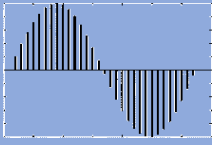




Nombre: _____ Grupo: _____

Tecnológico de Estudios Superiores de Huixquilucan
Curso 2022 - 1



Laboratorio de Control Digital

Práctica 7

Análisis y Simulación de Sistema Digital con Matlab



Tema

6.4 Ejemplos de aplicación

Objetivos

- Deducir el comportamiento de la función de transferencia de un motor de CD controlado por armadura.
- Obtener la función de transferencia de un controlador de posición angular con un motor de CD.
- Analizar y simular el comportamiento de un sistema de control digital empleando las herramientas de Matlab.
- Comprobar el funcionamiento del controlador proporcional $G_{cp}(z)$ en el dominio de Z .

Introducción

En esta práctica se empleará un simulador matemático para realizar la implementación de un sistema de control al cuál se le pueda agregar un controlador proporcional para comprobar los conceptos teóricos de compensación y sintonización de los controladores digitales.

Los simuladores de software constituyen en la actualidad una herramienta muy poderosa para la comprensión de conceptos y adquisición de conocimientos y así poder aplicar éstos a nuevos contextos, a los que, por diversas razones, el estudiante no puede acceder desde el contexto donde se desarrolla su aprendizaje.

De hecho, buena parte de la ciencia de frontera se basa cada vez más en el paradigma de la simulación, más que en el experimento en sí. Mediante los simuladores se puede, por ejemplo, desarrollar experimentos de química en el laboratorio de informática con mayor seguridad.

Los simuladores usados en educación se definen como programas que contienen un modelo de algún aspecto del mundo y que permite al estudiante cambiar ciertos parámetros o variables de entrada, ejecutar o correr el modelo y desplegar los resultados (Escamilla, 2000). Hoy en día, las actuales tecnologías han cambiado al aparecer nuevos soportes, como el magnético y el óptico; la información ahora es digitalizada: se pasa del lápiz y el papel al teclado y la pantalla y, aún más, a la simulación (Rosario, 2005).

Aunque las investigaciones sobre simulación son todavía muy escasas, se pueden encontrar experiencias que desarrollan procesos de enseñanza-aprendizaje con simuladores; mediante la integración de las tecnologías de telecomunicaciones por computadora con instrumentación virtual se han desarrollado laboratorios de física disponibles para ingeniería y accesibles a través de la red en tiempo real, lo cual asegura una rica experiencia de aprendizaje para el estudiante. Ellos toman en cuenta las limitaciones reales de los laboratorios, tales como el aprovechamiento de tiempo, los costos de instrumentación y los gastos de operación, la falta de personal, y la disponibilidad de laboratorio en horario diferente al de oficina (Macías, 2007).

Tomando en cuenta estos hechos, en esta práctica se realizará el planteamiento de la función de transferencia de un sistema físico, su análisis y parámetros de funcionamiento y posteriormente la inclusión de un

controlador digital que permita modificar el comportamiento de la respuesta y comprender así los procesos de compensación y sintonización de los controladores.

Un actuador muy común en los sistemas de control es el motor de CD. Este actuador provee movimiento rotacional y acoplado con engranes, poleas y cables puede proveer también un movimiento traslacional. Este sistema tiene un circuito eléctrico equivalente para control por armadura y un diagrama de cuerpo libre para el rotor como se muestra en la figura 7.1.

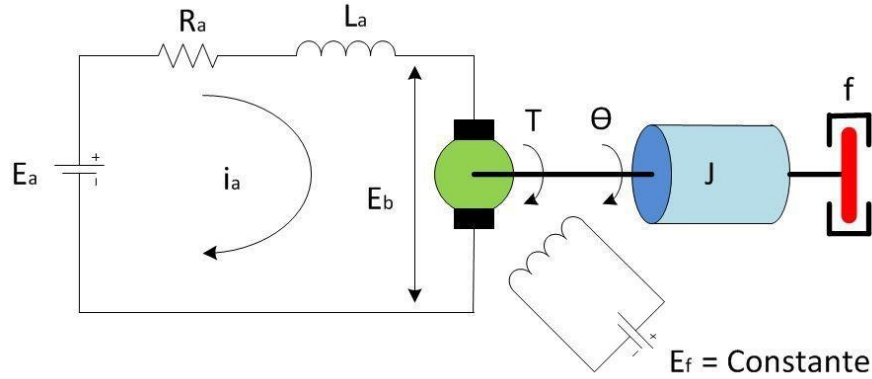


Figura 7.1

Que queda definido por las siguientes ecuaciones:

