



## MAT1072-MATEMATİK 2 FİNAL SINAVI

A

Ad Soyad:

Süre: 110 dakika

Öğrenci No:

Tarih: 27.05.2024

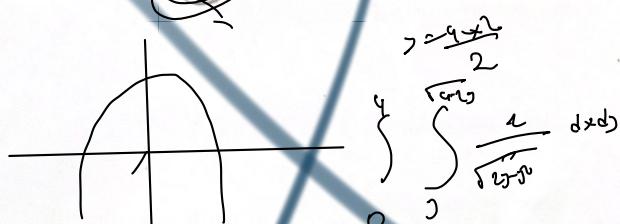
Bölüm/Grup:

İmza:

**UYARI:** 2547 sayılı Yükseköğretim Kanunu'nun 54'üncü maddesinin 1inci fıkrasının a/5 bendinde geçen "Sınavlarda kopyaya teşebbüs etmek" 1inci fıkrasının c/5 bendinde geçen "Sınavlarda kopya çekmek veya çektirmek" 1inci fıkrasının c/4 bendinde geçen "Sınavlarda tehdidle kopya çekmek, kopya çeken öğrencilerin sınav salonundan çıkışmasına engel olmak, yerine başkasını sınava sokmak veya başkasının yerine sınava girmek" hükümlerinde geçen filleri işleyenler hakkında açılacak disiplin soruşturmasında, sırasıyla, "kinama", "Yükseköğretim kurumundan bir yarıyıl için uzaklaştırma" veya "Yükseköğretim kurumundan bir yarıyıl için uzaklaştırma" cezası verilir.

1.  $D$  birinci çeyrek bölgede  $x^2 - 4 - 2y$  eğrisi ile sınırlı kapalı bir bölge olduğunu göre bu bölge üzerinde  $\iint_D \frac{1}{\sqrt{2y}} dA$  integralinin değeri aşağıdakilerden hangisinde verilmiştir?

- a) 1      b) 1      c) -4      d) -1      e)  $\frac{3}{2}$



2.  $\vec{F}(t) = \left( \frac{t^2+3t-10}{t^2-t-2}, \sin(\frac{\pi}{2}t), \frac{\sin(t-2)}{t-2} \right)$  ise  $\lim_{t \rightarrow 2} \vec{F}(t)$  limiti aşağıdakilerden hangisinde verilmiştir?

- a)  $(\frac{7}{3}, 0, 1)$       b)  $(\frac{7}{4}, 0, 1)$       c)  $(\frac{7}{2}, 1, 1)$   
d)  $(-\frac{7}{3}, 0, 1)$       e)  $(\frac{7}{3}, 1, 1)$

3.  $x^2 + y^2 \leq 4$  ve  $0 \leq z \leq 2x$  eşitsizlikleri ile belirlenen bölgenin hacmini veren katlı integral aşağıdakilerden hangisinde verilmiştir?

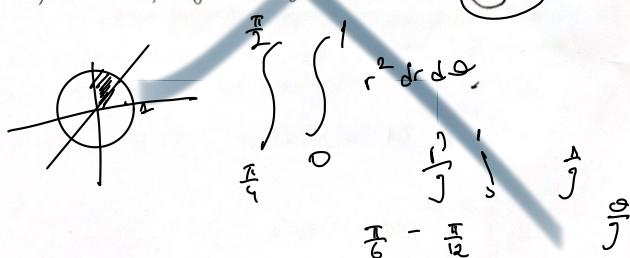
a)  $\int_0^2 \int_{-\sqrt{4-y^2}}^{\sqrt{4-y^2}} 2xy dy dx$       b)  $\int_{-2}^2 \int_{-\sqrt{4-x^2}}^{\sqrt{4-x^2}} 2xy dy dx$

c)  $\int_0^2 \int_0^{\sqrt{4-x^2}} 2xy dy dx$       d)  $\int_0^2 \int_{-\sqrt{4-x^2}}^{\sqrt{4-x^2}} 2xy dy dx$

e)  $\int_{-2}^2 \int_{-\sqrt{4-y^2}}^{\sqrt{4-y^2}} 2xy dy dx$

4.  $\int_0^{\frac{1}{\sqrt{2}}} \int_x^{\sqrt{1-x^2}} \sqrt{x^2 + y^2} dy dx$  integralinin değeri aşağıdaki şıklardan hangisinde verilmiştir?

