



简化数学的哲学——开篇



洋海漠
好问者

15 人赞同了该文章

简化数学的哲学——开篇

数学发展到今天越来越成为一种纯粹的理论、一种思维方式。

数学的形式之美、逻辑之严密始终为人们所称道，它的发展为自然科学研究提供了必要工具，为哲学思辨提供了科学验证的依据。因此数学是被我所敬仰的学科，更是我“限定思维”的根基。

我在这里谈数学不单单为学习，更是为正确的使用，尤其是高等数学的应用。

最初接触数学，一般是其计算的功能，这部分数学是最直白、最一种最简单的。其后学习到的代数和平面几何部分，则开始转向逻辑分析，此时的数学初步脱实向虚。继续深入我们即将迎来函数并开始接触微积分，这时我们要思考的不再是解决某一个问题，而是要解决某一类问题。

当数学发展到高等数学后，研究的对象发生了本质性的变化，不再是具体的数字和变量，而是抽象成了关系，数学的任务从计算转变为分析，数学的基础也转变成了集合（包括群、环、域等）和极限，继而高数引进了各种复杂结构，其中包括代数结构和拓扑结构以及度量结构等等，这些数学分支成为纯理论研究的学科。

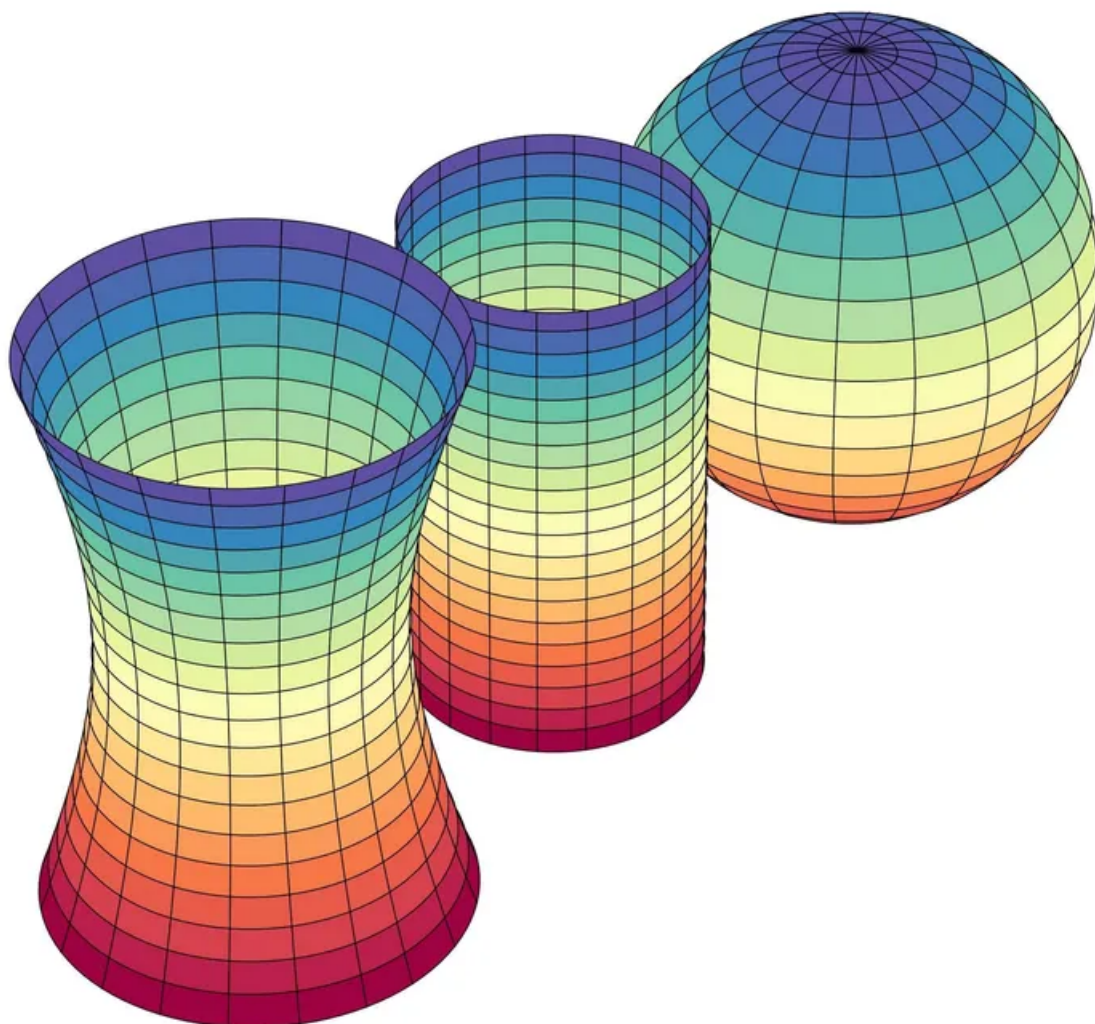
数学语言精炼、准确、严谨，最适合于我所需要的“限定思维”方式。但是随着数学理论的发展、抽象层次的深入，很多原本清晰、明朗的概念和符号其含义不断扩展，歧义也随之产生。如果人们理解不透、没能够正确的使用，很容易会造成种种偏差。

