

## Resiliência de Sistemas Elétricos de Potência Representados por Redes de Kuramoto

Ercílio I. Moreira \* Luis A. Aguirre \*\*

\* Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Minas Gerais, Avenida Antônio Carlos 6627, 31270-901, Belo Horizonte, Minas Gerais, Brasil  
(e-mail: ercilioimoreira@gmail.com).

\*\* Departamento de Engenharia Eletrônica, Universidade Federal de Minas Gerais, Avenida Antônio Carlos 6627, 31270-901, Belo Horizonte, Minas Gerais, Brasil (e-mail: aguirre@cpdee.ufmg.br)

**Abstract:** Complex networks have been the subject of great interest in the scientific community. This is justified by the great number of physical systems that can be represented by these models. In this work, a resilience analysis in Kuramoto networks is carried out, motivated by the ability of such networks to represent electrical power systems. Two examples were studied: a test system and a large scale model of the Brazilian power system. The goal is to determine the effect of the choice of representation (Effective Network, Structure-Preserving or Synchronous Motor) on the resilience measure of these systems. By using a concept called basin stability, which quantifies the non-local stability, it was found that the approaches are not fully equivalent with respect to node classification.

**Resumo:** Redes complexas tem sido alvo de grande interesse na comunidade científica. Tal fato justifica-se pela inúmera quantidade de sistemas físicos que podem ser representados por esses modelos. Neste trabalho, realiza-se uma análise de resiliência em redes de Kuramoto, motivada pela capacidade que tais redes possuem de representar sistemas elétricos de potência. Dois exemplos foram analisados: um sistema de testes e um modelo em escala ampla do sistema elétrico de potência brasileiro. O objetivo é determinar o efeito da escolha da representação (*Effective Network, Structure-Preserving ou Synchronous Motor*) sobre a medida de resiliência desses sistemas. Utilizando-se um conceito chamado *estabilidade da bacia*, que quantifica a estabilidade não local, constatou-se que as abordagens não são totalmente correspondentes em relação à classificação dos nós.

**Keywords:** complex networks; power grids; Kuramoto model; resilience; basin stability.

**Palavras-chaves:** redes complexas; sistemas elétricos de potência, modelo de Kuramoto, resiliência, estabilidade da bacia.

### 1. INTRODUÇÃO

Os Sistemas Elétricos de Potência (SEP) estão entre as maiores construções já realizadas. Constituídos, principalmente, por grandes unidades geradoras e agrupamentos de consumidores interconectados por linhas de transmissão, um SEP deve operar sempre dentro de especificações pré-estabelecidas. É necessário, também, que essa operação seja estável e robusta, uma vez que qualquer irregularidade nesses sistemas pode levar a prejuízos consideráveis (Pourbeik et al., 2006; Andersson et al., 2005).

Recentemente, pesquisadores têm dedicado esforços para entender melhor os sistemas elétricos de potência de um ponto de vista mais abrangente. Uma abordagem atual consiste na análise de tais sistemas no arcabouço de redes

complexas (Saleh et al., 2018). Geralmente, essa abordagem faz uso de modelos que procuram capturar a dinâmica do sistema como um todo, considerando as dinâmicas das unidades geradoras, agrupamentos de consumidores e a interação entre esses dois, que se dá por meio das linhas de transmissão. Os modelos utilizados devem ser simples o suficiente para possibilitar a realização de estudos com complexidade computacional razoável, mas, ainda assim, devem ser capazes de capturar os aspectos mais essenciais de cada elemento que compõe o sistema (Rohden et al., 2012; Nishikawa and Motter, 2015).

Uma condição necessária para a operação normal do SEP é que (i) as frequências dos geradores do sistema permanecem iguais e (ii) dentro de uma faixa especificada. Neste trabalho, quando os geradores obedecerem o item (i), esses serão referidos como estando sincronizados. Muitos trabalhos dedicaram-se a encontrar configurações topológicas ou de parâmetros que favorecem ou dificultam o sincronismo (Motter et al., 2013), além de identificar pontos frágeis

\* O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior — Brasil (CAPES) — Código de Financiamento 001, e pelo CNPq, processo #302079/2011-4.

e quantificar tal fragilidade (Mitra et al., 2017; Liu and Zhang, 2017).

Menck et al. (2014) utilizaram o conceito *estabilidade da bacia* (tradução para o termo em inglês *basin stability*) para determinar estruturas recorrentes que diminuem a resiliência de uma rede, característica que reflete sua capacidade de permanecer funcional após uma falha (Gao et al., 2015). Esse conceito complementa o paradigma da análise linear de estabilidade, fornecendo medidas de probabilidade de convergência por meio de uma análise não local (Menck et al., 2013). Em termos práticos, trata-se de um Método de Monte Carlo que permite caracterizar alguns aspectos da estabilidade de sistemas dinâmicos.

Métodos baseados na teoria de Lyapunov evitam integrações custosas computacionalmente, porém, encontrar uma função de Lyapunov para determinados sistemas pode ser uma tarefa analiticamente inviável (Gajduk et al., 2014).

Neste trabalho, realiza-se um estudo acerca da resiliência de redes de Kuramoto. Três abordagens amplamente utilizadas na literatura são comparadas e discute-se o efeito delas sobre a medida de resiliência obtida. O objetivo é verificar se tais abordagens são equivalentes ao caracterizarem a estabilidade da rede. Esses modelos de rede são frequentemente utilizados para estudos de estabilidade de SEP, o que será feito neste trabalho. Os resultados de análise obtidos mostram que, dependendo do modelo utilizado, chega-se a conclusões diferentes sobre a resiliência de nós da rede. Isso indica possíveis inconsistências em trabalhos da literatura, agravadas pela falta de argumentos objetivos sobre a escolha da representação em muitos artigos.

