



		1.S	2.S	3.S	4.S	Σ
Adı Soyadı						
Numarası						
Bölümü		Grup No		Tarih	02.11.2019	
Dersin Adı	MAT1071 Matematik I		Süre	80 dk	Sınıf	
Öğretim Üyesi			İmza			

YÖK nun 2547 sayılı Kanunun Öğrenci Disiplin Yönetmeliğinin 9. Maddesi olan “Sınavlarda kopya yapmak ve yaptırmak veya buna teşebbüs etmek” fiili işleyenler bir veya iki yarıyıl uzaklaştırma cezası alırlar.

1.a)  $f(x) = \frac{\ln(18-2x^2)}{|2x-5|} + \arcsin(x-3)$  fonksiyonunun tanım kümesini bulunuz. (13P)

$$18 - 2x^2 > 0$$

$$2x - 5 \neq 0$$

$$-1 \leq x - 3 \leq 1$$

$$18 > 2x^2$$

$$x \neq \frac{5}{2}$$

$$2 \leq x \leq 4$$

$$9 > x^2$$

$$[2, 4]$$

$$(-3, 3)$$

$$T.K : \left[2, \frac{5}{2}\right) \cup \left(\frac{5}{2}, 3\right)$$

1.b)  $\sqrt[4]{18}$  sayısının yaklaşık değerini lineer yaklaşım veya diferansiyel hesap kullanarak hesaplayınız. (12P)

$$f(x) = \sqrt[4]{x}, \quad a = 16, \quad f(16) = 2$$

$$f'(x) = \frac{1}{4} x^{-\frac{3}{4}}, \quad f'(16) = \frac{1}{32}$$

$$f(x) \approx L(x) = f(16) + f'(16)(x-16)$$

$$L(x) = 2 + \frac{1}{32}(x-16)$$

$$f(18) \approx L(18) = 2 + \frac{1}{32}(18-16) = 2 + \frac{1}{16} = \frac{33}{16}$$

$$f(18) \approx \frac{33}{16}$$

$$2) f(x) = \begin{cases} \frac{1 - \cos x^2}{x^4} & , x < 0 \\ \frac{2}{\pi} \arcsin x + \frac{3}{\pi} \arccos x & , 0 \leq x \leq 1 \\ (x-1) \sin \frac{1}{x-1} & , x > 1 \end{cases} \quad \text{fonksiyonu için:}$$

a)  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$  ve  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$  limitlerinin varlığını araştırınız. (L'Hopital Kuralı kullanılmayacaktır)

(17P)

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1 - \cos x^2}{x^4} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{(1 - \cos x^2)}{x^4} \cdot \frac{(1 + \cos x^2)}{(1 + \cos x^2)} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \underbrace{\frac{\sin^2 x^2}{x^4}}_1 \cdot \frac{1}{1 + \cos x^2} = \frac{1}{2} //$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \left[ \frac{2}{\pi} \underbrace{\arcsin x}_0 + \frac{3}{\pi} \underbrace{\arccos x}_{\frac{\pi}{2}} \right] = \frac{3}{2}$$

$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$  olduğundan limit mevcut değildir.

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \left[ \frac{2}{\pi} \underbrace{\arcsin x}_{\frac{\pi}{2}} + \frac{3}{\pi} \underbrace{\arccos x}_0 \right] = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \underbrace{(x-1)}_0 \underbrace{\sin \frac{1}{x-1}}_{-1 \leq A \leq 1} = 0$$

$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$  olduğundan limit mevcut değildir.

b)  $x=0$  ve  $x=1$  noktalarında  $f$  fonksiyonunun sürekliliğini araştırıp, süreksizlik olması halinde türünü belirleyiniz. (8P)

$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$  olduğundan  $x=0$  da sıçramalı süreksizlik vardır.

$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$  olduğundan  $x=1$  de sıçramalı süreksizlik vardır.



