

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

Дисциплина: Архитектура ЭВМ

Отчет

по домашней работе №1

**«Минимизация логических функций методом карт Карно»**

Выполнил(а): Ступников Александр Сергеевич

студ. гр. М3135

Санкт-Петербург

2020

**Цель работы:** моделирование простейших логических схем и минимизация логических функций методом карт Карно.

**Инструментарий и требования к работе:** работа выполняется в logisim.

## Теоретическая часть

Карты Карно (см. рисунок 1) являются одним из способов задания логической функции. С их помощью можно минимизировать логическую функцию. В каждой ячейке карты записано значение функции для некоторого набора аргументов, например, на рисунке 1 в красной ячейке записано, что значение  $f(x_3, x_2, x_1, x_0)$  равно 1 при  $x_3 = 0, x_2 = 1, x_1 = 1, x_0 = 1$ . Таким образом, на карте Карно функция  $f(x_3, x_2, x_1, x_0) = (\overline{x_3} \wedge \overline{x_2} \wedge \overline{x_1} \wedge \overline{x_0}) \vee (\overline{x_3} \wedge \overline{x_2} \wedge \overline{x_1} \wedge x_0) \vee (\overline{x_3} \wedge \overline{x_2} \wedge x_1 \wedge \overline{x_0}) \vee (\overline{x_3} \wedge \overline{x_2} \wedge x_1 \wedge x_0) \vee (\overline{x_3} \wedge x_2 \wedge \overline{x_1} \wedge \overline{x_0}) \vee (\overline{x_3} \wedge x_2 \wedge \overline{x_1} \wedge x_0) \vee (\overline{x_3} \wedge x_2 \wedge x_1 \wedge \overline{x_0}) \vee (\overline{x_3} \wedge x_2 \wedge x_1 \wedge x_0)$  будет выглядеть следующим образом (см. рисунок 1):

f		x1x0			
		00	01	11	10
x3x2	00	1	1	0	1
	01	1	0	1	0
	11	1	0	0	0
	10	0	1	0	1

Рисунок №1 – Карта Карно для функции  $f(x_3, x_2, x_1, x_0)$

Составим с помощью карты Карно минимальную дизъюнктивную нормальную форму (МДНФ) функции  $f$ . Для этого будем покрывать прямоугольниками те ячейки карты, которые содержат в себе единицу. Заметим, что длины сторон прямоугольников должны равняться степеням двойки (1, 2, 4, ...), при этом на каждом шаге необходимо выбирать больший прямоугольник, который содержит в себе наибольшее количество ещё не покрытых ячеек, содержащих единицу.

Выберем сначала оранжевый прямоугольник (см. рисунок 1), затем розовый. Далее можно выбрать синий прямоугольник, так как верх и низ (а также левая и правая сторона) у карты Карно соединены между собой. По

той же причине выберем зелёный прямоугольник и, наконец, красный. После этого запишем каждый прямоугольник в виде конъюнкта, в котором будут указаны только те переменные, которые одинаковы для всех ячеек этого прямоугольника (переменные равные нулю возьмём с отрицанием). В нашем примере получится 5 конъюнктов: для оранжевого прямоугольника –  $\overline{x_3} \wedge \overline{x_2} \wedge \overline{x_1}$ , розового –  $x_2 \wedge \overline{x_1} \wedge \overline{x_0}$ , синего –  $\overline{x_2} \wedge x_1 \wedge \overline{x_0}$ , зелёного –  $\overline{x_2} \wedge \overline{x_1} \wedge x_0$  и красного –  $\overline{x_3} \wedge x_2 \wedge x_1 \wedge x_0$ . Соединим полученные конъюнкты через дизъюнкцию и таким образом получим МДНФ для функции f:

$$f(x_3, x_2, x_1, x_0) = (x_2 \vee \overline{x_1} \vee \overline{x_0}) \wedge (\overline{x_2} \vee x_1 \vee \overline{x_0}) \wedge (\overline{x_2} \vee \overline{x_1} \vee x_0) \wedge (\overline{x_3} \vee x_2 \vee x_1 \vee x_0) \wedge (\overline{x_3} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_1})$$

С помощью карт Карно также можно получить СКНФ для заданной логической функции. Для этого нужно выбирать прямоугольники, содержащие нули, а вместо конъюнктов составлять дизъюнкты (в которых переменные, равные единице, необходимо взять с отрицанием). После соединения дизъюнктов через конъюнкцию и получится искомая СКНФ.

В заключение можно заметить, что карты Карно являются графическим упрощением для алгебраического метода минимизации логических функций, который основан на законах склеивания.

## Практическая часть

Была задана вектор функция  $f(x_3, x_2, x_1, x_0) = (1110100101101000)$ .