- a)  $\pi - e$       b)  $-\frac{\pi}{6}$       c)  $\frac{\pi}{6}$       d)  $-\frac{\pi}{12}$       e)  $\frac{\pi}{12}$



5. Aşağıdaki serilerin yakınsaklılığı hakkında sırasıyla söylenenlerden hangisi doğrudur?

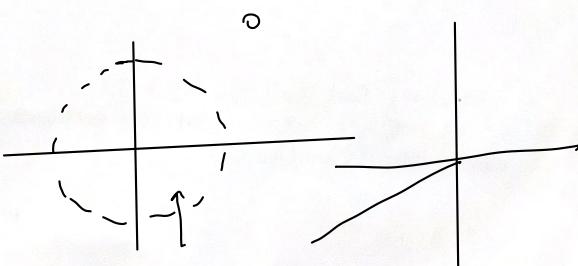
I.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n^2}}$

II.  $\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{n+1}{n^2-1}$

III.  $\sum_{n=1}^{\infty} \cos \frac{3}{n}$

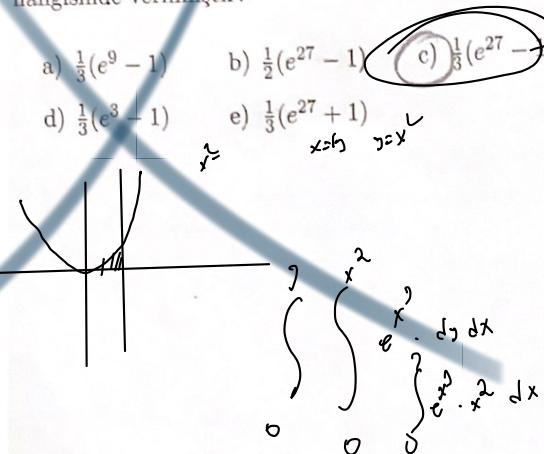
IV.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+2}{(n+2)!}$

- a) iraksar, şartlı yakınsar, yakınsar, iraksar  
b) yakınsar, şartlı yakınsar, iraksar, iraksar  
c) iraksar, iraksar, şartlı yakınsar, yakınsar  
d) yakınsar, iraksar, yakınsar, iraksar  
e) iraksar, şartlı yakınsar, iraksar, yakınsar

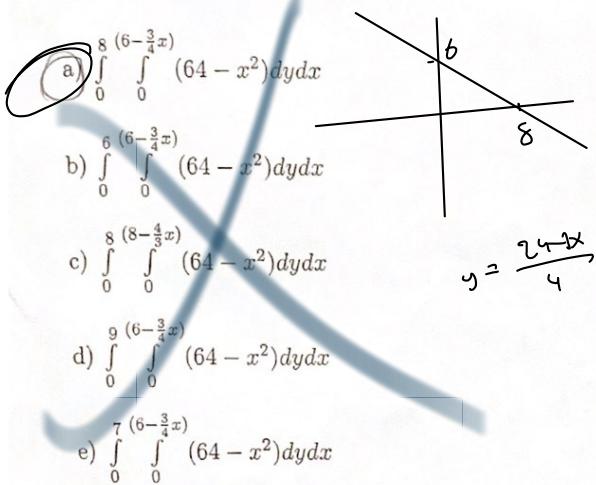


$\int_0^9 \int_0^3 e^{x^3} dx dy$  integralinin değeri aşağıdaki şıklardan hangisinde verilmiştir?

