

**Министерство науки и высшего образования Российской Федерации**  
**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ**  
**«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИТМО»**

## **ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА**

**РАЗРАБОТКА БИБЛИОТЕКИ КОМБИНАТОРНЫХ ПАРСЕРОВ ВЫСШЕГО  
ПОРЯДКА НЕЧУВСТВИТЕЛЬНЫХ К ЛЕВОЙ РЕКУРСИИ**

Автор: Ступников Александр Сергеевич \_\_\_\_\_

Направление подготовки: 01.03.02 Прикладная  
математика и информатика

Квалификация: Бакалавр

Руководитель ВКР: Забашта А.С., доцент., к.т.н. \_\_\_\_\_

Санкт-Петербург, 2024 г.

Обучающийся Ступников Александр Сергеевич  
Группа М34351 Факультет ИТиП

Направленность (профиль), специализация  
Информатика и программирование

Консультанты:

а) Булычев Д.Ю., канд. физ.-мат. наук, доцент

\_\_\_\_\_

ВКР принята «\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

Оригинальность ВКР \_\_\_\_\_%

ВКР выполнена с оценкой \_\_\_\_\_

Дата защиты «\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

Секретарь ГЭК Штумпф С.А.

\_\_\_\_\_

Листов хранения \_\_\_\_\_

Демонстрационных материалов/Чертежей хранения \_\_\_\_\_

## СПИСОК ТЕРМИНОВ

- а) **Формальный язык** (язык) — множество конечных слов (строк, цепочек) над конечным алфавитом.
- б) **Формальная грамматика** (англ. *formal grammar*) — способ описания формального языка, представляющий собой четверку  $\Gamma = \langle \Sigma, N, S \in N, P \subset ((\Sigma \cup N)^* N (\Sigma \cup N)^*) \times (\Sigma \cup N)^* \rangle$ , где:
  - $\Sigma$  — алфавит, элементы которого называют **терминалами** (англ. *terminals*).
  - $N$  — множество, элементы которого называют **нетерминалами** (англ. *nonterminals*).
  - $S$  — начальный символ грамматики (англ. *start symbol*).
  - $P$  — набор правил вывода (англ. *production rules* или *productions*)  $\alpha \rightarrow \beta$ .
- в) **Контекстно-свободная грамматика** (КСГ, англ. *context-free grammar*) — грамматика, у которой в левых частях всех правил стоят только одиночные нетерминалы.
- г) **Контекстно-свободный язык** (КС язык, англ. *context-free language*) — язык, задаваемый контекстно-свободной грамматикой.
- д) **Синтаксический анализ** (разбор, парсинг, англ. *parsing*) — процесс сопоставления линейной последовательности лексем (слов, токенов) формального языка с его формальной грамматикой.
- е) **Синтаксический анализатор** (парсер, англ. *parser*) — программа, производящая синтаксический анализ.
- ж) **Рекогнайзер** (англ. *recogniser*) — программа, определяющая, принадлежит ли строка формальному языку.
- и) **Семантика языка** — это смысловое значение конструкций языка.
- к) **Входной поток** (ввод) — линейная последовательность токенов, которая передаётся парсеру для разбора.
- л) **LL(k) грамматика** — грамматика, при разборе которой на основании  $k$  токенов входного потока можно однозначно определить правило вывода, которое необходимо применить.
- м) **Поиск с возвратом** (англ. *backtracking*) — техника, при которой парсер возвращает поток ввода в исходное состояние после попытки разбора каждого правила при разборе нетерминала.

- н) **Longest match first** — принцип проектирования парсера, при котором правило, при разборе которого способно поглотиться наибольшее число символов входного потока, должно быть опробовано первым при разборе нетерминала языка.
- п) **Lookahead** — число символов входного потока, которое парсер учитывает при выборе правила в рамках разбора нетерминала.
- р) **Предметно-ориентированный язык** (англ. *domain-specific language, DSL*) — формальный язык, специализированный для конкретной области применения.
- с) **Продолжение** (англ. *continuation, DSL*) — абстрактное представление состояния программы в определённый момент, которое может быть сохранено и использовано для перехода в это состояние; в качестве продолжений можно использовать функции.
- т) **Стиль передачи продолжения** (англ. *continuation passing style, CPS*) — это стиль программирования, в котором функции вместо возвращения значений передают контроль продолжениям, которые определяют, что случится далее.

## СОДЕРЖАНИЕ

СПИСОК ТЕРМИНОВ .....	4
ВВЕДЕНИЕ .....	7
1. ОБЗОР ПРЕДМЕТНОЙ ОБЛАСТИ .....	8
1.1. Подходы к синтаксическому анализу .....	8
1.2. Преимущества комбинаторных парсеров .....	8
1.3. Существующие практические реализации комбинаторных парсеров и их проблемы .....	9
1.4. Левая рекурсия .....	11
1.5. Типы комбинаторных парсеров .....	12
Выводы по главе 1 .....	13
2. ПРЕДЛАГАЕМЫЙ ПОДХОД .....	14
2.1. Существующие решения .....	14
2.2. Стил ь передачи продолжения (CPS) .....	16
2.2.1. Монада Cont .....	16
2.2.2. Cont полиморфный по результату .....	17
2.2.3. Cont с состоянием .....	18
2.2.4. Недетерминированный Cont .....	18
2.3. CPS парсеры .....	19
2.3.1. Алгоритм разбора с левой рекурсией .....	20
2.3.2. Алгоритм работы мемоизированных CPS парсеров .....	21
2.3.3. Реализация алгоритма CPS парсеров .....	22
2.3.4. Пример использования CPS парсера .....	25
2.4. Генерация ключей мемоизации .....	25
2.4.1. Парсеры первого порядка .....	25
2.4.2. Парсеры высшего порядка .....	27
Выводы по главе 2 .....	29
3. ПОЛУЧЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ .....	30
3.1. Разбор арифметических выражений .....	30
3.2. Разбор контекстно-свободных грамматик .....	33
3.3. Разбор не контекстно-свободных грамматик .....	33
3.4. Сравнение свойств библиотеки с существующим инструментами .....	33
ЗАКЛЮЧЕНИЕ .....	36
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ .....	37

## **ВВЕДЕНИЕ**

### **Актуальность работы**

Различных формальных языков становится всё больше, при этом многие такие языки имеют схожие структуры. В связи с этим возникает необходимость писать комбинируемые парсеры, чтобы иметь возможность разбивать их на части и переиспользовать для разных языков. Это позволило бы ускорить время разработки парсеров для схожих формальных языков. Кроме того такой подход дал бы возможность разбивать крупные парсеры для сложных формальных языков на небольшие части, удобные для долгосрочной поддержки и развития.

### **Цель работы**

Добиться возможности переиспользовать части парсеров.

### **Задачи работы**

- а) Изучение литературы по теме.
- б) Создание библиотеки комбинаторных парсеров, обладающих следующими свойствами:
  - 1) Распознавание любой однозначной контекстно-свободной грамматики.
  - 2) Нечувствительность к longest match first.
  - 3) Нечувствительность к левой рекурсии.
  - 4) Полиномиальное время работы.
- в) Оценка работы написанной библиотеки.

### **Структура работы**

- а) В Главе 1 представлено описание предметной области.
- б) В Главе 2 представлен обзор существующих подходов, описание выбранного подхода, детали реализации решения.
- в) В Главе 3 представлена верификация полученных результатов, даны примеры практического применения разработанного подхода.

## ГЛАВА 1. ОБЗОР ПРЕДМЕТНОЙ ОБЛАСТИ

В этой главе даётся введение в область синтаксического анализа формальных языков, разбираются принятые подходы и приёмы, использующиеся при построении парсеров.

