



Ad Soyad:	Grup No:
Öğrenci No:	Süre: 90 dakika
Bölüm:	Tarih: 13 Haziran 2022, Pazartesi
Öğretim Üyesi:	İmza:

! Attention: YÖK nun 2547 sayılı Kanunun Öğrenci Disiplin Yönetmeliğinin 9. Maddesi olan "Sınavlarda kopya yapmak ve yaptırmak veya buna teşebbüs etmek" fiili işleyenler bir veya iki yarıyıl uzaklaştırma cezası alırlar.

1. (D points) A , 3×3 boyutlu bir kare matris ve $\det(A) = 2$ olsun. $\text{Adj}(\text{Adj}(A)^{-1})$ matrisinin determinant değeri aşağıdakilerden hangisidir ?

- a) 2 b) 3 c) $\frac{2}{3}$ d) $\frac{1}{4}$ e) $\frac{1}{3}$

Handwritten solution for Question 1:

$$B^{-1} \cdot |B|$$

$$\text{Adj } A \cdot | \text{Adj } A |$$

$$|A| \cdot A^{-1}$$

$$\frac{|A| \cdot A^{-1}}{|A| \cdot A^{-1}} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2$$

2. (A points) $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 3 & -1 & 0 \\ 4 & 2 & 3 \end{bmatrix}$ ve $I_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ ise aşağıdakilerden hangisi sıfır matrisidir?

- a) $A^3 - 4A^2 + A + 6I_3$ b) $A^3 - 3A^2 + 2A + 6I_3$
c) $A^3 - 4A^2 + 3A + 6I_3$ d) $A^3 - 3A^2 + A + 6I_3$
e) Hiçbiri.

3. (E points) $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ a & b \end{bmatrix}$ matrisinin özdeğerleri 4 and 8 ise $a + b$ değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- a) -4 b) 5 c) 2 d) 3 e) 6

4. (A points)

$$x + 2y + 3z = 4$$

$$x + 3y + 2z = 8$$

$$x + y + az = b$$

lineer denklem sistemi sonsuz çözüme sahip ise $a + b$ değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- a) 4 b) 5 c) 6 d) 8 e) 9

5. (C points) Aşağıdakilerden hangisi

$$\begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$

matrisinin bir özvektörüdür?

- a) $\begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \\ -2 \end{bmatrix}$ b) $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ c) $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ d) $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}$ e) $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix}$

6. (A points)

$$2x + 3y = 4$$

$$x + y + z = 4$$

$$x + 2y - z = a$$

lineer denklem sistemi çözümsüz değilse a değerleri aşağıdakilerden hangisidir?

- a) 0 b) 1 c) 4
d) $a \in \mathbb{R}$ e) Böyle bir a değeri yoktur.

7. (C points)

Özdeğerler Özvektörler

$$\lambda_1 = 4 \quad v_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$\lambda_2 = 8 \quad v_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Özdeğerleri ve özvektörleri yukarıda verilen 2×2 boyutlu A matrisi aşağıdakilerden hangisidir?

- a) $\begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$ b) $\begin{bmatrix} 4 & 6 \\ 6 & 4 \end{bmatrix}$ c) $\begin{bmatrix} 6 & 2 \\ 2 & 6 \end{bmatrix}$
d) $\begin{bmatrix} 2 & 8 \\ 8 & 2 \end{bmatrix}$ e) $\begin{bmatrix} 4 & 8 \\ 8 & 4 \end{bmatrix}$

$$A(-1, 1)$$

$$\begin{array}{ccc|c} -1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 2 & 0 \end{array}$$

8. (D points) $W = \left\{ x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} : x_1 + x_2 + x_3 = 0 \right\} \subset \mathbb{R}^3$

altkümesi için aşağıdakilerden hangileri doğrudur?

I. W , \mathbb{R}^3 'ün bir alt uzayıdır.

II. $\{ [-1 \ 1 \ 0]^T, [-1 \ 0 \ 1]^T \}$ kümesi lineer bağımsızdır fakat W 'yu germez.

III. $\{ [1 \ 0 \ -1]^T, [0 \ 1 \ -1]^T \}$ kümesi W için bir tabandır.

- a) I ve II b) Yalnız II c) Yalnız III
d) I ve III e) I, II ve III

9. (B points) $A = [a_{ij}]$, $1 \leq i, j \leq n$, $n \geq 3$ ve $a_{ij} = i \cdot j$ olmak üzere A matrisinin rankı aşağıdakilerden hangisidir?

- a) 0 b) 1 c) 2 d) 3 e) 4

$$\begin{matrix} & a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{matrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 6 \\ 3 & 6 & 9 \end{pmatrix}$$

$$(A - 4I) \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = 0$$

$$\begin{matrix} y=0 \\ x=0 \\ z=0 \end{matrix}$$

10. (A points) $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ matrisinin tersi aşağıdakilerden hangisidir?

a) Ters yoktur.

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{matrix} \text{b) } \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} & \text{c) } \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} & \text{d) } \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

11. (A points) $S = \{(-3, 2), (4, -2)\}$ ve $T = \{(-1, 2), (2, -2)\}$, \mathbb{R}^2 'nin iki sıralı tabanı olsun. $[v]_T$ ve $[v]_S$, v vektörünün sırasıyla T ve S bazlarına göre koordinat vektörleri olmak üzere

$$[v]_T = A[v]_S$$

eşitliğini sağlayan A matrisi aşağıdakilerden hangisidir?