- a)  $\frac{1}{3}(e^9 - 1)$    b)  $\frac{1}{2}(e^{27} - 1)$    c)  $\frac{1}{3}(e^{27} - 1)$
- d)  $\frac{1}{3}(e^3 - 1)$    e)  $\frac{1}{3}(e^{27} + 1)$

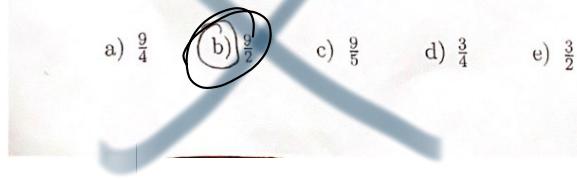


9. Birinci sekizde birlik bölgede  $x^2 + z = 64$  yüzeyi ile  $x = 0, y = 0, z = 0$  ve  $3x + 4y = 24$  düzlemleri ile sınırlı cismin hacmini veren integral aşağıdakilerden hangisidir?



8.  $f(x, y) = \frac{1}{x}$  fonksiyonunun  $0 \leq x \leq 1$ ,  $x^2 \leq y \leq \sqrt{x}$  bölgesindeki ortalama değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- a)  $\frac{9}{4}$    b)  $\frac{9}{2}$    c)  $\frac{9}{5}$    d)  $\frac{3}{4}$    e)  $\frac{3}{2}$



9. Birinci bölgede  $xy = 1, xy = 4, y = x$  ve  $y = 2x$  eğrileriyle sınırlı bölgenin alanını veren integral aşağıdakilerden hangisidir?  $\cancel{\text{cuv}}$

a)  $\frac{1}{2} \int_1^2 \int_1^4 \frac{1}{v} dv du$

b)  $\frac{1}{4} \int_1^4 \int_1^2 \frac{1}{v} dv du$

c)  $\frac{1}{3} \int_1^4 \int_1^2 \frac{1}{u} du dv$

d)  $\frac{1}{2} \int_1^4 \int_1^2 \frac{1}{v} du dv$

e)  $\frac{1}{2} \int_1^4 \int_1^2 \frac{1}{v} dv du$

$\int x^2 dx = du$

$$\int e^{-\frac{du}{2}} du$$

$$e^{\frac{u}{2}} \Big|_0^A$$

$$\int_0^8 \int_{6-\frac{3}{4}x}^{8-\frac{3}{4}x} (64 - x^2) dy dx$$

10.  $f(x, y) = \frac{x^2 + y^2 - xy^3}{x^2 + y^2}$ ,  $(x, y) \neq (0, 0)$  fonksiyonunun  $(0, 0)$  noktasında sürekli olması için  $f(0, 0)$  değeri aşağıdakilerden hangisi olarak tanımlanmalıdır?

- a) 0   b) -1   c) 1   d)  $\frac{1}{2}$    e)  $\pi$

$$\left[ \int_0^1 \int_0^x \frac{1}{x} dy dx \right]$$

$\frac{1}{2}$

$$\frac{1-x}{x}$$

$$\left( \frac{1-x}{x} \right)^{\frac{1}{x}} \Big|_0^1$$

$$2 - \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2}$$

11.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3n-2)(3n+1)}$  toplamının esiti aşağıdakilerden hangisidir?

- a)  $\infty$     b) 1    c)  $\frac{3}{4}$     d)  $\frac{1}{3}$     e)  $\frac{2}{3}$

~~f45~~

12.  $f(x, y) = -\frac{1}{2}xy + \frac{2}{x} - \frac{1}{y}$  fonksiyonunun yerel ekstremumları için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

a)  $(2, -1)$  noktasında bir yerel maksimum vardır.

b)  $(2, -1)$  noktasında bir yerel minimum vardır.

c)  $(-2, 1)$  noktasında bir yerel maksimum vardır.

d)  $(-2, 1)$  noktasında bir yerel minimum vardır.

e)  $(-2, 1)$  bir eyer noktasıdır.

