事实，什么是想象或臆测。

## ——// 2 //—— 分析与大局观

在承认事实的基础上设立假说（目标），然后不断向目标奋进。在此过程中，我们需要一个具体的方法论作为指导，这个方法论就是彻底分析现象。

那么，什么是分析呢？我用攻城的例子来对此加以解释。

假设有一座坚不可摧的名城，现在有一位武将决定攻城。在这种情况下，如果他认为不管是什么名城，只要率领一个营就能一举拿下，于是草率下达攻城命令，那么他就是一个二流、三流的武将。一流的武将会详细研究城的结构、周围的地形、敌方的兵力等攻城条件。这就是分析。

人在一生中会遇到很多意想不到的难题。如果一遇到问题就想着天上掉馅饼，那么无异于攻城例子中试图包围城堡后强攻一举拿下的武将。采取这种态度和方法肯定无法解决难题，就像无法攻破坚不可摧的城池一样。



关孝和（1642年—1708年12月5日），又名新助，字子豹，号自由亭，是日本江户时代的数学家。关孝和在日本数学史上有重要地位，是数学流派“关流”的开山鼻祖，被日本人称为“算圣”。他的主要贡献包括发展了笔算代数“傍书法”，提出方程组求解理论并发展出行列式、判别式等概念，建立有关圆弧和球的几何问题的理论（后来被称为“圆理”）等等。

这就需要用到分析的方法了。我们需要把问题分解成若干部分，然后进行深入思考，就像武将攻城时寻找小小的突破口一样，找到解决问题的线索。

在过去的五百年间，欧美之所以在自然科学方面取得举世瞩目的成就，就是因为他们拥有优秀的分析能力。可以说数学界也是如此。

例如，日本江户时期有一位叫关孝和的数学家。从他的个人成就来看，在构思层面上他与同时代的西欧数学家不分伯仲，然而在分析能力上就相去甚远了。

有一位哲学家指出，欧美人在遇到一个问题时会将其分割成各种要素，然后从所有角度进行调查。与之相反，东方人在遇到一个问题时会不断收集与之类似的问题。可以说东方人拥有一个巨大的锦囊，他们不断向锦囊中塞入类似的问题。锦囊最终会膨胀到宇宙那么大，其中与问题内容相关的争论也随之扩展到非常大的层面，最终，一开始的问题不知消失在何处。从我的经历来看，这也是一个非常有意思的观点。



我认为，分析的方法可大致分为象征性分析和逻辑性分析。象征性分析是把分析对象视为一种象征去思考的分析方法。比如在研究人时把肉体与灵魂视为人的象征去分析。这种分析方法虽然有模糊的一面，但分析到某种程度就能掌握问题的全貌。一般来说，东方人更擅长使用这种分析方法。

逻辑性分析是先确定逻辑上能够解释清楚的要素，然后将这些要素组合起来的分析方法。这种分析方法的缺点是必须忽略或放弃逻辑上无法解释的部分，所以在使用这种分析方法的情况下，有时我们最终无法掌握问题的全貌。

除了以上两种分析方法，还有一种叫作“极限分析”的分析方法。

意大利在 14 世纪左右掀起了文艺复兴的浪潮，进入 15 世纪、16 世纪后，这股浪潮蔓延至整个欧洲，伽利略、开普勒、牛顿等伟大的科学家相继登上历史舞台。我们从这些伟人的研究中发现，他们都采用了极限分析这种分析方法。



意大利物理学家、数学家伽利略

顾名思义，极限分析就是对一个问题彻底研究，然后推导出 非常简单明了的结论。例如，自由落体定律是伽利略提出来的理论，它阐述了在真空条件下任何物体都以相同的加速度下落的原理，物体下落的快慢与它的形状、性质、大小、重量等具体特征 无关。

那么，对分析来说重要的是什么呢？

我在前面讲过，数学这门学问具有抽象性。抽象性与现在所讲的象征性分析、极限分析有很大的关系。

例如，地球这颗行星的表面是凹凸不平的，既有高山也有低谷。但我们在研究地球时会忽略其表面不平坦的特征，把它视为一个光滑的“球面”。如此一来，我们能够更加轻松地理解地球 自转和公转的相关计算。

抽象是相对于具象而言的，一般来说，这种方法论旨在不断忽略具体的条件、要素和现象，最终找出具有普遍性的根本原 理。“把地球视为球体”的象征性分析中抽取了地球整体的特征， 这也体现了抽象这个词语的含义。

不管怎样，在分析的过程中要把具体的现象进行抽象化处 理。在很多情况下，没有进行抽象的分析是无法解决问题的。

我们数学家在创立理论时也需要做分析工作，此时需要使用 抽象的思考方法。在推动理论发展的过程中，我们会尽量忽略具 体的因素，逐个击破限制条件，不断增强理论的普遍性。数学可以说是一门“抽象的学问”，抽象的思考方法对数学家来说至关重要。

另外，数学还具有“表达性”。数学中的“表达”是指用十分形象具体的情况再现通过抽象化处理产生的概念。为什么需要 再现呢？这是因为很多过于抽象的概念尽管在逻辑上准确无误， 但很难让人理解。当通过具体问题来表述相关概念时，人们就会恍然大悟。

