

Известные интегралы

$$\int_0^{\infty} \frac{\sin \alpha x}{x} dx = \frac{\pi}{2} \operatorname{sign} \alpha$$

интеграл Дирихле

$$\int_0^{\infty} \sin \alpha x e^{-\beta x} dx = \frac{\alpha}{\alpha^2 + \beta^2} \quad (\beta > 0)$$

$$\int_0^{\infty} \cos \alpha x e^{-\beta x} dx = \frac{\beta}{\alpha^2 + \beta^2}$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-x^2} dx = \sqrt{\pi}$$

интеграл Пуассона

$$\int_0^{\infty} \frac{\cos \alpha x}{1+x^2} dx = \frac{\pi}{2} e^{-|\alpha|}$$

$$\int_0^{\infty} \frac{x \sin \alpha x}{1+x^2} dx = \frac{\pi}{2} e^{-|\alpha|} \operatorname{sign} \alpha$$

интегралы Лапласа

$$\int_0^{\infty} \sin x^2 dx = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{2}}$$

$$\int_0^{\infty} \cos x^2 dx = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{2}}$$

интегралы Френеля

$$\int_0^{\infty} \frac{f(ax) - f(bx)}{x} dx = \quad (a, b > 0) \quad \text{интегралы Фруллани}$$
$$\left\{ \begin{array}{l} (f(0) - f(+\infty)) \ln \frac{b}{a}, \quad f \in C[0, +\infty), \exists f(+\infty); \\ f(0) \ln \frac{b}{a}, \quad f \in C[0, +\infty), \int_A^{\infty} \frac{f(x)}{x} dx \text{ сх-ся}; \\ -f(+\infty) \ln \frac{b}{a}, \quad f \in C(0, +\infty), \exists f(+\infty), \int_0^A \frac{f(x)}{x} dx \text{ сх-ся}. \end{array} \right.$$

Гамма-функция Эйлера

$$\Gamma(x) = \int_0^{\infty} t^{x-1} e^{-t} dt, \quad \Gamma(n+1) = n\Gamma(n), \quad \Gamma(1) = 1;$$

$$\Gamma(x)\Gamma(1-x) = \frac{\pi}{\sin \pi x}, \quad 0 < x < 1; \quad \Gamma(n+1) = n!, \quad \Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{\pi}.$$

Бета-функция Эйлера

$$B(x, y) = \int_0^1 t^{x-1} (1-t)^{y-1} dt, \quad x, y > 0; \quad B(x, y) = \frac{\Gamma(x)\Gamma(y)}{\Gamma(x+y)},$$

$$B(x, y) = \int_0^{\infty} \frac{u^{x-1}}{(1+u)^{x+y}} du = \int_0^1 \frac{u^{x-1} + u^{y-1}}{(1+u)^{x+y}} du,$$

$$B(x, 1-x) = \int_0^{\infty} \frac{u^{x-1}}{1+u} du = \frac{\pi}{\sin \pi x}, \quad 0 < x < 1.$$