13.  $\begin{cases} x = t^2 - 3 \\ y = -t^2 \end{cases}, -\infty < t < \infty$  parametrik denklemleri ile verilmiş eğrinin grafiği aşağıdakilerden hangisidir?

- a) çember    b) parabol    c) elips

d) doğru

e) hiperbol

14. Bulundugunuz konuma göre sıcaklık fonksiyonu  $f(x, y, z) = 3x^2 - 5y^2 + 2z^2$  olarak veriliyorsa, sizde  $\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{2}\right)$  konumunda bulunuyorsanız ve bir an önce serinlemek istiyorsanız aşağıdakileri yönlerden hangisine doğru yola çıkmalısınız?

- a)  $-\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$     b)  $\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$     c)  $-\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$

- d)  $\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$     e)  $-\vec{i} - \vec{j} - \vec{k}$

$$\begin{array}{l} 3c + 5b = 1 \\ 2c + 5a = 2 \\ 2a - 2b = 4 \end{array} \quad \begin{array}{ccc|c} 0 & 5 & 1 & 1 \\ 5 & 0 & 2 & 2 \\ 1 & -2 & 0 & 4 \end{array}$$

$$x - 2y + 2z = 1$$

15.  $P_0(2, -1, -1)$  ve  $P_1(1, 2, 3)$  noktalarından geçen ve  $2x + 3y - 5z = 6$  düzleme dik olan düzlemin denklemi  $a, b, c$  tamsayılar olmak üzere  $ax + by + cz = d$  ise  $d$  sayısı aşağıdaki hangi şıkkta verilmiştir?

- a) 13    b) 12    c) 15    d) 17    e) 16

$$\begin{array}{c} \text{A} \\ \text{B} \\ \text{C} \\ \text{D} \\ \text{E} \end{array}$$

16.  $g$  türevlenebilir bir fonksiyon olmak üzere  $f(x, y) = g(2xy^3), g'(6) = 2, g''(6) = 1$  olarak veriliyor. Buna göre  $f(3, 1)$  yaklaşık değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- a) 4.8    b) 5.8    c) 3.8    d) 2.8    e) 1.8

$$f(x, y) = f(3, 1) + f_x(1, 0)(x-3) + f_y(1, 0)(y-1)$$

$$f(3, 1) = g(6) \cdot 1 = g(6) = 2$$

$$f_x = g'(2xy^3) \cdot 2y^3 = 2g'(6)$$

$$f_y = g'(2xy^3) \cdot 3y^2 \cdot 2x = g'(6) \cdot 18.$$

~~(1, 1) + 2(2)~~

17.  $f(x, y) = \arctan \frac{y}{x}$  fonksiyonunun  $(1, -1)$  noktasındaki teget düzleminin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- a)  $x + y - 2z = -\frac{\pi}{2}$   
 b)  $x - y - 2z = \frac{\pi}{2}$   
 c)  $x + y + 2z = \frac{\pi}{2}$   
 d)  $x + y - 2z = \frac{\pi}{2}$   
 e)  $x - y - 2z = -\frac{\pi}{2}$

$$x^2 + y^2 = 1$$

$$\frac{x^2}{1} + \frac{y^2}{1} = 1$$

$$\frac{x^2}{1} + \frac{y^2}{1} = 1$$

$$x^2 + y^2 = 1$$

18.  $x^2y + xz + 3y^3 + yz^2 + 2z = 8$  denklemi ile kapali olarak verilen  $z = f(x, y)$  fonksiyonunun  $\frac{\partial z}{\partial x}$  kısmi türevinin  $(x, y, z) = (1, 1, 1)$  noktasındaki değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- a)  $-\frac{3}{4}$     b)  $-\frac{5}{2}$     c)  $-\frac{3}{5}$     d)  $-\frac{2}{5}$     e)  $\frac{5}{2}$

20-

19.  $f(x, y) = \begin{cases} xy \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$  fonksiyonu için  $f_{xy}(0, 0)$  türev değeri aşağıdakilerden hangisinde verilmiştir?