表达概念的方式分为忠实地进行表达和通过象征的方式进行表达。也就是说，我认为后者依附于带有抽象含义的“象征”。在近代数学史上，这种表达方式取得了长足的发展。

不管怎样，我认为，数学的抽象性与表达性这两个侧面也存在于艺术领域，尤其是音乐领域。我想数学家里有很多音乐爱好者也是出于这个原因，对数学家而言，数学和音乐在感情上能够自然地融为一体。我认为，所谓音乐的美，除了声音的美，还包括音乐结构的

美。在近代数学中，结构也是至关重要的。音乐结构的选择依赖于美感。数学结构的选择过程也与之类似，美感会在其中发挥巨大作用。

然而，人类的创造中包含各种要素，只有将它们全部汇集在一起才叫创造。因此，我们不是学习了某些知识就能有所创造。基础训练必不可少。我认为，在创造的态度上，音乐与数学非常相似。

前面提到过，我曾在中学时期对音乐着迷。正是出于以上原因，我认为那段经历是有意义的。

为了便于理解分析的真谛，我还是希望各位读者能参考上述内容。虽然我在前面介绍了分析有多么重要，但我们也不能忘记分析是有局限性的。

例如，最近 X 射线断层摄影技术取得很大进步，能够分析人脑结构和血流方式等的细微变化。尽管目前的技术已经能够分析如此细微的地方，并积累了大量的医学数据，但人脑中依然存在很多未解之谜。

神经细胞具有非常有趣的特性，它只会对超出某个限度的刺激做出明确的反应。如果神经细胞在任何程度的刺激下都处于兴奋的状态，那么大脑非破裂不可。一旦刺激超过某一限度，神经细胞就会立即做出反应，刺激停止以后，兴奋逐渐消退。

那么，对于综合性更强的精神活动，比如爱情或热情等，我们能不能将其解释为各个神经细胞的刺激与反应的交叉组合呢？这种分析方法难道没有局限性吗？单凭分析大脑的细微之处是无法弄清大多数高级神经活动的。

也就是说，无论分析做得多么细致缜密，世上还是会有很多解决不了的问题，因为分析有局限性。

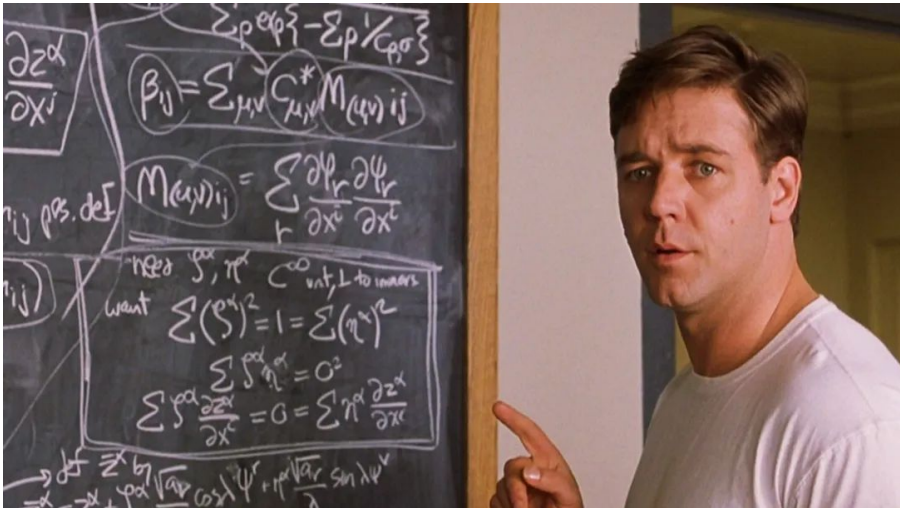
从另外一个角度来看，我们需要认识到所有事物都具有整体的特性，具有整体的结构。拿棒球比赛来说，即使把众多非常优秀的运动员集中起来组建一支豪华队伍，也不能确保比赛胜利。一支队伍的实力不能通过累加每名队员的能力来推断。团体活动仅停留在加法效应上是没有什么价值的，只有产生乘法效应才有意义。这就是整体的特性。



此外，在学习方面，制定目标是非常重要的。

之所以说它重要，是因为人如果不制定目标，就很难产生前进的动力。可以说，是否有明确的目标会对人的成长产生截然不同的影响。这是因为目标会成为一种引力，促使人积极工作，发展进步，这比实现目标更重要。

在年轻读者中，或许有人会说以高考为目标的学习也是有意义的。如果把高考视为年轻时的一个挑战，那么它确实是有意义的。虽然这只是一定时期内的挑战目标，但我认为也是一个难得的经历。高中棒球运动员即便将来不走职业体育的道路，为了家乡和母校的荣誉在甲子园 A 的赛场上挥汗如雨的运动经历也能成为他们勇闯社会的精神食粮。