$$T = K_f i_f K_1 i_a \quad (7.1)$$

Donde K_1 es una constante e i_f se mantiene constante debido a que el voltaje de alimentación del campo es constante y por lo tanto el flujo es constante en el estator, de manera que:

$$T = K i_a(t) \quad (7.2)$$

Donde K es una constante del par motor. Cuando el rotor está en movimiento se induce un voltaje E_b que es directamente proporcional a la velocidad angular del motor, donde K_b es una constante de fuerza contraelectromotriz.

$$E_b = K_b \frac{d\theta(t)}{dt} \quad (7.3)$$

En un motor de CD controlado por armadura la velocidad del motor se controla a través de la tensión en el rotor E_a , la cual se relaciona con la malla eléctrica a través de la ecuación:

$$L_a \frac{di_a(t)}{dt} + R_a i_a(t) + E_b = E_a \quad (7.4)$$

La corriente de la armadura produce un par T que se aplica a la inercia y a la fricción del rotor, por lo tanto:

$$J \frac{d^2 \theta(t)}{dt^2} + f \frac{d\theta(t)}{dt} = T = K i_a(t) \quad (7.5)$$

Suponiendo que todas las condiciones iniciales son nulas y tomando la transformada de Laplace de las ecuaciones anteriores se tiene:

$$K_b S \theta(s) = E_b(s) \quad (7.6)$$

$$(L_a S + R_a)I_a(s) + E_b(s) = E_a(s) \quad (7.7)$$

$$(JS^2 + fS)\theta(s) = T(s) = KI_a(s) \quad (7.8)$$

Considerando que la entrada del sistema es el voltaje de alimentación en la armadura $E_a(s)$ y la salida del sistema es la posición angular en el eje del motor $\theta(s)$, se obtiene el siguiente diagrama de bloques:

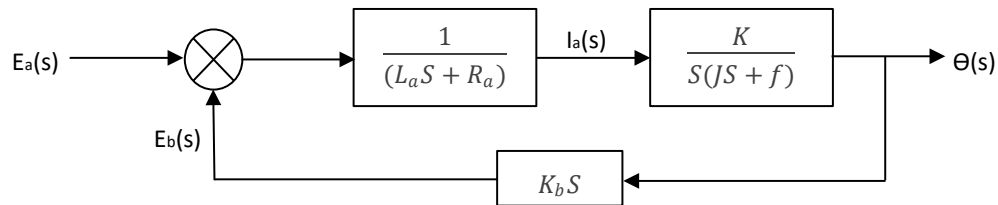


Figura 7.2

Que proporciona una función de transferencia:

$$\frac{\theta(s)}{Ea(s)} = \frac{K}{S(LaJS^2 + (Laf + Raj)S) + (Raf + KKb)} = G$$

Donde:

$$K = \text{Constante de par motor} = 6 \cdot 10^{-5} \text{ lb-ft/A}$$

L_a = Inductancia del devanado del inducido = 10 mH

J = Inercia equivalente referida al eje del motor a través del tren de engranes = $5.4 \cdot 10^{-5} \text{ lb-ft-s}^2$

f = Fricción viscosa equivalente referida al eje del motor a través del tren de engranes = $4 \cdot 10^{-4}$ lb-ft/rad/s

R_a = Resistencia del devanado del rotor = $0.2 \, \Omega$

K_b = Constante de fuerza contraelectromotriz = $5.5 \cdot 10^{-2}$ V-s/rad

Con esta planta se puede construir un sistema de control de posición realimentado considerando un potenciómetro de entrada que produce una referencia R , un amplificador diferencial con ganancia K_p igual a 10 como elemento de comparación y un potenciómetro de salida que gira a la posición deseada C .

La figura 7.3 muestra el sistema de control de posición.