O trabalho organiza-se da seguinte forma: na Seção 2 apresentam-se os modelos mais utilizados para representação de sistemas elétricos de potência em escala ampla; na Seção 3 apresentam-se as ferramentas para estudo de estabilidade utilizadas neste trabalho; a Seção 4 apresenta a metodologia aplicada; os resultados são mostrados na Seção 5 e considerações finais, na Seção 6.

## 2. MODELAGEM DE SEP

Nesta Seção, apresentam-se os três modelos utilizados para análise de estabilidade em SEP no contexto de sincronismo de osciladores de Kuramoto. Primeiramente, apresenta-se um modelo para a dinâmica de geradores síncronos — que é comum aos três casos — e mostra-se como o fluxo de potência entre os osciladores se integra ao modelo da rede. Por fim, apresentam-se os três modelos resultantes das diferentes suposições sobre o comportamento das cargas.

Na representação de um SEP como uma rede de osciladores de Kuramoto, geradores (nós) são modelados como osciladores de segunda ordem e a potência transmitida através das linhas de transmissão (arestas) é modelada como uma função de acoplamento. As cargas, por sua vez, podem ser modeladas como: (i) impedâncias constantes; (ii) osciladores de primeira ordem, em que a relação entre potência consumida e frequência é levada em conta; ou (iii) osciladores de segunda ordem, representando motores síncronos. Estas diferentes hipóteses assumidas para as cargas dão origem aos três respectivos modelos: *Effective Network* (EN), *Structure Preserving* (SP) e *Synchronous Motor* (SM).

Os osciladores de Kuramoto representam um paradigma para o estudo de sincronismo e trazem consigo um longo repertório de resultados teóricos obtidos desde a sua formulação (Kuramoto, 1975). Além disso, osciladores de segunda ordem, que surgiram na literatura posteriormente, podem capturar a inércia existente em sistemas reais, ao contrário daqueles de primeira ordem (Dörfler and Bullo, 2011).

### 2.1 Dinâmica de geradores

Um gerador síncrono é constituído por dois elementos principais: rotor e estator. O estator permanece fixo enquanto o rotor gira em seu interior, em torno de seu próprio eixo. As equações do movimento podem ser obtidas igualando-se a taxa de variação do momento angular do rotor ao somatório dos torques que atuam sobre ele, ou seja, fazendo-se  $J\ddot{\theta} = \sum_i \tau_i$ . Nesse caso,  $J$  é o momento de inércia,  $\theta = \theta(t) = \Omega_R t + \delta(t)$  é o ângulo do rotor em relação a uma referência fixada no estator, a constante  $\Omega_R$  é a velocidade angular de referência e  $\delta(t)$  é o desvio de  $\theta(t)$  com relação a  $\Omega_R t$ .

Especificamente, tem-se:

$$J\ddot{\theta} = \tilde{\tau}_m - D_m \dot{\theta} - D_e \dot{\delta} - \frac{1}{R} \dot{\delta} - \tau_e, \quad (1)$$

em que  $\tilde{\tau}_m$  é o torque mecânico aplicado,  $D_m$  é o coeficiente de amortecimento mecânico devido ao atrito,  $D_e$  é um coeficiente de amortecimento devido ao efeito dos enrolamentos do gerador,  $R$  é um parâmetro de ajuste e  $\tau_e$  é o torque elétrico sentido pelo gerador quando acoplado à rede. Reescrevendo a Eq. (1) em função de  $\delta$ , tem-se

$$J\ddot{\delta} = \tilde{\tau}_m - D_m(\Omega_R + \dot{\delta}) - D_e \dot{\delta} - \frac{1}{R} \dot{\delta} - \tau_e. \quad (2)$$

Definindo-se as novas variáveis  $\tau_m := \tilde{\tau}_m - D_m \Omega_R$  e  $\tilde{D} := D_m + D_e + 1/R$  e rearranjando os termos de (2), obtém-se

$$J\ddot{\delta} + \tilde{D}\dot{\delta} = \tau_m - \tau_e. \quad (3)$$

Multiplicando-se a Eq. (3) por  $\dot{\theta}$  e assumindo que a frequência de operação mantém-se próxima da frequência de referência, ou seja,  $\dot{\theta} \approx \Omega_R$ , obtém-se

$$J\Omega_R \ddot{\delta} + \tilde{D}\Omega_R \dot{\delta} \approx \tilde{P}_m - \tilde{P}_e, \quad (4)$$

em que  $\tilde{P}_m := \tau_m \dot{\theta}$  e  $\tilde{P}_e := \tau_e \dot{\theta}$ .

Por fim, dividindo-se a Eq. (4) pelo valor base  $P_R$  e definindo-se  $H := J\Omega_R^2/(2P_R)$  e  $D := \tilde{D}\Omega_R^2/P_R$ , obtém-se a seguinte equação:

$$\frac{2H}{\Omega_R} \ddot{\delta} + \frac{D}{\Omega_R} \dot{\delta} = P_m - P_e, \quad (5)$$

em que  $H$  é a constante de inércia,  $D$  é o coeficiente de amortecimento combinado,  $P_m$  é a potência mecânica fornecida ao gerador e  $P_e$  é a potência elétrica ativa fornecida pelo gerador. A Eq. (5) é conhecida na literatura de sistemas de potência como *swing equation* (Grainger and Stevenson, 1994).