比如直线、数字1和0的含义，很多人不一定完全理解。

先看直线，大家可以百度一下直线的定义：直线由无数个点构成。没有端点，向两端无限延长，长度无法度量。直线是轴对称图形，它有无数条对称轴，其中一条是它本身，还有所有与它垂直的直线（有无数条）对称轴。

我们把直线的特点简单的总结为两点：1、无限延展，2、对称于它的垂线。

有了这两把标尺，我们来量一量非欧几何里的直线。非欧几何分为罗氏几何和黎曼几何。罗氏几何认为：“在平面内，从直线外一点，至少可以做两条直线和这条直线平行。”黎曼几何认为：“在同一平面内任何两条直线都有公共点(交点)，没有平行线的存在；直线可以无限延长，但总的长度是有限的。”



如图中的三个图形，中间的是欧氏几何，左边的罗氏几何，右边的是黎曼几何。黎曼是个聪明人，发现他所定义的几何空间中直线最终会汇聚到一起，于是为他的直线正名：“直线可以无限延长，但总的长度是有限的。”可惜他定义的直线并不能如他所说无限延长，因为在黎曼几何里的直线一旦到达交点（公共点），再延长会占用其他“直线”的空间位置。这种情况在物理学上尤其不能被允许，我会在后续的《圆月弯刀》里做论述。罗氏似乎没有发现这个问题，其实他的任何一条直线在继续延长后最终同样会交成圆形，但我并不清楚他是否有：“直线可以无限延长，但总的长度是有限的”这般见解。

就直线的第一个特点而言，两位大师其实都很难过关。但我们还是不再深究，继续看第二点：对称于它的垂线。它们的垂线是那些线条呢？就是图中那写横向的圆环。对于中间的圆环它们都是对称的，但是对于其他的圆环呢？如果你还认为是对称的，不妨用我的《圆月弯刀》来理清一下思路。

“1”是什么？是数的基础，是序列的开端。

在我们现行数学当中，1不是数字的开端，而是序列的开端。我们在清点和寻找事物时，必然是从1开始，因为我们无法找到第0个人或第0行字。这是由十进制中数字1本身的数学性质决定的。

1是数学上递进（或递减）的最小单位，当人们称数字递进的动作为“加”的时候，递进1个单位就是+1。1+1的结果我们称为2，或者说序列的第二个数字是2，接下去的数字分别是3、4、5……。则从2在递进一次就是2+1=3，而后是3+1=4、4+1=5……

当序列上的数字确定之后，数学里的计算（算数）原理便水到渠成，只是等待着人们去发现和利用罢了。

举几个简单的例子。

2+2=4怎么得来。因为2=1+1，所以2+2=1+1+1+1，按照我们对序列数字的排列可知，序列的第四个数字或者说1递进三次后的数字就是4。我们也可以通过这个算式来认识和验证分配律和结合律， $2+2=1+1+1+1=(1+1+1)+1=1+(1+1+1)=4$ 。算式中 $(1+1+1)+1$ 等同于3+1， $1+(1+1+1)$ 等同于1+3，其含义是3递进1次后是4，1递进3次后同样是4。

