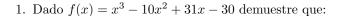**Cálculo Diferencial - Actividad 1**

Resolver los siguientes ejercicios de forma analítica y comprobar los resultados con MAPLE.

1. Dado $f(x) = x^3 - 10x^2 + 31x - 30$ demuestre que:

   (a) $f(0) = -30$

   (b) $f(2) = 0$

   (c) $f(3) = f(5)$

   (d) $f(1) > f(-3)$

   (e) $f(-1) = -6f(6)$

   (f) $f(y) = y^3 - 10y^2 + 31y - 30$

   (g) $f(a) = a^3 - 10a^2 + 31a - 30$

   (h) $f(yz) = y^3z^3 - 10y^2z^2 + 31yz - 30$

   (i) $f(x-2) = x^3 - 16x^2 + 83x - 140$

2. Si $f(x) = x^3 - 3x + 2$ encuentre:

   (a) $f(0)$

   (a) _____

   (b) $f(-1)$

   (b) _____

   (c) $f(-\frac{1}{2})$

   (c) _____

   (d) $f(1\frac{1}{3})$

   (d) _____

3. Si $f(x) = x^3 - 10x^2 + 31x - 30$ y $\phi(x) = x^4 - 55x^2 - 210x - 216$ demuestre que:

   (a) $f(2) = \phi(-2)$

   (b) $f(3) = \phi(-3)$

   (c) $f(5) = \phi(-4)$

   (d) $f(0) + \phi(0) + 246 = 0$

4. Si $F(x) = 2^x$, encuentre:

   (a) $F(0)$

   (a) _____

   (b) $F(-3)$

   (b) _____

   (c) $F(\frac{1}{3})$

   (c) _____

   (d) $F(-1)$

   (d) _____

5. Dado $F(x) = x(x-1)(x+6)(x-\frac{1}{2})(x+\frac{5}{4})$, demuestre que:

   (a) $F(0) = F(1) = F(-6) = F(\frac{1}{2}) = F(-\frac{5}{4}) = 0$

6. Si $f(m_1) = \frac{m_1 - 1}{m_1 + 1}$ demuestre que:

$$\frac{f(m_1) - f(m_2)}{1 + f(m_1)f(m_2)} = \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2}$$

7. Si $\phi(x) = a^x$ demuestre que $\phi(y) \cdot \phi(z) = \phi(y + z)$

8. Dado $\phi(x) = \log \frac{1-x}{1+x}$ demuestre que:

$$\phi(x) + \phi(y) = \phi\left(\frac{x+y}{1+xy}\right)$$

9. Si $f(\phi) = \cos\phi$, demuestre que:

$$f(\phi) = f(-\phi) = -f(\pi - \phi) = -f(\pi + \phi)$$

10. Si $f(x) = \frac{2x-3}{x+7}$, encuentre $f(\sqrt{2})$.