### 2.2 Dinâmica coletiva

A potência elétrica ativa injetada no barramento  $i$ , com tensão  $V_i = |V_i|/\underline{\delta}_i$ , em uma rede com matriz de admitâncias

cias  $Y$ , com elementos  $Y_{ij} = |Y_{ij}|/\beta_{ij}$ , é dada pela equação (Grainger and Stevenson, 1994):

$$P_{e,i} = \sum_{j=1}^N |V_i V_j Y_{ij}| \cos(\beta_{ij} + \delta_j - \delta_i), \quad (6)$$

Definindo-se  $K_{ij} := |V_i V_j Y_{ij}|$ ,  $\gamma_{ij} := \beta_{ij} - \pi/2$  e utilizando-se o fato que  $\cos(\alpha + \pi/2) = \text{sen}(-\alpha)$ , pode-se escrever (6) como:

$$P_{e,i} = \sum_{j=1}^N K_{ij} \text{sen}(\delta_i - \delta_j - \gamma_{ij}). \quad (7)$$

Portanto, sob a consideração de que  $|V_i|$  é mantido constante, o fluxo de potência ativa entre os barramentos pode ser determinado pelos ângulos das tensões ( $\delta_i$ ) juntamente com a matriz de admitâncias do sistema ( $Y$ ). Logo, a partir de (5) e (7), para um SEP com  $N$  nós, pode-se escrever:

$$\frac{2H_i}{\Omega_R} \ddot{\delta}_i + \frac{D_i}{\Omega_R} \dot{\delta}_i = A_i - \sum_{j=1, j \neq i}^N K_{ij} \text{sen}(\delta_i - \delta_j - \gamma_{ij}), \quad (8)$$

em que  $i = 1, \dots, N$ . O parâmetro  $A_i$  representa, no caso de geradores, a potência mecânica fornecida ao nó  $i$  subtraindo-se a potência dissipada internamente pelo mesmo nó e, no caso de cargas, a potência mecânica consumida pelo nó  $i$  subtraindo-se também a potência dissipada internamente por esse nó. O termo do somatório representa, nesse caso, a potência elétrica ativa trocada com os demais nós da rede.

Enquanto os parâmetros  $H_i$  e  $D_i$  constituem características individuais de geradores e cargas,  $A_i$ ,  $K_{ij}$  e  $\gamma_{ij}$  são obtidos resolvendo-se as equações do fluxo de potência para o SEP e podem assumir valores diferentes, para um mesmo sistema, de acordo com cada abordagem. O deslocamento de fase  $\gamma_{ij}$  ocorre devido à presença de elementos resistivos nas linhas de transmissão, em consequência da mudança de variáveis e aplicação da identidade trigonométrica de (6) para (7).

Considera-se, inicialmente, um sistema com  $N_g$  geradores (conectados à rede por de um nó terminal) e  $N_l$  cargas.

*Modelo EN* Nesta abordagem, assume-se que as cargas são impedâncias constantes e seus efeitos são inseridos na matriz de admitâncias. A seguir, realiza-se a Redução de Kron (Dörfler and Bullo, 2013), de forma que o sistema resultante possua  $N = N_g$  nós conectados por uma rede chamada efetiva.

*Modelo SP* Nesta segunda abordagem, considera-se que as cargas possuem um consumo de potência dependente da frequência,  $P_{e,i} = P_i^* + (D_i/\Omega_R)\dot{\delta}_i$ , em que  $P_i^*$  é o consumo de potência na frequência de referência  $\Omega_R$ . A rede resultante possui  $N = N_g + N_l$ . Os nós  $1, \dots, N_g$  representam os geradores; os nós  $N_g + 1, \dots, 2N_g$  representam os nós terminais; os demais  $N_l$  nós representam as cargas. Uma vez que cargas e nós terminais são representados por osciladores de primeira ordem,  $H_i = 0$ , para  $i = N_g + 1, \dots, N$ .

*Modelo SM* Nesta abordagem, modelam-se as cargas como osciladores de segunda ordem, análogo aos geradores, representando motores síncronos. A distinção entre geradores e cargas se dá pela direção do fluxo de potência, ou

seja,  $A_i < 0$  para cargas e  $A_i > 0$  para geradores. Realiza-se a Redução de Kron para eliminar os nós terminais. A rede resultante possui  $N = N_g + N_l$ .

A derivação detalhada dos modelos acima apresentados pode ser encontrada nas referências: Motter et al. (2013) para o modelo EN; Bergen and Hill (1981) e Dörfler and Bullo (2014) para o SP; e Filatrella et al. (2008) para o SM. Além desses, recomenda-se o estudo comparativo de Nishikawa and Motter (2015).

### 3. ESTABILIDADE DA BACIA

Nesta Seção, apresenta-se a ferramenta utilizada para análise de estabilidade.

Sejam  $\mathbf{x}_1 = [\delta_1 \omega_1]^\top, \dots, \mathbf{x}_N = [\delta_N \omega_N]^\top$  os vetores de estado de cada oscilador em (8), em que  $\omega_i := \dot{\delta}_i$ . Logo,  $\mathbf{x} = [\mathbf{x}_1^\top \mathbf{x}_2^\top \cdots \mathbf{x}_N^\top]^\top \in X \subseteq \mathbb{R}^{2N}$  é o vetor de estado da rede.

*Observação 1.* Caso o modelo utilizado seja SP, o vetor de estados terá  $N_g$  osciladores de segunda ordem e  $N_g + N_l$  osciladores de primeira ordem. Logo,  $\mathbf{x} = [\delta_1 \omega_1 \dots \delta_{N_g} \omega_{N_g} \delta_{N_g+1} \dots \delta_{2N_g+N_l}]^\top$  e, consequentemente,  $X$  terá dimensão  $3N_g + N_l$ . A definição e o procedimento estabelecidos a seguir continuam diretamente aplicáveis para esse caso.

A princípio, considera-se que existe ao menos um atrator<sup>1</sup>  $A$  que é um ponto de equilíbrio estável de (8). A bacia de atração  $\mathcal{B}$  de um atrator  $A$  é definida como o conjunto de todas as condições iniciais que resultam em soluções que convergem para  $A$  (Monteiro, 2006).

*Definição 1.* (Estabilidade da Bacia (Menck, 2014)). A estabilidade da bacia  $\mathcal{B}$  de um atrator  $A$  é dada por

$$S := \int_X \mathbf{1}_{\mathcal{B}}(\mathbf{x}) \rho(\mathbf{x}) d\mathbf{x}, \quad (9)$$

em que

$$\mathbf{1}_{\mathcal{B}}(\mathbf{x}) := \begin{cases} 1, & \text{se } \mathbf{x} \in \mathcal{B} \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (10)$$

é uma função indicadora e  $\rho(\mathbf{x})$  é uma função densidade de probabilidade (PDF), ou seja,  $\int_X \rho(\mathbf{x}) d\mathbf{x} = 1$ .