### 1.1. Подходы к синтаксическому анализу

Для выполнения синтаксического анализа используют парсеры. По сути парсер это функция из некоторого состояния в список пар из изменённого состояния и результата, то есть функция  $S \rightarrow (R \times S)^*$ , где  $S$  — множество состояний,  $R$  — множество результатов. На практике состоянием обычно является поток некоторых символов или токенов, а результатом — дерево разбора. Есть несколько подходов к написанию парсеров. Самый наивный — ручное написание парсера, например, с помощью нисходящего рекурсивного спуска. Такой подход позволяет строить производительные и тонко настраиваемые парсеры, однако, как правило, не подходит для разбора произвольных КСГ, а также значительно увеличивает время и сложность разработки программы синтаксического анализа. Одним из более продвинутых подходов является использование генераторов парсеров (таких как Bison[6] или ANTLR[5]), которые создают парсер на основе описания грамматики путём использования некоторого предметно-ориентированного языка. Другим продвинутым подходом является использование комбинаторных парсеров, которые представляют из себя функции, путём композиции которых пользователь неявно задаёт грамматику и семантику языка, анализ которого будет производиться.

### 1.2. Преимущества комбинаторных парсеров

Традиционно для крупных языков программирования используют генераторы парсеров, так как они за счёт выполнения статического анализа грамматики имеют меньшее время работы. Такое время работы также достигается за счёт того, что генераторы парсеров работают как правило только с  $LL(k)$  грамматиками. Следует заметить, что такие грамматики однозначны.

Напротив, комбинаторные парсеры зачастую способны работать с любыми контекстно-свободными грамматиками, однако при этом имеют полиномиальное или даже экспоненциальное относительно длины ввода время работы на некоторых грамматиках и входных данных.

Крайне важной чертой, отличающей комбинаторные парсеры от генераторов парсеров, является интегрированность первых в язык программирования, на котором написан парсер. Это означает, что комбинаторные парсеры, являясь обычными функциями, написаны на языке компилятора. Это позволяет получить такие преимущества, как, например, проверка типов на этапе компиляции парсера. Кроме того такая интегрированность позволяет писать комбинаторные парсеры более абстрактно, отходя от деталей грамматики и семантики конкретного языка программирования. Комбинаторные парсеры можно объединять произвольным образом, а части описания этих парсеров переиспользовать.

### 1.3. Существующие практические реализации комбинаторных парсеров и их проблемы

Простейшая реализация комбинаторного парсера использует *backtracking*, чтобы иметь неограниченный *lookahead* и, как следствие, возможность разбирать произвольные КСГ. Однако использование *backtracking* может приводить к экспоненциальному времени разбора некоторых слов для ряда грамматик. Например, рассмотрим грамматику на рис. 1.

$$\begin{array}{l} A \rightarrow xAa \\ \quad \quad xAb \\ \quad \quad \epsilon \end{array}$$

Рисунок 1 – Грамматика с экспоненциальной сложностью

На вводах типа "xxxxbbbb" (которые можно записать регулярным выражением  $x^n b^n$ ) сложность разбора в соответствии с грамматикой на рис. 1 растёт экспоненциально с ростом  $n$ . Действительно, при раскрытии нетерминала  $A$  парсер с *backtracking* сначала пытается применить первое правило, то есть  $A \rightarrow xAa$ . При этом на вводах типа  $x^n b^n$  при раскрытии  $A$  всегда необходимо применять второе правило. Получается, что парсер как бы перебирает в лексикографическом порядке все строки вида  $x^n(a|b)^n$  для некоторого  $n$ , притом строка  $x^n b^n$  будет проверена последней, а значит, парсер сделает число шагов равное числу строк вида  $x^n(a|b)^n$  минус 1, то есть для заданного  $n$  парсер сделает  $2^{n-1}$  шагов.



Во избежание экспоненциального времени работы некоторые практические реализации комбинаторных парсеров могут делать *backtracking*, только если пользователь явно укажет, что он необходим при разборе правила некоторого нетерминала (так делает *megaparsec*[12] с помощью комбинатора *try*). Это позволяет достигнуть линейного времени работы, однако использование этого подхода приводит к тому, что парсеры приходится писать с учётом *longest match first*, что не позволяет разбирать неоднозначные грамматики, а также приводит к невозможности описать любую КСГ. Это плохо само по себе, однако ещё хуже то, что следствием этого является невозможность комбинировать такие парсеры, ведь при произвольном объединении грамматик путём композирования функций-парсеров *longest match first* может перестать соблюдаться. Например, при объединении грамматик, состоящих из нетерминалов *A* и *B* с рис. 2, путём задания парсера для нетерминала *C* строку "*somebody*" нельзя будет полностью распознать, потому что её префикс "*some*" будет поглощён правилом  $A \rightarrow some$ , хотя грамматика из нетерминала *B* способна поглотить весь поток ввода.

$$\begin{array}{lcl} A & \rightarrow & anybody \\ & & some \\ B & \rightarrow & somebody \\ & & any \\ C & \rightarrow & A \\ & & B \end{array}$$

Рисунок 2 – Неправильное объединение парсеров

Другим подходом, позволяющим комбинаторным парсерам с *backtracking* работать за время меньшее, чем экспоненциальное, является использование мемоизации. Причина экспоненциального времени работы парсеров с *backtracking* (как в том числе можно видеть из примера с рис. 1) заключается в том, что одна и та же часть ввода разбирается парсером несколько раз. Такого поведения можно избежать путём запоминания промежуточных результатов разбора парсера. При использовании комбинаторного парсера любой нетерминал грамматики является функцией, которая принимает поток ввода и возвращает список пар из изменённого состояния и результата. Например, парсер для нетерминала  $A \rightarrow aA|eps$  на строке "*aaa*" вернёт

[ ("aaa", "") ("aa", "a"), ("a", "aa"), ("", "aaa") ]. Для мемоизации парсера  $A$  необходимо завести таблицу, в которую при первом вызове парсера  $A$  на "aaa" добавится запись о том, что для ввода "aaa" парсер должен вернуть [ ("aaa", "") ("aa", "a"), ("a", "aa"), ("", "aaa") ]. При последующих вызовах парсера  $A$  на "aaa" будет возвращаться мемоизированный результат. При условии возможности находить хэш частей входного потока и сравнивать их за константное время, эта операция выполняется за константное время. Следует заметить, что подход с мемоизацией обладает теми же свойствами, что и хорошо известный алгоритм Эрли[2, 3] за исключением того факта, что мемоизированные парсеры не могут быть записаны леворекурсивно. Как следствие, мемоизированные парсеры с backtracking способны разбирать любую КСГ за полиномиальное время.

Тем не менее большинство мемоизированных комбинаторных парсеров с backtracking ограничены в том, как их можно комбинировать между собой. Особенно это касается комбинаторных парсеров высшего порядка, которые на основе одних парсеров создают другие. Одной из проблем является невозможность большинства комбинаторных парсеров завершаться при разборе леворекурсивных грамматик.

#### 1.4. Левая рекурсия

Левая рекурсия возникает, когда для разбора нетерминала грамматики необходимо разобрать этот же нетерминал.

$$E \rightarrow E + E$$

$t$

Рисунок 3 – Леворекурсивная грамматика

Граматику и семантику некоторых языков гораздо удобнее описывать с использованием левой рекурсии. Кроме того левая рекурсия может возникнуть при использовании комбинаторных парсеров высшего порядка. Рассмотрим пример из листинга 1.

Сам по себе парсер `seq` нелеворекурсивен, однако при вызове его с `stmt` в качестве первого аргумента возникает левая рекурсия. Этот нарочито простой пример показывает, как левая рекурсия может неожиданным образом возникнуть при использовании парсеров высшего порядка.

## Листинг 1 – Возникновение левой рекурсии

```
seq (x, y) = x ";" y
stmt = seq (stmt, stmt) | VAR ":=" EXPR
```

Таким образом одно из главных преимуществ комбинаторных парсеров, заключающееся в их композиционности, остаётся раскрытым не до конца в случае, когда леворекурсивные грамматики не могут быть разобраны парсером.

## 1.5. Типы комбинаторных парсеров

Для написания комбинаторных парсеров обычно используют одну из двух абстракций: **монаду** (англ. *monad*) или **аппликатив** (англ. *applicative*). Парсеры, которые используют эти абстракции называют соответственно **монадическими** и **аппликативными**. Можно заметить, что тип любого парсера (то есть  $S \rightarrow (S \times R)^*$ ), принадлежит к классу монад[10]. Монадические парсеры являются подмножеством аппликативных, то есть с помощью монадического парсера всегда можно закодировать аппликативный. Монадические парсеры обладают большей выразительной мощностью, чем аппликативные, что позволяет с их помощью описывать не только контекстно-свободные грамматики. Однако эта мощь приводит к тому, что структуру монадических парсеров невозможно анализировать статически, что нельзя сказать об аппликативных парсерах. В листинге 4 приведён пример монадического парсера, который парсит слова из не контекстно-свободного языка, задаваемого множеством слов  $\{a^n b^n c^n \mid n \in \mathbb{N}\}$ . Заметим, что структура парсера `anbnсn` формируется во время работы программы, а не на этапе компиляции, и зависит от количества символов 'a', которое присутствует в начале разбираемой строки.