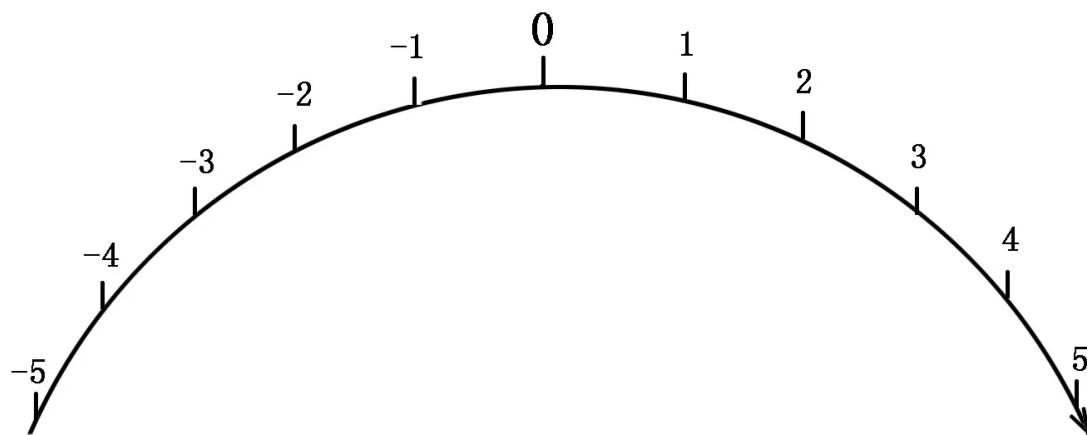
以1为基本增减单元的数学框架确立，整数四则运算的体系随之确立。其中除法是乘法的逆运算，也是四则运算里的另类。除法运算给我们带来了分数，也就是后来的小数。而后毕达哥拉斯学派弟子希伯索斯发现了无理数，揭示了有理数系的缺陷，也带来了世界是否连续的争论。无理数的发现连同芝诺悖论一起造成了数学史上的第一次数学危机，也为我们补齐了实数集，使得数字能够“完备的有序”。

数学发展的今天，“有序”是其根本，而1+1=2则是“有序”的根基，数学的各种成果都是从这个基础上推导出来的。

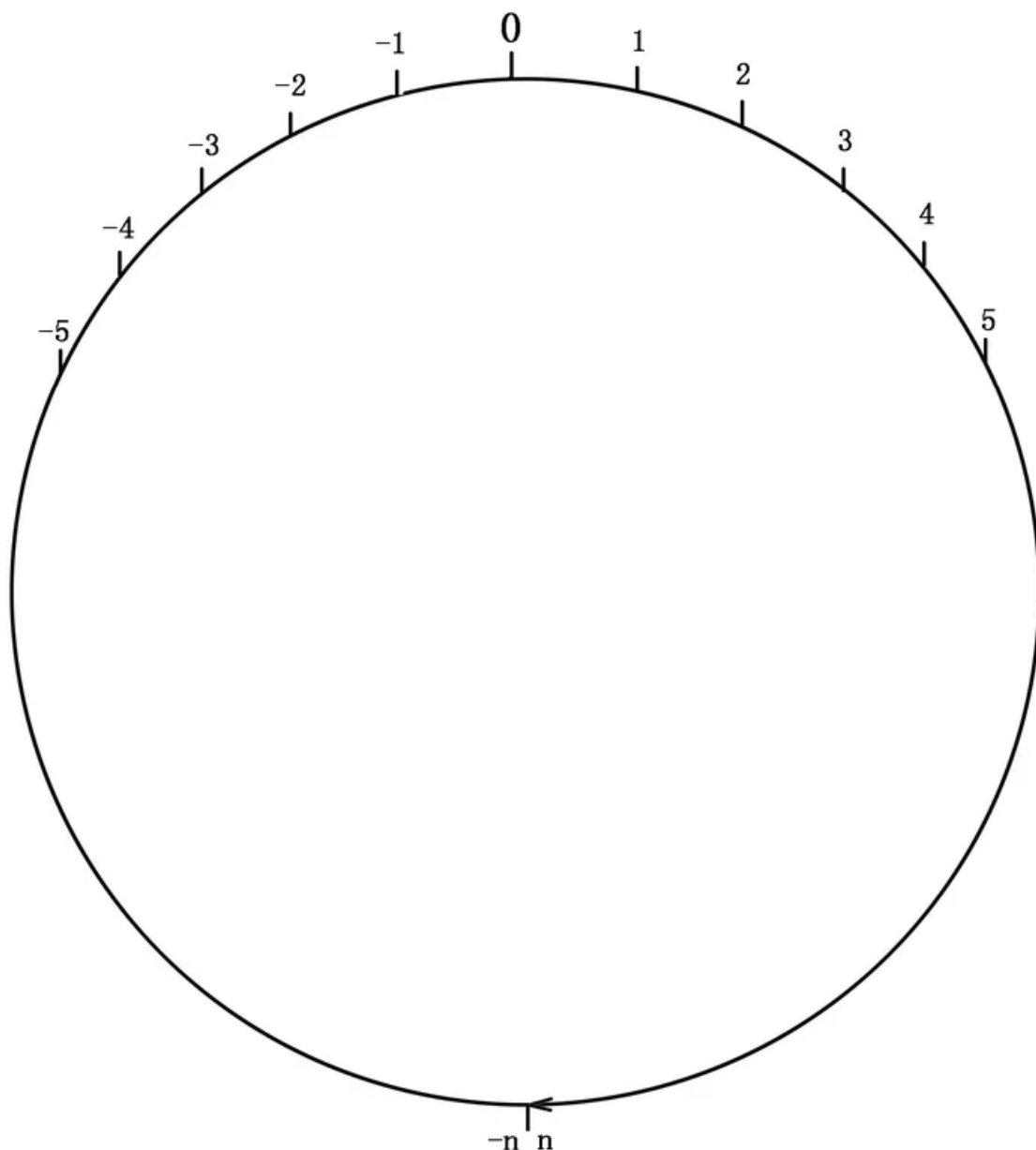
说到这里我们不得不谈谈虚数。虚数不遵守1+1=2的规则，那是因为虚数并不是一个有实际意义的数字，而是代表一个矢量。虚数并不是为了“有序”，是为了“有向”，因此有着和实数不同的含义和运算规则。