Na Def. 1, a função  $\rho(\mathbf{x})$  é a PDF que caracteriza a ocorrência de perturbações nas variáveis de estado do sistema. Por exemplo, em um sistema unidimensional  $\dot{x} = f(x)$ , admitindo-se  $\rho(x) \sim \mathcal{U}(a, b)$ , tem-se que  $x$  pode assumir valores uniformemente distribuídos no intervalo  $[a, b]$  devido a tais perturbações. Supondo-se que  $x$ , ao ser perturbado, assume um valor  $c \in [a, b]$ , avalia-se apenas o comportamento do sistema após a perturbação, ou seja, a evolução de  $x$  de acordo com  $f$  a partir de  $x(t_p) = c$ , em que  $t_p$  é o tempo em que ocorre a perturbação.

Pelo fato de ser uma medida de probabilidade,  $S \in (0, 1]$ . Se  $A$  é um atrator globalmente estável, ou seja, se sua bacia de atração  $\mathcal{B}$  é todo o espaço de estados  $X$ , então  $S = 1$ . Por outro lado, se a bacia de atração de  $A$  é pequena, então  $S \approx 0$ . Em seu trabalho, Menck (2014) definiu  $S$

<sup>1</sup> Um conjunto fechado de pontos  $A$ , no espaço de estados, é um atrator se (Monteiro, 2006): (i)  $A$  é um conjunto invariante; (ii)  $A$  atrai um conjunto aberto de condições iniciais; (iii)  $A$  é mínimo.

com relação a um conjunto mínimo e invariante — não necessariamente um atrator — podendo assim, assumir valor nulo.

Assumindo-se que a rede (8) possui um atrator  $A$  com bacia de atração  $\mathcal{B}$ , o procedimento numérico resumido para estimação de  $S$  é apresentado a seguir:

- (i) escolhe-se  $\rho(\mathbf{x})$  com base no conhecimento sobre o sistema investigado;
  - (ii) encontra-se o atrator  $A$ ;
  - (iii) amostram-se  $N_i$  vetores de condições iniciais a partir de  $X$  de acordo com  $\rho(\mathbf{x})$ ;
  - (iv) integra-se o conjunto de equações em (8) a partir dessas  $N_i$  condições iniciais e conta-se o número de vezes  $N_A$  que a trajetória convergiu para  $A$ ;
  - (v) por fim, uma estimativa para  $S$  é calculada como:
- $$\hat{S} = N_A/N_i.$$

Detalhes e valores usados são fornecidos na Seção 4. Admitindo-se que a distribuição de probabilidade  $\rho(\mathbf{x})$  é uniforme, então  $\hat{S}$  fornece uma estimativa da fração do hipervolume  $\text{Vol}(X)$  que converge para  $A$ . De maneira análoga, pode-se desejar investigar o efeito de perturbações que ocorram em uma região de interesse  $X_I \subset X$ .

A medida  $S$  pode ser utilizada para quantificar a resiliência de (8). Além disso, podem-se encontrar nós com maior ou menor grau de vulnerabilidade. Diz-se que um nó é vulnerável quando a resiliência da rede diante de perturbações nesse nó é baixa.

#### 4. PROCEDIMENTO NUMÉRICO

Para classificar um nó de acordo com sua vulnerabilidade, a ferramenta descrita na Seção 3 é usada. Dado um regime de operação normal, admite-se que perturbações possam ocorrer individualmente em nós, alterando os valores de suas variáveis de estado, independentemente dos demais nós da rede. Portanto, a região de interesse  $X_I$  contém apenas os estados do nó que se deseja investigar.

Sistemas como (8) geralmente apresentam múltipla estabilidade, ou seja, para um mesmo conjunto de parâmetros, diferentes atratores coexistem, e o estado estacionário é determinado pelas condições iniciais. No entanto, os atratores de interesse prático são apenas os pontos de equilíbrio em que  $\omega_i = 0, \forall i$ . Sendo assim, não são feitas distinções entre esses atratores, de forma que qualquer realização cuja trajetória tenda para algum deles é levada em conta em  $N_A$ .

É importante destacar que, embora as perturbações sejam locais, avalia-se a capacidade de *toda* a rede retornar para um regime normal de operação. Especificamente, verifica-se se  $\omega_i \rightarrow 0, i = 1, \dots, N$ , após cada nó ser perturbado. Consequentemente,  $\delta_i \rightarrow \delta_i^*$ , uma fase constante em estado estacionário. A condição usada para testar convergência em estado estacionário é  $(\omega_1^2 + \dots + \omega_{N_g}^2)^{1/2} < 10^{-3}$ . O número de realizações utilizado é  $N_i = 200$ .

Realiza-se a análise de dois exemplos: (1) um sistema de testes (39-bus) com 10 geradores e (2) o SEP brasileiro. Para cada exemplo, o sistema é representado usando as três abordagens discutidas na Seção 2, a fim de verificar

a consequência da representação escolhida para a carga sobre a medida de resiliência obtida.

Embora nos modelos SP e SM as cargas também sejam representadas como osciladores, apenas os geradores são avaliados. O ponto de operação estável para cada modelo é encontrado integrando-se as equações resultantes a partir de condições iniciais nulas. Posteriormente, perturba-se um único gerador de acordo com  $\rho(\mathbf{x})$  e calcula-se  $\hat{S}$ . Em seguida, repete-se o procedimento para todos os geradores. Assume-se que perturbações podem ocorrer nos estados do  $i$ -ésimo gerador com distribuição uniforme de probabilidade na região  $(\delta_i^* - \pi, \delta_i^* + \pi] \times [-15, 15]$ .