电影《美丽心灵》

同理，如果把应试学习视为一种特殊的智力运动，视为一项培育精神力量与智慧的挑战，那么应试学习也能成为一个宝贵的经历。

不过，这毕竟是短期目标，考上大学后，这个目标就烟消云散了。因此，我们应该从更大的角度，例如从人生目标这个角度出发来思考学习。

话虽如此，但不能因为高考不是人生目标就将其舍弃。我想说的是，相较于考上大学就失去目标的应试学习，我们应该制定一个进入大学后，乃至踏入社会后都不会消失的学习目标。学习不应该在我们进入大学后就停止。

就我自身的经历而言，应试学习也是弥足珍贵的。在高考前的三个月里，我竭尽全力拼命学习。为此，我制定了一个在有限的时间内能使效果最大化的学习计划。我的社会科目较

弱，所以计划多分配一些时间来学习这门课程；虽然对数学和英语很有信心，但还是要复习一遍。对物理和语文这两个科目也做好了学习安排，以在有限的时间内达到最好的学习效果。

完全没有必要与他人进行比较，每个人都要有自己的目标。我完全不在意朋友在某门学科上的学习进度。虽然知道有几个朋友的学习进度比我快，但我深知即使在意这些也无济于事。后来成为数学家后，这种经历和体会让我在与明显比自己聪明的数学家交往的过程中丝毫不感到自卑和气馁，也对我坚定不移地钻研自己的研究课题的这种治学态度起到了相当积极的作用。

如此看来，目标本身固然重要，但为目标付出的努力具有更为重要的意义。无论是学术界还是艺术界，这个道理都是相通的。

诺贝尔物理学奖得主江崎玲于奈（美国 IBM 沃森研究中心主任研究员）曾对我说，在物理学和工学的研究领域，虽然一些科研成果会按照科学家预测的那样实现，但在很多情况下，科学家会在研究过程中获得意想不到的重大发现，或者因偏离最初的预设目标而实现了一项伟大的发明。当然，这种幸福的发现也是制定一个目标后不懈努力的结果。例如，青霉素就是在霉菌的基础研究过程中被意外发现的。



日本物理学家江崎玲于奈

我在前面重点讲述了关于“目标”的话题，接下来谈谈意思相似的“假说”。

对于“假说”，欧美人与日本人持有截然不同的观点。欧美人主张先设立假说，再进行演绎。

我经常问美国学生现在在研究什么，他们在作答的时候会先 说明自己的假说。然而，如果问日本学生同样的问题，得到的答案多半是“我在学习代数”“我在学习几何”。

总而言之，美国学生的思维方式是先设立假说，然后尝试各种演绎，如果行不通就调整或更改假说。而日本学生则是先学点什么，然后以此为阶梯尝试撰写论文。而且，很多人的研究态度是碰壁后就调整研究方向，或者改进此前的研究方法。

时运也会对整体产生影响。在某种契机下，整体有时会爆发出意想不到的力量，取得出乎意料的进步。时运或状态是无法用 一般标准来衡量的，它也具有整体的特性。不过，这个特性非常复杂，我们必须考虑各种各样的立场、五花八门的问题、百花齐放的研究课题、形形色色的人等因素。但是，我们必须知道这种 特性是真实存在的，必须了解它会产生意外可能。

这种整体的特性并不仅仅与围棋或将棋中所说的“大局观” 有关，它在任何领域都是不可或缺的东西。特别是当我们遇到问题，无论怎么分析都找不到解决问题的线索时，纵观全局是非常重要的。当我们掌握问题的总体局势时，解决问题的线索也常常会浮出水面。

本文经授权转载自微信公众号“遇见数学”，节选自人邮图灵《数学与创造》。

### 相关阅读

- 1 广中平祐：学问只有在“发现”和“创造”中才会产生意义 | 展卷
- 2 “你们所发现的，就是一个足球啊！”
- 3 “日本阿甘”的诺贝尔奖传奇
- 4 土生土长的物理学家为日本荣获第一个诺贝尔奖
- 5 日本首位诺奖得主：我是如此悲观，甚至想到了要去当和尚

### 近期推荐

- 1 怀念朱照宣先生
- 2 警惕新年新危机：呼吸道或将面临三重病毒夹击
- 3 在与时间的斗争中，他改变了物理学
- 4 这些科学大师们的共同品质是什么？
- 5 维生素D，抗新冠的意外帮手？

## 特别提示

1. 进入『返朴』微信公众号底部菜单“精品专栏”，可查阅不同主题系列科普文章。
2. 『返朴』提供按月检索文章功能。关注公众号，回复四位数组成的年份+月份，如“1903”，可获取2019年3月的文章索引，以此类推。



长按下方图片关注「返朴」，查看更多历史文章

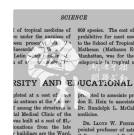


微信实行乱序推送，常点“[在看](#)”，可防失联

喜欢此内容的人还喜欢

为了探究豆腐乳好吃的原因，他发表了中国第一篇Science

返朴



每一次疫情，对男性的伤害可能都会更大

返朴



受张益唐启发，17岁少年攻克世界数论难题

返朴

