

ポテンシャル逆問題の新たな設定とバブリング法による数値計算

守田龍平 & 今川真城 & 磯祐介

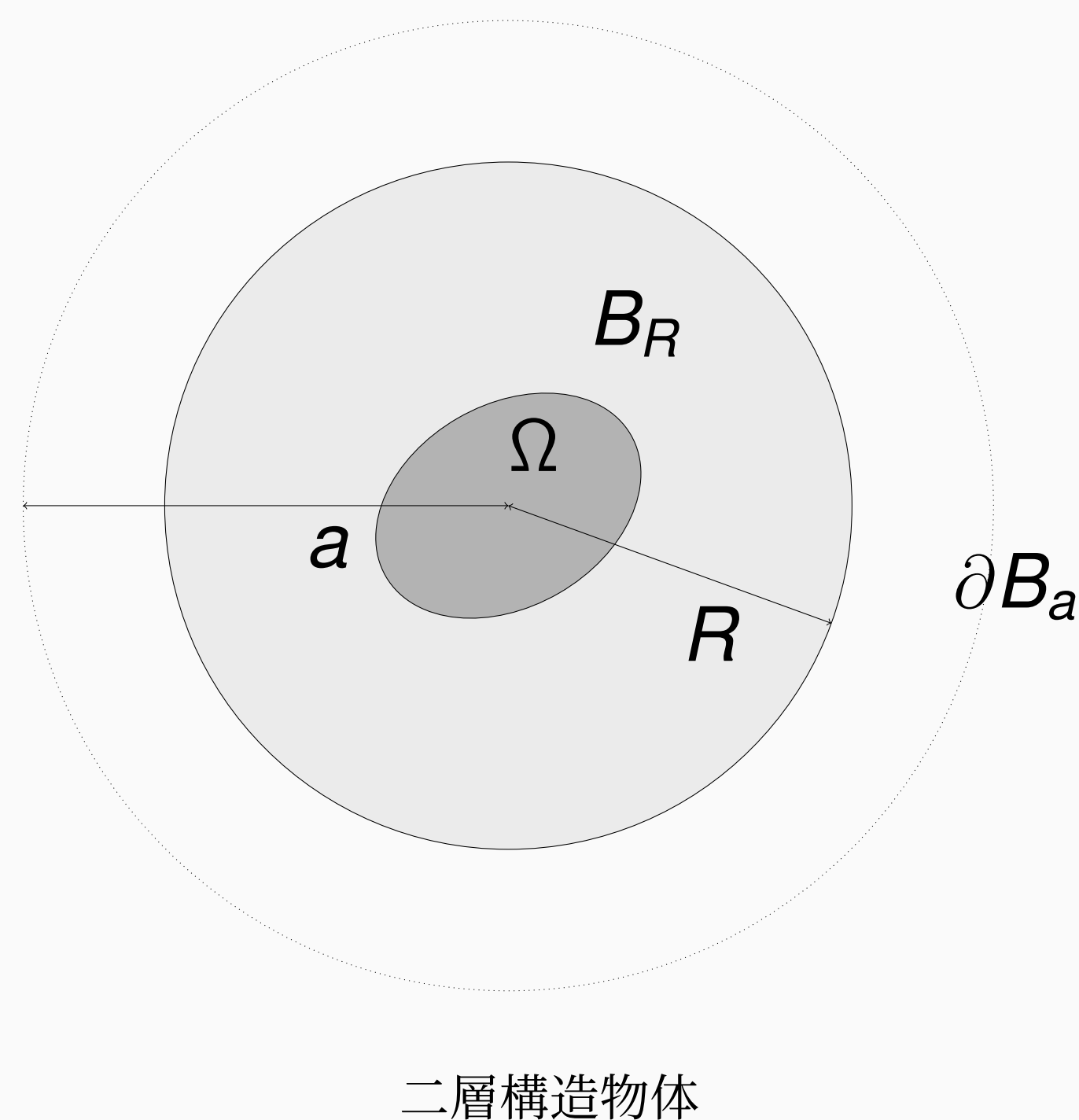
京都大学大学院情報学研究科先端数理科学専攻



概要

ポテンシャルは重力に代わる観測量になるのでは？

観測面 ∂B_a 上で観測するとき、 Ω の形状回復への影響を調べる。ポテンシャルは重力よりも距離減衰が遅いので、よりより回復が期待できる。



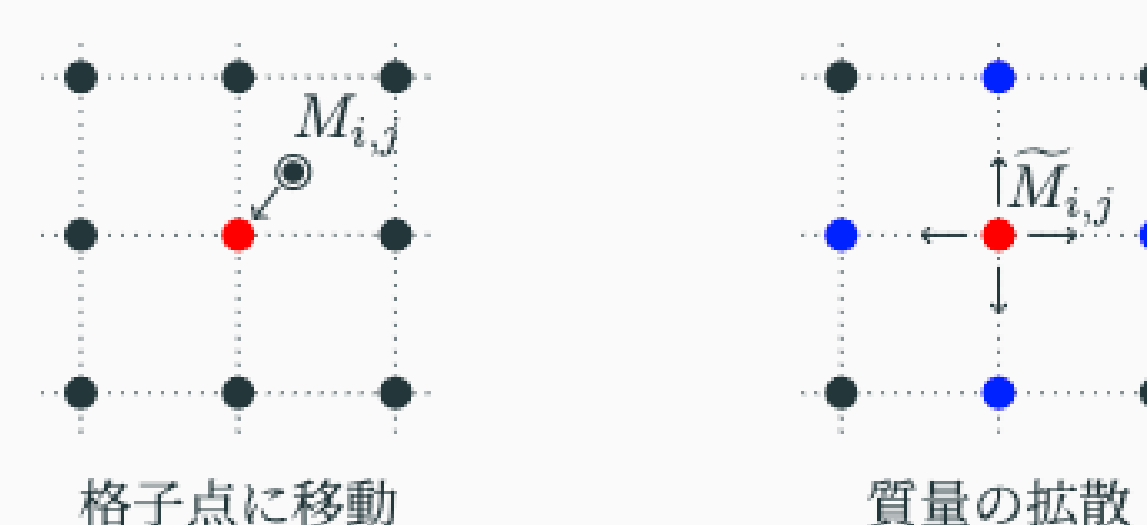