- a) $\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$ b) $\begin{bmatrix} -1 & -2 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$ c) $\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ -2 & -3 \end{bmatrix}$
d) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -2 & -3 \end{bmatrix}$ e) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$

$$A = [C_A]^T_S$$

12. (D points) $S = \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix} \right\}$, \mathbb{R}^3 'ün sıralı

bir bazı olmak üzere $v = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -5 \end{bmatrix}$ vektörünün S bazına göre koordinat vektörü aşağıdakilerden hangisidir?

- a) $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ b) $\begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ -5 \end{bmatrix}$ c) $\begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ -4 \end{bmatrix}$ d) $\begin{bmatrix} 3 \\ -1 \\ -2 \end{bmatrix}$ e) $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$

$$a_1 + 2a_2 = 1$$

$$a_1 + a_2 = 1$$

$$a_2 + 2a_1 = -5$$

$$2a_2 = a_1 = 0$$

$$5a_2 =$$

$$a_2 = -1$$

$$a_1 = 2$$

13. (C points) Aşağıdaki altkümelerden hangileri bir altuzaydır?

$$\mathcal{Y} = \left\{ \begin{bmatrix} x \\ x^3 \end{bmatrix} \mid x \in \mathbb{R} \right\} \subset \mathbb{R}^2$$

$$\mathcal{T} = \left\{ \begin{bmatrix} 0 \\ x+1 \\ x \end{bmatrix} \mid x \in \mathbb{R} \right\} \subset \mathbb{R}^3$$

$$\mathcal{U} = \left\{ \begin{bmatrix} x \\ x \\ 0 \end{bmatrix} \mid x \in \mathbb{R} \right\} \subset \mathbb{R}^3$$

- a) Yalnız \mathcal{Y} b) Yalnız \mathcal{T} c) Yalnız \mathcal{U}
d) \mathcal{Y} ve \mathcal{T} e) \mathcal{T} ve \mathcal{U}

14. (E points) $M_{n \times n}$, reel bileşenli $n \times n$ boyutlu tüm matrislerin vektör uzayı olsun ve

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} a & 0 \\ b & c \end{bmatrix} \in M_{2 \times 2} \mid a + b = c, a, b, c \in \mathbb{R} \right\}$$

altkümesi verilsin. Aşağıdakilerden hangileri her zaman doğrudur?

I. W , $M_{2 \times 2}$ uzayının bir altuzayıdır.

II. $B = \left\{ \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -1 & -1 \end{bmatrix} \right\}$, W için bir tabandır.

III. $\text{Boy}(W) = 2$.

- a) Yalnız I b) Yalnız II c) I ve II
d) I ve III e) I, II ve III

$$\begin{matrix} 9 \\ 1 \\ -2 \end{matrix}$$

15. (B points) \vec{a} , \vec{b} ve \vec{c} vektörleri için $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$ ve $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 5$, $|\vec{c}| = 7$ ise \vec{a} ve \vec{b} vektörleri arasındaki açı aşağıdakilerden hangisidir?

- a) $\frac{\pi}{2}$ b) $\frac{\pi}{3}$ c) $\frac{\pi}{6}$
d) $\arccos\left(\frac{3}{7}\right)$ e) $\arccos\left(\frac{5}{7}\right)$

$$a \cdot b = |a| \cdot |b| \cdot \cos \alpha$$

$$a \cdot c = |a| \cdot |c| \cdot \cos \beta$$

$$b \cdot c = |b| \cdot |c| \cdot \cos \gamma$$

$$a(\vec{a} + \vec{b}) = 3 \cdot 2 \cdot \cos \alpha$$

$$b(\vec{a} + \vec{b}) = 5 \cdot 5 \cdot \cos \beta$$

$$a^2 + b^2 + 2ab \cos \alpha = c^2$$

$$9 + 25 + 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \cos \alpha = 49$$

$$34 + 30 \cos \alpha = 49$$

$$30 \cos \alpha = 15$$

$$\cos \alpha = \frac{1}{2}$$

$$\alpha = \frac{\pi}{3}$$

16. (E points) $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{c} = \vec{c} \cdot \vec{a} = 0$ ise $\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})$ işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

a) -1

b) 1

c) 0

d) $|\vec{a}|$

e) $|\vec{a}||\vec{b}||\vec{c}|$

$a \cdot b = |a| \cdot |b| \cdot \cos \theta$

$c|a||b| = a \cdot |b| \cdot |c| = b \cdot |c| \cdot |a|$

19. (A points) $A = \begin{bmatrix} ab & b^2 \\ -a^2 & -ab \end{bmatrix}$ matrisi için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

a) Nilpotent

b) İnvolut

c) Ortogonal

d) İdempotent

e) Hermityen

17. (D points) $\begin{bmatrix} 0 & 3 & 1 & 1 \\ -2 & 0 & 2 & k \\ -3 & 2 & 0 & 0 \\ 7 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ matrisinin tersi yok ise k değeri aşağıdakilerden hangisidir?

a) 0

b) -1

c) 1

d) 2

e) -2

18. (C points) $A = [a_{ij}]_{m \times n}$, $B = [b_{jk}]_{n \times p}$ ve $C = [c_{kl}]_{p \times q}$ ise ABC matrisinin boyutu aşağıdakilerden hangisidir?

a) $n \times q$

b) $m \times n$

c) $m \times q$

d) $m \times p$

e) $p \times q$

20. (B points) $A = \begin{bmatrix} i & 1-i & 2 \\ x & 3i & y \\ z & i & 0 \end{bmatrix}$, ters-Hermityen matris ise $x + y + z$ değeri aşağıdakilerden hangisidir?

a) $3 - 2i$

b) $-3 + 2i$

c) $1 - i$

d) $2 - 3i$

e) $-3 + i$