O Exemplo 2 foi construído com base nos dados disponibilizados pelo Operador Nacional do Sistema Elétrico (ONS) (ONS, 2015) e um arquivo com ele em formato *matpower* (Zimmerman et al., 2011) é disponibilizado em <https://bit.ly/2HSK1RX>. O ONS fornece mapas com a localização de centros geradores e consumidores e das linhas de transmissão que os interligam. Usando esses mapas, construiu-se a topologia da rede. Encontram-se nos relatórios do ONS, também, dados sobre a produção e o consumo de energia, que foram usados para definir os valores de potência utilizados no presente estudo. A rede correspondente é mostrada na Fig. 1a. Círculos representam agrupamentos de geradores e quadrados representam os principais agrupamentos consumidores. Por simplicidade, refere-se a esses agrupamentos apenas como “geradores” e “cargas”, respectivamente. Para evidenciar o efeito da *topologia*, assume-se que todas as linhas de transmissão possuem mesma capacidade e operam à mesma tensão. Além disso, a geração de potência é distribuída igualmente entre os geradores, da mesma forma que o consumo entre as cargas. Essa configuração é comumente empregada para isolar a influência de determinados fatores, neste caso, a topologia (Nishikawa and Motter, 2015).

O Exemplo 1, bem como a *toolbox* que mapeia os parâmetros do sistema elétrico nos parâmetros de (8), podem ser encontrados no trabalho de Nishikawa and Motter (2015).

#### 5. RESULTADOS E DISCUSSÕES

##### 5.1 Exemplo 1: sistema de testes

O objetivo deste exemplo é comparar as medidas  $S$  estimadas para cada um dos três modelos sob investigação, para o sistema de testes 39-bus, bastante difundido na literatura de análise de estabilidade em SEP.

A Fig. 2 mostra  $\hat{S}$  para os 10 geradores deste exemplo. Percebe-se que os três modelos apresentam indicadores de resiliência que, apesar de apresentarem alguma correlação em termos gerais, discordam com relação a aspectos importantes. Por exemplo, a procura pelo nó mais vulnerável resulta em 9, 2 e 5, para os os modelos EN, SM e SP, respectivamente. Destacam-se mais alguns aspectos: (i) a análise realizada sobre o modelo SP, em relação às demais, superestima a resiliência de todos os nós; (ii) as abordagens discordam entre si, de forma mais evidente, quanto aos valores da resiliência dos nós 9 e 10; (iii) enquanto o gerador 10, no modelo EN, é classificado como um dos nós mais vulneráveis, o contrário é indicado pelos modelos SM e SP.

