



Ad Soyad:

CEVAP ANAHTARI

Grup No:

Öğrenci No:

Süre: 90 dakika

Bölüm:

Tarih: 17 Ocak 2022, Pazartesi

Öğretim Üyesi:

İmza:

! UYARI: YÖK'nün 2547 sayılı Kanunun Öğrenci Disiplin Yönetmeliğinin 9. Maddesi olan "Sınavlarda kopya yapmak ve yaptırmak veya buna teşebbüs etmek" fiilini işleyenler bir veya iki yarıyıl uzaklaştırma cezası alırlar.

1. $S = \{(-3, 2), (4, -2)\}$ ve $T = \{(-1, 2), (2, -2)\}$, \mathbb{R}^2 vektör uzayının iki tabanı olmak üzere S bazından T bazına geçiş matrisi aşağıdakilerden hangisidir?

- a) $\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$ b) $\begin{bmatrix} -1 & -2 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$ c) $\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ -2 & -3 \end{bmatrix}$
d) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -2 & -3 \end{bmatrix}$ e) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$

$$\begin{array}{c} -1 \quad 2 \\ 0 \quad 1 \end{array} \begin{array}{c} 1 \quad -1 \\ 2 \quad 3 \end{array} \begin{array}{c} 1 \quad -1 \\ 2 \quad 3 \end{array}$$

3. $\vec{u} = (1, 0, 0)$, $\vec{v} = (0, 1, 0)$, $\vec{w} = (0, 0, 1)$ ise $(\vec{u} \times \vec{w}) \times \vec{v}$ vektörü aşağıdakilerden hangisidir?

- a) $(0, -1, 0)$ b) $(0, 1, 0)$ c) $(0, 0, 1)$
d) $(0, 0, -1)$ e) $(0, 0, 0)$

$$\begin{array}{c} 1 \ 0 \ 0 \\ 0 \ 1 \ 0 \\ 0 \ 0 \ 1 \end{array}$$

4. $A = \begin{bmatrix} 3 & a \\ b & -5 \end{bmatrix}$ matrisinin özdeğerlerinden biri $\lambda = 1$ ise diğeri aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- a) 2 b) 3 c) -1 d) -3 e) -2

$$\begin{array}{c} 2 \quad a \\ b \quad -5 \end{array} \begin{array}{c} 12 - ab = 0 \\ -12 = ab \end{array}$$

5. Aşağıdaki matrislerin hangileri satırca indirgenmiş eşelon formdadır?

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 3 \end{bmatrix},$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & -2 & 5 \\ 0 & 1 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- a) B ve C b) Yalnız D c) A ve D
d) Yalnız A e) Yalnız B

2. P_2 derecesi ≤ 2 olan tüm polinomların vektör uzayı olmak üzere aşağıdakilerden hangileri P_2 vektör uzayının alt vektör uzayıdır?

$$\mathcal{M} = \{at^2 + bt + c : b = c = 0\}$$

$$\mathcal{A} = \{at^2 + bt + c : b = 2c\}$$

$$\mathcal{T} = \{at^2 + bt + c : a + b + c = 2\}$$

- a) Yalnız \mathcal{T} b) \mathcal{M} ve \mathcal{A} c) \mathcal{M} ve \mathcal{T}
d) \mathcal{A} ve \mathcal{T} e) Hepsi

6. $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ olsun. $ad - bc = 5$ ve $a + d = 6$ ise A matrisinin karakteristik polinomu aşağıdakilerden hangisidir?

- a) $p(\lambda) = \lambda^2 - 6\lambda + 5$ b) $p(\lambda) = 3\lambda^2 - 4\lambda + 6$
c) $p(\lambda) = \lambda^2 - 5\lambda + 6$ d) $p(\lambda) = 2\lambda^2 - 3\lambda + 6$
e) $p(\lambda) = \lambda^2 + 5\lambda - 6$

$$\begin{array}{cc} a-x & b \\ c-x & d-x \end{array}$$

$$\lambda^2 - 6\lambda + 5 = 0$$

$$5 - 6\lambda + \lambda^2 = 0$$

7. B uygun boyutlu terslenebilir bir matris ve $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$ olsun. $A^{-1}B^2 = A^3B$ ise B matrisi aşağıdakilerden hangisidir? (İpucu: Cayley-Hamilton teoremi kullanılabilir.)

