

Transfer Functions Theory, Derivation, and Applications

This paper is part of the Engineering and Technology Learning Portfolio, documenting continuous self-study and experimental work.

Mini Research Paper by Altanbaatar Enkhsuld

Оршил

Transfer Function нь шугаман, хугацаанаас хамааралгүй (LTI) системийн оролт-гаралтын харилцааг давтамжийн мужид илэрхийлэх математик загвар юм. Дифференциал тэгшитгэлийг Лапласын хувиргалтаар алгебрын тэгшитгэл болгон хувиргаж, системийн зан төлөвийг илүү хялбар шинжлэх боломжийг олгодог.

Transfer Function-ийн тодорхойлолт

ШУХ (LTI) системийн Transfer Function $G(s)$ нь:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)}$$

гэсэн хэлбэртэй.

- $X(s)$: Input-ийн Laplace хувиргалт
- $Y(s)$: Output-ийн Laplace хувиргалт
- s : комплекс давтамжийн хувьсагч

Transfer Function нь **анхны нөхцөл тэг** гэж үзнэ.

Дифференциал тэгшитгэлээс гарган авах

RC хэлхээний дифференциал тэгшитгэл:

$$RC \frac{dV_o(t)}{dt} + V_o(t) = V_i(t)$$

Laplace хувиргалт:

$$RCsV_o(s) + V_o(s) = V_i(s)$$

харицааг гаргавал:

$$\frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{1}{RCs + 1}$$

Энэ нь анхны зэрэглэлийн **Low-Pass Filter**-ийн Transfer Function болно.

Transfer Function-ийн стандарт бүтэц

$$G(s) = \frac{b_m s^m + \dots + b_0}{a_n s^n + \dots + a_0}$$

Энд:

- **Zeros** → дээд олонлог
- **Poles** → доод олонлог

Системийн зэрэг нь доод олонлогийн s -ийн хамгийн өндөр зэрэгтэй тэнцэнэ.

Poles ба Zeros

Poles

Доод олонлог тэг болох s -ийн утга:

$$a_n s^n + \dots + a_0 = 0$$

Poles нь:

- тогтвортой байдал
- хариулах хурд
- унтралт
- осцилляци

зэргийг тодорхойлдог.

Zeros

Дээд олонлог тэг болох s -ийн утга:

$$b_m s^m + \dots + b_0 = 0$$

Zeros нь фаз, амплитуд, түр зуурын хариунд нөлөөлнө.

Анхны зэрэглэлийн систем (Low-Pass Filter)

$$G(s) = \frac{1}{RCs + 1}$$

- Цагийн тогтмол: $\tau = RC$
- Pole: $s = -\frac{1}{RC}$

RC их бол → хариу удаан.

RC бага бол → хариу хурдан.

Step Response

Оролт гэнэт V_0 болсон тохиолдолд:

$$V_o(t) = V_0(1 - e^{-t/RC})$$

Энэ хариу нь Pole-ийн байрлалаар тодорхойлогдоно.

Удирдлагын систем дэх Transfer Function

PI Controller

$$G_{PI}(s) = K_p + \frac{K_i}{s}$$

Closed-Loop систем

$$G_{cl}(s) = \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)}$$

Closed-Loop форм нь тогтвортой байдал, мэдрэмж, динамикийг шинжлэх үндэс.

Block Diagram үйлдлийн

Дараалсан холболт

$$G_{eq}(s) = G_1(s)G_2(s)$$

Зэрэгцээ холболт

$$G_{eq}(s) = G_1(s) + G_2(s)$$

Feedback холболт

$$G_{cl}(s) = \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)}$$

Frequency Response ба Bode Diagram

Давтамжийн шинжилгээнд:

$$s = j\omega$$

гэж орлуулна.

Үүний үр дүнд:

- Magnitude response
- Phase response

гарах ба Bode Diagram-ийг байгуулахад ашиглагдана.

Stability Analysis

Систем тогтвортой байх нөхцөл:

$$\text{Re}(s_i) < 0$$

Хэрэв Pole баруун хагас хавтгайд байвал систем тогтвортгүй болно.

Хэрэглээ

Transfer Function нь дараах салбарт өргөн хэрэглэгдэнэ:

- Power Electronics
- Motor Control
- Signal Processing
- Communications
- Robotics
- Mechanical vibration

Дүгнэлт

Transfer Function нь системийн динамикийг давтамжийн мужид загварчилж, Poles болон Zeros-ийн байрлалаар тогтвортой байдал, хурд, хэлбэр болон хариуг тодорхойлох цөм ойлголт юм.

Удирдлагын системийн онолын үндэс суурь бөгөөд олон төрлийн инженерчлэлийн хэрэглээнд зайлшгүй шаардлагатай.