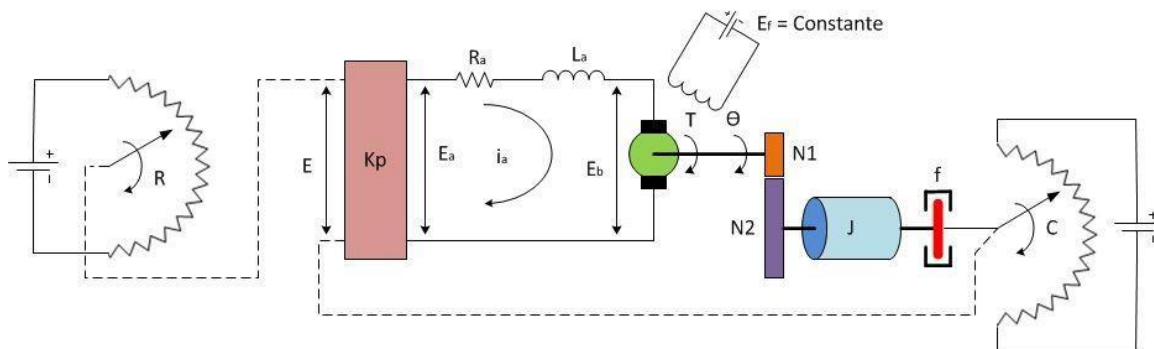


Figura 7.3

Las ecuaciones que describen la dinámica del sistema de potenciómetro y el amplificador son las siguientes:

$$E(s) = K_r[R(s) - C(s)] \quad (7.10)$$

$$E_a(s) = K_p E(s) \quad (7.11)$$

$$C(s) = \frac{N_1}{N_2} \theta(s) \quad (7.12)$$

Y se tiene finalmente un diagrama de bloques del sistema realimentado como se muestra en la figura 7.4.

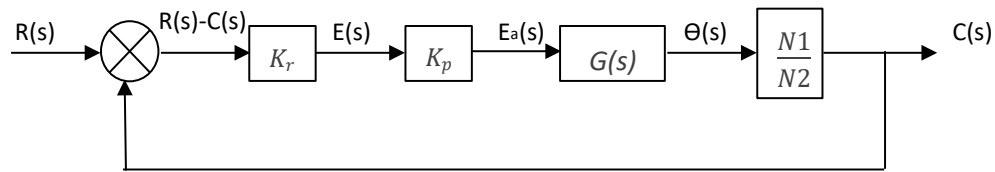


Figura 7.4

Donde:

K_r = Ganancia del detector de error potenciométrico = $24/\pi$ V/rad

K_p = Ganancia del amplificador diferencial = 10

$N_1/N_2 = n$ = Relación de reducción del tren de engranes = 1/10

Equipo

1. Computadora con sistema operativo Windows y con el simulador MATLAB instalado

Actividades previas a la realización de la práctica

1. El alumno realizará la lectura de la práctica.
2. El alumno realizará la instalación del software MATLAB en la computadora comprobando el funcionamiento correcto.
3. El alumno investigará los conceptos de: función de transferencia, polos y ceros, lugar geométrico de las raíces, controlador proporcional (P), compensación de sistemas y sintonización de controladores.

Procedimiento Experimental

1. Iniciar el programa Matlab.
2. Para la realización del reporte realice una captura de los comandos en la pantalla del programa Matlab o una copia de las gráficas generadas e inclúyalas dentro del desarrollo
3. Insertar los valores de los coeficientes de la función de transferencia $G(s)$ (8.9) de la figura 8.2 a través de los comandos:

```
K=6E-5
```

```
La=10E-3
```

```
J=5.4E-5
```

```
f=4E-4
```

```
Ra=0.2
```

```
Kb=5.5E-2
```

4. Defina la variable de Laplace "s" con el comando:

```
s=tf('s')
```

5. Inserte la función de transferencia G(s) (10.9) con el comando:

```
G=K/(s*(La*J*s^2+(La*f+Ra*J)*s+(Ra*f+K*Kb)))
```

6. Compruebe que los valores de las constantes se sustituyeron de manera correcta dentro de la función de transferencia a través del comando:

```
zpk(G)
```

7. Inserte las constantes del sistema de control de posición de lazo cerrado de la figura 8.4 y obtenga la función de transferencia de trayectoria directa (Gtd), considere que la realimentación es unitaria y por lo tanto la función de transferencia de lazo abierto (Gla) es igual a la de la trayectoria directa, a través del comando:

```
Kr=24/pi
Kp=10
n=1/10
Gtd=Kr*Kp*G*n
Gla=Gtd*1
```

8. Obtenga la función de transferencia de lazo cerrado (Glc) del sistema de control de posición a través del comando:

```
Glc=feedback(Gtd,1)
zpk(Glc)
```