- a) $16A + 24I_2$ b) $32A + 34I_2$ c) $44A + 117I_2$
d) $76A + 184I_2$ e) $96A + 196I_2$

$$B^2 = A^4 B$$

$$\begin{array}{cc} -1-x & 2 \\ 3 & 3-x \end{array}$$

$$\begin{bmatrix} -1 & 5 & 0 \\ 0 & -3 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = 0$$

8. $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -1 & 3 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ olmak üzere aşağıdakilerden hangisi A matrisinin en büyük özdeğerine karşılık gelen özvektörlerden biridir?

- a) $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ b) $\begin{bmatrix} 5 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ c) $\begin{bmatrix} 15 \\ 6 \\ 1 \end{bmatrix}$

d) $\begin{bmatrix} 5 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$

e) $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$

9. $S = \{(1, 0, 1), (1, 1, 0), (0, 0, 1)\}$ ve $T = \{w_1, w_2, w_3\}$ kümeleri \mathbb{R}^3 vektör uzayının sıralı iki tabanı olmak üzere T

bazından S bazına geçiş matrisi $[M]_T^S = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$ ise

T kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- a) $\{(3, 2, 0), (2, 1, 0), (3, 1, 2)\}$
b) $\{(1, 0, 1), (2, 1, 3), (3, 0, 1)\}$
c) $\{(1, 1, 1), (1, 1, 3), (3, 3, 1)\}$
d) $\{(1, 2, 1), (1, 1, 2), (2, 2, 1)\}$
e) $\{(2, 0, 2), (1, 3, 0), (3, 0, 1)\}$

$$\begin{array}{ccc|ccc} \downarrow & \downarrow & \downarrow & & & \\ 1 & 1 & 0 & \dots & & \\ 0 & 1 & 0 & \dots & & \\ 1 & 0 & 1 & \dots & & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 0 & 3 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}$$

10. t 'nin hangi değerleri için $\{(1, 0, 2), (0, t, 1), (t^2, 0, 2)\}$ kümesi \mathbb{R}^3 'ün bir bazıdır?

- a) $t \in \mathbb{R} - \{0, 1\}$ b) $t \in \mathbb{R} - \{0, -1\}$
c) $t = -1$ d) $t \in \{-1, 0, 1\}$
e) $t \in \mathbb{R} - \{-1, 0, 1\}$

$$a(1, 0, 2) + b(0, t, 1) + c(t^2, 0, 2)$$

$$\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 2 & 0 & t & 1 \\ 0 & t & 1 & 0 & 0 & 0 \\ t^2 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \end{array}$$

$$-1 \begin{pmatrix} -2t & -2t^2 \\ 2 & t^2 - 1 \end{pmatrix}$$

11. Aşağıdaki alt kümelerden hangileri verilen vektör uzayının bir alt vektör uzayıdır?

$$\mathcal{A} = \left\{ \begin{bmatrix} x \\ x^2 \end{bmatrix} \mid x \in \mathbb{R} \right\} \subset \mathbb{R}^2$$

$$\mathcal{T} = \left\{ \begin{bmatrix} x \\ x+1 \\ 0 \end{bmatrix} \mid x \in \mathbb{R} \right\} \subset \mathbb{R}^3$$

$$\mathcal{U} = \left\{ \begin{bmatrix} x \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \mid x \in \mathbb{R} \right\} \subset \mathbb{R}^3$$

- a) Yalnız \mathcal{Y} b) Yalnız \mathcal{T} c) Yalnız \mathcal{U}
d) \mathcal{Y} ve \mathcal{T} e) \mathcal{T} ve \mathcal{U}

$$\begin{matrix} A \\ a^2 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} b \\ b \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} a+b \\ a^2+b^2 \end{matrix}$$

12. $P(-1, 3, 2), Q(2, 1, 3)$ ve $R(5, -2, 4), \mathbb{R}^3$ 'te üç nokta olmak üzere $\vec{u} = \overrightarrow{PQ}$ ve $\vec{v} = \overrightarrow{PR}$ olsun. Aşağıdakilerden hangisi \vec{u} ve \vec{v} vektörlerinin ikisine de diktir?

- a) $\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$ b) $\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$ c) $\vec{j} + \vec{k}$
d) $\vec{i} - 3\vec{k}$ e) $3\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$

$$\begin{matrix} 1 & -2 & 1 \\ 6 & -5 & 2 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} -4-1 \\ 6 \end{matrix}$$

$$-15x$$

$$1/$$

13. $M_{n \times n}$, reel bileşenli $n \times n$ tipinde tüm matrislerin vektör uzayı olsun.