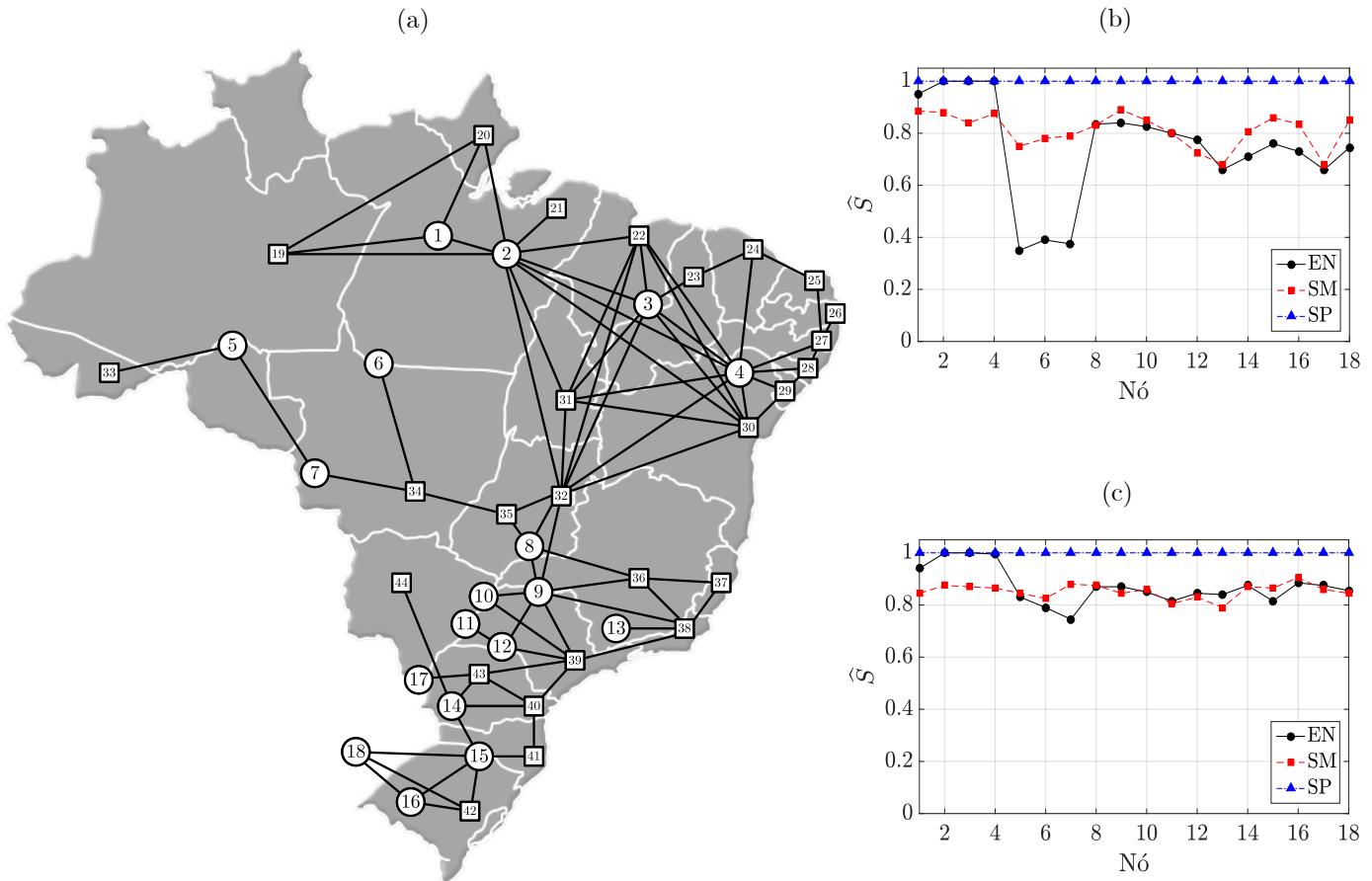


Figura 1. (a) SEP brasileiro representado como uma rede: círculos representam agrupamentos de geradores e quadrados representam os principais agrupamentos consumidores; (b) medida  $\hat{S}$  para cada nó gerador do sistema antes e (c) após procedimento de correção.

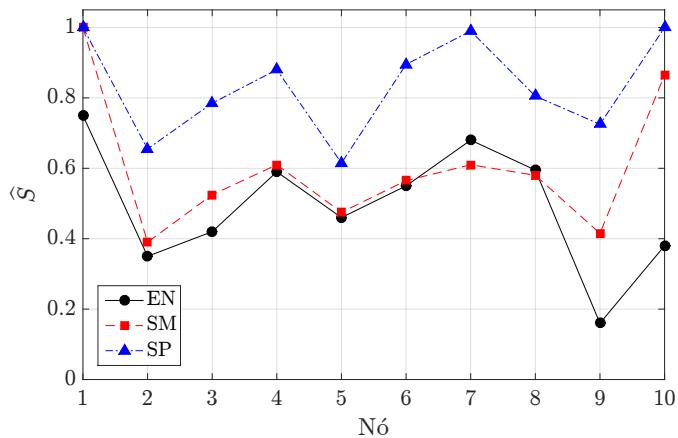


Figura 2. Medida  $\hat{S}$  estimada para geradores do Exemplo 1.

Não é possível apontar o modelo mais adequado para representar o sistema deste exemplo, apenas constatar a divergência entre os valores obtidos em cada abordagem.

### 5.2 Exemplo 2: SEP brasileiro

Este exemplo tem como objetivo analisar a resiliência de modelos do SEP brasileiro a partir da metodologia apresentada. Novamente, empregam-se as três abordagens

para fins de comparação. Ao fim deste exemplo, um procedimento para aumentar a resiliência da rede, proposto por Menck et al. (2014), é descrito e aplicado com o objetivo de se verificar sua eficácia para este caso.

A Fig. 1b mostra  $\hat{S}$  para a rede representativa do SEP brasileiro. Da mesma forma que no Exemplo 1, no modelo SP, superestima-se  $\hat{S}$ ; mas, desta vez, a medida indica que os geradores são insensíveis às perturbações. No modelo EN, pode-se observar que os geradores 5, 6 e 7 são classificados como bastante vulneráveis, enquanto que no modelo SM esses geradores têm valores de  $\hat{S}$  próximos da média da rede. Atribui-se esse resultado ao fato desses nós conectarem-se com o restante da rede por meio de duas cargas (nós 34 e 35). Dessa forma, para o modelo EN, devido à adição dos efeitos das cargas na matriz de admitâncias, os nós conectados à rede através destas “percebem” os demais geradores por meio de uma admittância menor, o que é refletido diretamente na força de acoplamento desses nós com a rede, ou seja, em  $K_{ij}$ , em (8). Esse mesmo efeito, com menor intensidade, pode ser percebido nos geradores 13 e 17. O que difere esses últimos daqueles discutidos anteriormente é o fato de existirem mais caminhos entre a carga que os conecta à rede e os demais geradores.

Na Fig. 3a, mostra-se o subespaço de estados do gerador 5. O intervalo mostrado corresponde à região de perturbações

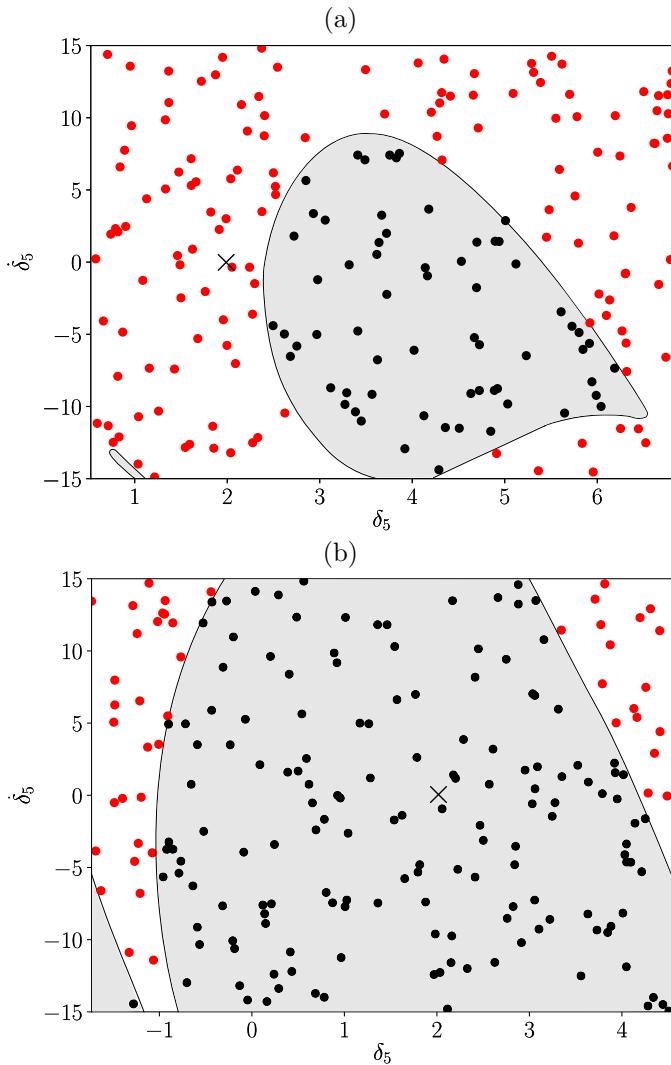


Figura 3. Subespaço correspondente aos estados do gerador 5. Em cinza, a região que contém as perturbações das quais o sistema se recupera. Os pontos representam as perturbações tomadas aleatoriamente para estimativa de  $S$  para esse nó, de conformidade com  $\rho(\mathbf{x})$ , (a) antes e (b) depois do processo de correção. Os pontos pretos indicam casos em que a rede se recuperou e, vermelhos, em que divergiu.