现在，我们再回头看一下罗氏几何和黎曼几何，会发现他们体系不遵守1+1=2的规则，这导致他们的体系会遭遇“无序”的尴尬。

用一个最简单的方法来证明：



上图就是一个弯曲的数轴，大家可能会说：看不出什么异常，一切正常嘛！没错，这时还没出现异常。然后，请看下图



当数轴延长到一定程度，就交汇到一处。这个交点就是奇点的开端。从此之后， n 就等于 $-n$ ，整个数字序列陷入无序。而其根本的原因就是在奇点之前没有遵守 $1+1$ 等于 2 的基本原则，一个遵守 $1+1=2$ 原则的序列，无论如何也推导不出 $+n=-n$ ($n \neq 0$) 这么一个结论。

我不想证明他们的体系是错的，只是想要告诉大家，这两个体系有他们的使用范围。一旦超过应有的使用范围，就会出现奇点这样的错误。造成“相对论”会推导出黑洞和宇宙开端两个奇点，主要是因为爱因斯坦使用的数学工具本身具备这样的漏洞。（关于奇点问题的描述，请参看我的另一篇作品

洋海漠：从相对论的点思维到同步观测时空的立体思维

1 赞同 · 20 评论 文章



)

黑格尔说：存在即合理。（当然，其深层含义绝不是字面含义这么简单），我借用他这句话做一个推断：存在必有其合理的范围，也只在一定范围（限定）内合理。更多的相关内容我将在《限定思

维和全向哲学》系列中和大家进行探讨。

数字0的出现非常晚，有明确记载是婆罗摩笈多在公元628年编著的《婆罗摩修正体系》中，一本名为《经过更正的梵天的论述》书里提及 $1-1=0$ 。0是一个整数，1993年之后才被我们国家列入自然数。

0是和1同等重要的整数，含义非常之多。0是数轴上的原点、对称点，它本身的值又可以表示空和无限小，因此0具备其它数字所不具备的很多特性。正是由于它的含义多且性质特殊，在使用的时候一定要弄清含义。比如在微积分里0并不表示什么都没有，而是表示无穷小。

我们该如何较完善的定义0和判定0的含义呢？这首先要从数学的基础讲起。数学中的运算表示动作，几何表示构造。四则运算的对象是0的时候，动作发生了本质的改变。加减0是无效动作，乘0是清零动作，除0是没有动作（把除运算看做分份工作，除2就是分两份，除1是分一份，除0是不做分份工作）。无效动作带来的结果是没有发生任何变化，清零动作带来的结果是全部归零，而没有动作则没有结果，因此除以0是得不到任何结果，而不是现代数学所说的“没有意义”。