3.a) Kapalı Türetme Yöntemini kullanarak,  $2x + \cos(x+y) = y^2 - \pi$  ile kapalı olarak tanımlı

$y=f(x)$  eğrisinin  $\left(-\frac{\pi}{2}, 0\right)$  noktasındaki normal doğrusunun denklemini bulunuz. (12P)

$$2 - (1+y') \sin(x+y) = 2y - y'$$

$$x = -\frac{\pi}{2} \text{ ve } y=0 \text{ için;}$$

$$2 + (1+y') = 0$$

$$m_T = y' = -3 \Rightarrow m_N = \frac{1}{3}$$

$$\text{N.D.D. } y - 0 = \frac{1}{3} \left( x - \left(-\frac{\pi}{2}\right) \right)$$

$$\underline{y = \frac{1}{3}x + \frac{\pi}{6}} //$$

3.b)  $f: \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x \cdot \sec x$  fonksiyonunun tersinin mevcut olduğunu gösteriniz ve

$(f^{-1})'\left(\frac{2\pi}{3}\right)$  değerini bulunuz. (13P)

$$f'(x) = \sec x + x \cdot \sec x \cdot \tan x > 0 \quad (\forall x \in (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}))$$

olduğundan  $f$  artandır  $\Rightarrow f$ , 1-1  $\Rightarrow f$ 'in tersi mevcuttur.

$$(f^{-1})'(x) = \frac{1}{f'(f^{-1}(x))}, \quad (f^{-1})'\left(\frac{2\pi}{3}\right) = \frac{1}{f'(\underbrace{f^{-1}\left(\frac{2\pi}{3}\right)}_a)}$$

$$f^{-1}\left(\frac{2\pi}{3}\right) = a \Rightarrow f(a) = \frac{2\pi}{3}$$

$$a \cdot \sec a = \frac{2\pi}{3}$$

$$\underline{a = \frac{\pi}{3}}$$

$$f'\left(\frac{\pi}{3}\right) = \sec \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{3} \cdot \sec \frac{\pi}{3} \tan \frac{\pi}{3}$$

$$= 2 + \frac{\pi}{3} \cdot 2 \cdot \sqrt{3}$$

$$= \frac{6 + 2\sqrt{3}\pi}{3}$$

$$= \frac{1}{f'\left(\frac{\pi}{3}\right)}$$

$$= \frac{3}{6 + 2\sqrt{3}\pi}$$

//

4.a)  $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \arctan x)^{\frac{1}{x^2+2x}}$  limitini hesaplayınız. (14P)

$$y = (1 + \arctan x)^{\frac{1}{x^2+2x}}$$

$$\ln y = \frac{1}{x^2+2x} \cdot \ln(1 + \arctan x)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \ln y = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + \arctan x)}{x^2+2x} = \left(\frac{0}{0} \text{ bl.}\right)$$

$$\stackrel{L'H}{=} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{\frac{1}{1+x^2}}{1+\arctan x}}{2x+2} = \frac{1}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \ln y = \frac{1}{2}$$

$$\ln(\lim_{x \rightarrow 0} y) = \frac{1}{2} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} (1 + \arctan x)^{\frac{1}{x^2+2x}} = e^{1/2} //$$

4.b)  $\sqrt[3]{x-1} - 3x = 0$  denkleminin  $\left[-\frac{1}{2}, 0\right]$  aralığında bir kökünün var olup olmadığını araştırınız. (11P)

$f(x) = \sqrt[3]{x-1} - 3x$  fonksiyonu  $\left[-\frac{1}{2}, 0\right]$  aralığında sürekli'dir.

$$f(0) = -1$$

$$f\left(-\frac{1}{2}\right) = \sqrt[3]{-\frac{3}{2}} + \frac{3}{2} = \frac{3}{2} - \sqrt[3]{\frac{3}{2}} = a > 0$$

veya  
 Böylelikle  $f$   $[-1, a]$  aralığında  
 her değeri alır. 0 halde  $0 \in [-1, a]$   
 değerini de alır. Yani  $f(c) = 0$   
 olacak şekilde  $c \in \left[-\frac{1}{2}, 0\right]$  vardır.

$f(0) = -1 < f(c) = 0 < f\left(-\frac{1}{2}\right) = a$   
 olduğundan Ara Değer Teoremine göre  
 $f(c) = 0$  olacak şekilde  $c \in \left[-\frac{1}{2}, 0\right]$   
 vardır.

Başarılar...