### Задание 1.

Таблица №1 – Таблица истинности для функции f

$x_3$	$x_2$	$x_1$	$x_0$	f
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	1	0	1
0	0	1	1	0
0	1	0	0	1
0	1	0	1	0

Продолжение таблицы №1

0	1	1	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	0	1
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0
1	1	1	1	0

Функция  $f$ , записанная в виде формулы (СДНФ):

$$f(x_3, x_2, x_1, x_0) = (\overline{x_3} \wedge \overline{x_2} \wedge \overline{x_1} \wedge \overline{x_0}) \vee (\overline{x_3} \wedge \overline{x_2} \wedge \overline{x_1} \wedge x_0) \vee (\overline{x_3} \wedge \overline{x_2} \wedge x_1 \wedge \overline{x_0}) \vee (\overline{x_3} \wedge x_2 \wedge \overline{x_1} \wedge \overline{x_0}) \vee (\overline{x_3} \wedge x_2 \wedge x_1 \wedge x_0) \vee (x_3 \wedge \overline{x_2} \wedge \overline{x_1} \wedge x_0) \vee (x_3 \wedge \overline{x_2} \wedge x_1 \wedge \overline{x_0}) \vee (x_3 \wedge x_2 \wedge \overline{x_1} \wedge \overline{x_0})$$

**Задание 3.**

СДНФ функции  $f$ :

$$f(x_3, x_2, x_1, x_0) = (\overline{x_3} \wedge \overline{x_2} \wedge \overline{x_1} \wedge \overline{x_0}) \vee (\overline{x_3} \wedge \overline{x_2} \wedge \overline{x_1} \wedge x_0) \vee (\overline{x_3} \wedge \overline{x_2} \wedge x_1 \wedge \overline{x_0}) \vee (\overline{x_3} \wedge x_2 \wedge \overline{x_1} \wedge \overline{x_0}) \vee (\overline{x_3} \wedge x_2 \wedge x_1 \wedge x_0) \vee (x_3 \wedge \overline{x_2} \wedge \overline{x_1} \wedge x_0) \vee (x_3 \wedge \overline{x_2} \wedge x_1 \wedge \overline{x_0}) \vee (x_3 \wedge x_2 \wedge \overline{x_1} \wedge \overline{x_0})$$

СКНФ функции  $f$ :

$$f(x_3, x_2, x_1, x_0) = (x_3 \vee x_2 \vee \overline{x_1} \vee \overline{x_0}) \wedge (x_3 \vee \overline{x_2} \vee x_1 \vee \overline{x_0}) \wedge (x_3 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_1} \vee x_0) \wedge (\overline{x_3} \vee x_2 \vee x_1 \vee x_0) \wedge (\overline{x_3} \vee x_2 \vee \overline{x_1} \vee \overline{x_0}) \wedge (\overline{x_3} \vee \overline{x_2} \vee x_1 \vee \overline{x_0}) \wedge (\overline{x_3} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_1} \vee x_0) \wedge (\overline{x_3} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_1} \vee \overline{x_0})$$

**Задание 4.**

Для построения схемы в СДНФ и СКНФ требуется одинаковое число элементов (56), поэтому схема составлена в СКНФ (см. «Листинг» файл 1).

### Задание 5.

МДНФ функции f:

$$f(x_3, x_2, x_1, x_0) = (\overline{x_3} \wedge \overline{x_2} \wedge \overline{x_1}) \vee (\overline{x_2} \wedge \overline{x_1} \wedge x_0) \vee (\overline{x_2} \wedge x_1 \wedge \overline{x_0}) \vee (x_2 \wedge \overline{x_1} \wedge \overline{x_0}) \vee (\overline{x_3} \wedge x_2 \wedge x_1 \wedge x_0)$$

Карта Карно для получения МДНФ функции f представлена на рисунке 1.

МКНФ и карта Карно (см. таблица 2) для построения МКНФ функции f:

$$f(x_3, x_2, x_1, x_0) = (x_2 \vee \overline{x_1} \vee \overline{x_0}) \wedge (\overline{x_2} \vee x_1 \vee \overline{x_0}) \wedge (\overline{x_2} \vee \overline{x_1} \vee x_0) \wedge (\overline{x_3} \vee x_2 \vee x_1 \vee x_0) \wedge (\overline{x_3} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_1})$$

Таблица 2 – Карта Карно для построения МКНФ функции f

f		x1x0			
		00	01	11	10
x3x2	00	1	1	0	1
	01	1	0	1	0
	11	1	0	0	0
	10	0	1	0	1

Подробное описание построения МДНФ и МКНФ для заданной функции f было приведено в теоретической части.

### Задание 6.

Для построения схемы в МДНФ и МКНФ требуется одинаковое число элементов (30), поэтому схема составлена в МКНФ (см. «Листинг» файл 2).

## Листинг

**Файл 1:** СКНФ.circ

Содержит логическую схему СКНФ функции f.

**Файл 2:** МКНФ.circ

Содержит логическую схему МКНФ функции  $f$ .