## Листинг 2 – Класс монад в Haskell

```
class Monad m where
  return :: a -> m a
  (>>=) :: m a -> (a -> m b) -> m b
```

## Листинг 3 – Класс аппликативов в Haskell

```
class Applicative f where
  (<$>) :: (a -> b) -> f a -> f b
  pure :: a -> f a
```

$$(<*>) :: f (a \rightarrow b) \rightarrow f a \rightarrow f b$$

Листинг 4 – Монадический парсер для не КС языка

```
anbncn :: Parser String String
anbncn = do
  a <- some (char 'a')
  b <- replicate (length a) (char 'b')
  c <- replicate (length a) (char 'c')
  return (a ++ b ++ c)
```

### Выводы по главе 1

В этой главе были описаны основные подходы к созданию инструментов синтаксического анализа. Были разобраны тонкости реализации комбинаторных парсеров.

## ГЛАВА 2. ПРЕДЛАГАЕМЫЙ ПОДХОД

В этой главе сначала даётся обзор существующих решений, которые потенциально могут решать задачу, поставленную в рамках работы, рассматриваются недостатки существующих решений. Далее предлагается собственное решение, разбираются детали его практической реализации.

### 2.1. Существующие решения

На текущий момент есть несколько решений, которые частично выполняют задачу, поставленную в рамках работы. А именно есть несколько алгоритмов синтаксического анализа, позволяющих разбирать любые леворекурсивные контекстно-свободные грамматики с использованием комбинаторных парсеров. Рассмотрим их подробнее.

#### **Использование длины остатка ввода (Frost (2008)[8])**

Данный подход использует длину оставшегося ввода и специальный контекст для подсчёта количества леворекурсивных вызовов, которое было сделано в некоторой ветви разбора. Если количество леворекурсивных вызовов превышает оставшуюся длину ввода, ветвь разбора завершается с пустым результатом. Для обеспечения полиномиального времени работы используется мемоизация. Главным недостатком данного подхода является асимптотика  $O(n^4)$  для леворекурсивных грамматик. Для всех остальных грамматик асимптотика —  $O(n^3)$ . Кроме того для работы данного подхода необходимо знать длину ввода.

#### **Cancellation разбор (Nederhof (1994)[13])**

Данный подход использует "cancellation set" который хранит посещённые в текущей ветке разбора нетерминалы. С помощью "cancellation set" можно отслеживать леворекурсивные вызовы нетерминалов и успешно их проводить. Недостатком разбора является  $O(e^n)$  время работы, а также необходимость изменения грамматики, путём добавления специальных нетерминалов, которые ответственны за работу с "cancellation set". TODO надо подробнее разобраться с этим подходом

#### **Леворекурсивный разбор PEG (Warth (2008)[14])**

PEG — это особый вид грамматик, которые могут быть разобраны за линейное время с использованием алгоритма Packrat[7]. Оригинальный алгоритм не способен работать с левой рекурсией, тем не менее в него можно добавить поддержку леворекурсивных парсеров с помощью процесса под назва-

нием "grow the seed"[14], в рамках которого леворекурсивная цепочка правил применяются к потоку ввода много раз до тех пор, пока это применение закончивается успешно. Данная модификация сохраняет линейное время работы алгоритма.

Такое время работы достигается в алгоритме Packrat с помощью использования мемоизации, а также за счёт особенностей PEG. В частности того факта, что PEG локально и глобально однозначны в отличие от КСГ, которые могут быть локально неоднозначными даже при условии глобальной однозначности.

Недостаток этого подхода заключается в том, что в PEG привычная операция альтерации между правилами нетерминалов не является симметричной. Например, грамматика  $A \leftarrow aa/a$  не эквивалентна  $A \leftarrow a/aa$  (в PEG вместо "|" принято писать "/", а вместо "→" писать "←"): на вводе "ab" парсер для  $A \leftarrow ab/b$  должен вернуть "ab", а парсер для  $A \leftarrow b/ab$  вернуть "a", потому что правило  $A \leftarrow aa$  не будет применено к вводу, так как первое завершилось успешно. Другими парсеры для PEG не делают backtracking, потому что само описание PEG делает это невозможным. В связи с этим парсеры для PEG должны быть написаны с учётом longest match first, что не позволяет их комбинировать.

### **Разбор в стиле передачи продолжений или CPS (Johnson (1995)[11])**

Джонсон предлагает подход к написанию рекогнайзеров с использованием мемоизированных продолжений. Оказывается, что рекогнайзеры, полученные путём применения этого подхода нечувствительны к левой рекурсии, а также имеют время работы  $O(n^3)$ . К сожалению, в оригинальной работе приводится способ строить только рекогнайзеры, но не парсеры. Следствием этого является использование множеств для хранения результатов разбора в оригинальной работе, что приводит к необходимости уметь сравнивать такие результаты, а также искать их хэш за константу. Это не проблема для рекогнайзеров, где результатом является длина разобранного префикса ввода, однако для парсеров такое требование неприемлемо, ведь при работе с ними пользователь сам определяет тип результата, для которого не всегда возможно написать константную по времени реализацию сравнения и поиска хэша. Тем не менее для однозначных грамматик подход, использованный в оригинальной работе можно расширить на парсеры, в том числе монадические комбинаторные парсеры.

Для достижения цели, поставленной в работе, было принято решение взять за основу CPS рекогнайзеры и усовершенствовать их. В следующем разделе сначала будет рассмотрено, что такое стиль передачи продолжения в целом, далее будет описана Cont монада, после этого её мемоизированная версия. Наконец, будет показано, как создать парсер с помощью мемоизированной Cont монады.

## 2.2. Стиль передачи продолжения (CPS)

Для написания реализованной в рамках ВКР библиотеки был выбран язык программирования Haskell. Haskell является функциональным языком, с чистыми функциями. Разберёмся, как устроен стиль передачи продолжения в подобном языке. Рассмотрим пример кода из листинга 5 для расчёта квадрата гипотенузы треугольника[9] по теореме Пифагора.

Листинг 5 – Теорема Пифагора

```
add :: Int -> Int -> Int
add x y = x + y

square :: Int -> Int
square x = x * x

pythagoras :: Int -> Int -> Int
pythagoras x y = add (square x) (square y)
```

Чтобы записать тот же код в CPS стиле необходимо, чтобы функции `add`, `square` и `pythagoras` вместо `Int` возвращали функцию, которая принимает продолжение и возвращает результат, эту функцию будем называть *отложенным вычислением*. Тип такой функции  $(Int \rightarrow r) \rightarrow r$ , то есть само продолжение имеет тип  $Int \rightarrow r$ . Код, переписанный в стиле передачи продолжения, представлен на листинге 6. Можно сказать, что теперь все функции принимают дополнительный аргумент с типом  $Int \rightarrow r$ , который является продолжением.

Теперь, чтобы получить результат вычислений, например, для треугольника с катетами 3 и 4, можно вызвать `pythagoras_cps 3 4 id`.

### 2.2.1. Монада Cont

Пусть мы хотим последовательно соединить два отложенных вычисления  $(a \rightarrow r) \rightarrow r$  и  $(b \rightarrow r) \rightarrow r$ . Притом второе вычисление мы будем составлять на основе первого. Функция для этого представлена на листинге 7.