- a) -2    b) 1    c) 2    d) -1    e) 0

20.  $f(x, y, z) = x^3 + y^3 - z$  fonksiyonunun  $\frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{-2} = t$  doğrusu boyunca  $(1, 1, 2)$  noktasındaki değişim oranı aşağıdakilerden hangisidir?

- a)  $\sqrt{17}$     b)  $\sqrt{19}$     c)  $\sqrt{15}$     d)  $\sqrt{13}$     e) 1

3, 2, -2

3x^2, 2y^2 - 1

$L \frac{3}{17}, \frac{2}{17}, \frac{-1}{17}$

9, 6



MAT1072-MATEMATİK 2 FİNAL SINAVI

B

Ad Soyad:

Süre: 110 dakika

Öğrenci No:

Tarih: 27.05.2024

Bölüm/Grup:

İmza:

**UYARI:** 2547 sayılı Yükseköğretim Kanunu'nun 54'üncü maddesinin 1inci fıkrasının a/5 bendinde geçen "Sınavlarda kopyaya teşebbüs etmek" 1inci fıkrasının c/5 bendinde geçen "Sınavlarda kopya çektirmek veya çekmek" 1inci fıkrasının ç/4 bendinde geçen "Sınavlarda tehdidle kopya çekmek, kopya çeken öğrencilerin sınav salonundan çıkarılmasına engel olmak, yerine başkasını sınava sokmak veya başkasının yerine sınava girmek" hükümlerinde geçen filleri işleyenler hakkında açılacak disiplin soruşturmasında, sırasıyla, "kinama", "Yükseköğretim kurumundan bir yarıyıl için uzaklaştırma" veya "Yükseköğretim kurumundan iki yarıyıl için uzaklaştırma" cezası verilir.

1.  $f(x, y, z) = x^3 + y^3 - z$  fonksiyonunun  $\frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{2}$  doğrusu boyunca  $(1, 1, 2)$  noktasındaki değişim oranı aşağıdakilerden hangisi?

- a)  $\sqrt{19}$    b)  $\sqrt{15}$    c)  $\sqrt{17}$    d)  $\sqrt{13}$    e) 1

2.  $P_0(2, -1, -1)$  ve  $P_1(1, 2, 3)$  noktalarından geçen ve  $2x + 3y - 5z = 6$  düzlemine dik olan düzlemin denklemi  $a, b, c$  tamsayılar olmak üzere  $ax + by + cz = d$  ise  $d$  sayısı aşağıdakilerden hangi şıkta verilmiştir?

- a) 13   b) 12   c) 15   d) 16   e) 17

3.  $f(x, y) = \frac{x^2 + y^2 - xy^3}{x^2 + y^2}$ ,  $(x, y) \neq (0, 0)$  fonksiyonunun  $(0, 0)$  noktasında sürekli olması için  $f(0, 0)$  değeri aşağıdakilerden hangisi olarak tanımlanmalıdır?

- a) 0   b) 1   c) -1   d)  $\frac{1}{2}$    e)  $\pi$

4.  $\int_0^9 \int_{\sqrt{y}}^3 e^{x^3} dx dy$  integralinin değeri aşağıdaki şıklardan hangisinde verilmiştir?

- a)  $\frac{1}{3}(e^{27} - 1)$    b)  $\frac{1}{2}(e^{27} - 1)$    c)  $\frac{1}{3}(e^9 - 1)$   
d)  $\frac{1}{3}(e^3 - 1)$    e)  $\frac{1}{3}(e^{27} + 1)$

5.  $f(x, y) = -\frac{1}{2}xy + \frac{2}{x} - \frac{1}{y}$  fonksiyonunun yerel ekstremları için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- a)  $(2, -1)$  noktasında bir yerel maksimum vardır.  
b)  $(2, -1)$  bir eyer noktasıdır.  
c)  $(-2, 1)$  noktasında bir yerel maksimum vardır.  
d)  $(-2, 1)$  noktasında bir yerel minimum vardır.  
e)  $(2, -1)$  noktasında bir yerel minimum vardır.