四则运算中0的含义是“完全没有”，而到了微积分中0却有了全新的含义。在微积分中，0是唯一可以作为无穷小量的常数，但人们要明白：无穷小量是极限为0的变量，而不是常量“0”，是指自变量在一定变动方式下其极限为数量0，就是说函数中的无穷小量，实际上是指自变量的变化趋势。

不管你是新入行的菜鸟，还是深耕多年的老司机，对于微积分中0的含义解释起来都会十分费力。

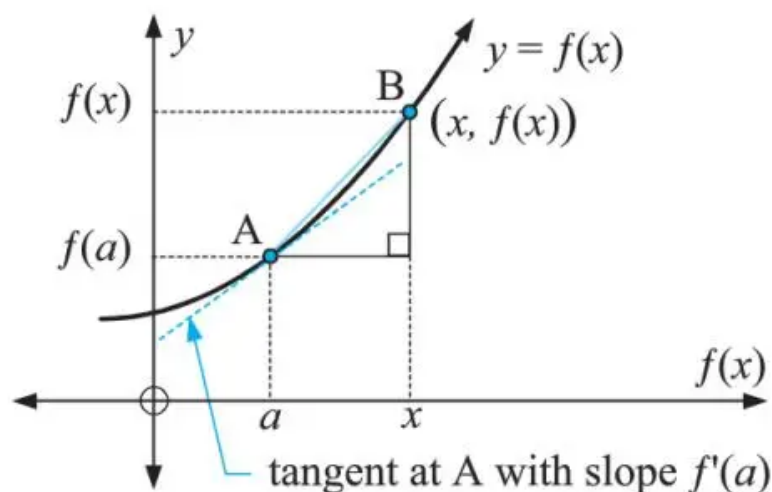
请允许我谈一下自己的见解：微积分中的0是一个确定的点。因为这个点是真实存在的，所以“微积分中的0”表示“有”，而“四则运算中的0”却是用来表示“无”，这是两个“0”含义上的根本区别。一个点是没有大小的，也就是说其数值跨度或者说变化量是0。

不知道大家看明白没有，微积分中0的含义应该是一个“数值跨度和变化量为0的点”。

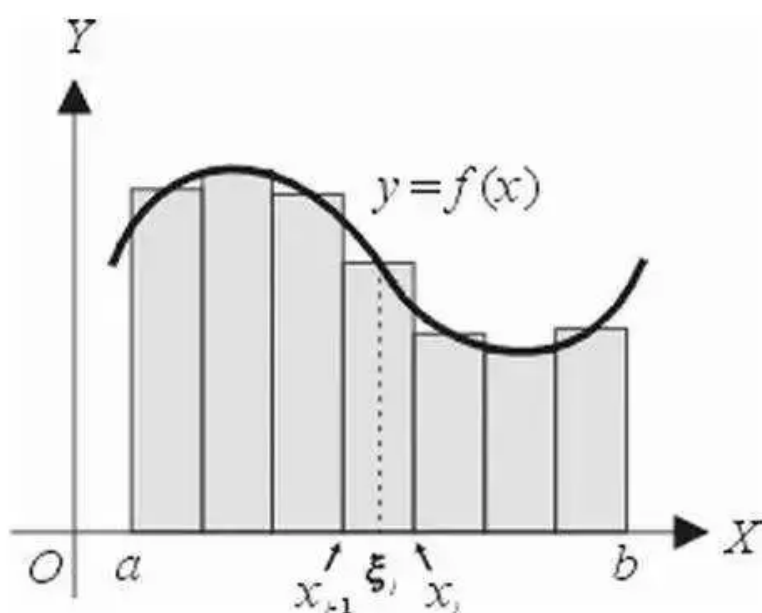
为了形象的理解这句话，我们回看一下芝诺悖论中的“飞矢不动”：一支飞行的箭在每一时刻，都是位于空间中的一个特定位置。它在这个位置上和不动没有什么区别，飞着的箭在任何瞬间都是既非静止又非运动的。如果瞬间是不可分的，箭就不可能运动，因为如果它动了，瞬间就立即是可以分的了。但是时间是由瞬间组成的，如果箭在任何瞬间都是不动的，则箭总是保持静止。所以飞出的箭不能处于运动状态。