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} a & b \\ c & 0 \end{bmatrix} \in M_{2 \times 2} \mid a + b + c = 0 \text{ where } a, b, c \in \mathbb{R} \right\}$$

olmak üzere aşağıdakilerden hangileri her zaman doğrudur?

- I. $W, M_{2 \times 2}$ 'nin bir alt uzayıdır.
II. $B = \left\{ \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -2 & 0 \end{bmatrix} \right\}$ kümesi W için bir tabandır.
III. $\dim(W) = 2$.
a) Yalnız I b) Yalnız II c) Yalnız III
d) I ve II e) I ve III

14. $\vec{a}, \vec{b}, \vec{v}$ ve \vec{w}, \mathbb{R}^n 'de vektörler olmak üzere bazı skaler (nokta/iç) çarpımlar aşağıdaki gibi olsun.

$$\begin{aligned} \vec{a} \cdot \vec{a} &= 2, & \vec{a} \cdot \vec{b} &= 1, & \vec{a} \cdot \vec{v} &= -1, & \vec{a} \cdot \vec{w} &= -3 \\ \vec{b} \cdot \vec{b} &= 6, & \vec{b} \cdot \vec{v} &= 4, & \vec{b} \cdot \vec{w} &= -4, & \vec{v} \cdot \vec{v} &= 7 \\ \vec{v} \cdot \vec{w} &= 2, & \vec{w} \cdot \vec{w} &= 2 \end{aligned}$$

Bu durumda $(2\vec{a} - \vec{v}) \cdot (\vec{w} + \vec{b})$ değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- a) -10 b) -14 c) -2 d) 2 e) 14

15. $A = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ olmak üzere A^{-1} matrisinin $(3, 3)$ -bileşeni aşağıdakilerden hangisidir?

- a) 0 b) -2 c) 1 d) -1 e) 2

$$\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 1 & 1 & 1 & 2 \end{array}$$

$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 &= 0 \\ -x_1 - 2x_2 &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{cc|cc} x & 0 & 2x & 0 \\ -x & 0 & -2x & 0 \end{array} \rightarrow \begin{pmatrix} x & 0 \\ -x & 0 \end{pmatrix}$$

16. $V = \mathbb{R}^2$ olmak üzere V vektör uzayının $A = \{(1, 0), (0, 1)\}$, $B = \{(2, 0), (1, 3)\}$, $C = \{(1, -3), (2, 4)\}$ alt kümeleri verilsin. $v = (8, 6) \in V$ vektörü hangi küme(ler)deki vektörlerin lineer toplamı olarak yazılabilir?

- a) Yalnız A b) A ve B c) Yalnız C
d) B ve C e) A, B ve C

$$a_1(1, 0) + a_2(0, 1) + b_1(2, 0) + b_2(1, 3)$$

18. $A = \begin{bmatrix} 0 & a+b & c+2 \\ a & 2 & c \\ 4 & a+b & 4 \end{bmatrix}$ simetrik bir matris olmak üzere $B = \begin{bmatrix} b & a & -2 \\ b-a & 0 & 1 \\ c & -1 & b \end{bmatrix}$ matrisi için aşağıdakilerden hangileri doğrudur?

- I. B anti (yarı) simetrik bir matristir.
II. B^2 simetrik bir matristir.
III. $\text{Tr}(B) = \text{Tr}(A)$.

- a) Yalnız I b) I ve II c) II ve III
d) I ve III e) Hepsi

19. $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \end{vmatrix}$ determinantının değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- a) $(a+b)(a+c)(b+c)$ b) $(a-b)(c-a)(c-b)$
c) $(b-a)(a-c)(c-b)$ d) $(b-a)(c-a)(c-b)$
e) $(b-a)(c-a)(b-c)$

17.

$$\begin{aligned} 2x_1 + 3x_2 + 7x_3 &= 0 \\ -2x_1 - 4x_3 &= 0 \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 &= 0 \end{aligned}$$

homojen lineer denklem sistemi için aşağıdakilerden hangileri doğrudur?

- I. Sistem Cramer yöntemi ile çözülebilir.
II. Sistemin sonsuz çözümü vardır.
III. Sistemin sadece aşikar (sıfır) çözümü vardır.

- a) I ve II b) Yalnız II c) Yalnız III
d) I ve III e) Yalnız I

20. $S = \left\{ \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \mid y = x + z, x, y, z \in \mathbb{R} \right\}$ kümesi \mathbb{R}^3 vektör uzayının bir alt vektör uzayı olmak üzere S 'nin boyutu aşağıdakilerden hangisidir?

- a) 1 b) 2 c) 3 d) 4
e) Hiçbiri