6.  $\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} \int_x^{\sqrt{1-x^2}} \sqrt{x^2 + y^2} dy dx$  integralinin değeri aşağıdaki şıklardan hangisinde verilmiştir?

- a)  $\pi - e$    b)  $-\frac{\pi}{6}$    c)  $\frac{\pi}{6}$    d)  $\frac{\pi}{12}$    e)  $-\frac{\pi}{12}$

7.  $x^2y + xz + 3y^3 + yz^2 + 2z = 8$  denklemi ile kapalı olarak verilen  $z = f(x, y)$  fonksiyonunun  $\frac{\partial z}{\partial x}$  kısmi türevinin  $(x, y, z) = (1, 1, 1)$  noktasındaki değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- a)  $-\frac{3}{5}$     b)  $-\frac{5}{2}$     c)  $-\frac{3}{4}$     d)  $-\frac{2}{5}$     e)  $\frac{5}{2}$

8. Bulunduğunuz konuma göre sıcaklık fonksiyonu  $f(x, y, z) = 3x^2 - 5y^2 + 2z^2$  olarak veriliyorsa, siz de  $\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{2}\right)$  konumunda bulunuyorsanız ve bir an önce serinlemek istiyorsanız aşağıdaki yönlerden hangisine doğru yola çıkmalısınız?

- a)  $-\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$     b)  $-\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$     c)  $\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$   
d)  $\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$     e)  $-\vec{i} - \vec{j} - \vec{k}$

9.  $D$  birinci çeyrek bölgede  $x^2 = 4 - 2y$  eğrisi ile sınırlı kapalı bir bölge olduğuna göre  $\iint_D \frac{1}{\sqrt{2y-y^2}} dA$  integralinin değeri aşağıdakilerden hangisinde verilmiştir?

- a) 1    b) -4    c) 4    d) -1    e)  $\frac{3}{2}$

10.  $\begin{cases} x = t^2 - 3 \\ y = -t^2 \end{cases}, -\infty < t < \infty$  parametrik denklemi ile verilmiş eğrinin grafiği aşağıdakilerden hangisidir?

- a) çember    b) doğru    c) elips  
d) parabol    e) hiperbol

11.  $\vec{F}(t) = \left( \frac{t^2+3t-10}{t^2-t-2}, \sin\left(\frac{\pi}{2}t\right), \frac{\sin(t-2)}{t-2} \right)$  ise  $\lim_{t \rightarrow 2} \vec{F}(t)$  limiti aşağıdakilerden hangisinde verilmiştir?

- a)  $(-\frac{7}{3}, 0, 1)$     b)  $(\frac{7}{4}, 0, 1)$     c)  $(\frac{7}{2}, 1, 1)$

- d)  $(\frac{7}{3}, 0, 1)$     e)  $(\frac{7}{3}, 1, 1)$

12.  $f(x, y) = \begin{cases} xy \frac{x^2-y^2}{x^2+y^2}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$

fonksiyonu için  $f_{xy}(0, 0)$  türev değeri aşağıdakilerden hangisinde verilmiştir?

- a) 0    b) 1    c) 2    d) -2    e) -1

13.  $x^2 + y^2 \leq 4$  ve  $0 \leq z \leq 2x$  eşitsizlikleri ile belirlenen bölgenin hacmini veren kathı integral aşağıdakilerden hangisinde verilmiştir?