## Листинг 6 – Теорема Пифагора в CPS

```

add_cps :: Int -> Int -> ((Int -> r) -> r)
add_cps x y = \k -> k (add x y)

square_cps :: Int -> ((Int -> r) -> r)
square_cps x = \k -> k (square x)

pythagoras_cps :: Int -> Int -> ((Int -> r) -> r)
pythagoras_cps x y = \k ->
  square_cps x $ \x_squared ->
  square_cps y $ \y_squared ->
  add_cps x_squared y_squared $ k

```

## Листинг 7 – Соединение отложенных вычислений

```

chainCPS :: ((a -> r) -> r) ->
  (a -> ((b -> r) -> r)) ->
  ((b -> r) -> r)
chainCPS s f = \k -> s $ \x -> f x $ k

```

Заметим, что если заменить  $(a \rightarrow r) \rightarrow r$  на  $m\ a$ ,  $a\ (b \rightarrow r) \rightarrow r$  на  $m\ b$ , то функция `chainCPS` по сути будет являться монадическим `bind`.

Разовьём эту идею, добавив новый тип с листинга 8.

## Листинг 8 – Тип Cont

```

newtype Cont r a = Cont {
  runCont :: (a -> r) -> r
}

```

По сути тип `Cont` — это обёртка над функцией  $(a \rightarrow r) \rightarrow r$ . Этот тип является монадой, что показано на листинге 9.

## Листинг 9 – Инстанс Monad для Cont

```

instance Monad (Cont r) where
  return x = Cont ($ x)
  s >=> f = Cont $ \c -> runCont s $
    \x -> runCont (f x) c

```

**2.2.2. Cont полиморфный по результату**

Недостаток `Cont` монады с листинга 8 заключается в том, что тип результата (то есть `r`) должен оставаться неизменным внутри монады. Это означает,



что при `bind` нельзя изменить тип результата монады, что не позволяет, например, при описании парсеров соединять через `bind` парсеры, возвращающие разные по типу результаты. Чтобы это исправить нужно, чтобы тип результата определялся не типом `Cont`, а типом продолжения `a -> r`. Для этого воспользуемся экзистенциальными типами из Haskell. Обновленная версия типа `Cont`, которая полиморфна по результату, а также инстанс монады для неё представлен на листинге 10. Можно заметить, что инстанс для монады не изменился.

Листинг 10 – Монада `Cont` полиморфная по результату

```
newtype Cont a = Cont
  { runCont :: forall r. (a -> r) -> r
  }

instance Monad (Cont r) where
  return x = Cont ($ x)
  s >=> f = Cont $ \c -> runCont s $
    \x -> runCont (f x) c
```

### 2.2.3. `Cont` с состоянием

Для написания мемоизированного парсера в стиле CPS необходимо, чтобы отложенные вычисления использовали таблицу мемоизации. Такая таблица мемоизации является по сути изменяемым состоянием. Для его реализации можно воспользоваться `State` монадой. Тогда тип `Cont` монады необходимо изменить. Изменённый тип представлен на листинге 11.

Листинг 11 – Тип `Cont` с состоянием

```
newtype Cont r a = Cont {
  runCont :: forall r. (a -> State MemoTable r)
    -> State MemoTable r
}
```

Теперь продолжения имеют тип `a -> State MemoTable r` и могут использовать таблицу мемоизации для вычисления результата. Класс `Monad` для нового типа продолжений определяется так же, как на листинге 10.

### 2.2.4. Недетерминированный `Cont`

В результате работы парсера может получиться несколько результатов или вовсе ни одного, что свидетельствует о том, что разбираемая строка не

принадлежит языку. Поэтому отложенные вычисления в `Cont` монаде должны возвращать не единственный результат (как это следовало из типа `Cont` до сих пор), а коллекцию результатов. В качестве коллекции используем обычный список. Снова изменим тип `Cont`, заменив тип результата `r` на `[r]`. Изменённый тип представлен на листинге 12. Важно заметить, что изменённый тип принадлежит классу `Alternative`.

Листинг 12 – Недетерминированный `Cont` с состоянием

```
newtype Cont r a = Cont {
  runCont :: forall r. (a -> State MemoTable [r])
    -> State MemoTable [r]
}

instance Alternative (Cont k s) where
  empty :: Cont k s a
  empty = Cont (\_ -> return empty)
  (<|>) :: Cont k s a -> Cont k s a -> Cont k s a
  (<|>) a b =
    Cont
      ( \k -> do
          r1 <- runCont a k
          r2 <- runCont b k
          return $ r1 <|> r2
      )
```

### 2.3. CPS парсеры

Теперь с использованием разработанной в разделе 2.2.4 монады `Cont`, несложно написать парсер в стиле передачи продолжения. Как уже было замечено ранее парсер — это функция типа `s -> [(r, s)]`, где `s` — это тип потока ввода, а `r` — тип результата разбора. Если возвращаемый список пустой, то разбираемая строка не принадлежит языку, если возвращаемый список содержит более одного элемента, то строка может быть разобрана несколькими способами. На самом деле парсер не обязан возвращать список. Например, вместо списка парсер может возвращать `Maybe` (листинг 13). В этом случае его тип — `s -> Maybe (r, s)`. Парсер с таким типом может возвращать `Nothing`, если разбор закончился неудачно, или `Just (r, s)`, если разбор завершился успехом. Заметим, что такой парсер не может вернуть несколько результатов разбора. Подробнее с этим можно ознакомиться в рамках работы [10].

Такая независимость парсера от контейнера для результата наводит на мысль написать обобщённый тип парсера, параметризованный относитель-

## Листинг 13 – Тип Maybe в Haskell

```
data Maybe a = Just a | Nothing
```

но типа такого контейнера: `type ParserT m s r = s -> m (r, s)`. Полученный тип в точности соответствует монадическому трансформеру `StateT` из Haskell (листинг 14). При условии, что тип `m` принадлежит классу монад, тип `StateT` также принадлежит к классу монад.

Листинг 14 – `StateT` трансформер монад

```
newtype StateT s m a = StateT (s -> m (a, s))
```

Получается, что любой монадический парсер с типом ввода `s` и типом результата `r` можно записать, как `StateT s m r`, где `m` — это некоторый тип, принадлежащий классу монад. Как можно было заметить на примере со списком и `Maybe`, тип `m` определяет свойства парсера. Тип `Cont` из раздела 2.2.4 является монадой, а значит значения с типом `StateT s Cont r` являются монадическими парсерами. Такие монадические парсеры мы будем называть парсеры в стиле CPS. Введём для них тип с именем `Parser`, как на листинге 15. Тип результата `r` опущен, чтобы `kind` полученного типа был `* -> *` и `Parser` принадлежал к классу монад (в Haskell частично параметризованные типы не поддерживаются).

## Листинг 15 – Парсер в CPS стиле

```
type Parser s = StateT s Cont
```

### 2.3.1. Алгоритм разбора с левой рекурсией

Проблема с комбинаторными парсерами, написанными леворекурсивно, заключается в том, что такие парсеры вызывают сами себя, при этом не меняя состояние разбора. В связи с этим код производит леворекурсивные вызовы, пока не переполнится стек вызовов и программа не завершится с ошибкой.

Чтобы избежать подобного исхода, можно сделать следующее в случае, когда разбор нетерминала приводит к леворекурсивному вызову:

- а) Не производить леворекурсивный вызов, при этом сохранив цепочку парсеров, которая должна была быть вызвана после него.

- б) Когда у нетерминала, разбор которого привёл к леворекурсивному вызову, появляется новый результат, вызвать сохранённые цепочки парсеров на этом результате.

Заметим, что если при вызове сохранённой цепочки парсеров у нетерминала, разбор которого привёл к леворекурсивному вызову, появляется новый результат, то надо снова вызвать сохранённые цепочки парсеров на этом результате.

$$A \rightarrow \begin{matrix} Aa \\ b \end{matrix}$$

Рисунок 4 – Леворекурсивная грамматика

Чтобы лучше понять описанный алгоритм, рассмотрим пример. Взглянем на грамматику на рисунке 4. Парсер для этой грамматики принимает строки вида  $ba^*$ . Если придерживаться описанного алгоритма, то парсер для нетерминала  $A$  на строке "baa" сначала попытается вызвать самого себя. При этом код должен понять, что произошёл леворекурсивный вызов и не вызывать парсер, а вместо этого сохранить то, что должно распарситься после вызова  $A$ , то есть парсер для терминала  $a$ . Потом парсер для нетерминала  $A$  попытается вызвать парсер для нетерминала  $b$ , этот парсер вернёт результат ("b", "aa"). Получается, что у нетерминала  $A$  появился новый результат, значит, на этом результате нужно согласно алгоритму вызвать сохранённый парсер, то есть парсер для терминала  $a$ , который вернёт результат ("ba", "a"). У нетерминала  $A$  снова появился новый результат, значит, на нём снова нужно вызвать парсер для  $a$ , который вернёт результат ("baa", ""). Таким образом парсер, следуя описанному ранее алгоритму, смог разобрать всю входную строку, несмотря на левую рекурсию.

