

1) a) x ve y eksenlerinin pozitif yönleri ile yaptığı açılar sırasıyla 45° ve 60° olan ve de modülü 8 birim olan $\vec{r} \in \mathbb{R}^3$ vektörünü bulunuz.

1. Yol: $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ vektörünü bulalım.

$$|\vec{r}| = 8$$

$$\vec{r} \cdot \vec{i} = |\vec{r}| \cdot 1 \cdot \cos 45^\circ \Rightarrow x = \frac{8\sqrt{2}}{2} = 4\sqrt{2}$$

$$\vec{r} \cdot \vec{j} = |\vec{r}| \cdot 1 \cdot \cos 60^\circ \Rightarrow y = 8 \cdot \frac{1}{2} = 4$$

$$|\vec{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = 8 \Rightarrow \sqrt{(4\sqrt{2})^2 + 4^2 + z^2} = 8$$

$$\sqrt{32 + 16 + z^2} = 8$$

$$z^2 = 16 \Rightarrow z = \pm 4$$

$$\Rightarrow \vec{r} = 4\sqrt{2}\vec{i} + 4\vec{j} \mp 4\vec{k}$$

2-) $x + y = 2$

$y + z = 3$ lineer denklem sistemi veriliyor. z bilinmeyenini Cramer Yöntemi ile hesaplayınız.

$z + t = 4$

$z - t = 5$

(Başka yöntemler kabul edilmeyecektir!)

Soru3 Köşeleri $A(2,1,1)$, $B(3,-1,2)$ ve $C(0,1,-1)$ olan $\triangle ABC$ üçgeninin alanını bulunuz.

4. $A = (0,3,5)$, $B = (1,2,\lambda)$, $C = (4,5,-2)$ ve $D = (2,1,3)$ noktaları veriliyor.

a) A,B,C,D noktalarının aynı düzlemde olması için λ ne olmalıdır.

b) Bulduğunuz λ değerine göre ABC üçgeninin alanını hesaplayınız.

CEVAP ANAHTARI

1-) a) Köşe noktalarından üçü $A = (1, x, -3)$, $B = (2, 0, -5)$, $C = (3, -1, -6)$ olan $ABCD$ dikdörtgeninin alanını bulunuz (Pisagor bağıntısını kullanmayınız).

$$A = (1, x, -3), B(2, 0, -5), C(3, -1, -6)$$

$$\overrightarrow{AB} = (1, -x, -2), \overrightarrow{BC} = (1, -1, -1)$$

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = 1 + x + 2 = 0 \Rightarrow x = -3$$

O halde $\overrightarrow{AB} = (1, 3, -2)$ bulunur.

$$\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{BC} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 3 & -2 \\ 1 & -1 & -1 \end{vmatrix} = -5\vec{i} - \vec{j} - 4\vec{k}$$

$$A(ABCD) = |\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{BC}| = \sqrt{(-5)^2 + 1^2 + (-4)^2} = \sqrt{42} \text{ br}^2$$



b) $\triangle ABC$ üçgenini içine alan düzlemin denklemini bulunuz.

Aranılan düzlem içinde herhangi bir nokta $X = (x, y, z)$ olsun.

1. YOL:

$$\overrightarrow{AB} = (1, 3, -2), \overrightarrow{BC} = (1, -1, -1), \overrightarrow{AX} = (x-1, y+3, z+3)$$

$$\overrightarrow{AX} \cdot (\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{BC}) = \begin{vmatrix} x-1 & y+3 & z+3 \\ 1 & 3 & -2 \\ 1 & -1 & -1 \end{vmatrix} = 0$$

$$(x-1)(-5) - (y+3) + (z+3)(-4) = 0 \quad \text{veya} \quad -5x - y - 4z - 10 = 0 \text{ bulunur.}$$

$$P : 5x + y + 4z + 10 = 0$$

2. YOL:

$$\overrightarrow{AB} = (1, 3, -2), \overrightarrow{AC} = (2, 2, -3), \overrightarrow{AX} = (x-1, y+3, z+3)$$

$$\overrightarrow{AX} \cdot (\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}) = \begin{vmatrix} x-1 & y+3 & z+3 \\ 1 & 3 & -2 \\ 2 & 2 & -3 \end{vmatrix} = 0$$

$$(x-1)(-5) - (y+3) + (z+3)(-4) = 0 \quad \text{veya} \quad -5x - y - 4z - 10 = 0 \text{ bulunur.}$$

$$P : 5x + y + 4z + 10 = 0$$

$$ax + y + z = 0$$

Soru4 $x - 2y + z = 0$ denklem sisteminin sıfırdan farklı çözümünün

$$(a + 1)x - y + az = 0$$

olabilmesi için a ne olmalıdır?

$$x + 2y - z = 2$$

Soru2

$$2x + 6y + 3z = 4$$

denklem sisteminin

$$3x + 8y + (a^2 - 2)z = a + 8$$

a) tek çözümünün; b) sonsuz çözümünün ; c) çözümsüz olması için a ne olmalıdır?

$$x + 2y + z = m^2$$

2) $x + y + 3z = m$ lineer denklem sistemi veriliyor.

$$3x + 4y + 7z = 8$$

i) Sistemin çözümünün olmaması için m ne olmalıdır.

ii) Sistemin sonsuz çözümünün olması için m ne olmalıdır.

iii) Sistemin tek çözümünün olması için m ne olmalıdır.

| | | | | | | | | |
|---|----------------------------------|---------|--|--|--|--------------|-------|--|
| Adı Soyadı | | | | | | | | |
| Öğrenci Numarası | | Grup No | | | | | | |
| Bölümü | | | | | | | | |
| Dersin Adı | 0251320 Lineer Cebir 2.Arasınavı | | | | | Sınav Süresi | 75 dk | |
| Dersi veren Öğretim Üyesinin Adı Soyadı | | | | | | | İmza | |

1-) m parametresinin hangi değeri için $\vec{a} = (-m, 4, m+3)$, $\vec{b} = (2, -1, 3)$, $\vec{c} = (0, 5, -4)$ vektörleri aynı düzlemde bulunur?

2-) $x + y = 2$

$y + z = 3$ lineer denklem sistemi veriliyor. t bilinmeyenini Cramer Yöntemi ile hesaplayınız.

$z + t = 4$

$z - t = 5$

(Başka yöntemler kabul edilmeyecektir!)

3-) $x + ky + 2z = 1$

$2x + 8y + kz = 3$ lineer denklem sisteminin,

a) Çözümsüz

b) Tek çözümlü

c) Sonsuz çözümlü

olması için k nasıl seçilmelidir?