a)  $\int_0^2 \int_{-\sqrt{4-x^2}}^{\sqrt{4-x^2}} 2xy dy dx$

b)  $\int_{-2}^2 \int_{-\sqrt{4-x^2}}^{\sqrt{4-x^2}} 2xy dy dx$

c)  $\int_0^2 \int_0^{\sqrt{4-x^2}} 2xy dy dx$

d)  $\int_0^2 \int_{-\sqrt{4-y^2}}^{\sqrt{4-y^2}} 2xdx dy$

e)  $\int_{-2}^2 \int_{-\sqrt{4-y^2}}^{\sqrt{4-y^2}} 2xdx dy$

14.  $f(x, y) = \arctan \frac{y}{x}$  fonksiyonunun  $(1, -1)$  noktasındaki teğet düzleminin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

a)  $x + y - 2z = -\frac{\pi}{2}$

b)  $x - y - 2z = \frac{\pi}{2}$

c)  $x + y - 2z = \frac{\pi}{2}$

d)  $x + y + 2z = \frac{\pi}{2}$

e)  $x - y - 2z = -\frac{\pi}{2}$

15. Aşağıdaki serilerin yakınsaklılığı hakkında sırasıyla söylenenlerden hangisi doğrudur?

I.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n^2}}$

II.  $\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{n+1}{n^2-1}$

III.  $\sum_{n=1}^{\infty} \cos \frac{3}{n}$

IV.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+2}{(n+2)!}$

a) iraksar, şartlı yakınsar, yakınsar, iraksar

b) yakınsar, şartlı yakınsar, iraksar, iraksar

c) iraksar, iraksar, şartlı yakınsar, yakınsar

d) yakınsar, iraksar, yakınsar, iraksar

e) iraksar, şartlı yakınsar, iraksar, yakınsar

16.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3n-2)(3n+1)}$  toplamının esiti aşağıdakilerden hangisidir?

a)  $\infty$

b) 1

c)  $\frac{3}{4}$

d)  $\frac{1}{3}$

e)  $\frac{2}{3}$

17. Birinci sekizde birlik bölgede  $x^2 + z = 64$  yüzeyi ile  $x = 0, y = 0, z = 0$  ve  $3x + 4y = 24$  düzlemleri ile sınırlı cismin hacmini veren integral aşağıdakilerden hangisidir?

a)  $\int_0^6 \int_0^{(6-\frac{3}{4}x)} (64 - x^2) dy dx$

b)  $\int_0^8 \int_0^{(6-\frac{3}{4}x)} (64 - x^2) dy dx$

c)  $\int_0^8 \int_0^{(6-\frac{4}{3}x)} (64 - x^2) dy dx$

d)  $\int_0^9 \int_0^{(6-\frac{3}{4}x)} (64 - x^2) dy dx$

e)  $\int_0^7 \int_0^{(6-\frac{3}{4}x)} (64 - x^2) dy dx$

18.  $f(x, y) = \frac{1}{x}$  fonksiyonunun  $0 \leq x \leq 1$ ,  
 $x^2 \leq y \leq \sqrt{x}$  bölgesindeki ortalama değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- a)  $\frac{9}{4}$       b)  $\frac{3}{2}$       c)  $\frac{9}{5}$       d)  $\frac{3}{4}$       e)  $\frac{9}{2}$

19.  $g$  türevlenebilir bir fonksiyon olmak üzere  $f(x, y) = g(2xy^3)$ ,  $g(6) = 2$ ,  $g'(6) = 1$  olarak veriliyor. Buna göre  $f(3.1, 1.2)$  yaklaşık değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- a) 5.8      b) 4.8      c) 3.8      d) 2.8      e) 1.8

20. Birinci bölgede  $xy = 1$ ,  $xy = 4$ ,  $y = x$  ve  $y = 2x$  eğrileriyle sınırlı bölgenin alanını veren integral aşağıdakilerden hangisidir?

a)  $\frac{1}{2} \int_1^2 \int_1^4 \frac{1}{v} dv du$

b)  $\frac{1}{4} \int_1^4 \int_1^2 \frac{1}{v} dv du$

c)  $\frac{1}{3} \int_1^4 \int_1^2 \frac{1}{u} du dv$

d)  $\frac{1}{2} \int_1^4 \int_1^2 \frac{1}{v} dv du$

e)  $\frac{1}{2} \int_1^4 \int_1^2 \frac{1}{v} du dv$