### 2.3.2. Алгоритм работы мемоизированных CPS парсеров

Работа, проделанная в предыдущих разделах была необходима для того, чтобы мемоизировать парсеры так, чтобы они поддерживали левую рекурсию.

По сути алгоритм, который был описан в разделе 2.3.1 и есть алгоритм работы мемоизированных CPS парсеров. При этом цепочка парсеров, которая должна быть вызвана после леворекурсивного вызова, есть продолжение парсера, который к этому вызову привёл. В связи с этим алгоритм можно описать следующим образом, теперь уже без упора на левую рекурсию.

- а) Для каждого парсера нетерминала храним список его результатов и список его продолжений.
- б) При появлении у парсера нового продолжения вызываем его на всех результатах.
- в) При появлении у парсера нового результата вызываем на нём все продолжения.

Важно заметить, что подобный алгоритм не только позволяет записывать парсеры леворекурсивно, но и гарантирует полиномиальное время работы парсера. Чтобы убедиться в этом, обратимся к источникам. В статье, где впервые был предложен подобный алгоритм для CPS рекогнайзеров[11], утверждается, что он работает за полиномиальное время. Алгоритм для парсеров производит те же самые шаги, что и алгоритм для рекогнайзеров, следовательно, должен также работать за полиномиальное время. Кроме того в статье, где была разработана другая библиотека CPS парсеров под названием Meerkat[11], доказывалось, что CPS парсеры работают за полином, притом для не сильно неоднозначных грамматик это время ограничено  $O(n^3)$ . Наконец, нужно сказать, что представленный алгоритм является частным случаем мемоизированных парсеров. В статье [3] доказывалось, что свойства мемоизированных парсеров аналогичны свойствам парсеров Эрли.

### 2.3.3. Реализация алгоритма CPS парсеров

На листингах 16 и 17 представлен основной код, необходимый для работы мемоизированных CPS парсеров. Напомним, что тип `Cont` принадлежит классу монад, как это было показано ранее.

Два типа `MemoEntry` и `MemoTable` с листинга 16 используются для мемоизации. Тип `MemoTable` — это тип таблицы мемоизации, из этой таблицы по ключу, который уникально идентифицирует парсер, а также вводу можно получить значение типа `MemoEntry`. `MemoEntry` хранит результаты применения парсера с ключом к некоторому вводу, а также продолжения этого парсера на этом вводе, то есть по сути парсеры, которые могут быть вызваны после парсера, `MemoEntry` которого рассматривается. `MemoTable` используется в качестве состояния для `Cont`. Для удобства также введён тип `ContState`, который является типом результата мемоизированного продолжения. Введённый на листинге 15 тип `Parser` переименован в `BaseParser`, далее станет понятным для чего.

Можно заметить, что в коде используется тип `Dynamic` (на листинге 16), а также функции `fromDynUnsafe`, `toDyn` и `toDynContinuation` (на листинге 17). Они необходимы, потому что таблица мемоизации должна хранить значения разных типов, и используются для приведения типов, что на Haskell можно сделать с использованием `Dynamic`[1].

#### Листинг 16 – Типы для CPS парсера

```
data MemoEntry k s a r = MemoEntry
{ results :: [(a, s)],
  continuations :: [(a, s) -> ContState k s [r]]
}

type MemoTable k s =
  Map.HashMap
    k
    (Map.HashMap s (MemoEntry k s Dynamic Dynamic))

type ContState k s = State (MemoTable k s)

newtype Cont k s a = Cont
{ runCont ::
  forall r.
    (Typeable r) =>
    (a -> ContState k s [r]) ->
    ContState k s [r]
}

type BaseParser k s = StateT s (Cont k s)
```

На листинге 17 определена функция `baseMemo`, которая делает из обычного парсера мемоизированный. Она принимает уникальный ключ и парсер для мемоизации. Когда мемоизированный парсер вызывается впервые, в таблице мемоизации по ключу для этого парсера создаётся пустой словарь, это происходит в строке `modify (Map.insertWith (\_ old -> old) key Map.empty)`. Далее проверяется, есть ли в этом словаре запись для ввода, на котором был вызван парсер.

Если такой записи нет, то она создаётся путём вызова функции `addNewEntry`, в запись сразу же помещается продолжение, с которым был вызван мемоизированный парсер. Далее вызывается сам парсер с особым продолжением. Это продолжение по завершении парсера с некоторым результатом сохраняет этот результат в `MemoEntry`, а также вызывает все сохранённые

## Листинг 17 – Мемоизация для CPS парсера

```

baseMemo ::
  (Typeable a, Hashable k, Hashable s, Eq k, Eq s) =>
  k -> BaseParser k s a -> BaseParser k s a
baseMemo key parser = StateT $ \state ->
  Cont $ \continuation ->
  do
    modify (Map.insertWith (\_ old -> old) key Map.empty)
    entry <- gets $
      \table -> Map.lookup state $ table Map.! key
    case entry of
      Nothing -> do
        modify $
          addNewEntry state $
            MemoEntry [] [toDynContinuation continuation]
        runCont
          (runStateT parser state)
          ( \result -> do
            modify (addResult state result)
            conts <- gets $ \table ->
              continuations $ (table Map.! key) Map.! state
            join <$> mapM
              ( \cont ->
                fmap fromDynUnsafe <$> cont (first toDyn result)
              )
            conts
          )
      Just foundEntry -> do
        modify (addContinuation state continuation)
        join <$> mapM
          (continuation . first fromDynUnsafe)
          (results foundEntry)

```

продолжения парсера на полученном результате и возвращает их результаты, соединённые в единый список.

Если запись в таблице мемоизации по ключу парсера и вводу есть, то в неё добавляется переданное в парсер продолжение, это происходит путём вызова функции `addContinuation`. Далее это продолжение вызывается на всех сохранённых результатах парсера.

Можно заметить, что сам мемоизированный парсер для заданного ввода вызывается единожды, далее используются его сохранённые результаты, этим и объясняется полиномиальное время работы алгоритма.

### 2.3.4. Пример использования CPS парсера

Покажем, как использовать написанный парсер. Сделаем это на примере грамматики с рисунка 4. Для этого сначала введём примитивный парсер, который разбирает переданную в него строку. Его можно найти на листинге 18. Функция `stripPrefix` импортирована из модуля `Data.List` стандартной библиотеки Haskell. Для наглядности в качестве потока ввода в парсере используется `String`, это далеко не самое удачное решение с точки зрения производительности, библиотека позволяет использовать и другие, более эффективные потоки ввода.

Листинг 18 – Парсер для строки

```
string :: String -> BaseParser k String String
string s =
  StateT
    ( \state ->
      case stripPrefix s state of
        Just s' -> return (s, s')
        Nothing -> empty
    )
```

Теперь можно написать парсер для грамматики с рисунка 4. Он представлен на листинге 19. В качестве ключа для парсера используется целое число 1. Ввиду того, что парсер единственный, ключ может быть любым. Главное, чтобы тип ключа поддерживал проверку на равенство, а также поиска хэша за  $O(1)$ . Для написания парсера `baa` использован тот факт, что любая монада является также функтором и аппликативом. Это значит, что для парсеров определены операторы `<$>` и `<*>`.

Листинг 19 – Парсер для строк  $ba^*$

```
baa :: BaseParser Int String String
baa =
  baseMemo 1 $
    (++) <$> baa <*> chunk "a"
    <|> chunk "b"
```

## 2.4. Генерация ключей мемоизации

### 2.4.1. Парсеры первого порядка

Расставлять ключи мемоизации вручную неудобно. Более того, при таком подходе сложно обеспечить уникальность ключей. Поэтому необходи-



мо предоставить средства для автоматической генерации ключей мемоизации. Для этого добавим новый тип `Key` с листинга 20. `Key` позволяет сравнивать значения разных типов.