这个问题起初引发了关于“世界是连续的还是离散的”争论，当微积分出现后，更是在微积分基础的问题演变成了一个巨大的矛盾。在求火箭的速度时，瞬时速度是 $\Delta s/\Delta t$ 当 Δt 趋向于零时的值。 Δt 是零、是很小的量，还是什么东西，这个无穷小量究竟是不是零？这个问题引起了极大的争论，从而引发了第二次数学危机。

其实数学家们把问题想得过于复杂，简单点说，所谓的每一个瞬间，都对应着时间轴上的一个点，点是没有大小的，因此它的时间跨度是零，如果你还不明白，可以看一下现在微积分的图形，



借用网上的图简单说明一下，以现在严格意义的微积分来看，把a点看做一个瞬时点的话，过a点切线的斜率就可以看做是飞箭的瞬时速度。在微积分发展初期，需要做一条A点到B点的割线，A与B的距离越小，其割线越接近过a点切线，也就越接近真实值。正是这种逐步逼近的方法，产生了变化量 Δ 。我认为微积分中的无穷小量在上图中就应该是“数值跨度和变化量为0的点”a。



再来一张图，看图之前大家需要了解无穷小的 ϵ — δ 定义。定义中的无穷小值 ϵ 可以看做“数值跨度和变化量为0的点”，正如图中两个x中间的那个点 ϵ 。线下面积就是无数个 ϵ 动点的线下面积之和。

有一点需要注意，我这里所说的无穷小量不等同于函数（或变量）的无穷小，而是讨论微积分中的0到底是什么。

连续和离散问题需要在《圆月弯刀》里详述，考虑到中间还有《波动的秘密》等文章要写，时间间隔会很长，于是本文中简单的描述一下。

以点为基础的数学必然要面对“离散”问题，因为点是没有大小的，或者说点的“数值跨度和变化量为0”。即便是放在实数域考虑，也很难证明它的连续性，因为无论多少个0累加其结果最终还是

0。

那到底是什么造成了数字的连续呢？

是我前文中提到的“动作”，在数学中我们称之为“运算”，在自然科学里我们把它定义为“运动”（借用马克思的话：运动是绝对的，静止是相对的）。

让我们用最简单的自然数系来简述一下。

1和2是两个连续的自然数，为什么说它们是连续的数字呢？因为在**自然数系**中1和2之间没有其它数字了（数学上严格意义的证明请比对“无穷小的 ϵ - δ 定义”）。然而1和2是两个不同的点，或者从时间上讲1和2是两个不同的瞬间，两个不同的点和不同的瞬间是怎样连续起来的呢？是自然递进或者说+1这个动作使它们连续起来的。

怎么理解这句话？我们首先要明白1和2这两个点或两个瞬间是没有大小的，但它们之间的距离或跨度有大小，那就是1（或1个基本单元）。当我们从1这个点递进或增加数值为1的距离时，自然就会到达2这个点，当我们从瞬间1跨越1个时间单元后自然会来到瞬间2。在坐标系中划线还有物体在自然界中运动时，递进动作和运动是自然存在的。当我们在理论中把这些动作拿掉后，自然就只剩下一个个不连续的点，世界也就变成离散的了。

我想大家应该明白“动则连，静则断”的道理了吧。

啰啰嗦嗦一大篇，大家似乎没能看到“简化数学”的原因和方法，那是因为我想在完成所有细节之后再为大家总结。否则，很可能像《[对新时空观的探索](#)》系列文章那样饱受质疑。

编辑于 2018-06-19 04:24

数学

哲学

自然科学

写下你的评论...

1 条评论

默认

最新



pop3imap

双曲面画错了……

2018-12-17

回复

赞

文章被以下专栏收录



简化数学的哲学

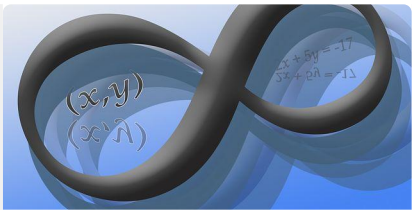
万物有序，一切从简

推荐阅读

对数学的理解



数海拾遗 | 浅谈数学的联系与统



数学史上最重要的4大数学思想

根据《纯粹理性批判》
种直观科学，是E
构成的一个知识体
立在寥寥数个普
密的逻辑推理（
前言又继续和程

淡之