possíveis. A área cinza corresponde à região que contém as perturbações no gerador 5 das quais a rede pode recuperar-se, retornando a um estado normal de operação. Essa área foi obtida por um processo numérico exaustivo e é mostrada apenas para fornecer uma visualização da região real. Cada ponto marcado corresponde a uma realização. As perturbações que resultaram em convergência (em preto) e divergência (em vermelho) são mostradas. A razão do número de pontos pretos pelo número total de pontos é uma estimativa da fração que a área cinza ocupa no intervalo analisado.

A Fig. 4a mostra, para perturbações no gerador 5, as séries temporais para  $\delta$  (vermelho) e  $\omega$  (preto) de todos os nós da rede, em um caso em que não houve recuperação. Os geradores mais afetados são indicados (5, 6 e 7). Observa-se que eles passam a operar com uma frequência muito acima dos demais. Devido à fraca conexão desse grupo

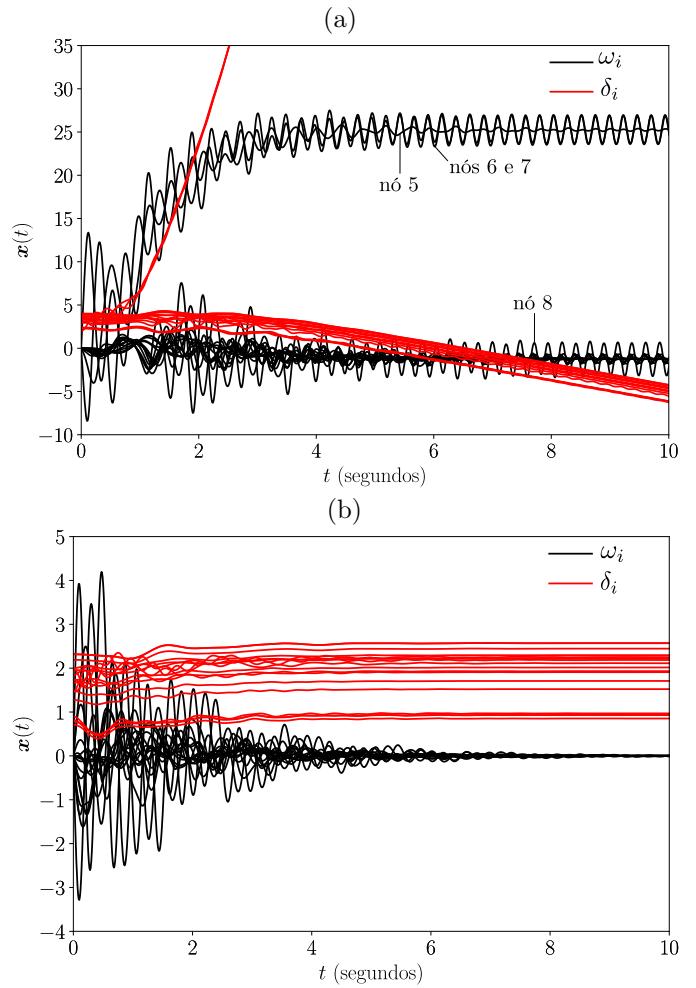


Figura 4. (a) Perda de estabilidade e (b) recuperação após perturbação no gerador 5.

com o restante da rede, há formação de um *cluster* que oscila com  $\omega_c \approx 25$  rad/s. O gerador 8, que se localiza no caminho entre o *cluster* e o restante da rede também tem seu comportamento fortemente afetado. Os demais geradores passam a oscilar com  $\omega$  ligeiramente menor que zero, de forma a compensar o efeito do *cluster*. O ponto correspondente na Fig. 3a é  $\mathbf{x}_5 = [2 \ 0]^T$ , indicado com um “ $\times$ ”.

O procedimento para aumentar a resiliência consiste em conectar as estruturas do tipo *dead end* ou *dead tree* à rede por um caminho redundante que vai de seu nó mais externo ao nó mais próximo (em distância euclidiana) que não faça parte dessa mesma estrutura. Dessa forma, adicionaram-se as arestas: 5–6, 10–44, 14–17, 10–11, 13–39, 21–22, 25–26 e 19–33. O procedimento demonstrou ser eficaz para aumentar a resiliência, conforme pode ser observado para os modelos EN e SM na Fig. 1c. Na Fig. 3b mostra-se o subespaço de estados do gerador 5, com a indicação da região estável, após a adição das arestas. Na Fig. 4b, mostram-se as séries temporais de uma realização em que a rede se recuperou, para perturbações nesse mesmo nó. O ponto correspondente na Fig. 3b é  $\mathbf{x}_5 = [2 \ 0]^T$ , indicado com um “ $\times$ ”.

## 6. CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

Este trabalho apresentou um estudo sobre a resiliência de sistemas elétricos de potência por meio do uso de *modelos abrangentes* e, em contrapartida, menos detalhados. Utilizou-se a medida *estabilidade da bacia*, que permite realizar uma análise não linear, numérica, para quantificar tal estabilidade.