Листинг 20 – Тип ключей мемоизации

```
data Key = forall a. (Typeable a, Hashable a, Eq a) => Key a

instance Eq Key where
  (==) :: Key -> Key -> Bool
  (==) (Key a) (Key b) =
    case cast b of
      Just x -> a == x
      Nothing -> False

instance Hashable Key where
  hashWithSalt :: Int -> Key -> Int
  hashWithSalt s (Key a) = hashWithSalt s a

makeStableKey :: (Typeable a) => a -> Key
makeStableKey a = Key (unsafePerformIO $ makeStableName a)
```

На том же листинге 20 введена функция `makeStableKey a`, которая генерирует ключ на основе `StableName[4]` своего аргумента. Для аргументов с одинаковыми адресами в памяти функция `makeStableKey` возвращает равные ключи, при этом функция также может вернуть равные ключи для равных аргументов, даже если у этих аргументов разные адреса в памяти. Так происходит из-за оптимизаций компилятора, это не мешает использованию `makeStableKey` по назначению. Предполагается, что функция `makeStableKey` будет вызываться с функциями-парсерами в качестве аргумента, чтобы сгенерировать ключ для этого парсера, как это сделано на листинге 21.

Листинг 21 – Пример использования `makeStableKey`

```
baa :: BaseParser Key String String
baa =
  baseMemo (makeStableKey baa) $
    (++) <$> baa <*> chunk "a"
    <|> chunk "b"
```

Теперь можно ввести функцию `memo`, которая будет автоматически генерировать ключи. Закодируем парсер `baa` с её помощью, как на листинге 22.

## Листинг 22 – Мемо с автоматическим ключом

```

memo ::
  (Typeable s, Typeable a, Hashable s, Eq s) =>
  Parser s a -> Parser s a
memo p = baseMemo (makeStableKey p) (parser p)

baa :: BaseParser Key String String
baa =
  memo $
    (++) <$> baa <*> chunk "a"
    <|> chunk "b"

```

## 2.4.2. Парсеры высшего порядка

Функция `memo` отлично работает для парсеров первого порядка, однако её невозможно использовать с парсерами высшего порядка. Для примера представим, что необходимо мемоизировать парсер `count p n` с листинга 23, который принимает два аргумента: парсер и число раз, которое этот парсер необходимо последовательно применить к вводу. Чтобы мемоизировать этот парсер, в качестве ключа можно было бы использовать что-то похожее на `Key (makeStableKey count, makeStableKey p, n)`, то есть тройку из адреса самого парсера `count`, адреса его аргумента `p` и числа `n`. Так как все три элемента тройки поддерживают операцию равенства и хэширования, то и тройка тоже её поддерживает, притом за  $O(1)$ . Мемоизированная версия `count` называется `mCount` на листинге 23.

Листинг 23 – Парсер высшего порядка `count`

```

count ::
  BaseParser Key String String ->
  Int ->
  BaseParser Key String String
count p n = join <$> replicateM n p

mCount ::
  BaseParser Key String String ->
  Int ->
  BaseParser Key String String
mCount p n = baseMemo
  (Key (makeStableKey mCount, makeStableKey p, n)) $
  join <$> replicateM n p

```

Тем не менее в таком подходе есть проблема. Предположим, что написан парсер `joinedCount n = mCount (mCount (string "a") 3) n`.

Такой пример кажется несколько надуманным, однако суть его в том, что в `mCount` подставляется парсер высшего порядка. Теперь для первого аргумента внешнего `mCount` неправильным будет вызывать `makeStableKey (mCount (string "a") 3)`, потому что этот вызов каждый раз будет возвращать новый ключ, для одинаковых парсеров, ведь `mCount (string "a") 3` создаётся заново при каждом вызове (если не вмешаются оптимизации компилятора, на которые в общем случае рассчитывать нельзя).

Чтобы избежать такой ситуации необходимо в парсере `mCount` для мемоизации вместо `makeStableKey` использовать ключ парсера `p`. Для этого в каждом парсере необходимо хранить его ключ. Введём новый тип парсера на листинге 24.

Листинг 24 – Тип парсера с ключом

```
data Parser s a = Parser
  { key :: Maybe Key,
    parser :: BaseParser Key s a
  }
```

Очевидно, что тип `Parser` принадлежит классу монад. При операциях `fmap`, `pure`, `<*>`, `>>=`, `<|>` для созданного парсера ключ равен `Nothing`. Так сделано по двум причинам. Первая причина — невозможность сравнивать функции по значению, это приводит к невозможности сгенерировать ключи мемоизации для комбинаторов, которые принимают произвольные функции, таких как `fmap`, `<*>` и `>>=`. Примерно по той же причине ключ не генерируется для комбинатора `pure`, в `pure` передаётся некоторый результат парсера, на этот результат не хочется налагать ограничения на возможность проверки на равенство и поиска хэша. Вторая причина, по которой некоторые ключи равны `Nothing` — производительность. Например, для комбинатора `<|>` ключ нужно генерировать на основе двух его аргументов-парсеров, таким образом ключ получается вложенным, время сравнения таких ключей потенциально может зависеть от размера грамматики.

Для других парсеров в том числе `empty` и некоторых примитивных парсеров, таких как `string`, ключ генерируется на основе аргументов. То есть, например, все парсеры `string` для одинаковых строк имеют одинаковые ключи. Введём для удобства две новые функции, ответственные за мемоизацию:

memo и memoWithKey. Теперь можно переопределить mCount. Функции memo, memoWithKey и обновлённый mCount представлены на листинге 25. Для парсеров высшего порядка всегда необходимо указывать ключи явно.

#### Листинг 25 – Исправленный mCount

```
memo ::
  (Typeable s, Typeable a, Hashable s, Eq s) =>
  Parser s a -> Parser s a
memo p = Parser k (baseMemo k (parser p))
  where
    k = makeStableKey p

memoWithKey ::
  (Typeable s, Typeable t, Hashable s, Eq s) =>
  Key -> Parser s t -> Parser s t
memoWithKey k p = Parser k (baseMemo k (parser p))

getOrMakeKey :: (Typeable s, Typeable a) => Parser s a -> Key
getOrMakeKey (Parser (Just k) _) = k
getOrMakeKey p@(Parser Nothing _) = makeStableKey p

mCount ::
  Parser String String ->
  Int ->
  Parser String String
mCount p n = memoWithKey
  (Key (makeStableKey mCount, getOrMakeKey p, n)) $
  join <$> replicateM n p
```

### Выводы по главе 2

В этой главе были проанализированы существующие алгоритмы, с помощью которых потенциально возможно достичь цели ВКР. Был выбран и доработан наиболее удачный алгоритм. Далее доработанный алгоритм был практически реализован с использованием языка программирования Haskell.

## ГЛАВА 3. ПОЛУЧЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

В этой главе рассматриваются результаты, полученные в рамках второй главы. В том числе время работы полученного парсера, возможности его практического применения, а также ограничения.

### 3.1. Разбор арифметических выражений

Для оценки времени работы закодируем с использованием разработанной библиотеки парсер для языка арифметических выражений, заданного грамматикой с листинга 5. В качестве семантики языка используем алгебраические типы данных с листинга 26. Сам парсер представлен на листинге 27. Заметим, что код парсера в точности соответствует грамматике, несмотря на то, что она леворекурсивна. Это достигается за счёт использования функции `memo` при написании парсеров `f`, `term` и `expr`.

$$\begin{aligned}
 F &\rightarrow \text{number} \\
 &\quad (E) \\
 T &\rightarrow T * F \\
 &\quad T / F \\
 E &\rightarrow E + T \\
 &\quad E - T
 \end{aligned}$$

Рисунок 5 – Грамматика арифметических выражений

Листинг 26 – Семантические значения языка арифметических выражений

```

data Expr = ExprOp Expr String Term | ExprVal Term

data Term = TermOp Term String F | TermVal F

data F = FExpr Expr | FVal Int

```

Для сравнения парсер для языка арифметических выражений также был написан с использованием `Megaparsec`[12]. Так как `Megaparsec` не поддерживает левую рекурсию, грамматика для арифметических выражений предварительно была переписана в нелеворекурсивную форму тривиальным образом.