9. Inserte un retenedor de orden cero en la trayectoria directa y transforme la función Gtd al dominio de Z considerando un periodo de muestreo de $T = 0.1$ s. a través del comando:

```
Gztd=c2d(Gtd,0.1,'zoh')
zpk(Gztd)
```

10. Obtenga la función de transferencia de lazo cerrado (Gzlc) del sistema de control de posición en el dominio de Z a través del comando:

```
Gzlc=feedback(Gztd,1)
zpk(Gzlc)
```

11. Identifique y escriba la ecuación característica del sistema de lazo cerrado en el dominio de Z.
 12. Determine la estabilidad absoluta del sistema empleando el criterio del círculo unitario indicando si el sistema es estable o no, con el comando:

```
pzmap(Gzlc,'r')
zgrid
```

13. Obtenga el error en estado estable utilizando el comando que determina el valor final de la función y restando el valor del escalón unitario que se utilizará de entrada.

```
eee=1-dcgain(Gzlc)
```

14. Obtenga la respuesta en el tiempo del sistema de lazo cerrado considerando una entrada escalón unitario con el comando siguiente y maximizando la ventana resultante. `step(Gz1c)`
15. En base a la gráfica obtenida determine el tipo de respuesta que tiene el sistema.
16. Determine los parámetros de funcionamiento denominados: tiempo pico (t_p), máximo sobreimpulso (M_p), tiempo de establecimiento (t_s), tiempo de subida (t_r), mostrándolos con el botón derecho del mouse sobre cualquier punto de la gráfica y seleccionando las opciones mostradas en la figura 8.5.

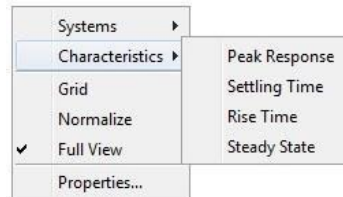


Figura 7.5

17. Obtenga el lugar geométrico de las raíces del sistema de lazo abierto ($Gz1a$) con el siguiente comando:

`rlocus(Gztd)`

18. Determinar cuáles son los polos dominantes del sistema a través de la ecuación característica del sistema de lazo cerrado, anotando las coordenadas de dichos polos a través del comando:

`pole(Gz1c)`

19. Insertar un controlador proporcional en la trayectoria directa del sistema según se muestra en la figura 7.6. considerando que el valor del controlador es igual a $G_{cp}(z) = K_{cp}$. El programa Matlab considera la inclusión de una ganancia en la trayectoria directa de un sistema con realimentación y por lo tanto de manera implícita los comandos siguientes trabajan sobre dicha ganancia K_{cp} .

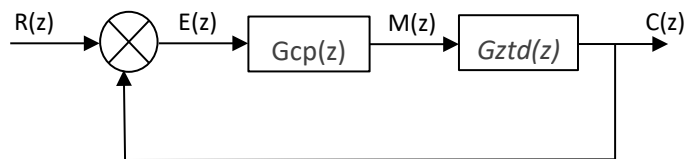


Figura 7.6

20. Determina el rango de estabilidad de la ganancia K_{cp} del sistema con el siguiente comando y determina si el sistema es estable, consulta el "help" del comando:

`allmargin(Gztd)`

21. Modifica el valor de la ganancia del sistema de acuerdo a la tabla siguiente y evalúa la respuesta en el tiempo para entrada escalón unitario para cada uno de los valores de ganancia considerando el diagrama con realimentación que se muestra en la figura 7.6. Para modificar explícitamente la ganancia de la función $Gztd(z)$ solamente debe multiplicar la ganancia por $Gztd$ y realizar la realimentación como se muestra en el siguiente comando:

`G1=0.1 * Gztd`

```
G1z1c=feedback(G1,1)  
step(G1z1c)
```

Función	Ganancia del controlador proporcional (K)	Tipo de respuesta	Estabilidad	Error en estado estable
G1	0.1			
G2	0.2			
G3	0.24579			
G4	0.4			
G5	0.6			
G6	1			
G7	2			
G8	K máxima			

Tabla 7.1

Cuestionario

1. Analizando el error estable de las diferentes formas de respuesta del sistema justifique en base a la función de transferencia porque se tiene ese comportamiento.
2. Si el sistema de control de posición es de tercer grado, porque la respuesta se asemeja a la de un sistema de segundo grado.
3. Qué ventajas tiene la aplicación de un controlador proporcional a un sistema de control.