Três modelos comumente utilizados nesse contexto foram comparados a fim de verificar o efeito da representação escolhida para as cargas sobre a medida de estabilidade. Com isso, constatou-se que a escolha da representação tem papel fundamental na caracterização desses sistemas, podendo, diferentes abordagens, levar a resultados contraditórios. Essa conclusão é relevante na medida que alguns trabalhos na literatura não argumentam em relação à escolha da representação. Ao que parece, esta geralmente é feita de forma bastante arbitrária.

A modelagem de cargas não é uma tarefa trivial, principalmente nas escalas abordadas, em que cada nó deve equivaler a um grande grupo consumidor com comportamento muitas vezes desconhecido. Vale a pena destacar que os modelos SP e SM necessitam de procedimentos para estimação de parâmetros para as cargas, que podem ser a causa para o surgimento de medidas divergentes.

Os exemplos estudados foram um sistema de testes com 10 geradores e 39 barramentos e o SEP brasileiro, representado por uma rede construída a partir de dados fornecidos pelo Operador Nacional do Sistema Elétrico. Identificaram-se estruturas que diminuem a resiliência da rede e constatou-se que um método proposto na literatura é eficaz na correção desses pontos de fragilidade.

Como trabalho futuro, pretende-se investigar o efeito das incertezas nos parâmetros de *modelos abrangentes* sobre a medida de estabilidade.

## REFERÊNCIAS

- Andersson, G., Donalek, P., Farmer, R., Hatziaargyriou, N., Kamwa, I., Kundur, P., Martins, N., Paserba, J., Pourbeik, P., Sanchez-Gasca, J., Schulz, R., Stankovic, A., Taylor, C., and Vittal, V. (2005). Causes of the 2003 major grid blackouts in North America and Europe, and recommended means to improve system dynamic performance. *IEEE transactions on Power Systems*, 20(4), 1922–1928.
- Bergen, A.R. and Hill, D.J. (1981). A structure preserving model for power system stability analysis. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, 100(1), 25–35. doi:10.1109/TPAS.1981.316883.
- Dörfler, F. and Bullo, F. (2011). On the critical coupling for Kuramoto oscillators. *SIAM Journal on Applied Dynamical Systems*, 10(3), 1070–1099.
- Dörfler, F. and Bullo, F. (2013). Kron reduction of graphs with applications to electrical networks. *IEEE Trans. on Circuits and Systems*, 60(1), 150–163.
- Dörfler, F. and Bullo, F. (2014). Synchronization in complex networks of phase oscillators: A survey. *Automatica*, 50(6), 1539–1564.
- Filatrella, G., Nielsen, A.H., and Pedersen, N.F. (2008). Analysis of a power grid using a Kuramoto-like model. *The European Physical Journal B*, 61(4), 485–491.
- Gajduk, A., Todorovski, M., and Kocarev, L. (2014). Stability of power grids: An overview. *The European Physical Journal Special Topics*, 223(12), 2387–2409.
- Gao, J., Liu, X., Li, D., and Havlin, S. (2015). Recent progress on the resilience of complex networks. *Energies*, 8(10), 12187–12210.
- Grainger, J.J. and Stevenson, W.D. (1994). *Power system analysis*. McGraw-Hill.
- Kuramoto, Y. (1975). Self-entrainment of a population of coupled non-linear oscillators. In H. Araki (ed.), *International Symposium on Mathematical Problems in Theoretical Physics*, 420–422. Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg.
- Liu, Z. and Zhang, Z. (2017). Quantifying transient stability of generators by basin stability and Kuramoto-like models. In *Power Symposium (NAPS), 2017 North American*, 1–6. IEEE.
- Menck, P.J., Heitzig, J., Kurths, J., and Schellnhuber, H.J. (2014). How dead ends undermine power grid stability. *Nature Communications*, 5, 3969.
- Menck, P.J., Heitzig, J., Marwan, N., and Kurths, J. (2013). How basin stability complements the linear-stability paradigm. *Nature Physics*, 9(2), 89.
- Menck, P.J. (2014). *How wires shape volumes*. Ph.D. thesis, Humboldt-Universität zu Berlin, Mathematisch-Naturwissenschaftliche Fakultät I.
- Mitra, C., Choudhary, A., Sinha, S., Kurths, J., and Donner, R.V. (2017). Multiple-node basin stability in complex dynamical networks. *Physical Review E*, 95(3), 032317.
- Monteiro, L.H.A. (2006). *Sistemas dinâmicos*. Editora Livraria da Física.
- Motter, A.E., Myers, S.A., Anghel, M., and Nishikawa, T. (2013). Spontaneous synchrony in power-grid networks. *Nature Physics*, 9(3), 191.
- Nishikawa, T. and Motter, A.E. (2015). Comparative analysis of existing models for power-grid synchronization. *New Journal of Physics*, 17(1), 015012.
- ONS (2015). Operador Nacional do Sistema Elétrico. [http://ons.org.br/sites/multimidia/Documentos%20Compartilhados/dados/Dados\\_2015/html/4-1.html](http://ons.org.br/sites/multimidia/Documentos%20Compartilhados/dados/Dados_2015/html/4-1.html). Accessed: 2019-01-30.
- Pourbeik, P., Kundur, P.S., and Taylor, C.W. (2006). The anatomy of a power grid blackout - root causes and dynamics of recent major blackouts. *IEEE Power and Energy Magazine*, 4(5), 22–29. doi:10.1109/MPAE.2006.1687814.
- Rohden, M., Sorge, A., Timme, M., and Witthaut, D. (2012). Self-organized synchronization in decentralized power grids. *Physical Review Letters*, 109(6), 064101.
- Saleh, M., Esa, Y., and Mohamed, A. (2018). Applications of complex network analysis in electric power systems. *Energies*, 11(6), 1381.
- Zimmerman, R.D., Murillo-Sánchez, C.E., and Thomas, R.J. (2011). Matpower: Steady-state operations, planning, and analysis tools for power systems research and education. *IEEE Transactions on Power Systems*, 26(1), 12–19.