Помимо этого для нелеворекурсивной грамматики был написан парсер с использованием разработанной библиотеки, который не использует функцию

## Листинг 27 – Парсер арифметических выражений

```

f :: Parser (ParserState T.Text) F
f =
  memo $
    FVal . either undefined fst . decimal <$> regex "[0-9]+"
    <|> FExpr <$> (single '(' *> expr <*> single ')')

term :: Parser (ParserState T.Text) Term
term =
  memo $
    TermVal <$> f
    <|> TermOp <$> term <*> (pure <$> oneOf ['*', '/']) <*> f

expr :: Parser (ParserState T.Text) Expr
expr =
  memo $
    ExprOp <$> expr <*> (pure <$> oneOf ['+', '-']) <*> term
    <|> ExprVal <$> term

exprStart :: Parser (ParserState T.Text) Expr
exprStart = expr <*> eof

```

мето. Это возможно, так как грамматика арифметических выражений принадлежит классу грамматик  $LL(1)$ , а значит, её возможно разобрать без использования `backtracking`. Вместе с тем переписанная грамматика нелеворекурсивна. Всё это делает использование мемоизации необязательным.

На рисунке 6 представлено время работы написанных парсеров в зависимости от длины разбираемого арифметического выражения. График «Мето CPS» показывает время работы мемоизированного CPS парсера, график «Megaparsec» — время работы парсера на Megaparsec, график «CPS» — время работы CPS парсера без мемоизации и `backtracking`. По графику «Мето CPS» видно, что разработанная библиотека разбирает арифметические выражения, записанные леворекурсивно, за линейное время. Предположительно, линейное время работы будет наблюдаться на всех детерминированных грамматиках, как в случае с алгоритмом Эрли.

Тем не менее время работы мемоизированного парсера много больше времени работы парсера, закодированного с использованием Megaparsec. Такие различия объясняются необходимостью поиска в хеш словаре, а также недетерминированностью оператора выбора (`<|>`). Вместе с тем по графику «CPS» видно, что разработанная библиотека поддерживает написание парсе-

ров в виде, при котором скорость работы сравнима со скоростью работы парсера на Megaparsec. Это достигается путём отказа от мемоизации и использования детерминированного оператора выбора.

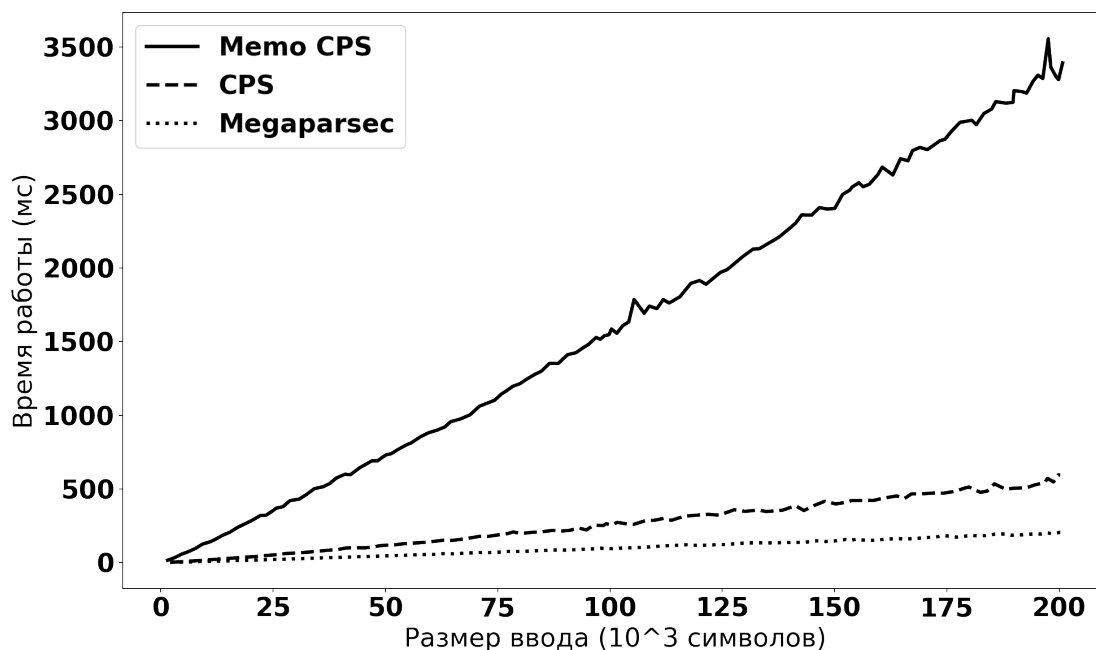


Рисунок 6 – Скорость работы парсеров арифметических выражений

Существенным недостатком мемоизированных CPS парсеров является увеличенное потребление памяти, которое связано с необходимостью хранить промежуточные значения разбора. На таблице 1 приведено потребление памяти тремя парсерами при разборе арифметических выражений длиной 2000, 50000, 100000 и 200000 символов. По данным из таблицы видно, что потребление памяти мемоизированным CPS парсером растёт линейно в зависимости от длины ввода.

Таблица 1 – Потребление памяти в зависимости от длины разбираемого арифметического выражения

–	Memo CPS	Megaparsec	CPS
2000	12 МБ	6 МБ	7 МБ
50000	137 МБ	14 МБ	28 МБ
100000	271 МБ	19 МБ	43 МБ
200000	578 МБ	29 МБ	71 МБ

$$\begin{array}{l}
 A \rightarrow aAx \\
 \quad \quad aAy \\
 \quad \quad \in
 \end{array}$$

Рисунок 7 – Не  $LL(k)$  грамматика

### 3.2. Разбор контекстно-свободных грамматик

Как показано в разделе 3.1 для арифметических выражений, чья грамматика записана в нелеворекурсивном виде, можно не использовать мемоизацию, при этом асимптотика времени работы парсера не изменится. Однако это суждение верно не для любой грамматики. Как было замечено в разделе 2.3.2 алгоритм CPS парсеров гарантирует полиномиальное время работы парсера. Приведём пример, когда мемоизация даёт выигрыш даже для нелеворекурсивных парсеров. Рассмотрим грамматику с рисунка 7. Очевидно, что она не  $LL(k)$ : какое бы количество символов 'а' парсер не принимал во внимание, существует строка, на которой он не сможет определить, какое правило вывода для нетерминала  $A$  применить. Время работы обычного комбинаторного парсера с backtracking при разборе такой грамматики равно  $O(2^n)$  на вводах типа  $a^n(x|y)^n$ . Это время работы свойственно в том числе и Megaparsec. Тем не менее при использовании мемоизированных CPS парсеров время разбора становится квадратичным, что можно видеть на рисунке 8. На графике «data» представлены результаты измерений. График «fit» — это график функции, аппроксимированной на основании полученных измерений.

### 3.3. Разбор не контекстно-свободных грамматик

Важной особенностью написанного парсера является его монадичность, которая позволяет описывать с его помощью не только КСГ. Известно, что язык, порождаемый множеством строк, задаваемых регулярных выражением  $a^k b^k c^k$  для любого натурального  $k$ , не является контекстно-свободным. Тем не менее с помощью разработанной библиотеки такой язык можно разобрать, используя парсер с листинга 28.