数値計算概要

領域回復のアルゴリズムは次の2つのアルゴリズムから成る。

1. 質点系による領域 Ω の近似→最適化法
2. 質点系の均一化→バブリング法

バブリング法

最適化法によって得られた質点系を密度 ρ の物体に均す。



二層構造物体

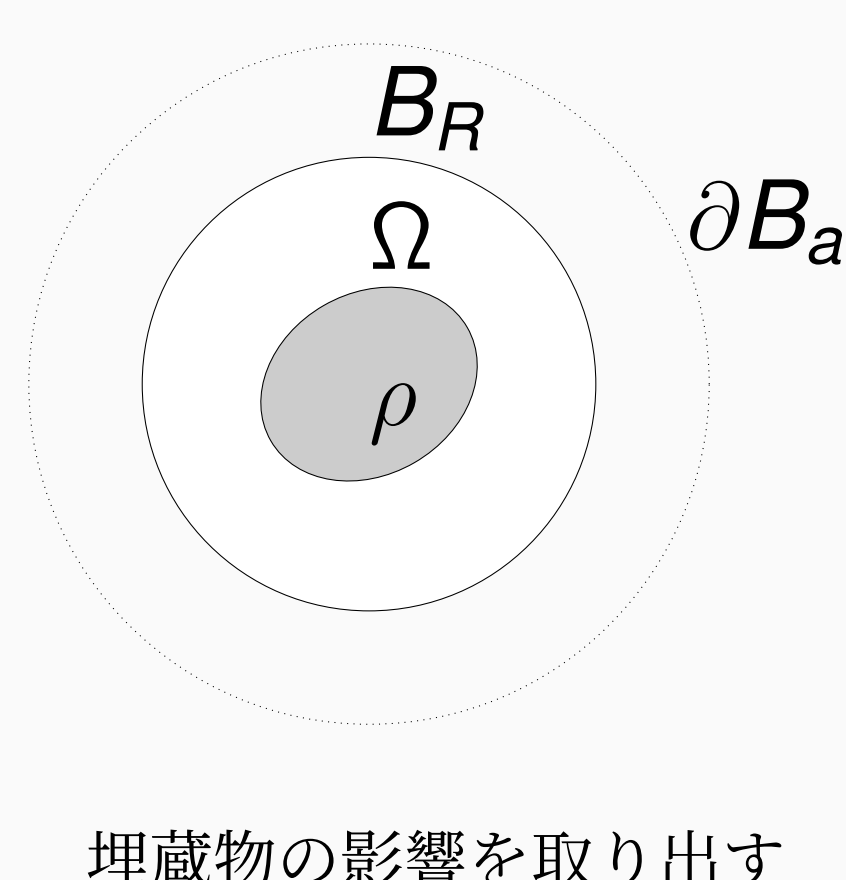
二層構造物体によるポテンシャル U は

$$U(x) = \frac{\int_{B_R} E(x-y) dy}{U^{B_R}} + \rho \frac{\int_{\Omega} E(x-y) dy}{U^{\Omega}},$$

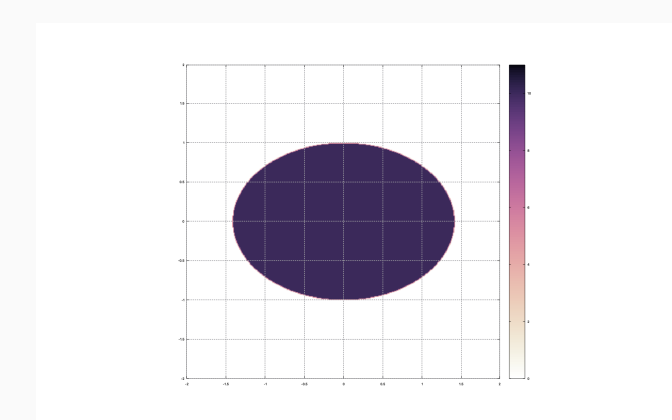
である。但し、 E はNewtonポテンシャルである。

ポテンシャル ρU^{Ω} は観測面 ∂B_a 上で計算可能な量である。

$$\rho U^{\Omega} = U(\text{観測値}) - U^{B_R}(\text{既知}) \quad \text{on } \partial B_a.$$