### 3.4. Сравнение свойств библиотеки с существующим инструментами

На таблице 2 представлен анализ некоторых элементов синтаксического анализа, которые существуют на данный момент. Инструменты выбирались либо на основе их популярности, либо потому что они обладают уникальными



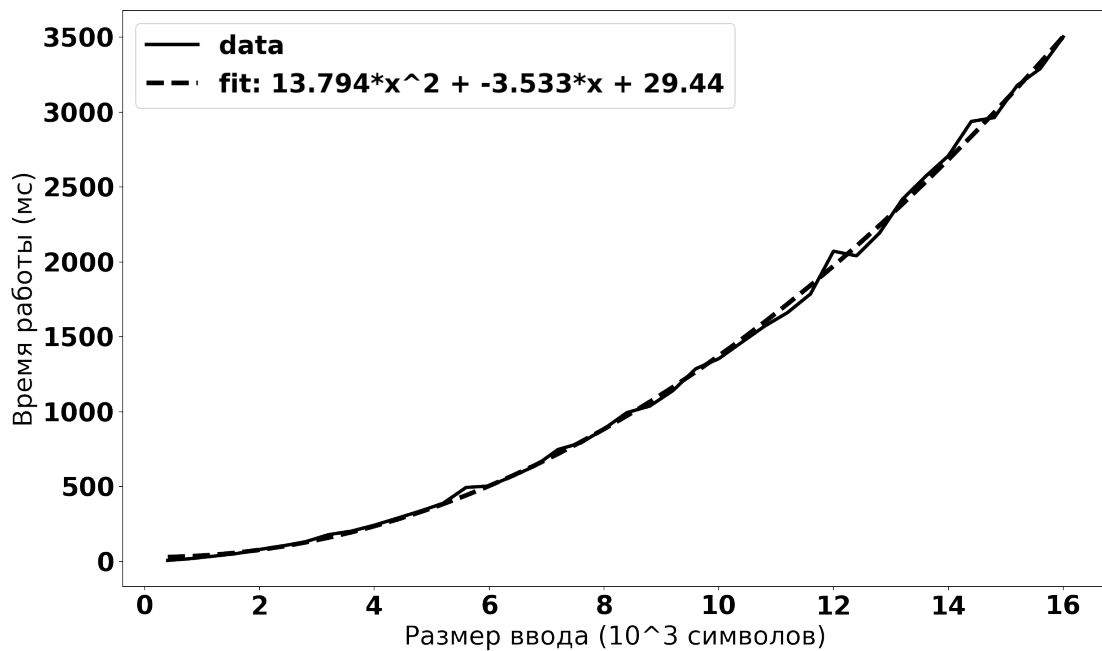


Рисунок 8 – Скорость работы CPS парсера на не  $LL(k)$  грамматике

Листинг 28 – Парсер  $a^k b^k c^k$

```
anbncn :: Parser (ParserState String) String
anbncn = do
  a <- some (single 'a')
  b <- replicateM (length a) (single 'b')
  c <- replicateM (length a) (single 'c')
  eof
  return $ a ++ b ++ c
```

свойствами. Важно заметить, что ни один из существующих комбинаторных парсеров не поддерживает левую рекурсию, пользовательскую семантику и при этом способен разбирать любую контекстно-свободную грамматику.

Проблема таких инструментов как ANTLR и Bison заключается в том, что они являются генераторами парсеров, а не комбинаторами. Почему это является проблемой было объяснено в секции 1.2.

Проблема Parsley[15] и подобных инструментов заключается во-первых в меньшей выразительной мощи в сравнении с монадическими инструментами анализа, а во вторых в отсутствии поддержки левой рекурсии. Инструменты типа PyParsing используют алгоритм Packrat[7], что позволяет им разбирать лишь PEG, что делает невозможным композировать парсеры. Существующие монадические комбинаторные парсеры типа MegaParsec использу-

ют backtracking только в случае, когда это явно указано пользователем. Вместе с тем backtracking без мемоизации приводит к экспоненциальному времени разбора на некоторых КСГ, что было показано в секции 1.3.

Важно рассмотреть библиотеку Meerkat[11]. В её основе лежит тот же алгоритм, который используется для библиотеки, написанной в рамках ВКР. Тем не менее Meerkat оптимизирован для разбора неоднозначных грамматик, в связи с этим парсинг с использованием Meerkat возвращает SPPF (shared packed parse forest), что не позволяет пользователю задавать свою семантику для разбора.

Таблица 2 – Сравнительный анализ некоторых инструментов синтаксического анализа

	ANTLR	Bison	Parsley	PyParsing	MegaParsec	Meerkat
Тип	генератор		комбинатор			
Вид			аппликатив	монада		
Класс грамматик	LL(*)	КСГ	КСГ	PEG	КСГ	
Время работы	$O(n)$	$O(n^3)$	$O(n^3)$	$O(n)$	$O(n) - O(e^n)$	$O(n^3)$
Лев. рекурсия	Нет	Да	Нет	Нет	Нет	Да
Пользовательская семантика	Да	Да	Да	Да	Да	Нет

## **ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

Были выполнены все задачи ВКР. Разработанная в рамках ВКР библиотека обладает всеми заявленными свойствами, с её помощью возможно переиспользовать части парсеров, написанных для разбора различных языков.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

- 1 Data.Dynamic [Электронный ресурс]. — URL: <https://hackage.haskell.org/package/base-4.19.1.0/docs/Data-Dynamic.html> (дата обр. 05.05.2024).
- 2 *Earley J.* An efficient context-free parsing algorithm // Communications of the ACM. — 1970. — 1 февр. — Т. 13, № 2. — С. 94–102. — ISSN 0001-0782. — DOI: 10.1145/362007.362035. — URL: <https://dl.acm.org/doi/10.1145/362007.362035> (дата обр. 08.05.2024).
- 3 *Norvig P.* Techniques for automatic memoization with applications to context-free parsing // Computational Linguistics - COLI. — 1991. — 1 янв. — Т. 17.
- 4 System.Mem.StableName [Электронный ресурс]. — URL: <https://hackage.haskell.org/package/base-4.19.1.0/docs/System-Mem-StableName.html> (дата обр. 01.05.2024).
- 5 ANTLR [Электронный ресурс]. — URL: <https://www.antlr.org/> (visited on 04/22/2024).
- 6 Bison - GNU Project - Free Software Foundation [Электронный ресурс]. — URL: <https://www.gnu.org/software/bison/> (visited on 04/22/2024).
- 7 *Ford B.* Parsing Expression Grammars: A Recognition-Based Syntactic Foundation. —.
- 8 *Frost R. A., Hafiz R., Callaghan P.* Parser Combinators for Ambiguous Left-Recursive Grammars // Practical Aspects of Declarative Languages. Vol. 4902 / ed. by P. Hudak, D. S. Warren. — Berlin, Heidelberg : Springer Berlin Heidelberg, 2008. — P. 167–181. — ISBN 978-3-540-77441-9 978-3-540-77442-6. — DOI: 10.1007/978-3-540-77442-6\_12. — URL: [http://link.springer.com/10.1007/978-3-540-77442-6\\_12](http://link.springer.com/10.1007/978-3-540-77442-6_12) (visited on 03/27/2024) ; Series Title: Lecture Notes in Computer Science.
- 9 Haskell/Continuation passing style - Wikibooks, open books for an open world [Электронный ресурс]. — URL: [https://en.wikibooks.org/wiki/Haskell/Continuation\\_passing\\_style](https://en.wikibooks.org/wiki/Haskell/Continuation_passing_style) (visited on 04/27/2024).

- 10 *Hutton G., Meijer E.* Monadic Parser Combinators. —
- 11 *Johnson M.* Memoization of Top-down Parsing. —
- 12 megaparsec : Hackage [Электронный ресурс]. — URL: [//hackage.haskell.org/package/megaparsec](http://hackage.haskell.org/package/megaparsec) (visited on 04/22/2024).
- 13 *Nederhof M. J.* Linguistic parsing and program transformations. — 1994. — 206 p. — ISBN 978-90-90-07607-2.
- 14 *Warth A., Douglass J. R., Millstein T.* Packrat parsers can support left recursion // Proceedings of the 2008 ACM SIGPLAN symposium on Partial evaluation and semantics-based program manipulation (PEPM08: Partial Evaluation and Program Manipulation). — San Francisco California USA : ACM, 01/07/2008. — P. 103–110. — ISBN 978-1-59593-977-7. — DOI: 10.1145/1328408.1328424. — URL: <https://dl.acm.org/doi/10.1145/1328408.1328424> (visited on 03/27/2024).
- 15 *Willis J., Wu N., Pickering M.* Staged selective parser combinators // Proceedings of the ACM on Programming Languages. — 2020. — Aug. 2. — Vol. 4, ICFP. — P. 1–30. — ISSN 2475-1421. — DOI: 10.1145/3409002. — URL: <https://dl.acm.org/doi/10.1145/3409002> (visited on 03/27/2024).