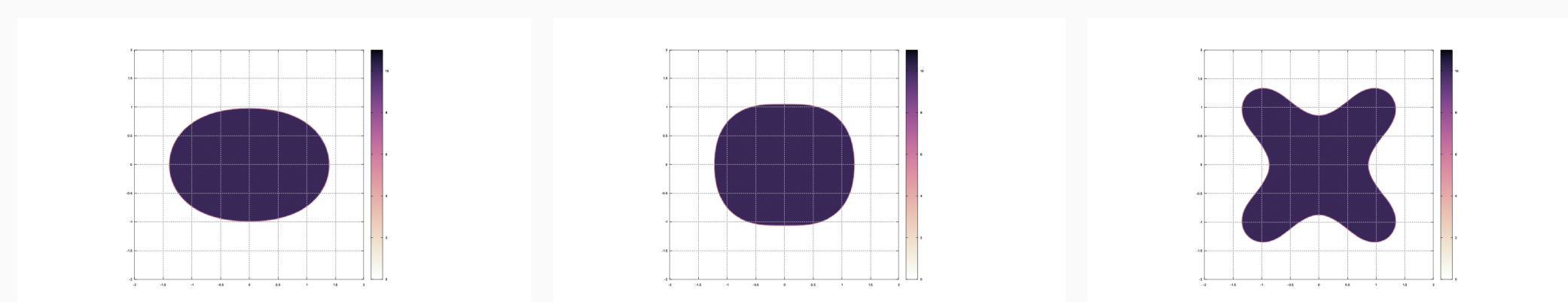


楕円形のコアの回復

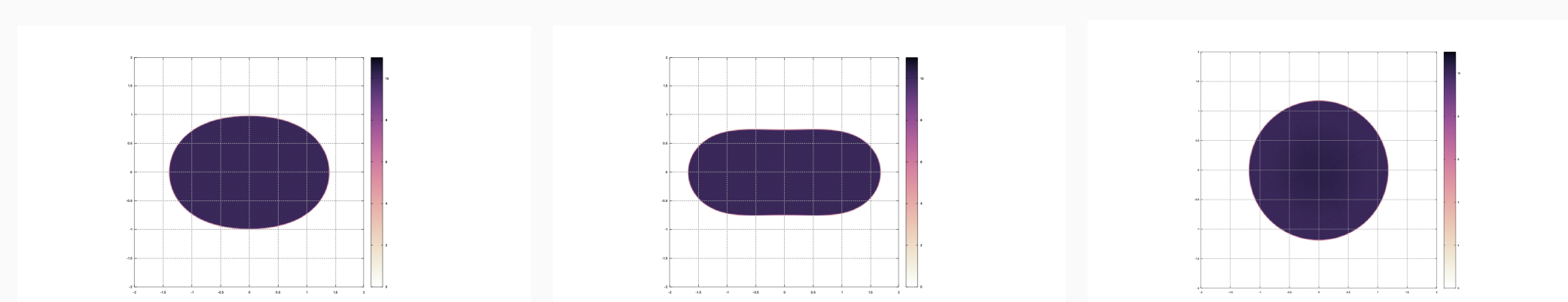


厳密解

- 重力観測 ($a = 10, 30, 200$)



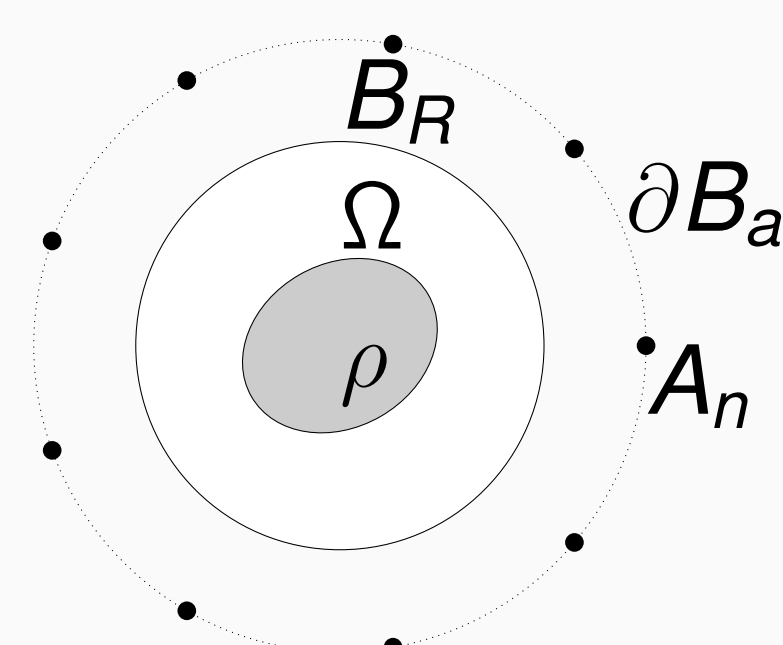
- **ポテンシャル観測** ($a = 10, 30, 200$)



ポテンシャル逆問題

ポテンシャルは原子時計により観測可能な物理量になる！

観測面 ∂B_a の情報から埋蔵物体 Ω の形を回復する。



- 重力観測(従来)

$$\rho \nabla U^{\Omega} = \vec{g} \quad \text{on } \{A_n\}_{n=1}^N \subset \partial B_a$$

- **ポテンシャル観測(新規)**

$$\rho U^{\Omega} = p \quad \text{on } \{A_n\}_{n=1}^N \subset \partial B_a$$

結論

ポテンシャル逆問題において、境界でポテンシャルを既知とする問題設定を行い、重力を既知とする場合と比較した。

- 楕円形のコアの回復
今回の場合、ポテンシャル観測によってより良いコアの回復が可能になった。

